

DOI:10.11918/202503033

# 考虑非承载区的滚珠丝杠副承载性能分析

蔡鸿彬<sup>1,2</sup>, 周洋<sup>1,2</sup>, 庞怡晴<sup>1,2</sup>

(1. 郑州大学 机械与动力工程学院, 郑州 450001; 2. 抗疲劳制造产业技术研究院(郑州大学), 郑州 450016)

**摘要:** 为获得内循环滚珠丝杠副更为精确的载荷分布, 优化滚珠丝杠副结构参数, 以提高其承载性能, 在传统连续载荷分布模型的基础上, 考虑反向器这一非承载区, 建立一种新型的载荷分布计算模型。首先, 建立滚珠-螺母/滚珠-丝杠接触模型, 并基于滚珠与滚道间的变形协调机理, 获得连续载荷分布模型。其次, 基于回珠曲线确定滚珠链的空间位置分布, 并在此基础上, 提出一种考虑非承载区滚珠的滚珠丝杠副载荷分布求解方法。利用该方法, 量化对比了本文模型与传统连续载荷分布模型在全滚珠载荷与接触应力上的差异, 并深入分析了反向器个数、不同滚珠直径对接触载荷, 以及静刚度等关键承载特性的影响。最后, 开展静态加载实验验证所提载荷分布模型的准确性。结果表明: 通过本文提出的模型获得的轴向接触变形与实验相比最大误差为 5.42%, 静刚度与实验相比最大误差为 6.69%, 验证了所提模型的准确性, 相比于传统模型, 本文所提的模型与实验吻合度更高, 这为滚珠丝杠副的精准设计提供一种方法。

**关键词:** 滚珠丝杠副; 载荷分布; 反向器; 非承载区; 接触变形; 静刚度

**中图分类号:** TH132.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 0367-6234(2026)04-0193-11

## Analysis on load-bearing performance of ball screw pair considering unloaded zones

CAI Hongbin<sup>1,2</sup>, ZHOU Yang<sup>1,2</sup>, PANG Yiqing<sup>1,2</sup>

(1. School of Mechanical and Power Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China;

2. Industrial Science & Technology Institute for Anti-Fatigue Manufacturing (Zhengzhou University), Zhengzhou 450016, China)

**Abstract:** To achieve a more accurate load distribution for ball screw pair with internal circulation and optimize structural parameters of ball screw pair to enhance load-bearing performance, this study established a novel load distribution computation model. Building upon the traditional continuous load distribution model, the proposed approach incorporated the unloaded zone induced by reversers. First, ball-nut and ball-screw contact models were established. Based on the deformation compatibility mechanism between balls and raceways, the continuous load distribution model was derived. Second, the spatial position distribution of the ball chain was determined according to the ball return curve. On this basis, a load distribution solution method for ball screw pair considering balls in unloaded zones was proposed. By using this method, quantitative comparisons were conducted between the proposed model and the traditional continuous load distribution model regarding full-ball loads and contact stresses. The effects of the number of reversers and different ball diameters on key load-bearing characteristics, such as contact loads and static stiffness, were thoroughly analyzed. Finally, static loading experiments were conducted to validate the accuracy of the proposed load distribution model. Experimental results show that the maximum error in axial contact deformation between the proposed model and experimental measurements is 5.42%, and the maximum error in static stiffness between them is 6.69%, confirming the proposed model's accuracy. Compared to the traditional model, the proposed model exhibits higher agreement with experimental results, providing a method for the precise design of ball screw pair.

**Keywords:** ball screw pair; load distribution; reverser; unloaded zone; contact deformation; static stiffness

滚珠丝杠螺母副是一种利用滚珠实现旋转运动和直线运动相互转换的螺旋传动副, 因其服役寿命长、传动精度和效率高的特点, 成为工业母机、医疗设备、航空航天、武器装备等高端装备的核心部件之

一<sup>[1]</sup>。滚珠丝杠副载荷分布是滚珠丝杠副一系列机械性能分析的基础, 与其轴向静刚度计算和接触应力分析有着密切联系。因此, 建立反向器个数、滚珠直径与接触载荷的内在联系, 完善滚珠丝杠副的

