

DOI:10.11918/202504001

有理函数统一形式的结构性黏土弹黏塑性模型

胡亚元¹, 章成¹, 曾甄², 周建¹, 邢恩达², 龚晓南¹

(1. 浙江大学滨海和城市岩土工程研究中心, 杭州 310058;

2. 浙江省水利水电勘测设计院有限责任公司, 杭州 310002)

摘要: 针对结构性黏土压缩变形过程中应力-应变关系的显著非线性特征, 以及传统本构模型存在的数学形式固化与适用性局限问题, 本研究提出了一种有理函数统一形式的结构性黏土弹黏塑性本构模型。首先, 基于 Maxwell 力学元件, 将总应变分为弹性与黏塑性应变之和, 重点探究与结构性相关的黏塑性应变, 根据一维压缩试验特征提出有理函数形式的黏塑性应变-有效应力-等效时间表达式。其次, 基于“土体黏塑性应变率仅取决于有效应力和黏塑性应变”的假定, 结合等效时间概念推导出结构性黏土的黏塑性应变率表达式, 构建结构性黏土一维弹黏塑性模型。再次, 介绍模型参数的计算方法, 利用线性规划方法, 将参数求解问题转化为多元线性回归问题, 借用计算机技术进行矩阵求解。最后, 在模型验证时推导了突然加载情况下土体应变随实际时间的变化规律, 并用本文模型对常规固结试验和蠕变试验进行模拟分析, 验证本文模型的适用性和参数计算方法的可行性。研究表明, 本文提出的结构性黏土等效时间模型能够较好地描述结构性黏土在一维压缩条件下的有效应力-黏塑性应变关系和总应变-时间关系。

关键词: 天然软黏土; 结构性; 弹黏塑性本构模型; 有理函数; 等效时间

中图分类号: TU442

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2026)05-0159-09

Elastic-viscoplastic model for structural clays based on a unified form of rational functions

HU Yayuan¹, ZHANG Cheng¹, ZENG Zhen², ZHOU Jian¹, XING Enda², GONG Xiaonan¹

(1. Research Center of Coastal and Urban Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China;

2. Zhejiang Design Institute of Water Conservancy and Hydroelectric Power Co., Ltd., Hangzhou 310002, China)

Abstract: To address the pronounced nonlinearity of stress-strain relationships during the compression deformation of structured clay and the limitations of traditional constitutive models in terms of mathematical rigidity and applicability, this study proposes an elasto-viscoplastic constitutive model for structured clays based on a unified rational function formalism. First, based on Maxwell elements, this study decomposed the total strain into the sum of elastic and viscoplastic strains, with a focus on investigating viscoplastic strain associated with structural effects. A rational function expression for viscoplastic strain-effective stress-equivalent time was established through one-dimensional compression behaviors. Second, under the assumption that “the viscoplastic strain rate of soil depends solely on effective stress and viscoplastic strain,” the viscoplastic strain rate expression for structured clay was derived by integrating the concept of equivalent time, and then a one-dimensional elasto-viscoplastic constitutive model for structured clay was derived. Third, the parameter calculation method was introduced, transforming the problem of solving parameters into a multiple linear regression task by using linear programming techniques, with matrix solutions implemented through computational tools. Finally, during model verification, the strain variation of soil under sudden loading conditions as a function of real time was derived. The model was applied to simulating conventional consolidation tests and creep tests, demonstrating its applicability and the feasibility of the parameter calculation method. The research results indicate that the proposed equivalent time model for structured clay effectively describes both the effective stress-viscoplastic strain relationship and the total strain-time relationship under one-dimensional compression.

Keywords: natural soft clay; structural characteristics; elasto-viscoplastic constitutive model; rational function; equivalent time

收稿日期: 2025-04-01; 录用日期: 2025-05-30; 网络首发日期: 2025-08-29

网络首发地址: <https://link.cnki.net/urlid/23.1235.T.20250829.0926.010>

基金项目: 国家自然科学基金(52178360); 浙江省自然科学基金(LY24E080008); 浙江省水利厅科技项目(RA2012)

作者简介: 胡亚元(1968—), 男, 博士, 副教授

通信作者: 胡亚元, huyayuan@zju.edu.cn

软黏土作为典型的天然地质材料,在外力作用下表现出显著的时效性与结构性特征^[1-3]。这些力学特性对工程安全与稳定性具有重要影响^[4-6]。因软黏土在成分、结构和灵敏度上存在天然差异,不同土体的应力-应变关系各异,呈现出高度复杂的本构性质^[7-8]。学者们针对软黏土不同的力学行为提出了多种本构模型, Leroueil 等^[9]基于有效应力-应变-应变率($\sigma' - \varepsilon - \dot{\varepsilon}$)之间的关系,提出了描述软黏土时间效应的应变率模型; Yin 和 Graham^[10-11]基于有效应力-有效应力率-应变-应变率($\sigma' - \dot{\sigma}' - \varepsilon - \dot{\varepsilon}$)之间的关系,建立了等效时间流变模型;尹振宇等^[12-13]和柯文汇等^[14]提出考虑结构损伤的指数型一维弹黏塑性模型;曾玲玲等^[15]利用双对数关系描述软黏土的压缩曲线,提出考虑土体结构性的一维弹黏塑性模型; Zhou 等^[16]提出分数阶应变率的本构方程。传统本构模型虽描述了软黏土的时效性与结构性特征,但因其依赖传统建模方法,需按照预设采用固定的数学表达式,易陷入“一土一模型,一域一方程”的困境,限制了传统本构模型的推广和应用。

计算机技术与人工智能的快速发展为解决土体复杂性难题提供了新契机^[17-18],如何将人工智能与岩土本构建模有效结合,已成为岩土工程领域亟待解决的前沿课题^[19-20]。人工智能具有强大的数据处理、参数识别和自适应学习能力^[21-22]。利用人工智能这些优势,可以用现代数学理论构建普适性本构模型反映软黏土力学特性,以及可以采用大数据来反映不同土体力学行为在高维函数空间的权重,通过“一土一数据,一域一数据”来反映软黏土的空间离散性特征和区域性特征。目前人工智能应用于岩土本构关系主要有两类方法:一是数据驱动建模法,利用深度神经网络的函数拟合能力,通过力学响应数据集训练网络权重,构建“黑箱”模型逼近土体力学行为。例如王钰轲等^[23]利用深度卷积神经网络与 LSSVM 算法,建立了路基粉土抗剪强度预测模型;张璠等^[24]采用 LSTM 算法建立了灰砂岩在常规三轴压缩和应力松弛下的力学特性预测模型; Cui 等^[25]基于工程数据库与 BP 网络开发了土体参数预测模型。二是泛化传统本构模型法,通过扩展传统本构方程为统一表达式,利用反演参数实现模型类间适配,完成不同类别土体的本构建模。如高玮等^[26]提出屈服函数统一表达式,将本构模型类间识别问题转化为典型的类内参数辨识问题,结合仿生算法完成本构建模。然而,两类方法均存在局限,前者因神经网络非线性程度高,难以揭示力学机理,提

