DOI:10.11918/202509046

无线充电机库-无人机系统的时空路径规划

代 沛[1], 刘小刚[1], 徐远思[1], 蒋英豪[1], 毕 猛[1], 田彦豪[1], 霍明英[2], 邓嘉宁[2], 齐乃明[2]

(1. 中国铁塔股份有限公司河南省分公司,郑州 450003; 2. 哈尔滨工业大学 航天学院,哈尔滨 150001)

摘 要: 为提升无线充电机库-无人机系统在城市环境中的安全性与效率,助力低空经济发展,开展该协同系统的时空路径规划研究。首先,结合中国无人机120 m飞行高度限制,建立包含30、60、90、120 m 4层的城市格栅化环境模型。其次,提出"全局粗规划-局部细规划"的分层路径规划算法:全局层面运用改进A*算法完成机库节点间的路径优化;局部层面采用改进快速探索随机树(IRRT)算法实现城市密集建筑区域的精准避障。最后,融入时空规划机制,在空间上依据路径特性分配高度层以避免空域冲突,在时间上基于多阶段恒流(MCC)策略动态调控充电时间。仿真结果表明,所提动态充电方案较满充策略的总充电时间缩减55%,且分层路径规划算法可实现全局机库节点衔接与局部建筑避障的高效适配,高度分层模型能契合城市建筑分布与低空飞行法规要求。该研究验证了所提模型、算法,以及机制的有效性,解决了传统单一规划算法难以兼顾全局与局部、传统充电管理策略效率低的问题,为无线充电机库-无人机系统的实际应用提供支撑。

关键词: 机库-无人机;改进快速探索随机树(IRRT)算法;时空路径规划;高度分层;动态充电管理

中图分类号: V249 **文献标志码**: A **文章编号**: 0367-6234(2026)08-0203-12

Spatiotemporal path planning for wireless charging hangar-unmanned aerial vehicle system

Dai Pei[1], Liu Xiaogang[1], Xu Yuansi[1], Jiang Yinghao[1], Bi Meng[1], Tian Yanhao[1], Huo Mingying[2], Deng Jianing[2], Qi Naiming[2]

(1. China Tower Corporation Limited Henan Branch, Zhengzhou 450003, China;
2. School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: To enhance the safety and efficiency of the wireless charging hangar-unmanned aerial vehicle system in urban scenarios and facilitate the development of the low-altitude economy, this paper investigated the spatiotemporal path planning for this collaborative system. Firstly, considering the 120 m flight altitude restriction for unmanned aerial vehicles in China, this paper established an urban gridded environment model containing four layers of 30, 60, 90, and 120 m. Secondly, this paper proposed a hierarchical path planning algorithm of "global coarse planning and local detailed planning": At the global level, the improved A* algorithm was applied to complete path optimization between hangar nodes; at the local level, the improved rapidly-exploring random tree (IRRT) algorithm was adopted to achieve precise obstacle avoidance in densely built urban areas. Finally, this paper integrated a spatiotemporal planning mechanism: Spatially, height layers were allocated according to path characteristics to avoid airspace conflicts; temporally, the charging time was dynamically adjusted based on the multi-stage constant current (MCC) strategy. Simulation results indicate that the proposed dynamic charging scheme reduces the total charging time by 55% compared with the full-charging strategy; the hierarchical path planning algorithm realizes the efficient adaptation between the connection of global hangar nodes and local building obstacle avoidance, and the altitude layering model can conform to the urban building distribution and regulatory requirements for low-altitude flight. This paper validates the effectiveness of the proposed model, algorithm, and mechanism, addresses the problems that traditional single planning algorithms struggle to balance global and local aspects and that traditional charging management strategies have low efficiency, and provides support for the practical application of the wireless charging hangar-unmanned aerial vehicle system.

Keywords: hangar-unmanned aerial vehicle; improved rapidly-exploring random tree (IRRT) algorithm; spatiotemporal path planning; altitude layering; dynamic charging management

收稿日期: 2025-09-11;**录用日期**: 2025-11-11;**网络首发日期**: 2026-03-20
网络首发地址: https://link.cnki.net/urlid/23.1235.T.20260320.1407.005
基金项目: 国家自然科学基金(12272104,U22B2013);上海航天科技创新基金(SAST2023-089)
作者简介: 代 沛(1978—),男,硕士,高级工程师;霍明英(1986—),男,教授,博士生导师;齐乃明(1962—),男,教授,博士生导师
通信作者: 齐乃明,qinm@hit.edu.cn

2024 年,低空经济首次被写入《政府工作报告》,并正式纳入国家战略性新兴产业[1],在《通用航空装备创新应用实施方案(2024 — 2030 年)》中明确提出打造万亿级市场规模,使得无人机相关的基础设施建设成为关键发展部分。早期旋翼无人机机库以简单停放功能为主,逐步向自动化、无人化值守演进,但续航短板制约规模化应用[2]。在相关政策推动下,无人机库技术向能量补给集成化升级改造方向发展,无线充电机库已成为未来趋势[3-4]。其可配合动态功率分配、智能能量管理等技术,同时适配多层空域规划需求,解决传统充电模式效率瓶颈,为低空物流、城市服务提供续航设备基础,推动机库–无人机协同无人系统应用向高效安全的规模化运营发展。

在无人机路径规划和任务分配相关研究中,格栅化网格是较为常用的建模形式[5-6]。在格栅化网格环境中,无人机通过离散化的网格节点进行路径规划,可大幅减少规划和优化中的计算代价[7]。文献[8]采用“AirMatrix”格栅化地图,将城市空间划分为立方体网格,为最终实现安全高效的 4D 路径规划提供基础。文献[9]针对 AirMetro 中的飞行调度问题展开研究,提出了高度分层策略与格栅化网格结合的解决方案,将低空空域按高度划分为多个功能层。基于本研究的无线充电机库–无人机在城市环境中的运行特点,将采用格栅化网格建模,搭配高度分层策略,为机库–无人机协同系统提供研究基础。

格栅网格建模因能精准量化城市建筑物分布,成为无人机路径规划的典型建模方法,相关研究已形成与格栅网格相适应的启发式路径规划方法和群智能算法[10-13],启发式路径规划方法包括 A* 算法[11-13]、快速遍历随机树(rapidly-exploring random tree,RRT)算法[14-15],以及 RRT* 算法[16-17]等,群智能算法包含遗传算法(genetic algorithm,GA)[18-19]、粒子群算法(particle swarm optimization, PSO)[20-21]等。文献[22]基于动态快速探索随机树(dynamic RRT, DRRT)算法,提出了一种适用于动态城市环境中的无人机自适应路径重规划(an adaptive path replanning, APReP)方法。文献[23]提出了 MPNet 与 RRT* 算法的框架,以解决 3D 复杂城市无人机路径规划中计算低效、路径次优的问题。文献[24]研究 UAV 与 UGV 协同路径规划,提出混合 EDA-GA 算法,GA 助力局部搜索,生成最优圆形路径以最小化覆盖时间。RRT 类算法,配合离散化网格建模环境,可适配本文的机库–无人机协同系统的路径规划场景需求,但相关的研究中未考虑机库之间的续航限制,因此本文将结合 A* 算法和 RRT 算法,从全局和局部两个层面协同生成路径。

从时空规划上,目前的研究多集中于任务目标分配、能源分配,以及通信分配等问题[25],较少对于无线充电机库–无人机协同系统中的高度层的空间分配和无线充电时间分配进行研究。在高度层规划上,文献[26]基于高度层空域架构的分配策略,通过按航向划分不同高度层以降低 eVTOL 载具间的空中冲突概率,为多机协同轨迹规划提供了基础。文献[27]将 120 m 以下低空空域划分为多个高度层的规划策略,结合改进的 A* 算法重构成本估计函数,建立了城市超低空物流场景下的无人机规划方法。在无线充电机库动态充电管理上,文献[4]虽然基于无线充电机库提出了总体设计思路,但主要围绕机械结构和控制系统设计,未涉及无线充电管理。文献[28]考虑无线充电的无人机路径规划中,将充电分为两个阶段:无人机飞往基站时距离达到阈值即开始移动充电、抵达基站顶部后若电量未充满则进行悬停充电直至充满。