收稿日期: 2025-03-10; 录用日期: 2025-07-11; 网络首发日期: 2026-01-21

网络首发地址: <https://link.cnki.net/urlid/23.1235.T.20260121.1255.002>

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(12432004); 河南省科技攻关项目(252102220118)

作者简介: 蔡鸿彬(2000—), 男, 硕士研究生

通信作者: 周洋, zhouyang@zzu.edu.cn

接触变形与接触刚度计算模型,对高速重载滚珠丝杠副的设计优化具有重要意义。

滚珠丝杠副利用滚珠作为传动元件,与滚动轴承在接触角计算<sup>[2]</sup>和接触状态<sup>[3]</sup>等几何原理上有着较高的通用性,基于滚动轴承较为成熟的理论体系,关于滚珠丝杠副的运动模型不断深化完善。滚珠丝杠副的机械性能与滚珠的载荷分布密切相关,在一些研究中,将滚珠与滚道之间的接触载荷按照均匀分布处理<sup>[4]</sup>,由此建立的滚珠丝杠副研究模型与实际存在一定偏差。事实上,由于制造误差<sup>[5]</sup>、安装方式<sup>[6]</sup>等多种影响因素,滚珠的受力各不相同,并且其间的负载变化是较为复杂的。在综合考虑丝杠与螺母的轴段弹性变形的基础上,Mei等<sup>[7]</sup>基于滚道间接触变形的耦合关系建立了全滚珠载荷分布模型,其预测结果更贴合实际。已有研究<sup>[8]</sup>综合考虑了循环模式、滚道形状误差和螺距误差,建立了较为精确的滚珠丝杠副载荷分布模型。此外,针对不同复合载荷、旋转次数和几何误差(包括滚珠尺寸误差、导程误差和滚道齿形误差)与球载荷模型的关系也开展了深度分析<sup>[9]</sup>,实验结果表明导程误差和滚珠的旋转力矩与滚珠丝杠副疲劳寿命之间具有显著的负相关性。除了减小加工过程中的制造误差,装配也是保证滚珠丝杠副运动准确性和重复性的关键要素。滚珠丝杠传动系统在装配调试过程中不可避免地会产生误差,继而影响其接触刚度和

动态特性<sup>[10]</sup>,基于此,Zhao等<sup>[11]</sup>建立了由装配误差引起的转动力矩和滚珠几何误差作用下的滚珠载荷分布模型。

由上述研究可知,获得更符合实际接触状态下的接触应力的前提,是准确获得滚珠法向载荷,目前计算法向接触力常用的方法是假设滚珠都承载,然后根据变形协调方程计算出单个滚珠受到的法向载荷。然而,在滚珠丝杠副服役过程中,因反向器内存在一部分的非承载滚珠,使得上述求解方法对于内循环结构的滚珠丝杠副的适用度有限。因此,为解决上述问题,本文在其他研究人员<sup>[6-7]</sup>所采用的连续载荷分布模型的基础上,拟建立考虑非承载区的滚珠丝杠副载荷分布计算模型,并研究包含反向器个数在内的结构参数对滚珠丝杠副力学性能的影响。

## 1 连续载荷分布模型

### 1.1 载荷分析

丝杠/螺母滚道与滚珠的接触状态如图 1 所示。定义  $S$ 、 $N$  点分别为滚珠与丝杠滚道面、螺母滚道面的接触点,根据静力学平衡条件,当螺母承受工作载荷  $F_a$  时,接触点  $S$ 、 $N$  及滚珠中心共线,且两接触点所承受法向载荷  $Q$  大小相等,方向相反。为了便于分析载荷和接触变形在轴向和法向两接触方向的几何关系,在沿螺纹滚道的法向截面,以滚珠中心  $O$  为原点,建立如图 1 所示的坐标系。