高了理解门槛;后者受经验公式体系限制,难以突破传统框架。

受上述两种人工智能建模方法的启发,本研究提出一种基于有理函数统一形式的结构性黏土一维弹黏塑性模型。首先,有理函数可以逼近任意函数,采用有理函数形式的本构模型在数学表达上具有统一性,从而将建模问题转化为模型类内参数辨识问题;其次,通过调整多项式阶次和系数,可以模拟软黏土力学行为的区域化特征,建立特定形式的本构模型,突破“模型类型锁定”困境。再次,有理函数具有强大的非线性映射能力^[27],其渐近行为可精确刻画软黏土变形的非线性损伤特征,通过与等效时间概念结合,有理函数形式的本构模型可以同时描述黏土的时效性和结构性特征。最后,当软黏土性质非常复杂时,可将人工智能机器学习技术引入优化算法,实现有理函数形式下本构模型参数的高效与精准计算。

基于以上分析,本文从结构性黏土的一维压缩特性出发,探讨与土体结构性相关的黏塑性应变演化规律,提出基于有理函数形式的黏塑性应变表达式。结合等效时间概念推导出黏塑性应变率的数学表达式,进而构建具有统一数学形式的结构性黏土一维弹黏塑性本构模型。最后,用线性回归的方式计算模型参数,并利用典型结构性软黏土的压缩固结试验和蠕变试验验证模型和参数计算方法的合理性。

1 有理函数形式的黏塑性应变表达式

1.1 重塑黏土的黏塑性应变表达式

根据土工试验结果,可用 Maxwell 力学元件模拟土体的一维变形性质^[28],如图 1 所示。Maxwell 模型假设总应变为弹性应变(瞬时可逆)与黏塑性应变(时间相关且不可逆)的线性叠加,其中弹簧表征弹性应变 ε_z^e ,黏壶元件表征黏塑性应变 ε_z^{vp} 。因此,土体的总应变可以表示为

$$\varepsilon_z = \varepsilon_z^e + \varepsilon_z^{vp} \quad (1)$$

式中, ε_z 、 ε_z^e 和 ε_z^{vp} 均为一维条件下的应变。

根据经典土力学,弹性应变 ε_z^e 与有效应力 σ'_z 的关系式为

$$\varepsilon_z^e = \varepsilon_{z0}^e + \frac{\kappa}{V} \ln \frac{\sigma'_z}{\sigma'_{z0}} \quad (2)$$

式中: κ 为 $e - \ln \sigma'_z$ 坐标下的回弹指数,其中 e 为孔隙比; σ'_z 为有效应力; σ'_{z0} 为初始有效应力; $V = 1 + e_0$ 为特征体积, e_0 为初始孔隙比; ε_{z0}^e 为当 $\sigma'_z = \sigma'_{z0}$ 时的土体应变。

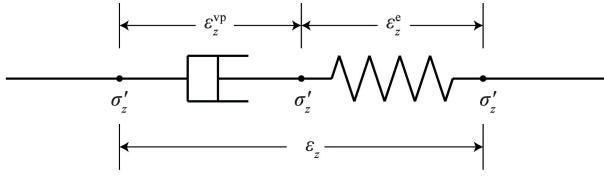


图1 Maxwell力学元件

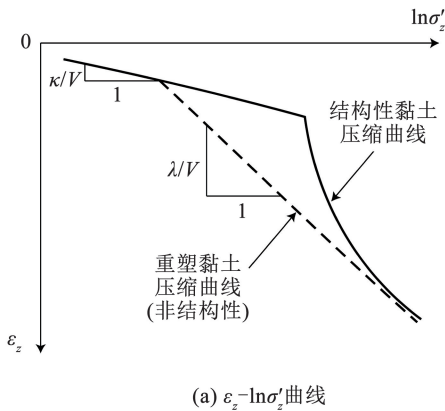
Fig.1 Maxwell element

Yin 和 Graham 根据土工试验和 Bjerrum 蠕变图提出了等效时间概念,在恒定有效应力的条件下,土体蠕变正比于等效时间的对数项。根据 Yin 和 Graham 的研究成果,令 t_e 和 t_0 分别为等效时间和参考等效时间,对于不同的恒定有效应力,土体的总应变可由经验公式^[10-11]表示为

$$\varepsilon_z = \varepsilon_{z0} + \frac{\lambda}{V} \ln \frac{\sigma'_z}{\sigma'_{z0}} + \frac{\psi}{V} \ln \frac{t_e + t_0}{t_0} = \varepsilon_{z0} + \frac{\lambda}{V} \ln \frac{\sigma'_z}{\sigma'_{z0}} + \frac{\psi}{V} \ln \frac{T}{T_0} \quad (3)$$

式中: λ 为 $e - \ln \sigma'_z$ 坐标下的压缩指数, ψ 为次固结指数, ε_{z0} 为当 $t_e = 0$ 且 $\sigma'_z = \sigma'_{z0}$ 时的土体应变, $T = t_e + t_0$ 为绝对等效时间^[28-29], $T_0 = t_0$ 为参考绝对等效时间^[28-29]。

将式(2)和式(3)联立消去弹性分量后,可得黏塑性应变表达式为



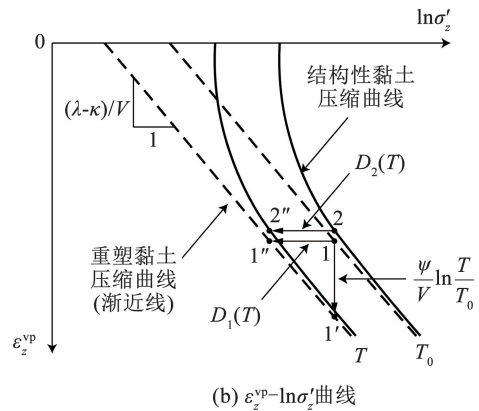
(a) $\varepsilon_z - \ln \sigma'_z$ 曲线

$$\varepsilon_z^{vp} = \varepsilon_{z0}^{vp} + \frac{\lambda - \kappa}{V} \ln \frac{\sigma'_z}{\sigma'_{z0}} + \frac{\psi}{V} \ln \frac{T}{T_0} \quad (4)$$

式中, $\varepsilon_{z0}^{vp} = \varepsilon_{z0} - \varepsilon_{z0}^e$ 为初始黏塑性应变。式(4)即为重塑黏土(非结构性)的黏塑性应变表达式。