上述研究中,在路径规划方面,少有机库–无人机协同系统的多层规划研究,大多集中于巡检和安防等无机库参与的场景;在轨迹的时空优化方面,现有研究多聚焦于目标分配,对于机库–无人机系统的高度分配和充电管理并未有太多研究。因此,本文针对无线充电机库–无人机协同系统,根据其任务和场景特点,对其路径规划和任务分配进行研究。首先,建立无线充电机库–无人机的高度分层城市环境模型,结合中国旋翼无人机 120 m 低空飞行限制与城市建筑高度分布,构建 30、60、90、120 m 4 层格栅化地图模型。同时设计建筑物与格栅尺寸,使建筑所属格栅点可用于路径规划,突破传统单一高度模型局限,既符合法规又适配实际城市场景,为后续规划提供精准环境基础。其次,提出分层路径规划算法。粗规划阶段基于 A* 算法,以机库最大直线

距离作为搜索限制，快速生成低复杂度的全局机库节点序列；细规划阶段改进 RRT 算法，通过动态采样率、8 向新节点拓展，以及双向邻域重连，适配局部格栅化障碍场景，解决传统单一算法难以兼顾全局最优与局部避障的问题，实现两阶段无缝衔接。最后，提出基于路径特性和动态无线充电管理的路径时空规划方法，在空间上融合路径几何复杂度与建筑复杂度确定任务优先级，分配高度层避免空域冲突；在时间上改进多阶段恒流（multi-stage constant current，MCC）充电策略，根据能源需求动态设充电目标 SOC，实现按需充电。

1　基于高度分层的城市环境建模及机库–无人机相关模型

1.1　无线充电机库–无人机协同任务场景描述

在无线充电机库–无人机的协同体系中（图 1），无人机从起点附近的无线充电机库启动，垂直上升进入事先分配的巡航高度开启任务行程；飞行过程中，由于无人机单次续航有限，需要中途降落至机库中进行无线充电补能，待电量满足下一行程的续航要求，再次上升回归续航高度继续飞行；最终，无人机抵达任务终端区域附近的机库，完成任务，形成“机库→中途无线充电补能→任务点”的完整任务序列，整个任务流程通过高度调控和能量协同，支撑无人机在城市环境中安全、高效地运行。

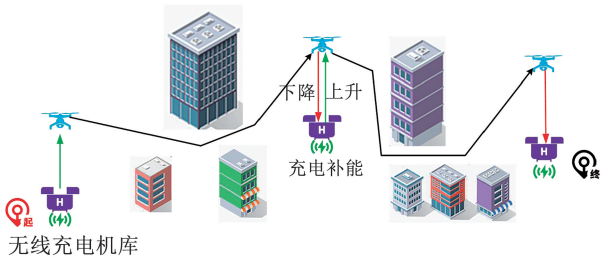


图 1　无线充电机库–无人机任务场景流程图

Fig. 1　Flowchart of wireless charging hangar-unmanned aerial vehicle mission scenario

1.2　基于高度分层的城市环境格栅化地图建模

依据中国 2023 年公布《无人驾驶航空器飞行管理暂行条例》规定，小型无人机在“管制空域”内的飞行真高限制为 120 m。本文在遵循该高度限制要求的基础上，结合民航高度分层的航线管理策略，进一步提出了高度分层的城市环境格栅化地图模型，如图 2 所示。

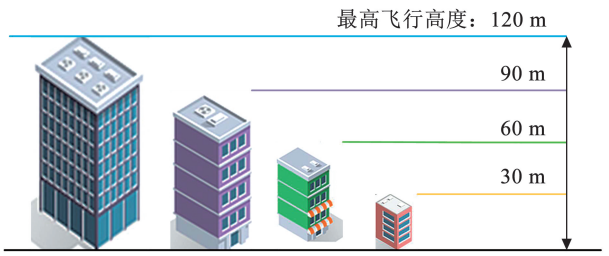


图 2　本文采用的高度分层策略

Fig. 2　Altitude layering strategy adopted in this paper

在本文建立的城市环境高度分层模型中，将无人机 120 m 可用高度分为以下 4 个层次：30、60、90、120 m（对于超过 120 m 的超高层建筑，也将其划分为 120 m 高度层）。对于网格格栅的设计，采用的正方形格栅如图 3 所示，其中建筑物的边长为正方形格栅的 0.9，建筑物与网格的边界之间存在一定的间距，使得建筑物所属的 4 个格栅点也可作为无人机路径规划的点。

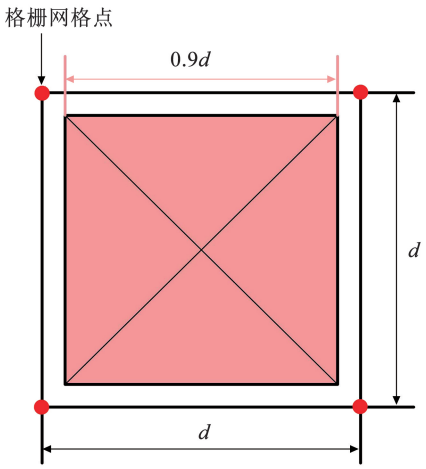


图 3　格栅化网格平面图

Fig. 3　Gridded plane diagram

对于不同高度层的建筑物格栅划分策略如下：

$$K(h_{\text{mode}})=\begin{cases}\{h_{30},h_{60},h_{90},h_{120}\}, & h_{\text{mode}}=30\\ \{h_{60},h_{90},h_{120}\}, & h_{\text{mode}}=60\\ \{h_{90},h_{120}\}, & h_{\text{mode}}=90\\ \{h_{120}\}, & h_{\text{mode}}=120\end{cases} \tag{1}$$

$$B(h_{\text{mode}})=\{(i,j)\in\Omega\,|\,H(i,j)\in K(h_{\text{mode}})\} \tag{2}$$

式中：$K(h_{\text{mode}})$ 为无人机在当前高度模式 h_{mode} 下需执行避障操作的所有建筑物高度等级集合。例如，无人机所分配的高度等级为 $h_{\text{mode}}=60$ 时，需要避障属于 $\{60, 90, 120\}$ 的建筑物；$B(h_{\text{mode}})$ 为这些高

度等级对应的建筑物在全局区域的位置坐标集合。式(1)、(2)可确定 4 种不同高度模式下,在路径规划时需要避障的所有高度等级和对应高度建筑物的坐标 $B(h_{\text{mode}})$。

2 基于分层策略的无人机路径规划算法

城市场景中建筑物密集的限制,加之小型无人机续航能力有限,对无线充电机库-无人机协同系统的路径规划提出多重挑战:一方面,需在全局层面衔接无人机在无线充电机库的起降顺序和充电节点,构建安全有效的长距离导航路径;另一方面,相邻机库点之间的建筑物障碍要求路径具备避障能力。传统单一规划算法难以同时满足全局最优性与局部适应性,因此本文将采用分层策略应对该问题。

针对充电机库与无人机任务点的全局连接需求,如物流配送的多站点接力配送、巡检区域的长距离覆盖等。首先,本文引入改进 A* 算法,基于城市场景的无线充电站点分布与无人机续航能力,快速生成低复杂度全局粗规划路径,为机库节点间局部细规划路径奠定框架;其次,面向无人机执行阶段的避障需求,本文改进 RRT 算法,以适配格栅化城市环境的避障需求,实现与粗规划的无缝衔接,保障无人机在城市环境中的安全飞行。