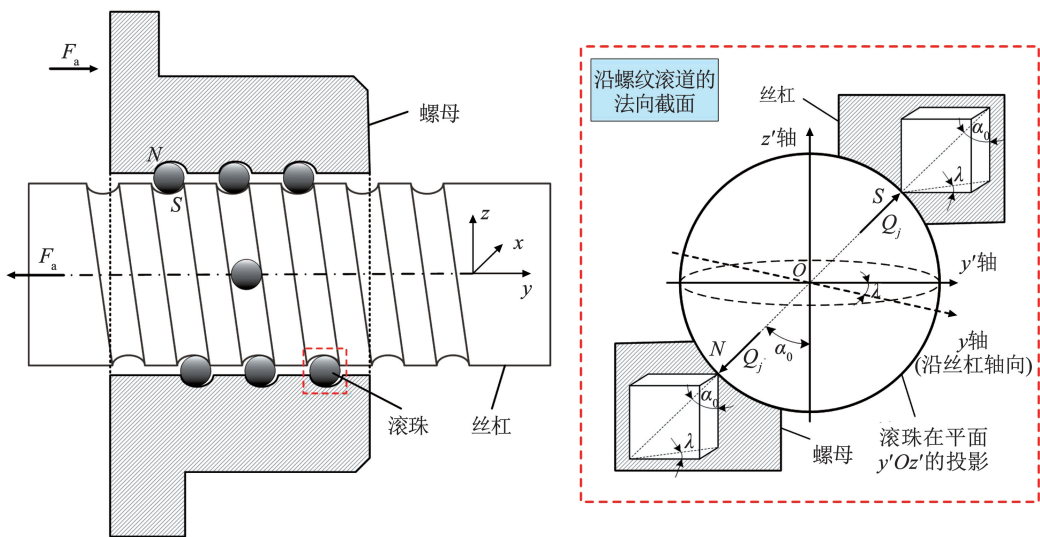


图 1 丝杠/螺母滚道与滚珠的接触状态

Fig. 1 Contact condition between screw/nut raceways and balls

坐标系  $Ox'y'z'$  中,  $x'$  轴平行于丝杠螺纹滚道,  $y'$  轴与丝杠轴向方向的夹角为螺旋角  $\lambda$ ,  $z'$  轴平行于丝杠坐标系  $z$  轴。滚珠所受轴向载荷  $F_j$  与其对应法向载荷  $Q_j$  的关系为

$$Q_j = \frac{F_j}{\sin \alpha_0 \cos \lambda} \quad (1)$$

式中:  $S$ 、 $N$  连线与  $z'$  轴夹角为接触角  $\alpha_0$ ,  $S$ 、 $N$  连线在  $y'Oz'$  面上的投影与  $y$  轴夹角为螺旋角  $\lambda$ 。

### 1.2 接触变形、接触应力和静刚度分析

根据赫兹接触理论得到滚珠所受法向接触变形  $\delta_{n,\xi}$  与对应滚珠的法向接触载荷  $Q_j$  的关系<sup>[12]</sup>为

$$\delta_{n,\xi} = C_\xi Q_j^{2/3} \quad (2)$$

式中: $\xi$  为与对应的滚道接触(值为  $S$  或  $N$ ),  $C_\xi$  为相应的赫兹接触系数,其具体表达式为

$$C_\xi = \frac{2K(e_\xi)}{\pi m_{a,\xi}} \sqrt[3]{\frac{9}{32} \left( \frac{1 - \mu_\xi^2}{E_\xi} + \frac{1 - \mu_b^2}{E_b} \right)^2 \sum \rho_\xi} \quad (3)$$

式中: $2K(e_\xi)/\pi m_{a,\xi}$  为相应赫兹接触系数,  $\mu_\xi$ 、 $\mu_b$  分别为对应滚道和滚珠的泊松比,  $E_\xi$ 、 $E_b$  分别为对应滚道和滚珠的弹性模量,  $\sum \rho_\xi$  为滚珠和对应滚道接触时的主曲率和,其表达式为

$$\sum \rho_\xi = \frac{2}{r_b} - \frac{1}{r_\xi} + \frac{\eta_\xi \cos \alpha_0 \cos \lambda}{r_0 - \eta_\xi r_b \cos \alpha_0} \quad (4)$$

式中: $r_b$  为滚珠半径,  $r_\xi$  为对应的滚道圆弧半径,  $\alpha_0$  为接触角,  $\lambda$  为螺旋角,  $r_0$  为滚珠丝杠副螺纹滚道公称半径,  $\xi = S, \xi = N$  分别对应  $\eta_\xi = 1, \eta_\xi = -1$  的情况。