1.2 $T = T_0$ 时刻结构性黏土的黏塑性应变表达式

天然软黏土与重塑黏土的本质差异源于自然应力作用下形成的结构性。如图 2(a) 所示,结构性黏土的一维压缩曲线表现出显著的非线性特征,随着有效应力的增大,土体结构破坏殆尽,其压缩曲线趋近于重塑黏土的压缩曲线。值得注意的是,土体弹性应变在卸载后可恢复,因此可认为与土体结构破坏相关的为黏塑性应变,故本文将重点研究黏塑性应变随有效应力的变化规律。从图 2(b) 中可以看出,结构性黏土和重塑黏土 $\varepsilon_z^{vp} - \ln \sigma'_z$ 曲线的空间位置均随着绝对等效时间的取值而发生改变。本文首先研究绝对等效时间 $T = T_0$ 时(即参考绝对等效时间线)的压缩方程,并令该时刻土体的黏塑性应变为 ε_{zr}^{vp} ,获得 $\varepsilon_{zr}^{vp} - \ln \sigma'_z$ 关系式。然后再根据不同绝对等效时间压缩线之间的关系,由参考绝对等效时间压缩线的 $\varepsilon_{zr}^{vp} - \ln \sigma'_z$ 关系式,获得一般绝对等效时间(T 时)压缩线的 $\varepsilon_z^{vp} - \ln \sigma'_z$ 关系式。



(b) $\varepsilon_z^{vp} - \ln \sigma'_z$ 曲线

图2 结构性黏土和重塑黏土的一维压缩曲线

Fig.2 One-dimensional compression curves for structured clay and reconstituted clay

传统本构方程常采用固定形式的数学函数来描述土体应力-应变关系。然而人工智能算法凭借其强大的函数逼近能力和数据处理能力,可以统一地模拟土体的本构方程。根据现代数学理论可知,有理函数同样具有逼近任意函数的卓越性能。受到人工智能这些理念的启发,本文采用有理函数来一般性地表示结构性黏土有效应力和黏塑性应变之间的关系,其具有以下两个优点:一是在数学形式上具有统一性,可通过调整参数适配不同性质的土体;二是其强大的非线性映射能力能够出色地描述结构性黏

土复杂的应力-应变关系。将 $\ln \sigma'_z$ 和 ε_{zr}^{vp} 分别代入有理函数表达式,可以得到 $T = T_0$ 时土体的黏塑性应变为

$$\varepsilon_{zr}^{vp}(\ln \sigma'_z) = \frac{\sum_{i=0}^n a_i (\ln \sigma'_z)^i}{1 + \sum_{j=1}^m b_j (\ln \sigma'_z)^j} \quad (5)$$

式中 a_i 和 b_j 为待拟合参数。有理函数的分子为 n 次多项式,分母为 m 次多项式,其中分母的常数项为 1。

随着有效应力的增加,当土体结构性完全破坏后,结构性黏土的 $\varepsilon_z^{vp} - \ln\sigma'_z$ 曲线会逼近并退化为重塑黏土的 $\varepsilon_z^{vp} - \ln\sigma'_z$ 曲线,即式(5)逼近式(4)。依据这一渐进性质,式(5)与式(4)满足如下关系:

$$\lim_{\ln\sigma'_z \rightarrow +\infty} \left[\frac{\sum_{i=0}^n a_i (\ln\sigma'_z)^i}{1 + \sum_{j=1}^m b_j (\ln\sigma'_z)^j} - \left(\varepsilon_{z0}^{vp} + \frac{\lambda - \kappa}{V} \ln \frac{\sigma'_z}{\sigma'_{z0}} \right) \right] = 0 \quad (6)$$

记 $b_0 = 1$, 由式(6)推导可得:

$$n = m + 1 \quad (7)$$

$$a_{m+1} - b_m \frac{\lambda - \kappa}{V} = 0 \quad (8)$$

$$a_m - \frac{\lambda - \kappa}{V} b_{m-1} - \left(\varepsilon_{z0}^{vp} - \frac{\lambda - \kappa}{V} \ln\sigma'_{z0} \right) b_m = 0 \quad (9)$$

式(7)表明了有理函数分子项和分母项阶次之间的关系;式(8)表明,在已知参数 a_{m+1} 和 b_m 的情况下,能够求出重塑黏土 $\varepsilon_z^{vp} - \ln\sigma'_z$ 曲线的斜率 $(\lambda - \kappa)/V$;式(9)表明,在已知参数 a_m 、 b_{m-1} 和 b_m 以及初始有效应力 σ'_{z0} 的情况下,可求出对应的初始黏塑性应变 ε_{z0}^{vp} 。

1.3 T 时刻结构性黏土的黏塑性应变表达式

绝对等效时间线的空间位置会随绝对等效时间 T 取值的变化而动态调整。由式(4)可知,在 $\varepsilon_z^{vp} - \ln\sigma'_z$ 坐标中,重塑黏土的不同绝对等效时间线呈相互水平平行的关系;由一维压缩试验可知,结构性黏土的不同绝对等效时间线同样表现出近乎“水平平移”的特性,如图 2(b)所示。因此,通过分析 T 时刻与 T_0 时刻绝对等效时间线的位置关系,能够由 T_0 时刻结构性黏土的黏塑性应变推导得到 T 时刻黏塑性应变表达式。

对于重塑黏土(对应图 2(b)中的渐近线),当应力保持恒定,绝对等效时间从 T_0 变为 T ,图 2(b)中点 1 发生蠕变变形至点 1'。根据式(4),点 1→1' 的应变可表示为

$$\Delta\varepsilon_z^{vp} = \frac{\psi}{V} \ln \frac{T}{T_0} \quad (10)$$

注意到图 2(b)中纵坐标为黏塑性应变,渐近线的斜率为 $(\lambda - \kappa)/V$,根据几何关系,图中点 1'' 相对于点 1 的水平平移距离 $D_1(T)$ 为

$$D_1(T) = \frac{\Delta\varepsilon_z^{vp}}{(\lambda - \kappa)/V} = \frac{\psi}{\lambda - \kappa} \ln \frac{T}{T_0} \quad (11)$$

由结构性黏土的压缩特性可知,当有效应力增大到一定程度时,结构性黏土的 $\varepsilon_z^{vp} - \ln\sigma'_z$ 曲线会趋近于重塑黏土的曲线(渐近线)。此时,两条渐近线之间的水平距离与两条结构性黏土 $\varepsilon_z^{vp} - \ln\sigma'_z$ 曲线之间的水平距离是相等的,图 2(b)中 1→1'' 的距离与 2→2'' 的距离应相等,即 $D_1(T) = D_2(T)$ 。当绝对等效时间为 T 时,结构性黏土 $\varepsilon_z^{vp} - \ln\sigma'_z$ 曲线上任意一点 $(\sigma'_z, \varepsilon_z^{vp})$ 满足以下关系:

$$\varepsilon_z^{vp} = \varepsilon_{zr}^{vp}(\ln\sigma'_z + D_2(T)) = \varepsilon_{zr}^{vp}(\ln\sigma'_z + D_1(T)) \quad (12)$$