2.1 基于 A* 算法的无线充电机库路径粗规划

在确定无人机在无线充电机库之间的路径前,需要明确无人机的航程,以及根据无人机续航确定机库节点之间的距离。本文中的无人机续航时长、飞行速度相关参数设置如下:

$$t \leqslant t_{\max} \tag{3}$$

$$v_{\text{cruise}} = v_{\text{opt}} \tag{4}$$

式中:$t_{\max}$为无人机的最长续航时间,v_{opt}为最优续航速度。根据式(3)、(4),可求得最长续航里程 $d_{\max}$,本文基于无人机在机库节点之间躲避建筑物障碍的非直线距离需求,将机库之间的最大直线距离限制如下:

$$d_{\text{charge}} \leqslant 0.85 \cdot d_{\max} \tag{5}$$

其中

$$d_{\max} = v_{\text{opt}} \cdot t_{\max}。$$

式中,根据无人机航程限制,将无线充电机库之间的距离设置为 d_{charge},并且作为 A* 算法的最大搜索距离。A* 算法是一种经典的启发式路径搜索算法,可用于栅格化地图中的路径规划问题。A* 算法在搜索规划路径的流程中,主要考虑以下两个因素:搜索路径点到搜索起点的实际路径代价 g 和搜索路径点到目标点的估计路径代价 h。A* 算法的路径搜索评价函数算法如下:

$$f(n) = g(n) + h(n) \tag{6}$$

式中:n 为搜索无线充电机库节点,$g(n)$为节点 n 距离任务起点的实际路径长度,$h(n)$为节点 n 距离任务目标点的预测路径长度,$f(n)$为节点 n 的综合路径代价,$f(n)$越小表示该路径越靠近目标点。

2.2 基于 IRRT 算法的无人机避障路径细规划

本文利用 A* 算法确定无线充电机库节点之间的全局粗规划路径点后,需要考虑两个无线充电机库节点之间包含建筑物的避障路径,针对本文建立的格栅化网格地图,将引入改进快速探索随机树(improved rapidly-exploring random tree, IRRT)算法用于实现无人机在建筑物间的避障路径细规划。

RRT 算法是较为经典的路径搜索算法。本文中充满建筑障碍物的城市格栅化网格场景,需要对算法进行针对性的改进。同时,针对本文提出格栅化网格的特殊需求,将结合 RRT* 算法的思路,对算法进行改进,本文提出的 IRRT 算法流程如下。

2.2.1 随机采样

为了更好地平衡随机采样环节中探索节点空间和引导目标导向的问题,本文根据建筑物密集程度,设置了动态变化的随机采样率,其定义如下:

$$q_{\text{rand}} = \begin{cases} q_{\text{goal}}, & \text{rand} < r_{\text{start-goal}} \\ r_{\text{sample}}(q_{\text{goal}}, q_{\text{start}}), & \text{rand} \geqslant r_{\text{start-goal}} \end{cases} \tag{7}$$

$$r_{\text{start-goal}} = \begin{cases} 0.1, & \rho_{\text{start-goal}} \geqslant 0.3 \\ 0.2, & 0.2 \leqslant \rho_{\text{start-goal}} < 0.3 \\ 0.3, & \rho_{\text{start-goal}} \leqslant 0.2 \end{cases} \tag{8}$$

$$\begin{cases} x_{\text{rand-start}} = \min(x_{\text{start}}, x_{\text{goal}}) - 0.5 \\ x_{\text{rand-goal}} = \max(x_{\text{start}}, x_{\text{goal}}) + 0.5 \\ y_{\text{rand-start}} = \min(y_{\text{start}}, y_{\text{goal}}) - 0.5 \\ y_{\text{rand-goal}} = \max(y_{\text{start}}, y_{\text{goal}}) + 0.5 \\ x_{\text{rand}} = \text{rand}i(x_{\text{rand-start}}:0.5:x_{\text{rand-goal}}) \\ y_{\text{rand}} = \text{rand}i(y_{\text{rand-start}}:0.5:y_{\text{rand-goal}}) \end{cases} \tag{9}$$

其中

$$\rho_{\text{start-goal}} = \frac{\text{num}(H(i,j) \in K(h_{\text{mode}}))}{S(q_{\text{goal}}, q_{\text{start}})}$$

式中：rand 为[0，1]之间均匀分布的随机数；$r_{\text{start-goal}}$ 为选取采样点为目标点的概率；$\rho_{\text{start-goal}}$ 为在起点和终点之间所属高度分层下，建筑物格栅数量与总的格栅数量的比值；同时将依据 $\rho_{\text{start-goal}}$ 的大小确定目标采样率 $r_{\text{start-goal}}$ 的取值，即两个机库节点之间的障碍物越高，越能引导随机采样流程充分探索节点空间；rand$i$ 为随机取数列中的一个值，即随机取起点和终点之间的网格点作为采样点。

2.2.2　寻找最近点 q_{near}

在确定随机采样点 q_{rand} 后，将寻找树节点中离 q_{rand} 最近的一个点作为 q_{near}，其公式表达如下：

$$q_{\text{near}} = \text{argmin}(\text{dis}(q_i, q_{\text{rand}})),\ i = 1, 2, \cdots, n \tag{10}$$

2.2.3　拓展新节点 q_{new}

基于找到的最近点 q_{near} 和随机采样点 q_{rand}，为了增强在 q_{rand} 周围点的探索性，IRRT 算法的新节点拓展更改如下：

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_{\text{dir}} = q_{\text{rand}} - q_{\text{near}} \\ \hat{\boldsymbol{v}}_{\text{dir}} = \boldsymbol{v}_{\text{dir}} / \| \boldsymbol{v}_{\text{dir}} \| \end{cases} \tag{11}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{q}_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}^{\text{T}} \\ q_{\text{neighbor}} = q_{\text{rand}} + q_n \\ \text{nei_div}(i) = q_{\text{neighbor}}(i) - q_{\text{near}} \end{cases} \tag{12}$$

$$s_{\text{dir}}(i) = \frac{\text{nei_div}(i)}{|\text{nei_div}(i)|} \cdot \hat{\boldsymbol{v}}_{\text{dir}} \tag{13}$$

$$\begin{cases} i_{\text{opt}} = \underset{i}{\text{argmax}} \{ s_{\text{dir}}(i) \} \\ q_{\text{new}} = q_{\text{neighbor}}(i_{\text{opt}}) \end{cases} \tag{14}$$

式中：$\boldsymbol{v}_{\text{dir}}$ 为最新点 q_{near} 至随机采样点的 q_{rand} 的向量；q_{neighbor} 为相邻点的坐标；s_{dir} 为通过向量点积计算与目标向量 $\boldsymbol{v}_{\text{dir}}$ 的方向一致性，s_{dir} 越大表示与拓展方向越一致；q_{new} 为选取 s_{dir} 最大的点作为扩展的新节点。

如图 4 所示，扩展新节点将在随机取样点 q_{rand} 周围的 8 个网格点中选取。在形成扩展新节点 q_{new} 后，需要对其进行边界检测，若新节点超过了起始点的边界，则跳过以下步骤，进入下一次循环。

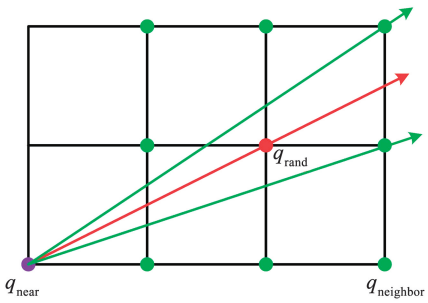


图 4　IRRT 算法节点拓展示意

Fig. 4　Schematic diagram of node expansion in IRRT algorithm

2.2.4　碰撞检测

碰撞检测是路径规划算法确保路径安全的核心模块，其目的是判定路径线段或节点是否落入建筑物障碍区域。本文所述 IRRT 算法中，碰撞检测模块通过交点检测逻辑，实现有效的安全验证。本文采用的典型碰撞关系如图 5 所示。

图 5 以正方形建筑物格栅网格和示例路径为例，展示了路径线段与障碍物的 3 种典型几何关系。结合碰撞检测规则，判定逻辑如下：1）红色线段。碰撞红色线段穿过建筑物网格的内部区域，与网格的边相交于非顶点位置，则判定为碰撞。此时路径侵入建筑障碍物网格空间，需舍弃该路径。2）绿色非碰撞合法路径。绿色线段恰好只与建筑物网格的一个顶点相交，未进入网格内部，则该路径可用；同时，为了扩展路径空间，若路径线段与建筑物网格的边共线，则该路径也可用。该碰撞检测规则既保证了路径的安全性，又允许路径沿边界的灵活规划，提升了算法在复杂环境中的适应性。