根据赫兹接触理论,随着法向接触载荷  $Q_j$  作用,相互接触的弹性体将会形成椭圆形的接触平面,其接触应力分布符合半椭圆规律,其中心点接触应力最大。接触应力最大值为

$$\sigma_{\max} = \frac{3Q_j}{2\pi a_L b_L} \quad (5)$$

式中,  $a_L$ 、 $b_L$  为相对应的接触椭圆长、短轴。

则两弹性体接触面对应的接触应力分布规律为

$$\sigma(x, y) = \sigma_{\max} \sqrt{1 - (x/a_L)^2 - (y/b_L)^2} \quad (6)$$

在法向力  $Q_j$  的作用下,滚珠与丝杠滚道面、螺母滚道面接触点所产生的接触变形量分别为  $\delta_{n,S}$ 、 $\delta_{n,N}$ ,则螺母滚道面和丝杠滚道面由于法向接触变形所导致法向位移量  $\delta_n$  为

$$\delta_n = \delta_{n,N} + \delta_{n,S} \quad (7)$$

螺母滚道面与丝杠滚道面间的法向弹性位移,会使得螺母相对于丝杠在轴线方向上产生轴向弹性位移量,设其值为  $\delta_a$ 。由图 1 所示几何关系可得

$$\delta_a = \delta_n \cos \lambda \sin \alpha_0 \quad (8)$$

对于滚珠丝杠副,其静刚度  $K_a$  定义为抵抗轴向变形的能力,为发生单位轴向位移变形所需要的外部轴向载荷的大小,可以表示为

$$K_a = \frac{dF_a}{d\delta_a} \quad (9)$$

### 1.3 变形协调关系的建立

定义两颗相邻的承载滚珠为一个承载对,对于滚珠总数为  $N$  的滚珠丝杠副,共可构建  $N - 1$  个承载对。对第  $i - 1$  颗滚珠和第  $i$  颗滚珠耦合的承载对,螺母滚道与这两颗滚珠接触点间的轴段所承受

的载荷定义为  $F_n^{i-1}$ ,同理丝杠滚道对应轴段受力为  $F_s^{i-1}$ ,由此建立的滚珠丝杠副受力分析简图如图 2 所示,根据轴段之间的受力平衡,对应轴段  $F_n^{i-1}$ 、 $F_s^{i-1}$  的表达式为

$$F_n^{i-1} = F_s^{i-1} = F_a - \sum_{j=1}^{i-1} Q_j \sin \alpha_0 \cos \lambda, \quad i = 2, 3, \dots, N \quad (10)$$

为了更为直观分析单个承载对相邻滚珠的接触变形耦合关系,本文把第  $i - 1$  颗滚珠和第  $i$  颗滚珠与丝杠/螺母滚道的接触进行相应的等效,建立如图 3 所示的变形协调示意图。