式中 $\varepsilon_{zr}^{vp}(\cdot)$ 和 ε_z^{vp} 分别表示绝对等效时间为 T_0 和 T 时土体的黏塑性应变。

将式(11)和(12)代入到式(5),再利用式(7),可得绝对等效时间为 T 时结构性黏土的黏塑性应变为

$$\varepsilon_z^{vp}(\ln\sigma'_z, T) = \frac{\sum_{i=0}^{m+1} a_i \left(\ln\sigma'_z + \frac{\psi}{\lambda - \kappa} \ln \frac{T}{T_0} \right)^i}{1 + \sum_{j=1}^m b_j \left(\ln\sigma'_z + \frac{\psi}{\lambda - \kappa} \ln \frac{T}{T_0} \right)^j} \quad (13)$$

2 结构性黏土的一维弹黏塑性模型

2.1 结构性黏土的黏塑性应变率表达式

在推导黏塑性应变率时做出如下假设:黏塑性应变率仅取决于有效应力和黏塑性应变。基于此假设,黏塑性应变率可表示为

$$\dot{\varepsilon}_z^{vp} = f(\sigma'_z, \varepsilon_z^{vp}) \quad (14)$$

式(14)还蕴含了另一个重要性质:对于不同的加载历程,当土体达到特定的有效应力和黏塑性应变时,黏塑性应变率始终保持一致。这意味着黏塑性应变率仅取决于当前的有效应力和黏塑性应变状态,而与抵达该状态的加载路径无关^[28]。基于这一性质,可以将简单加荷情况下得到的黏塑性应变率公式应用到一般加载历史和路径的建模之中。令

$$\ln\sigma'_z + \frac{\psi}{\lambda - \kappa} \ln \frac{T}{T_0} = \eta \quad (15)$$

将式(15)代入式(13)可得

$$\varepsilon_z^{vp}(\eta) = \left(\sum_{i=0}^{m+1} a_i \eta^i \right) / \left(1 + \sum_{j=1}^m b_j \eta^j \right) \quad (16)$$

对式(16)进行链式求导可得

$$\frac{\partial \varepsilon_z^{vp}}{\partial T} = \frac{\sum_{i=1}^{m+1} \sum_{j=1}^m [(i-j)a_i b_j \eta^{i+j-1}] + \sum_{i=1}^{m+1} i a_i \eta^{i-1} - \sum_{j=1}^m a_0 j b_j \eta^{j-1}}{\left(1 + \sum_{j=1}^m b_j \eta^j \right)^2} \frac{\partial \eta}{\partial T} \quad (17)$$

当有效应力 σ'_z 保持恒定时,有效应力率 $\dot{\sigma}'_z = 0$ 。此时对式(15)关于绝对等效时间 T 求导,可得

$$\frac{\partial \eta}{\partial T} = \frac{\psi}{\lambda - \kappa} \frac{1}{T} \quad (18)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_z^{vp}}{\partial T} = \frac{\sum_{i=1}^{m+1} \sum_{j=1}^m [(i-j)a_i b_j \eta^{i+j-1}] + \sum_{i=1}^{m+1} i a_i \eta^{i-1} - \sum_{j=1}^m a_0 b_j \eta^{j-1}}{(1 + \sum_{j=1}^m b_j \eta^j)^2} \frac{\psi}{\lambda - \kappa} \frac{1}{T(\sigma'_z, \varepsilon_z^{vp})} \quad (19)$$

由式(19)可知,结构性黏土的黏塑性应变率 $\partial \varepsilon_z^{vp} / \partial T$ 仅取决于有效应力和黏塑性应变,而与到达该有效应力和黏塑性应变的应力路径和加载历史无关。即依据绝对等效时间得到的黏塑性应变率 $\partial \varepsilon_z^{vp} / \partial T$ 与任意加载路径下的黏塑性应变率 $\partial \varepsilon_z^{vp} / \partial t$ 相等,因此有

$$\dot{\varepsilon}_z^{vp} = \frac{\partial \varepsilon_z^{vp}}{\partial t} = \frac{\partial \varepsilon_z^{vp}}{\partial T} \quad (20)$$

式(20)也可以用反证法来证明。假设式(20)中的后一个等式不成立,即式(20)与式(14)不相等,那么同一个有效应力和黏塑性应变就会对应于不同的黏塑性应变速率,这就与“黏塑性应变率仅取决于有效应力和黏塑性应变”这一性质相矛盾。

$$\dot{\varepsilon}_z = \frac{\kappa}{V} \frac{\dot{\sigma}'_z}{\sigma'_z} + \frac{\sum_{i=1}^{m+1} \sum_{j=1}^m [(i-j)a_i b_j \eta^{i+j-1}] + \sum_{i=1}^{m+1} i a_i \eta^{i-1} - \sum_{j=1}^m a_0 b_j \eta^{j-1}}{(1 + \sum_{j=1}^m b_j \eta^j)^2} \frac{\psi}{\lambda - \kappa} \frac{1}{T(\sigma'_z, \varepsilon_z^{vp})} \quad (23)$$

2.2 模型参数的确定

本文提出的本构模型参数可分为试验所得参数和拟合计算所得参数两类。其中能够通过试验确定的参数有 $\kappa, \lambda, e_0, \sigma'_{z0}, \psi, T_0$ 。回弹指数 κ 、压缩指数 λ 、初始孔隙比 e_0 和初始有效应力 σ'_{z0} 可通过一维压缩试验确定;次固结指数 ψ 可通过一维常规固结试验确定;参考绝对等效时间 T_0 可结合具体试验状况确定;回弹指数 κ 和压缩指数 λ 也可以通过式(8)和式(9)进行计算。

模型中需要通过拟合计算确定的参数包括 $m, a_i (i=1, \dots, m+1)$ 和 $b_j (j=1, \dots, m)$ 。依据土体的应力-应变试验数据,采用多元线性回归方法^[30],可以将有理函数形式的黏塑性应变表达式转化为多元线性回归模型。对式(16)进行转化可得

$$\varepsilon_z^{vp} = a_{m+1} \eta^{m+1} + \dots + a_1 \eta + a_0 - b_m \varepsilon_z^{vp} \eta^m - b_{m-1} \varepsilon_z^{vp} \eta^{m-1} - \dots - b_1 \varepsilon_z^{vp} \eta - \varepsilon_z^{vp} \quad (24)$$