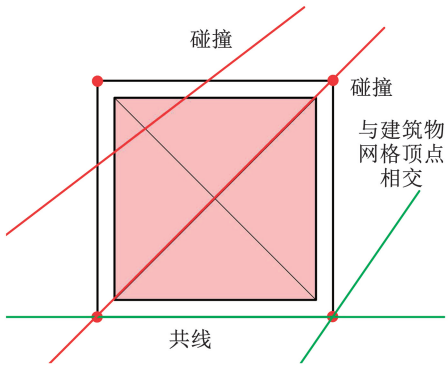


图 5　建筑物网格碰撞检测示意

Fig. 5　Schematic diagram of building grid collision detection

2.2.5　搜寻邻域，优化父节点

邻域节点搜索与最优父节点优化是 IRRT 算法的核心环节，其目标在于：在新节点 q_{new} 生成后，通

过搜索其邻域内已存在的树节点,筛选出无碰撞且能使新节点 q_{new} 路径成本最小的节点作为最优父节点 $q_{\text{best-parent}}$,从而降低路径总长度、提升路径质量。

$$\begin{cases}\Delta x_i = x_i - x_{\text{new}}, \Delta y_i = y_i - y_{\text{new}} \\ l = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \\ N(q_{\text{new}}) = \{q_i \in T, q_i \neq q_{\text{new}} \mid \Delta x_i \in l, \Delta y_i \in l\}\end{cases} \tag{15}$$

$$\begin{cases}f_{\text{init}}(q_{\text{new}}) = f(q_{\text{near}}) + f(q_{\text{near}}, q_{\text{new}}) \\ q_{\text{init-parent}} = q_{\text{near}}\end{cases} \tag{16}$$

式中:$N(q_{\text{new}})$ 为定义了新节点 q_{new} 的邻域节点集合;树节点的横、纵坐标与 q_{new} 的偏移量均在 $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$,即邻域范围内的节点为 q_{new} 距离为 2 的 24 个网格点;$f_{\text{init}}(q_{\text{new}})$ 为定义了 q_{new} 的初始综合路径代价(其中:$f(q_{\text{near}})$ 为最近节点的累计综合路径代价,$f(q_{\text{near}}, q_{\text{new}})$ 为最新节点到最近节点之间的距离)。

在式(16)中,通过遍历邻域节点集合 $N(q_{\text{new}})$,对每个邻域节点 $q_i \in N(q_{\text{new}})$,先通过碰撞检测排除不可行路径,再计算其对应的新节点综合路径代价,最终选择最小代价对应的节点作为最优父节点 $q_{\text{best-parent}}$。图 6 展示了搜寻邻域,优化父节点的流程。

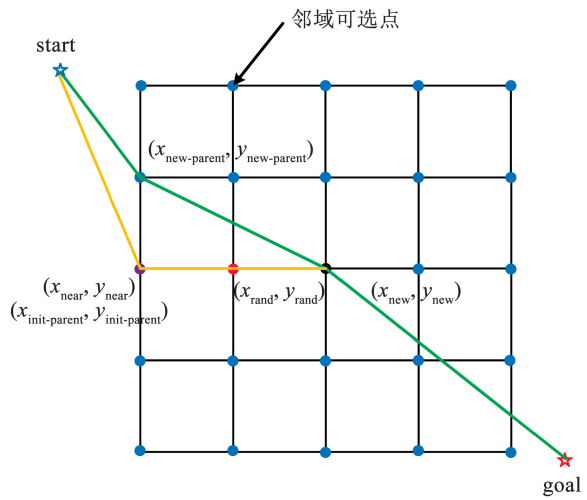


图 6 搜寻邻域,优化父节点示意

Fig. 6 Schematic diagram of search domain and parent node optimization

2.2.6 新节点添加至搜索树

新节点添加是 IRRT 算法构建搜索树的基础环节,是连接父节点优化与邻域重连的关键桥梁,核心目标为确保树的唯一性与完整性。在将新节点接入搜索树前,先检测该节点是否已存在,避免重复节点导致的计算冗余与路径冲突;若不存在,则以最优父节点和最小路径代价为属性,将新节点正式加入搜索树,同时记录节点索引以支撑后续重连与路径回溯。

$$\text{Exist}(q_{\text{new}}, T) = \forall_{i=1}^{|T|}(d(q_{\text{new}}, q_i) < \varepsilon) \tag{17}$$

$$T' = T \cup \{q_{\text{new}} \mid (x_{\text{new}}, y_{\text{new}}, i_{\text{best-pareant}}, f_{\min})\} \tag{18}$$

式中:式(17)用于检测新节点 q_{new} 是否已经在搜索树中存在,若不存在,则将其坐标(x_{new}, y_{new})、最优父节点索引 $i_{\text{best-parent}}$,以及对应的最小路径代价 $f_{\min}$ 加入搜索树中,如式(18)所示。

2.2.7 邻域节点重连

重连是 IRRT 算法中优化的核心机制,区别于邻域节点搜索与最优父节点优化中的优化父节点的单向优化,重连是双向优化,在新节点加入搜索树后,反向遍历其邻域节点,若邻域节点经新节点到起点的路径代价低于原路径代价,则更新邻域节点的父节点为新节点,并同步更新其累计路径代价。节点重连,可减少搜索树中的冗余路径,提升后续路径回溯的最优性。

2.2.8 目标附近检测

目标附近检测是 IRRT 算法探寻到目标有效路径的关键环节,其核心目标为判断新节点是否足够接近目标,尝试建立无碰撞的目标连接,若成功则回溯路径并保存,同时重置搜索树以寻找更优路径。

$$d(q_{\text{new}}, q_{\text{goal}}) \leqslant d_{\text{threshold}} \tag{19}$$

$$P = \{q_{\text{goal}} \leftarrow q_{\text{new}} \leftarrow q_{\text{parent(new)}} \leftarrow \cdots \leftarrow q_{\text{start}}\} \tag{20}$$

$$\mathbf{P}'_{\text{all}} = \mathbf{P}_{\text{all}} \cup \{(P_{\text{new}}, f(q_{\text{goal}}))\} \tag{21}$$

式中:在式(19)中,当新节点 q_{new} 与目标点 q_{goal} 的二维距离小于阈值 $d_{\text{threshold}}$ 时,则认定该路径有效,并通过式(20)反向回溯确定路径并计算相应的路径代价,式(21)则将新的可行路径加入路径集合。

本文的分层策略路径规划流程如图 7 所示。首先,经由 A* 算法的路径粗规划策略,确定了无人机全局的机库节点序列;同时机库节点序列作为细规划模块的输入,利用 IRRT 算法规划机库节点间的局部路径。