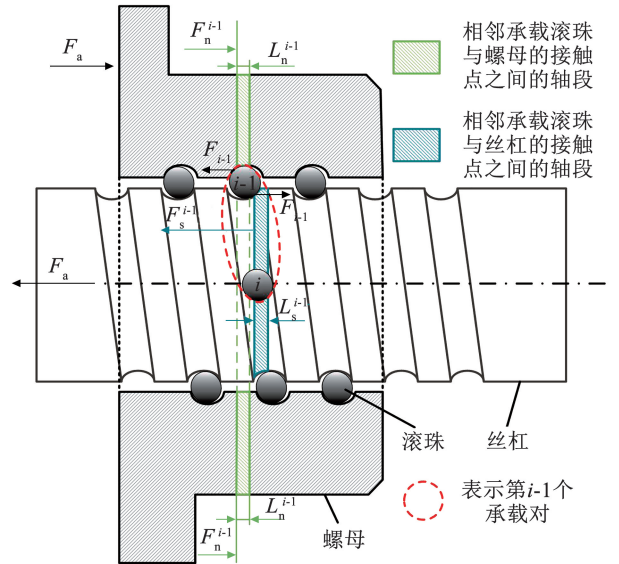


图 2 滚珠丝杠副受力分析简图

Fig. 2 Force analysis of ball screw pair

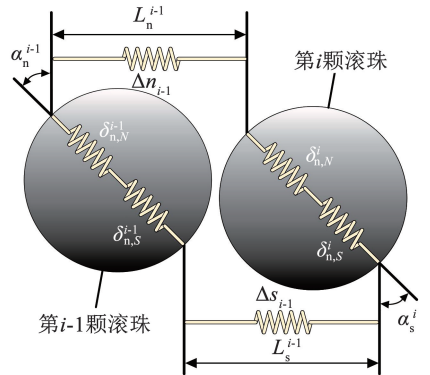


图 3 第  $i - 1$  个承载对变形协调示意

Fig. 3 Deformation compatibility for  $(i - 1)$ th bearing pair

首先提供一个轴向力,在不考虑滚珠几何误差的前提下,使得所有滚珠与滚道都保持一个接触状态,实际受载后,滚珠与滚道的接触位置会有所偏移。受载后滚珠所受法向载荷为  $Q_j$ ,此时根据式(2)即可计算第  $i - 1$  颗滚珠与螺母滚道和丝杠滚道对应偏移量分别为  $\delta_{n,N}^{i-1}$ 、 $\delta_{n,S}^{i-1}$ ,同理可以得到第  $i$  颗滚珠的对应滚道偏移量分别为  $\delta_{n,N}^i$ 、 $\delta_{n,S}^i$ ,由式(7)

即可得到对应滚珠的总轴向偏移量  $\delta_n^{i-1}$ 、 $\delta_n^i$  如下：

$$\begin{cases} \delta_n^{i-1} = \delta_{n,N}^{i-1} + \delta_{n,S}^{i-1} \\ \delta_n^i = \delta_{n,N}^i + \delta_{n,S}^i \end{cases} \quad (11)$$

同时,该承载对所对应的螺母轴段和丝杠轴段在轴向载荷的作用下会发生相应的轴向拉压变形,其变形量分别用  $\Delta n_{i-1}$  和  $\Delta s_{i-1}$  表示：

$$\Delta n_{i-1} = \frac{F_n^{i-1} L_n^{i-1}}{E_N A_N} \quad (12)$$

$$\Delta s_{i-1} = \frac{F_s^{i-1} L_s^{i-1}}{E_S A_S} \quad (13)$$

式中： $E_N$ 、 $E_S$  分别为螺母和丝杠材料对应的弹性模量， $A_N$ 、 $A_S$  分别为螺母和丝杠对应的轴向横截面积， $L_n^{i-1}$ 、 $L_s^{i-1}$  分别为相应承载对的轴段对应的轴向长度，其表达式为

$$L_n^{i-1} = L_s^{i-1} = P_h / Z \quad (14)$$

式中： $P_h$  为滚道的导程， $Z$  为连续载荷分布下螺纹滚道一圈所能容纳的滚珠个数。

在一个承载对的滚珠均与滚道发生接触的前提下，无论施加的轴向载荷  $F_a$  如何变化，其变形量始终存在耦合关系：

$$-\Delta n_{i-1} - \delta_n^i \sin \alpha_0 \cos \lambda = \Delta s_{i-1} - \delta_n^{i-1} \sin \alpha_0 \cos \lambda \quad (15)$$

同时,对于滚珠丝杠副内部滚珠,全部滚珠所受轴向载荷之和等于总的轴向载荷量  $F_a$  为

$$F_a = \sum_{j=1}^N Q_j \sin \alpha_0 \cos \lambda \quad (16)$$

由式(15)、(16)所构成的  $N$  个非线性方程构成的非线性方程组即可求解出全滚珠对应的载荷分布模型：

$$\begin{cases} E(i-1) = (\delta_n^i - \delta_n^{i-1}) \sin \alpha_0 \cos \lambda + \Delta s_{i-1} + \Delta n_{i-1} \\ E(N) = F_a - \sum_{j=1}^N Q_j \sin \alpha_0 \cos \lambda \end{cases} \quad (17)$$