在式(24)中,将参数 a_i 和 $-b_j$ 视为回归系数 β_k ,将等号右侧由 η 和 ε_z^{vp} 组成的变量视为回归变量 $x_1, x_2, \dots, x_{2m+2}$,从而可将有理函数形式的应力-应变关系式转变为如下多元线性回归模型

$$\varepsilon_z^{vp} = \beta_0 + \beta_1 x_1(\eta, \varepsilon_z^{vp}) + \beta_2 x_2(\eta, \varepsilon_z^{vp}) + \dots + \beta_{2m+2} x_{2m+2}(\eta, \varepsilon_z^{vp}) \quad (25)$$

在式(13)中,可以将 T 视为关于 σ'_z 和 ε_z^{vp} 的反函数,记为 $T(\sigma'_z, \varepsilon_z^{vp})$ 。将此反函数表达式代入式(18)后再代入式(17),可得土体的黏塑性应变率为

因此,式(20)与式(14)所阐述的性质必须相契合,即式(20)中的后一个等式必须成立。基于这一重要性质,可以把在简单加载情况(有效应力保持不变)下总结出的黏塑性应变率规律,拓展应用到更为复杂的加载历史建模中。

根据式(1),土体总应变率可表示为

$$\dot{\varepsilon}_z = \dot{\varepsilon}_z^e + \dot{\varepsilon}_z^{vp} \quad (21)$$

式中: $\dot{\varepsilon}_z^e$ 为弹性应变率, $\dot{\varepsilon}_z^{vp}$ 为黏塑性应变率。由式(2)可得土体的弹性应变率为

$$\dot{\varepsilon}_z^e = \frac{\kappa}{V} \frac{\dot{\sigma}'_z}{\sigma'_z} \quad (22)$$

将式(20)代入式(19),再将所得结果与式(22)共同代入式(21),可得土体的总应变率为

根据式(25)可以构建多元线性回归模型的最小二乘函数进行求解。对于中小型数据集,通常采用正规方程计算解析解,即通过矩阵运算求得最优参数值。当数据量庞大、特征维度高或矩阵不可逆时,可采用人工智能算法,如神经网络、模拟退火、遗传算法等,通过迭代更新参数值,逐步最小化损失函数求得最优参数值。

3 模型的试验验证

3.1 参数的拟合计算

通过对 Yin 等^[12]的 Vanttila clay 的一维常规压缩固结试验进行计算分析,验证本文模型的适用性。该试验的土样源于不同深度位置(2.93 ~ 3.30 m)的同一土体,其基本物理力学性质详见表1。在常规压缩固结试验中,土体孔压消散的时间约为 2 h,在该过程中有效应力不恒定,绝对等效时间 T 不等于实际时间 t 。孔压消散后,有效应力等于外荷载且保持不变。在土工试验中,通常选取 24 h 作为每级加载结束时间的判据,其约为孔压消散时间(2 h)的 10 倍。在此条件下,由于土体长时间处于有效应力恒定条件(有效应力不恒定时间小于 1/10),此时实

际时间近似于绝对等效时间^[29],即 $t \approx T$ 。当实际时间 $t > 24$ h 后,有效应力不恒定的时间更是小于 $1/10$ 。故本试验选取 24 h 作为参考绝对等效时间,即 $T_0 = 24$ h。将 $T = T_0 = 24$ h 代入式(13),式(13)可退化为式(5),进而获得参考绝对等效时间线的

方程。在对式(5)进行参数确定时,可灵活选择一组或者多组应力-应变数据进行计算。依据 2.2 节所阐述的参数确定方法,利用 Matlab 软件编制相关计算程序,计算得到的模型参数值见表 2,参数计算的统计指标见表 3。

表 1 土样的基本物理力学指标

Tab.1 Basic physical and mechanical properties of soil samples

土样	取样深度/m	含水量/%	密度/(g·cm ⁻³)	孔隙比	塑限/%	液限/%	塑性指数	液性指数
Vanttila clay ^[12]	2.93 ~ 3.30	118.0	1.390	3.30	32.0	102.0	70.0	1.23
Berthierville clay ^[31]	3.20 ~ 3.50	80.0	—	1.73	43.0	22.0	21.0	2.76

表 2 模型参数取值

Tab.2 Values of model parameters for selected clays

土样	σ'_{z0} /kPa	ε_{z0}	V	κ	λ	ψ	m	a_2	a_1	a_0	b_1
Vanttila clay ^[12]	29	0.044 6	4.30	0.057	0.310	0.011 1	1	-0.016 3	0.023 6	0.125 7	-0.302 0
Berthierville clay ^[31]	63	0.020 0	2.73	0.032	0.404	0.021 9	1	-0.019 6	0.137 5	-0.231 7	-0.242 9

表 3 回归参数计算的统计指标

Tab.3 Statistical metrics for regression parameter estimation

土样	拟合优度 R^2	均方根误差 RMSE	平均绝对误差 MAE	回归参数的置信区间			
				a_2	a_1	a_0	b_1
Vanttila clay ^[12]	0.973	0.014 8	0.008 8	[-0.019 9, -0.012 7]	[-0.309 4, -0.088 7]	[-0.050 6, 0.032 0]	[-0.339 3, -0.264 8]
Berthierville clay ^[31]	0.981	0.004 6	0.003 6	[-0.277 9, 0.238 7]	[-2.286 8, 2.561 8]	[-5.861 1, 5.397 6]	[-0.354 5, -0.131 4]

在确定合适的 m 值时,需要同时权衡模型精度、模型复杂度和计算效率, m 增大,在提升模型精度的同时也会增加参数个数和模型复杂性。 $m = 1$ (有 4 个待确定参数)时 Vanttila clay 的拟合优度 $R^2 = 0.973$, $m = 2$ (有 6 个待确定参数)时 $R^2 = 0.985$, R^2 的提升不显著,但模型参数的增多会增加模型复杂度和降低计算效率。由于土体存在离散性,所以 $R^2 > 0.95$ 的 m 即能满足工程要求,故本研究中 m 的取值为 1 比较合适。为了更直观地展现模型预测结果与试验数据的对比情况,依据参数计算结果,在 $\varepsilon_z^{vp} - \ln\sigma'_z$ 坐标系中绘制计算所得模拟曲线,结果如图 3 所示。由图 3 可知,计算所得的 $\varepsilon_z^{vp} - \ln\sigma'_z$ 曲线与试验结果的趋势一致,模型预测结果与试验数据吻合程度良好,表明本文模型能够较好地描述结构性软黏土在一维压缩试验中的应力-应变关系。