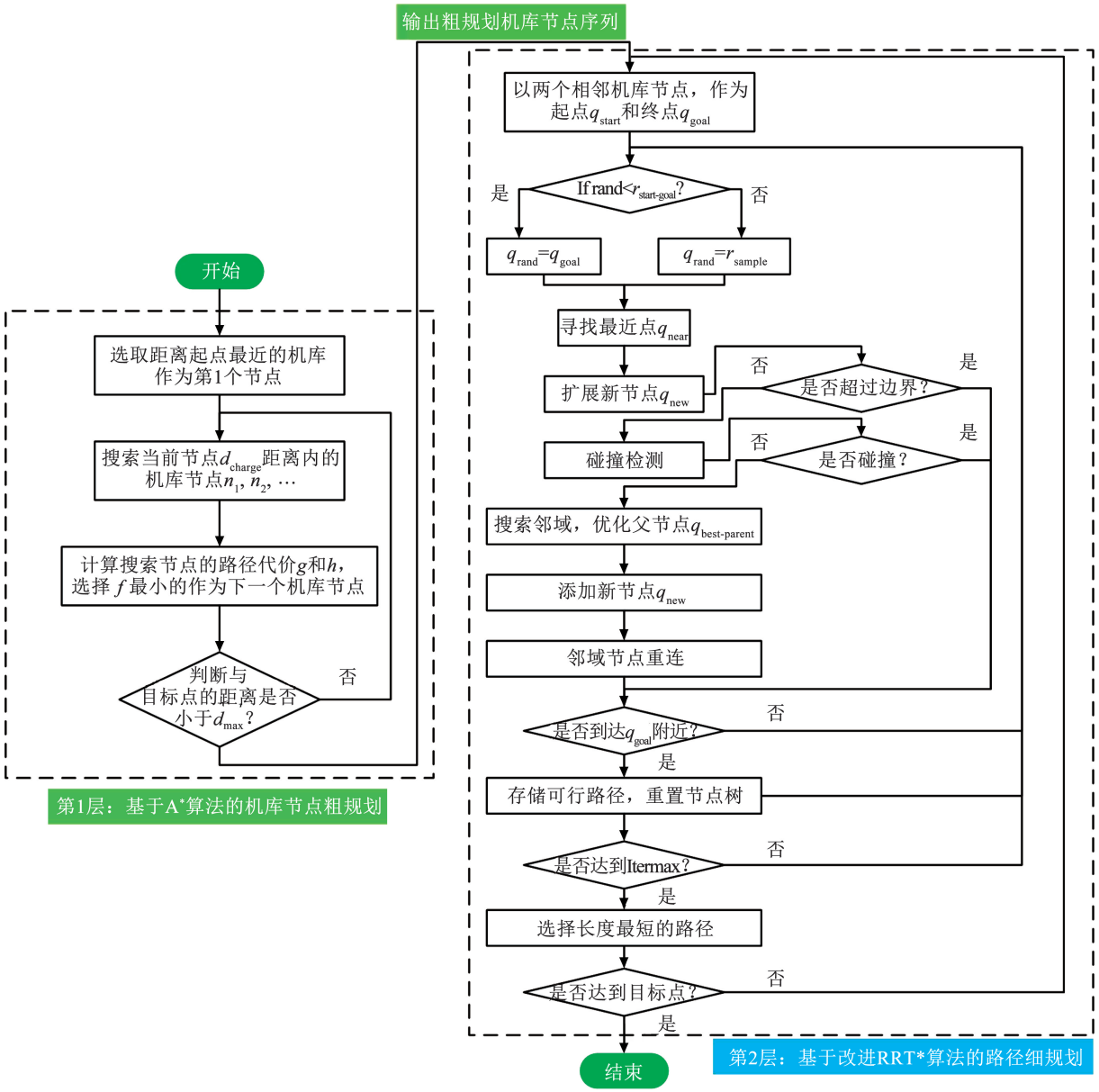


图 7　分层策略的无人机路径规划算法流程图

Fig. 7　Flowchart of unmanned aerial vehicle path planning algorithm with layering strategy

3　基于高度层和充电管理的时空优化

在路径规划算法输出可行路径后，无人机任务执行需解决路径的时空优化问题：在空间上，城市低空空域建筑物众多，需保障飞行安全；在时间上，优化机库无人机无线充电管理，提升任务效率。本文将围绕高度层和充电管理的时空优化展开，二者协同，为无人机任务的时空优化提供理论支撑。

3.1　基于路径特性的高度层分配

在城市低空环境的运行中，由于任务需求的多样性，在同一空域存在多架无人机执行任务的情况下，各无人机之间可能会产生路径冲突，从而威胁低空空域的运行安全。本文将基于 A* 算法生成的无线充电机库粗规划路径的几何特性，与所涉及机库节点间建筑物障碍与区间面积的地形特性相融合，确定各个无人机之间的任务优先级，以便对其高度层进行分配。

$$G_i=\alpha\cdot L_i+(1-\alpha)\cdot C_i,\ \alpha\in[0,1] \tag{22}$$

$$l_i=\sum_{k=1}^{m-1}d(q_k,q_{k+1}),L_i=l_i/\sum_{i=1}^{n}l_i \tag{23}$$

$$C_i=\frac{1}{l_i}\sum_{k=1}^{m-2}\left|\theta_{k+1}-\theta_k\right| \tag{24}$$

$$\begin{cases}T_i=\gamma\cdot N_{b,i}/S_i\\ S_i=(x_{\max,i}-x_{\min,i}+1)(y_{\max,i}-y_{\min,i}+1)\end{cases} \tag{25}$$

$$P_i=\omega\cdot G_i+(1-\omega)\cdot T_i \tag{26}$$

$$H\mathrm{rank}_i=\mathrm{rank}(P_i,\mathrm{descending}) \tag{27}$$

式中：G_i 为第 i 条粗规划机库节点序列的几何复杂度；L_i 为第 i 条规划的累计路径长度；C_i 为路径的方向变化率；θ_k 为第 k 段路径的方向角，通过归一化到路径长度，体现路径的转弯密集度；α 为路径几何特性之间的权重系数。式(25)定义了路径机库节点之间的建筑物复杂度 T_i，其中 $N_{b,i}$ 为第 i 条路径涉及机库节点间的建筑物网格数量，S_i 为机库节点间区域的面积，$\gamma>0$ 为建筑物权重系数。式(26)定义了第 i 条路径的任务优先级 P_i，加权融合路径几何复杂度 G_i 和建筑物复杂度 T_i，其中 ω 为两者之间的权重系数。最终，通过式(27)将所有路径的任务优先级进行降序排列，优先级越高的路径，则被分配更优的高度(较高空域，建筑物障碍较少)。

3.2 基于改进无线充电管理的时间分配

恒流(constant current，CC)充电是锂电池主流充电协议 CC-CV 的核心阶段，其原理为：在电池电压低于截止阈值时，以恒定电流(0.2 ~ 1.0 C)持续充电，直至电池电压达到预设上限后切换至恒压阶段。该阶段通过稳定电流的输入实现快速能量补给，但存在固有局限，传统 CC 阶段缺乏动态调整机制，CV 阶段的长耗时进一步限制了无线充电机库-无人机任务效率。

本文则根据文献[29]中提出的多阶段恒流(multi-stage constant current，MCC)充电策略，对无人机在机库中的无线充电流程的 CC 阶段进行改进。本文依托建设中的项目(图 8)，同时，其具体多阶段恒流策略见表 1。

在经由基于改进无线充电管理的时间分配获得无人机在建筑物间避障的细规划路径后，可运用 MCC 策略，并且基于机库节点之间的实际距离设定合适的充电阈值，如 80%、95% 和 100%。通过合适的充电阈值设置，可大幅提升任务的执行效率。

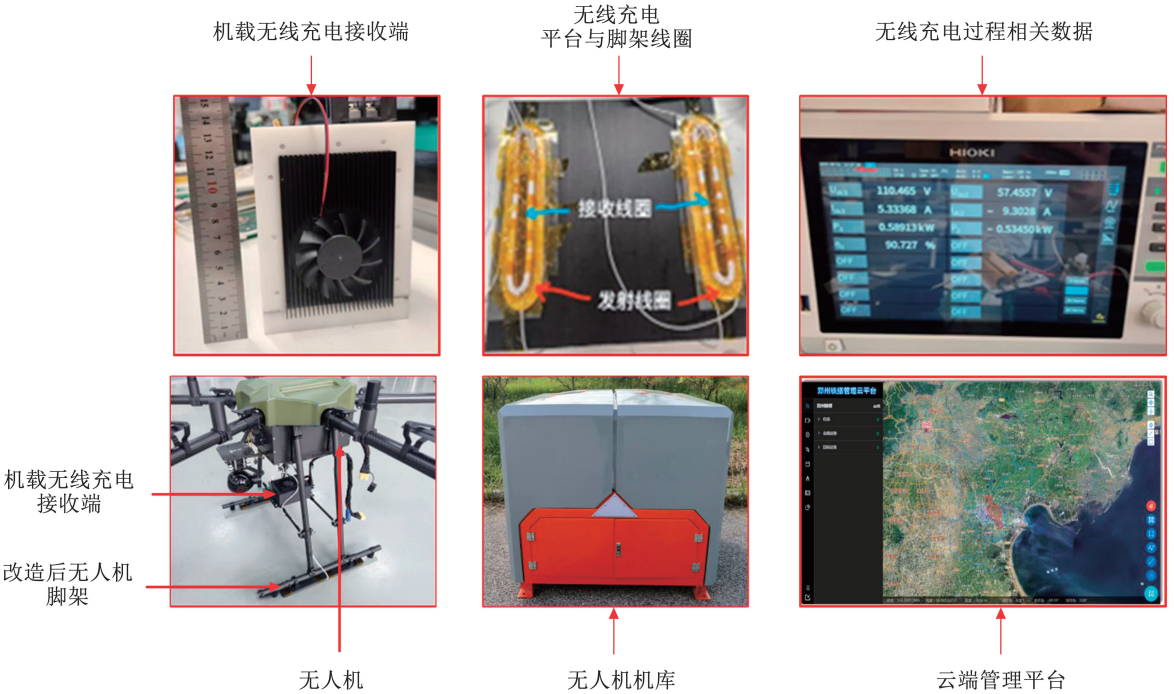


图 8 无线充电机库-无人机系统实物图

Fig. 8 Physical diagram of wireless charging hangar-unmanned aerial vehicle system

表 1 无线充电 CC 阶段充电策略

Tab. 1 Charging strategy in CC phase of wireless charging

充电策略		SOC/%				
		0 ~ 15	15 ~ 40	40 ~ 80	80 ~ 95	95 ~ 100
充电效率	MCC	2C	1C	C/2	C/5	CV
	CC		C/2		C/5	CV

本文基于锂电池的充电特性，提出动态充电管理策略如下：

$$SOC_{target}=\begin{cases}0.80, & d_{next}/d_{max}<0.70\\ 0.95, & 0.70\leqslant d_{next}/d_{max}<0.90\\ 1.00, & d_{next}/d_{max}\geqslant 0.90\end{cases} \quad (28)$$

在式(28)中，将根据两个机库节点间细规划路径长度和无人机的最大续航里程的比值，划定无人机的充电目标 SOC_{target}。

4　仿真研究

为了验证本文提出的基于无线充电机库-无人机协同系统的时空路径规划算法的有效性，分别设计了 3 组仿真实验。首先，第 1 组仿真中展示本文基于高度分层的格栅化城市环境和无人机机库设置，验证本文所提的基于 A* 算法在全局无线充电机库粗规划路径的有效性。其次，第 2 组仿真中，验证本文设计的高度层分配策略和 IRRT 算法进行机库节点间路径细规划的适用性。最后，第 3 组仿真中验证本文提出的改进无线充电管理策略在充电时间优化上的高效性。上述 3 个仿真实验中，建立的城市低空环境在 OX 和 OY 的范围均为[0，100 km]，同时仿真实验中涉及到的参数设置见表 2。同时，上述 3 个仿真实验均在搭载 Intel(R) Core(TM) i5 - 8300H CPU @ 2.30 GHz 的台式机上运行，仿真软件平台为 Matlab 2024b。

表 2　仿真实验中相关参数表

Tab. 2　Related parameters in simulation experiments

t_{max}/min	v_{opt}/(m·s^{-1})	d_{max}/km	d_{charge}/km	I_{max}	d/km	α	γ	ω	t_{charge}/min
40	10	24	20.4	5 000	2	0.7	1.0	0.6	30

4.1　高度分层的城市环境模型与机库路径粗规划仿真实验

首先，依据 120 m 高度的低空空域限制，并且参考相关文献[23]中对于各种高度层建筑物的分布概率，本文在 100 km × 100 km 的矩阵区域内，建立 50 × 50 的网格地图如图 9 所示，其中各个高度层建筑占整个地图面积的比例见表 3。需要注意的是，在图 9 中标记为红色方格的区域为机库节点所在地，其具体位置为所属网格的正中心，且各个相邻节点之间的距离应满足式(5)中定义的距离限制，以保障无人机的安全运行。

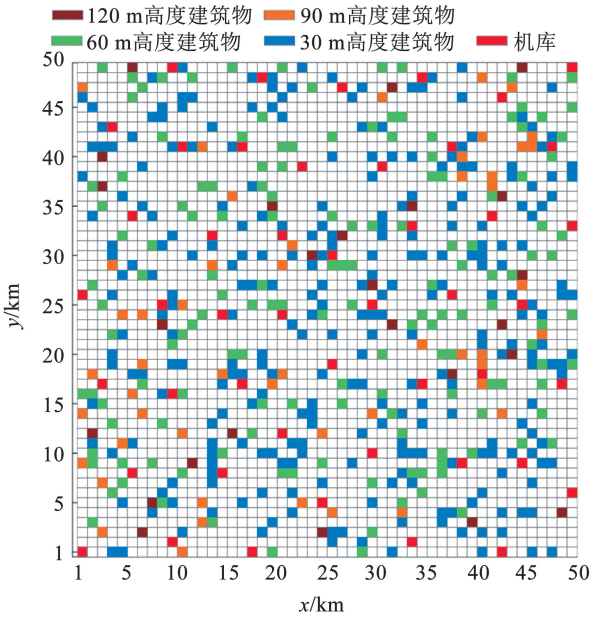


图 9　本文所用网格城市环境

Fig. 9　Grid urban environment used in this paper

表 3　各个高度层建筑物分布表

Tab. 3　Distribution of buildings in various altitude layers

高度层/m	30	60	90	120
数量	275	150	50	25
建筑物比例/%	55	30	10	5

同时，本文将设置 4 组不同起始点的路径，用于测试本文算法的适用性，其起始点网格坐标见表 4。

表 4　4 条路径的起始点信息

Tab. 4　Start and end point information of four paths

编号	1	2	3	4
起点坐标	(2，40)	(1，5)	(1，21)	(25，50)
终点坐标	(47，1)	(49，49)	(49，36)	(26，1)

首先，根据本文提出的 A* 算法，将对 4 条路径的无线充电机库节点进行粗规划，得到的粗规划路径如图 10 所示。从图 10 可以看出，无人机执行各自任务时，基于 A* 算法的无线充电机库节点的路径粗规划结果，其生成的对应路径的无线机库节点序列，将作为输入用于确定各自路线间的高度优先级和对应高度层的建筑物间避障路径细规划。

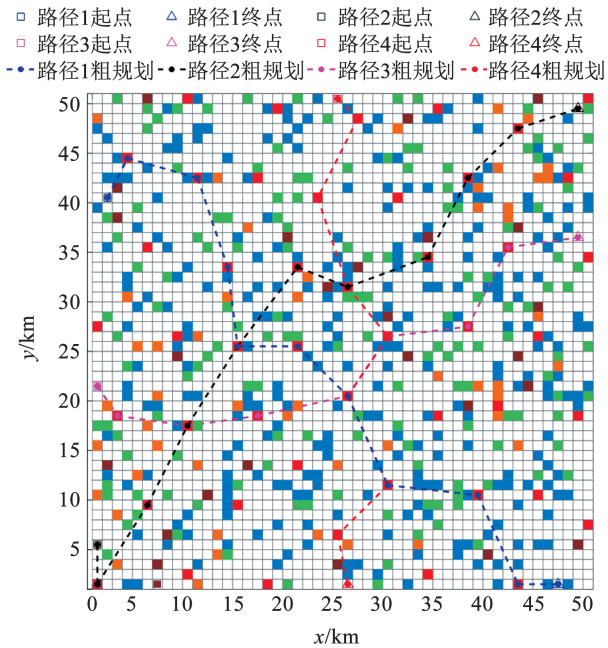


图 10　4 条路径的无线充电机库节点粗规划

Fig. 10　Coarse planning of wireless charging hangar nodes for four paths

4.2 基于路径特性的高度分配和无人机路径细规划仿真实验

在高度分层的城市环境模型与机库路径粗规划仿真实验中得到各路径无线充电机库节点序列后，首先计算粗规划路径特性，以便对 4 条路径的高度分配优先级进行排序，依照高度分层的城市环境模型与机库路径粗规划仿真实验中式(22)～(27)，4 条路径的几何特性、地形复杂度、综合优先级，以及对应分配的高度层见表 5。

表 5 各路径的路径特性及排序

Tab. 5 Characteristics and ranking of each path

路径	累计长度 l/km	路径长度比例 L	方向变化率 C	建筑物复杂度 T	综合优先级 P	优先级排序	高度分层/m
1	150.251 0	0.279 9	0.111 7	0.197 4	0.210 8	2	90
2	156.162 6	0.291 0	0.082 5	0.184 4	0.216 6	1	120
3	116.511 9	0.217 1	0.081 9	0.163 8	0.171 4	3	30
4	113.785 4	0.212 0	0.120 3	0.176 0	0.181 1	4	60