3.2 模型验证

为了模拟一维长期蠕变试验中应变随实际时间的变化规律,现推导突然加载情况下土体应变和实

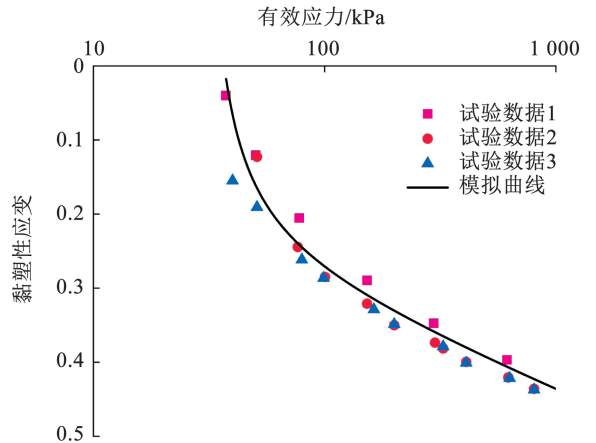


图 3 Vanttila clay 一维压缩试验结果与计算模拟结果

Fig.3 Comparison between the one-dimensional compression test results and the computational simulation results of Vanttila clay

际时间之间的关系式。试验开始时的有效应力为 σ'_{z0} ,应变为 ε_{z0} ,初始黏塑性应变为零,本构关系如式(23)所示,式中的模型参数可根据 2.2 节中阐述的方法确定。首先,将式(23)转化成积分形式,可得

$$\int_{\varepsilon_{z0}}^{\varepsilon_z} d\varepsilon_z - \frac{\kappa}{V} \int_{\sigma'_{z0}}^{\sigma'_z} d(\ln\sigma'_z) = \int_0^t \frac{\sum_{i=1}^{m+1} \sum_{j=1}^m [(i-j)a_i b_j \eta^{i+j-1}] + \sum_{i=1}^{m+1} i a_i \eta^{i-1} - \sum_{j=1}^m a_0 b_j \eta^{j-1}}{(1 + \sum_{j=1}^m b_j \eta^j)^2} \frac{\psi}{\lambda - \kappa} \frac{1}{T(\sigma'_z, \varepsilon_z^{vp})} dt \quad (26)$$

式(26)等号右侧可分为两个积分过程。过程1为瞬时加载阶段:从起始状态的 σ'_{z0} 突然加载至 σ'_z ,加载持续时间为0。根据定积分定理,过程1中式(26)等号右侧的积分也为0。过程2为恒定应力阶段:有效应力达到 σ'_z 后保持不变,即 $\dot{\sigma}'_z=0$,应变

$$\int_0^t \frac{\sum_{i=1}^{m+1} \sum_{j=1}^m [(i-j)a_i b_j \eta^{i+j-1}] + \sum_{i=1}^{m+1} i a_i \eta^{i-1} - \sum_{j=1}^m a_0 j b_j \eta^{j-1}}{(1 + \sum_{j=1}^m b_j \eta^j)^2} \left[\frac{\dot{\sigma}'_z}{\sigma'_z} + \frac{\psi}{\lambda - \kappa} \frac{1}{T(\sigma'_z, \varepsilon_z^{vp})} \right] dt = \int_{\eta_0}^{\eta(t)} \frac{\sum_{i=1}^{m+1} \sum_{j=1}^m [(i-j)a_i b_j \eta^{i+j-1}] + \sum_{i=1}^{m+1} i a_i \eta^{i-1} - \sum_{j=1}^m a_0 j b_j \eta^{j-1}}{(1 + \sum_{j=1}^m b_j \eta^j)^2} d\eta = \frac{\sum_{i=0}^{m+1} a_i \eta(t)^i}{1 + \sum_{j=1}^m b_j \eta(t)^i} \quad (27)$$

综合过程1和过程2,式(26)等号右侧的积分即为式(27)。在式(27)中有

$$d\eta = \left[\frac{\dot{\sigma}'_z}{\sigma'_z} + \frac{\psi}{\lambda - \kappa} \frac{1}{T(\sigma'_z, \varepsilon_z^{vp})} \right] dt \quad (28)$$

将式(15)中绝对等效时间 T 表示为 η 的函数后代入式(28),并注意过程2中 σ'_z 是一个常数($\dot{\sigma}'_z=0$),再对式(28)进行积分可得

$$\eta(t) = \frac{\psi}{\lambda - \kappa} \ln \left(e^{\frac{\lambda - \kappa}{\psi} \eta_0} + \frac{t}{T_0} \sigma'_z \frac{\lambda - \kappa}{\psi} \right) \quad (29)$$

$$\varepsilon_z = \varepsilon_{z0} + \frac{\kappa}{V} \ln \frac{\sigma'_z}{\sigma'_{z0}} + \frac{\sum_{i=0}^{m+1} a_i \left\{ \ln \sigma'_z + \frac{\psi}{\lambda - \kappa} \ln \left[(\sigma'_{z0}/\sigma'_z)^{\frac{\lambda - \kappa}{\psi}} + \frac{t}{T_0} \right] \right\}^i}{1 + \sum_{j=1}^m b_j \left\{ \ln \sigma'_z + \frac{\psi}{\lambda - \kappa} \ln \left[(\sigma'_{z0}/\sigma'_z)^{\frac{\lambda - \kappa}{\psi}} + \frac{t}{T_0} \right] \right\}^j} \quad (31)$$

式(31)展示了突然加载情况下应变随实际时间的变化规律。利用式(31)可对Leroueil等^[31]的Berthierville clay的一维长期蠕变试验进行模拟分析,并与试验结果进行对比。模拟分析时选用的物理参数和模型参数见表1和表2,模拟曲线与试验数据见图4。图4结果表明,在主固结完成后的变形阶段,模型计算曲线与试验数据吻合良好,表明模型能较好地描述土体应变随实际时间变化的规律。

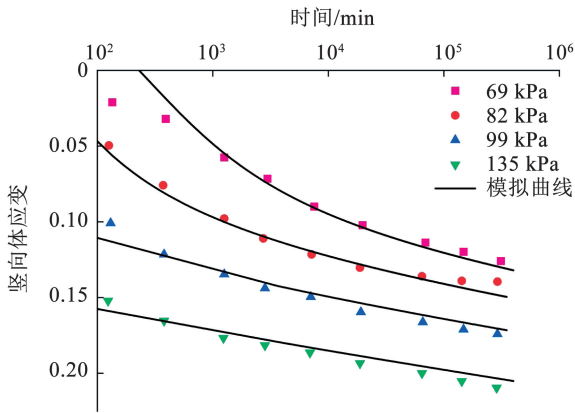


图4 Berthierville clay 一维蠕变试验数据及计算曲线

Fig. 4 Berthierville clay one-dimensional creep test data and calculated curves

随时间发生变化。当 $t=0$ 时,式(16)表示的黏塑性应变为零,令 η_0 为 $t=0$ 时式(16)所对应的 η ,有 $\sum_{i=0}^{m+1} a_i \eta_0^i = 0$ 。根据 $\frac{\dot{\sigma}'_z}{\sigma'_z} = 0$ 和 $\sum_{i=0}^{m+1} a_i \eta_0^i = 0$,在过程2中,式(26)等号右侧的积分可转化为