依据表 5 的排序结果，根据路径特性的高度层分配结果可知，本文设置的 4 条路径中，路径 2 的综合优先级最高，将其高度层设定为 120 m；同时，根据粗规划机库节点序列和所分配高度层，利用本文提出的 IRRT 算法得到的细规划路径如 11、12 所示。图 11、12 展示了结合粗规划的高度层分配，和按照高度层分配后的细规划结果。从图 12 可以看出，细规划模块根据粗规划的无线充电机库节点序列，结合本文提出的高度分层城市环境格栅化建模，能够有效地生成符合建筑物间避障要求的路径。同时，上述图 11、12 也展示了本文 IRRT 算法与 RRT、RRT* 算法的对比，由于算法均具有一定的随机性，为了验证算法的性能，在采用相同最大迭代次数 I_{max} 和 100 次独立仿真下，其路径的统计数据对比见表 6。

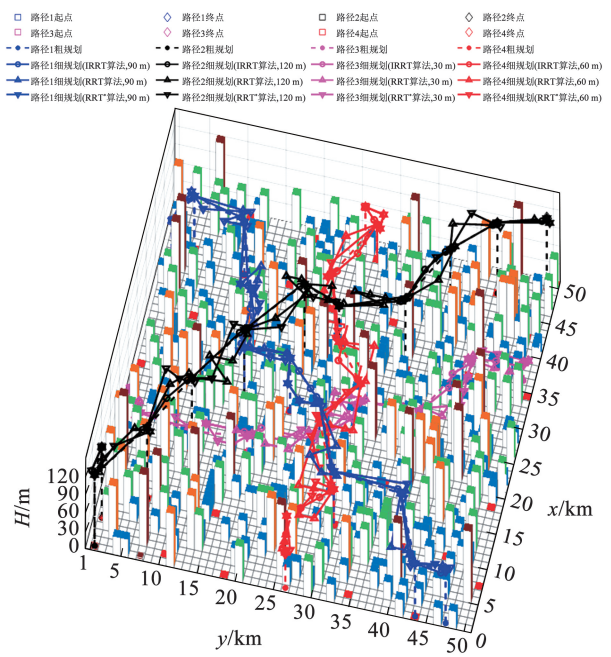


图 11 路径细规划结果(三维)

Fig. 11 Detailed path planning results(three-dimensional results)

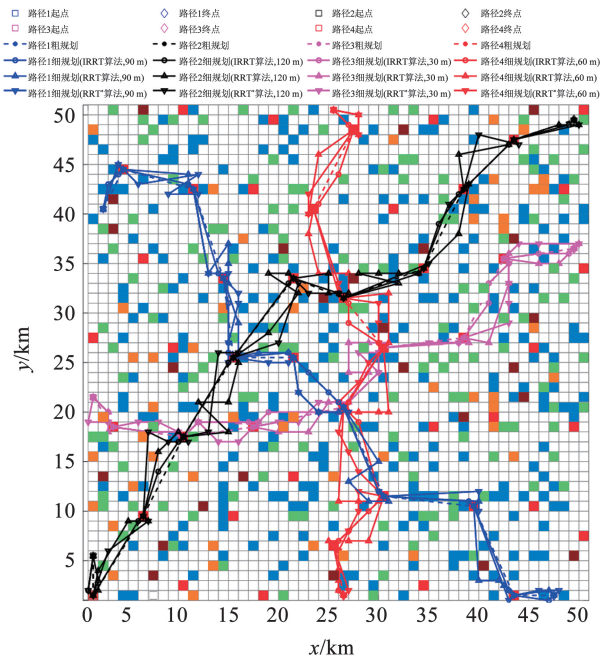


图 12 路径细规划结果(二维)

Fig. 12 Detailed path planning results(two-dimensional results)

表 6 不同算法的计算代价和路径 3 的数据

Tab. 6 Computational cost of different algorithms and data of path 3

算法	平均计算时长/s	总长度平均值/km	总长度方差	机库节点间路径最大距离/km	机库节点间路径长度超过 d_{max} 的次数
IRRT	21.3	**123.401 1**	**0.050 5**	**20.598 6**	0
RRT	3.5	154.751 3	79.593 9	38.557 9	91
RRT*	20.5	155.876 6	44.870 1	32.985 4	66

由于路径 3 分配的高度层最低，更能充分测试算法性能，因此本文对路径 3 的细规划数据展开分析。从表 6 可以看出，在满足避障要求的前提下，本文提出的 IRRT 算法细规划的路径长度最小，且 100 次实验下的路径长度方差也最小，同时机库节点间的细规划路径满足无人机续航限制；相比之下，RRT、

RRT*算法在路径细规划方面效果较差。在计算代价方面,RRT 算法因迭代截止机制的设计,规划全部 4 条路径的总时长最短;而 IRRT 算法由于树的存储与重置规则,其计算时长与 RRT*算法基本一致。综上所述,本文提出的 IRRT 算法在多方面展现出更优性能。

4.3　基于改进无线充电管理的时间分配仿真实验

在进行充电时间分配的仿真实验中,将设置以下实验组和对照组见表 7。

表 7　时间分配仿真实验实验组与对照组

Tab. 7　Experimental group and control group in time allocation simulation experiment

序号	充电策略	是否按需充电	实验类型
1	CC100	充致 100%	对照组
2	DCC	按需充电	对照组
3	MCC100	充致 100%	对照组
4	DMCC	按需充电	实验组

在确定了细规划路径之后,在实际飞行中无人机一般采取定速巡航模式,故在整个任务的执行效率上关键点在于充电时间优化,同时由于常用无人机锂电池在充电时,SOC 为 80% 的充电时间只占 1/3,可根据实际规划的机库节点之间的路径长度灵活规划充电比例。

本文将以路径 2 为例,针对按照表 7 中的设置进行相关实验,同时设定无人机从起点起飞时电量为 100%。路径 2 中各相邻机库节点间距离和对应充电时间见表 8。

表 8　路径 2 时间分配实验数据

Tab. 8　Time allocation experimental data of path 2

路径/km	充电时间/min				SOC_{target}/%
	CC100	DCC	MCC100	DMCC	
9.099 0					
18.907 1	20.3	8.6	20.3	8.6	95
18.112 1	26.6	15.8	25.2	13.9	95
18.907 1	26.1	15.3	24.9	13.6	95
20.015 3	26.7	15.7	25.2	13.9	95
10.901 0	27.4	10.7	25.6	8.3	80
17.225 6	21.5	12.9	21.5	12.5	95
18.112 1	25.6	14.7	24.7	13.4	95
14.142 1	26.2	9.4	24.9	7.8	80
12.816 0	23.1	9.2	23.6	7.7	80
总计耗时/min	223.5	112.3	215.9	**99.7**	

基于表 8 中路径 2 的充电时间分配方案开展仿真验证,结果表明:本文提出的动态电源目标分配方案,相较于常规的满充电策略,整体充电时间缩减 55%。同时,本文引入的多阶段恒流 MCC 充电策略,与式(28)的动态充电目标电量设置,其相较于普通 CC 恒流充电策略,充电时间降低了 10%。

5　结　论

1)建立了契合低空飞行法规与城市建筑分布的高度分层格栅化环境模型,即“基于 120 m 飞行高度限制的 4 层高度划分策略(30、60、90、120 m)的城市格栅化建模”。该模型从实际出发,以中国无人机飞行高度法规为依据,充分考虑城市建筑分布特征,为无线充电机库-无人机协同系统的时空路径规划提供了基础环境支撑,确保规划场景与实际城市低空环境的一致性,为后续路径规划与时空优化奠定可靠的空间基础。

2)提出分层路径规划算法,并验证了其在全局与局部规划衔接上的高效性,即“A*算法全局机库节点粗规划与改进快速探索随机树(IRRT)算法局部建筑避障细规划的双层规划算法”。该算法从机库-无人机系统路径规划的全局与局部出发,以 A*算法实现全局机库节点的快速、高效粗规划,再通过 IRRT 算法的精准碰撞检测与循环迭代寻优,完成局部建筑避障的精细化规划,实现了全局路径与局部避障的高效衔接,解决了传统单一规划算法难以兼顾全局与局部的问题,为无人机在城市建筑环境中的安全、高效飞行路径规划提供了技术方案。

3)在时空优化与系统拓展性方面,验证了动态 MCC 充电策略的高效性。首先,动态 MCC 充电策略较满充策略总充电时间缩减 55%、较传统 CC 策略降低 10%,大幅提升了充电与任务执行效率;其次,高度层分配策略依据路径特性分配飞行高度,有效避免了空域冲突,保障了飞行安全;最后,本文暂以单无人机路径规划为主,未充分考虑多机协同场景,未来可拓展多无人机动态调度研究,同时融入复杂气象条件对飞行的影响,进一步优化系统在实际城市环境中的适应性,推动无线充电机库-无人机系统更广泛落地,助力低空经济高质量发展。

参考文献

[1]胡文晓, 牟迪, 李智, 等. 低空经济发展的关键技术问题与创新策略[J]. 航空学报, 2025, 46(11): 101

Hu Wenxiao, Mou Di, Li Zhi, et al. Key technical issues and innovation strategies for development of low-altitude economy[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2025, 46(11): 101. DOI: 10.7527/S1000-6893.2024.31539

[2]马钦, 唐庚宇, 付尊元, 等. 中国无人驾驶农机技术与机库自动泊机方法研究进展[J]. 农业工程学报, 2025, 41(10): 15
Ma Qin, Tang Gengyu, Fu Zunyuan, et al. Research progress on autonomous agricultural machinery technology and automatic parking methods in China[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2025, 41(10): 15. DOI: 10.11975/j.issn.1002-6819.202410129

[3]熊斌, 沈伶康, 姚晓君, 等. 基于无人机库的自动充电系统研究[J]. 数字通信世界, 2025(1): 34
Xiong Bin, Shen Lingkang, Yao Xiaojun, et al. Research on automatic charging based on unmanned aerial vehicle hangar[J]. Digital Communication World, 2025(1): 34. DOI: 10.3969/J.ISSN.1672-7274.2025.01.010.

[4]岳文婷. 无人机自动充电机库设计[J]. 机电信息, 2024(14): 46
Yue Wenting. Design of UAV automatic charging hangar[J]. Mechanical and Electrical Information, 2024(14): 46. DOI: 10.19514/j.cnki.cn32-1628/tm.2024.14.010

[5]Yang Yunhong, Xiong Xingzhong, Yan Yuehao. UAV formation trajectory planning algorithms: a review[J]. Drones, 2023, 7(1): 62. DOI:10.3390/drones7010062

[6]Luo Junhai, Tian Yuxin, Wang Zhiyan. Research on unmanned aerial vehicle path planning[J]. Drones, 2024, 8(2): 51. DOI: 10.3390/drones8020051

[7]牛轶峰, 刘天晴, 李杰, 等. 密集环境中无人机协同机动飞行运动规划方法综述[J]. 国防科技大学学报, 2022, 44(4): 1
Niu Yifeng, Liu Tianqing, Li Jie, et al. Review on motion planning methods for unmanned aerial vehicle cooperative maneuvering flight in cluttered environment[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2022, 44(4): 1. DOI: 10.11887/j.cn.202204001

[8]Wu Yu, Low K H, Pang Bizhao, et al. Swarm-based 4D path planning for drone operations in urban environments[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2021, 70(8): 7464. DOI: 10.1109/TVT.2021.3093318

[9]Wu Yu, Low K H, Hu Xinting. Trajectory-based flight scheduling for AirMetro in urban environments by conflict resolution[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2021, 131: 103355. DOI:10.1016/j.trc.2021.103355

[10]刘庆健, 疏利生, 刘刚, 等. 低空无人机路径规划算法综述[J]. 航空工程进展, 2023, 14(2): 24
Liu Qingjian, Shu Lisheng, Liu Gang, et al. A survey of low altitude UAV path planning algorithms[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2023, 14(2): 24. DOI: 10.16615/j.cnki.1674-8190.2023.02.03

[11]宁聪, 范菁, 孙书魁. 多无人机协同规划研究综述[J]. 计算机工程与应用, 2025, 61(1): 42
Ning Cong, Fan Jing, Sun Shukui. Review of multi-UAV collaborative planning research[J]. Computer Engineering and Applications, 2025, 61(1): 42. DOI: 10.3778/j.issn.1002-8331.2405-0110

[12]闫少华, 石星雨, 张兆宁. 基于改进 A* 算法的城市物流无人机三维路径规划[J]. 科学技术与工程, 2024, 24(29): 12781
Yan Shaohua, Shi Xingyu, Zhang Zhaoning. Three-dimensional path planning of urban logistics UAVs[J]. Science Technology and Engineering, 2024, 24(29): 12781. DOI: 10.12404/j.issn.1671-1815.2307958

[13]祝文杰, 李维, 王子炎. 改进 A* 算法的无人机城市低空物流路径规划[J]. 计算机工程与应用, 2025, 61(19): 302
Zhu Wenjie, Li Wei, Wang Ziyan. Improved A* algorithm for UAV path planning in urban low-altitude logistics[J]. Computer Engineering and Applications, 2025, 61(19): 302. DOI: 10.3778/j.issn.1002-8331.2503-0300

[14]顾秋逸, 李大鹏. 基于改进 RRT 算法的无人机路径规划[J]. 无线电通信技术, 2024, 50(6): 1184
Gu Qiuyi, Li Dapeng. Unmanned aerial vehicle path planning based on improved RRT algorithm[J]. Radio Communications Technology, 2024, 50(6): 1184. DOI: 10.3969/j.issn.1003-3114.2024.06.017

[15]张彪, 康峰, 许舒婷. 基于改进 RRT 与 GA 的多目标路径规划—以无人机林区巡检为例[J]. 北京林业大学学报, 2025, 47(4): 129
Zhang Biao, Kang Feng, Xu Shuting. Multi-objective path planning based on improved RRT and GA: taking UAV forest inspection as an example[J]. Journal of Beijing Forestry University, 2025, 47(4): 129. DOI:10.12171/j.1000-1522.20240356

[16]陈明强, 周子杨, 张勇, 等. 基于改进 RRT* 算法的无人机三维航迹规划[J]. 兵器装备工程学报, 2025, 46(4): 192
Chen Mingqiang, Zhou Ziyang, Zhang Yong, et al. Three-dimensional path planning of UAV based on improved RRT* algorithm[J]. Journal of Ordnance Equipment Engineering, 2025, 46(4): 192. DOI: 10.11809/bqzbgcxb2025.04.024

[17]李书清, 龙理晴, 范琪, 等. 基于改进 RRT* 的无人机电力巡检路径规划研究[J]. 工业控制计算机, 2025, 38(6): 32
Li Shuqing, Long Liqing, Fan Qi, et al. Research on route planning of UAV power inspection based on improved RRT*[J]. Industrial Control Computer, 2025, 38(6): 32. DOI: 10.3969/j.issn.1001-182X.2025.06.012

[18]李楠, 辛春阳. 基于聚类-Floyd-遗传算法的“车辆+无人机”城市物流配送路径优化[J]. 科学技术与工程, 2024, 24(21): 9186
Li Nan, Xin Chunyang. Urban logistics distribution routing optimization of “vehicle-drone” based on clustering-floyd-genetic algorithm[J]. Science Technology and Engineering, 2024, 24(21): 9186. DOI: 10.12404/j.issn.1671-1815.2305552

[19]武晓雯, 郭孟营, 胡阿建, 等. 基于改进遗传粒子群算法的无人机路径规划[J]. 仪器仪表学报, 2025, 46(4): 315
Wu Xiaowen, Guo Mengying, Hu Ajian, et al. Path planning for UAV based on improved hybrid genetic particle swarm algorithm[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2025, 46(4): 315. DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2413512

[20]费陈, 赵亮, 段正裕, 等. 基于改进粒子群算法的无人机蜂群航迹规划研究[J]. 火炮发射与控制学报, 2026, 47(3): 32
Fei Chen, Zhao Liang, Duan Zhengyu, et al. Research on UAV swarm trajectory planning based on improved particle swarm optimization[J]. Journal of Gun Launch & Control, 2026, 47(3): 32. DOI: 10.19323/j.issn.1673-6524.202502019

(下转第 226 页)