令绝对等效时间 $T = T_0$ 时 η_0 所对应的有效应力为 σ'_{z0} ,根据式(15)有 $\eta_0 = \ln \sigma'_{z0}$,将其代入式(29)可得

$$\eta(t) = \ln \sigma'_z + \frac{\psi}{\lambda - \kappa} \ln \left[(\sigma'_{z0}/\sigma'_z)^{\frac{\lambda - \kappa}{\psi}} + \frac{t}{T_0} \right] \quad (30)$$

将式(30)代入式(27),并对式(26)进行积分可得

4 结论与展望

本文提出了一种基于有理函数统一形式的结构性黏土一维弹黏塑性本构模型,主要结论如下。

1) 基于Maxwell力学元件,将土体应变解耦为弹性应变与黏塑性应变,根据结构性黏土一维压缩特性着重分析与结构性相关的黏塑性应变,提出了有理函数形式下结构性黏土黏塑性应变表达式。

2) 基于“土体黏塑性应变率仅取决于有效应力和黏塑性应变”的假定,利用绝对等效时间概念推导出结构性黏土的黏塑性应变率表达式,进而构建结构性黏土一维弹黏塑性本构模型。

3) 利用线性规划的方法,将参数求解问题转化为多元线性回归问题,在Matlab中编制相关计算程序,借用计算机技术对模型中的参数进行矩阵求解。

4) 推导了突然加载情况下土体应变随实际时间的变化规律,对Vanttila clay和Berthierville clay的试验数据进行模拟计算,并与试验结果对比分析,验证了本文模型的适用性和参数计算方法的可行性。

在模型参数的确定问题上,后续还可以进一步发挥人工智能的潜能,如借助神经网络^[32]、模拟退

火算法^[33]、粒子群算法^[34]和遗传算法^[35]等人工智能算法,结合现场智能监测数据,动态确定参数,以推动智能算法在岩土本构建模中的应用。当然,人工智能也面临挑战,如计算耗时较长和数据量要求较大等问题。但计算耗时较长可以通过芯片升级和算法优化逐步克服,模型训练依赖大体量数据可以采用智能监测来完善。

参考文献

- [1] 王钰轲,李在阳,蒋睿,等. 考虑结构性影响的天然软黏土弹塑性本构模型[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2025, 57(10): 103
WANG Yuke, LI Zaiyang, JIANG Rui, et al. An elastoplastic constitutive model considering the influence of structure for natural soft clay [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2025, 57(10): 103. DOI: 10.11918/202409064
- [2] AI Zhiyong, GAN Lingu, YUAN Haojiang. Viscoelastic-elastoplastic analysis of overconsolidated structural soft soils [J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2025, 49(3): 961. DOI: 10.1002/nag.3908
- [3] 刘光庆,刘海旺,陈缘,等. 某新建机场地基淤泥质土流变特性试验研究[J]. 地基处理, 2021, 3(6): 482
LIU Guangqing, LIU Haiwang, CHEN Yuan, et al. Experimental study on the rheological properties for mucky soil in the foundation of a new airport [J]. Journal of Ground Improvement, 2021, 3(6): 482. DOI: 10.3785/j.issn.2096-7195.2021.06.005
- [4] 刘忠玉,张家超,夏洋洋,等. 考虑非线性流变的一维修正 UH 模型[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2020, 52(11): 107
LIU Zhongyu, ZHANG Jiachao, XIA Yangyang, et al. A one-dimensional modified UH model considering nonlinear rheology [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2020, 52(11): 107. DOI: 10.11918/201904113
- [5] ZHANG Chuang, ZHANG Junhui, LI Jianzhong. An improved creep model for unsaturated reticulated red clay [J]. Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering, 2024, 16(11): 4754. DOI: 10.1016/j.jrmge.2024.02.039
- [6] 白高峰,赵丰博,霍雨佳,等. 某工程地基岩体流变特性现场试验研究[J]. 地基处理, 2021, 3(5): 388
BAI Gaofeng, ZHAO Fengbo, HUO Yujia, et al. Field test study on rheological properties of foundation rock mass [J]. Journal of Ground Improvement, 2021, 3(5): 388. DOI: 10.3785/j.issn.2096-7195.2021.05.005
- [7] 李广信. 浅议土的复杂性[J]. 岩土工程学报, 2024, 46(5): 1087
LI Guangxin. Brief discussion on the complexity of soil [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2024, 46(5): 1087. DOI: 10.11779/CJGE20230188
- [8] 张嘎,王刚,尹振宇,等. 土的基本特性及本构关系[J]. 土木工程学报, 2020, 53(2): 106
ZHANG Ga, WANG Gang, YIN Zhenyu, et al. Basic characteristics and constitutive relations of soil [J]. Chinese Journal of Civil Engineering, 2020, 53(2): 106. DOI: 10.15951/j.tmgxeb.2020.02.009
- [9] LEROUËIL S, KABBAJ M, TAVENAS F, et al. Stress-strain-strain rate relation for the compressibility of sensitive natural clays [J]. Geotechnique, 1985, 35(2): 178. DOI: 10.1680/geot.1985.35.2.159
- [10] YIN J, GRAHAM J. Viscous-elastic-plastic modelling of one-dimensional time-dependent behaviour of clays [J]. Canadian Geotechnical Journal, 1989, 26(2): 203. DOI: 10.1139/90-032
- [11] 殷建华. 从本构模型研究到试验和光纤监测技术研发[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(1): 4
YIN Jianhua. From research on constitutive models to the development of experimental techniques and fiber optic monitoring technologies [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, 33(1): 4
- [12] YIN Zhenyu, KARSTUNEN M, CHANG C S, et al. Modeling time-dependent behavior of soft sensitive clay [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2011, 137(11): 1108. DOI: 10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0000527
- [13] 尹振宇. 天然软黏土的弹黏塑性本构模型:进展及发展[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(9): 1364
YIN Zhenyu. Elastoviscoplastic constitutive models for natural soft clays: progress and development [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, 33(9): 1364
- [14] 柯文汇,陈健,盛谦. 结构性软黏土的一维弹黏塑性模型[J]. 岩土工程学报, 2016, 38(3): 498
KE Wenhui, CHEN Jian, SHENG Qian. A one-dimensional elastoviscoplastic model for structured soft clay [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, 38(3): 498. DOI: 10.11779/CJGE201603013
- [15] 曾玲玲,刘松玉,洪振舜. 考虑土结构性影响的改进 EVP 压缩模型[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2012, 42(2): 349
ZENG Lingling, LIU Songyu, HONG Zhenshun. An improved EVP compression model considering the influence of soil structure [J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 2012, 42(2): 349. DOI: 10.3969/j.issn.1001-0505.2012.02.029
- [16] ZHOU Fengxi, WANG Liye, LIU Hongbo. A fractional elastoviscoplastic model for describing creep behavior of soft soil [J]. Acta Geotechnica, 2021, 16: 70. DOI: 10.1007/s11440-020-01008-5
- [17] YIN Zhenyu, JIN Yinfu, LIU Zhongqiang. Artificial intelligence in geotechnical engineering: Practice [J]. Journal of Zhejiang University-Science A (Applied Physics & Engineering), 2020, 21(6): 407. DOI: 10.1631/jzus.A20AIGE1
- [18] BAGHBANI A, CHOUDHURY T, COSTA S, et al. Application of artificial intelligence in geotechnical engineering: A state-of-the-art review [J]. Earth-Science Reviews, 2022, 228: 103991. DOI: 10.1016/j.earscirev.2022.103991
- [19] ELSAWY M B, ALSHAREKH M F, SHABAN M. Modeling undrained shear strength of sensitive alluvial soft clay using machine learning approach [J]. Applied Sciences, 2022, 12(19): 10177. DOI: 10.3390/app121910177
- [20] GAO W. The application of machine learning in geotechnical engineering [J]. Applied Sciences, 2024, 14(11): 4712. DOI: 10.3390/app14114712
- [21] 江晓童,张西文,吕颖慧,等. 机器学习在岩土工程中的应用现状与未来展望[J]. 岩土力学, 2025, 46(S1): 419
JIANG Xiaotong, ZHANG Xiwen, LYU Yinghui, et al. Current applications and future prospects of machine learning in geotechnical engineering [J]. Rock and Soil Mechanics, 2025, 46(S1): 419. DOI: 10.16285/j.rsm.2024.0869
- [22] 陈湘生,洪成雨,苏栋. 智能岩土工程初探[J]. 岩土工程学报, 2022, 44(12): 2151

- CHEN Xiangsheng, HONG Chengyu, SU Dong. A preliminary study on intelligent geotechnical engineering[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2022, 44 (12): 2151. DOI: 10.11779/CJGE202212001
- [23] 王钰轲, 冯爽, 万愉快, 等. 基于深度卷积网络混合 LSSVM 算法的路基粉土抗剪强度指标预测[J]. 中国公路学报, 2025, 38(5): 26
- WANG Yuke, FENG Shuang, WAN Yukuai, et al. Prediction of shear strength indexes of subgrade silty soil based on deep convolutional network and hybrid LSSVM algorithm [J]. China Journal of Highway and Transport, 2025, 38(5): 26. DOI: 10.19721/j.cnki.1001-7372.2025.05.003
- [24] 张璿, 李书恒, 朱其志, 等. 基于深度学习的岩石短长期本构模型及灰砂岩变形预测[J]. 岩土力学, 2025, 46(1): 293
- ZHANG Jin, LI Shuheng, ZHU Qizhi, et al. Short-term and long-term constitutive models of rocks based on deep learning and deformation prediction of gray sandstone [J]. Rock and Soil Mechanics, 2025, 46(1): 293. DOI: 10.16285/j.rsm.2024.0344
- [25] CUI Kai, JING Xiang. Research on prediction model of geotechnical parameters based on BP neural network [J]. Neural Computing and Applications, 2019, 31: 8209. DOI: 10.1007/s00521-018-3902-6
- [26] 高玮, 郑颖人, 冯夏庭. 岩土本构模型识别的仿生算法研究[J]. 岩土力学, 2004(1): 33
- GAO Wei, ZHENG Yingren, FENG Xiating. Research on bionic algorithms for identification of rock-soil constitutive models [J]. Rock and Soil Mechanics, 2004(1): 33. DOI: 10.16285/j.rsm.2004.01.007
- [27] VISWANATHAN P, CHAND A. Fractal rational functions and their approximation properties [J]. Journal of Approximation Theory, 2014, 185: 32. DOI: 10.1016/j.jat.2014.05.013
- [28] 胡亚元. 黏土的一维非平行等效时间线流变模型[J]. 土木建筑与环境工程, 2012, 34(2): 33
- HU Yayuan. A one-dimensional non-parallel equivalent time line rheological model for clay [J]. Journal of Civil, Architectural and Environmental Engineering, 2012, 34(2): 33
- [29] 胡亚元. 利用 EVP 模型确定堆载预压法的卸载时机[J]. 岩土力学, 2010, 31(6): 1828
- HU Yayuan. Determination of unloading timing of preloading method by EVP model [J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(6): 1828. DOI: 10.16285/j.rsm.2010.06.015
- [30] 蒙哥马利, 派克, 瓦伊宁. 线性回归分析导论[M]. 王辰勇, 译. 第5版. 北京: 机械工业出版社, 2016: 47
- MONTGOMERY D C, PECK E A, VINING G G Introduction to Linear Regression Analysis [M]. Translated by Chenyong Wang. 5th ed. Beijing: China Machine Press, 2016: 47
- [31] LEROUEIL S, KABBAJ M, TAVENAS F. Study of the validity of a $\sigma'_v - \varepsilon_v - \dot{\varepsilon}_v$ Model in In situ conditions [J]. Soils and Foundations, 1988, 28(3): 17. DOI: 10.3208/sandf1972.28.3_13
- [32] 赖建平, 赵辉, 王东升, 等. GA-XGBoost 模型对路基压实质量的预测[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2025, 57(7): 33
- LAI Jianping, ZHAO Hui, WANG Dongsheng, et al. Prediction of dynamic deformation modulus of subgrade based on GA-XGBoost model [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2025, 57(7): 33. DOI: 10.11918/202406032
- [33] 张长兴, 王德水, 刘玉峰, 等. 模拟退火算法在岩土热物性参数确定中的应用[J]. 化工学报, 2015, 66(2): 545
- ZHANG Changxing, WANG Deshui, LIU Yufeng, et al. Application of simulated annealing algorithm in determining thermophysical parameters of rocks and soils [J]. CIESC Journal, 2015, 66(2): 545. DOI: 10.11949/j.issn.0438-1157.20141139
- [34] ZHANG Y, GALLIPOLI D, AUGARDE C. Parameter identification for elasto-plastic modelling of unsaturated soils from pressuremeter tests by parallel modified particle swarm optimization [J]. Computers and Geotechnics, 2013, 48: 293. DOI: 10.1016/j.compgeo.2012.08.004
- [35] ZHANG S, XIONG H B, TONG C X, et al. Modelling the evolving critical state of crushable soils and parameter optimization with an improved genetic algorithm (AIS-RCGA) [J]. Canadian Geotechnical Journal, 2025, 62: 1. DOI: 10.1139/cgj-2024-0131

(编辑 吕雪梅)