式中， $i=2,3,\dots,N$ 。

## 2 非连续状态下的载荷分布模型

### 2.1 5次抛物线型回珠曲线

对于内循环结构的滚珠丝杠副,滚珠在螺母内部形成多个单圈的封闭循环链,其运动路径相比外循环式滚珠丝杠副更为复杂,其结构如图 4 所示。对于内循环滚珠丝杠副回珠曲线的设计,需要尽可能满足流畅性,确保滚珠在关键点的平稳过渡,减少碰撞冲击和工作噪声。目前采用较多的设计方案是 5 次抛物线型回珠曲线,该曲线在  $xOy$  平面上的投影为 5 次抛物线,其以  $x$  为参变量的回珠曲线的参数方程如下<sup>[13]</sup>：

$$\begin{cases} \theta = \arcsin(x/\rho) \\ y = Ax + Bx^3 + Cx^5 \\ z = \rho \cos[\arcsin(x/\rho)] \end{cases} \quad (18)$$

式中： $\rho$  为回珠曲线到丝杠中心轴的距离， $\theta$  为参变量， $A$ 、 $B$ 、 $C$  分别为 5 次抛物线方程的 1 次项、3 次项，以及 5 次项系数。

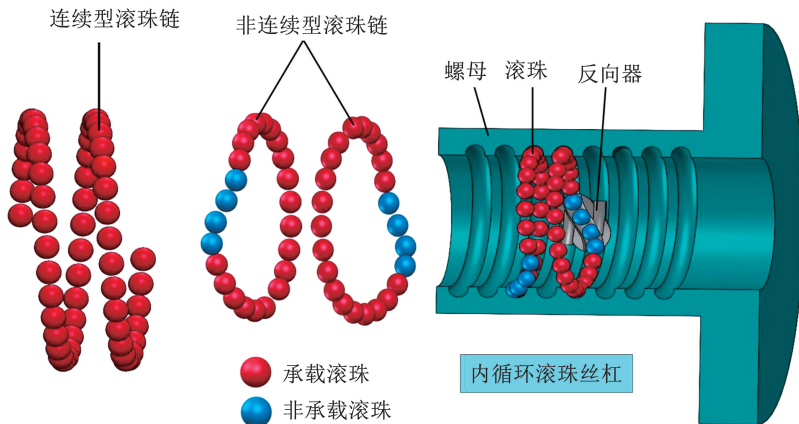


图 4 滚珠分布类型

Fig. 4 Ball distribution types

滚珠中心运动轨迹可以分为:1)滚珠在螺纹滚道段正常滚动的螺旋线段;2)为保证滚珠顺利进入反向器的延伸螺旋线段,通过反向器外形与螺旋线段相交确定其起始点  $S$ ;3)滚珠通过反向器攀升丝杠牙顶的回珠段(即为回珠曲线段),其起始点  $F$  由  $S$  点向内偏移一定距离得到,其运动轨迹如图 5 所

示。螺旋段的参数坐标方程为：

$$\begin{cases} x = d_0 \sin \theta / 2 \\ y = P_h / 2 + P_h \theta / 2\pi \\ z = d_0 \cos \theta / 2 \end{cases} \quad (19)$$

式中： $d_0$  为滚珠丝杠副螺纹滚道公称直径， $P_h$  为滚道的导程。

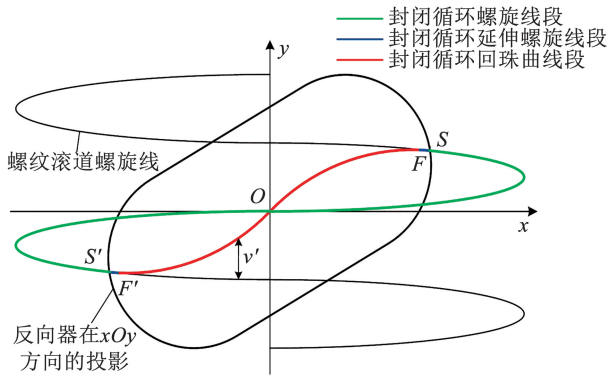


图5 封闭循环滚珠中心运动轨迹

Fig. 5 Closed circulation trajectory of ball centers

延伸螺旋线段和回珠曲线段在  $F$  点处相接并平滑过渡,此时两曲线在  $F$  点处的  $y_F, y'_F, y''_F$  相等,由此可以确定  $A, B, C$  3 个系数如下:

$$\begin{cases} A = -x_F^2 \tan \lambda / (2d_0^2 \delta^3) + 7 \tan \lambda / (8\delta) + 15P_h \omega / (16x_F) \\ B = \tan \lambda / (d_0^2 \delta^3) - 5 \tan \lambda / (4\delta x_F^2) - 5P_h \omega / (8x_F^3) \\ C = -\tan \lambda / (2d_0^2 \delta^3 x_F^2) + 3 \tan \lambda / (8\delta x_F^4) + 3P_h \omega / (16x_F^5) \end{cases} \quad (20)$$

式中:  $x_F$  为两段曲线相接点  $F$  横坐标,同理  $x_S$  为延伸螺旋线段和螺旋线段接点  $S$  横坐标,具体确定方法不在此处赘述,其中  $\lambda, \omega, \delta$  这几个参数的确定方法如下:

$$\begin{cases} \lambda = \arctan [P_h / (\pi d_0)] \\ \omega = 1 - [\arcsin (2x_F / d_0)] / \pi \\ \delta = \sqrt{1 - 4x_F^2 / d_0^2} \end{cases} \quad (21)$$

### 2.2 回珠曲线的形成

在图5中,当滚珠运动到接点  $F$  处时,将逐渐偏移螺纹滚道,给定一个横坐标  $x$ ,将对应一个轴向偏移量  $v'$ ,即

表1 与丝杠轴的距离  $\rho$  和对应偏移量  $v$

Tab. 1 Distance from screw axis  $\rho$  and corresponding offset  $v$

对应回珠曲线段	距离 $\rho$	偏移量 $v$
丝杠表面滚道爬升段	$\rho = \frac{d_0}{2} + (r_s - r_b) \cos \alpha_0 - \sqrt{(r_s - r_b)^2 - [v + (r_s - r_b) \sin \alpha_0]^2}$	$0 \leq v \leq v_a$
丝杠表面牙顶圆角段	$\rho = \frac{d}{2} - r + \sqrt{(r_b + r)^2 - (v_b - v)^2}$	$v_a \leq v \leq v_b$
丝杠表面牙顶段	$\rho = \frac{d}{2} + r_b$	$v_b \leq v \leq P_h \cos \lambda / 2$

注:  $\alpha_0$  为接触角,  $r_s$  为丝杠滚道圆弧半径,  $r_b$  为滚珠半径,  $r$  为牙顶圆角半径,  $d$  为丝杠大径,  $d_0$  为滚珠丝杠副螺母滚道公称直径,  $v_a, v_b$  分别为滚珠运动到对应丝杠表面  $a$  和  $b$  时的偏移量。

滚珠运动到对应丝杠表面  $a$  和  $b$  的偏移量  $v_a, v_b$  的表达式分别为:

$$v_a = (r_s - r_b) (\cos \beta - \sin \alpha_0) \quad (24)$$

$$v' = \frac{P_h}{2} \left[ 1 - \frac{1}{\pi} \arcsin \left( \frac{2x}{d_0} \right) \right] - (Ax + Bx^3 + Cx^5) \quad (22)$$

图6为沿螺纹滚道的法向截面。图6中:  $a$  为滚道圆弧和齿顶圆弧的接点,  $b$  为牙顶圆弧的最高点,  $c$  为滚珠在螺纹滚道运动时与滚道的接触点,  $E$  为滚道的圆弧中心,  $O$  为滚珠的几何中心,  $v$  为滚珠中心到螺纹滚道中心线的距离,定义为法向偏移量。其中法向偏移量  $v$  和轴向偏移量  $v'$  的关系为

$$v = v' \cos \lambda \quad (23)$$

根据5次抛物线型回珠曲线的设计要求,除了偏移量  $v'$  外,还需要确定回珠曲线的点到丝杠轴的距离  $\rho$ 。由图6可以看出,在确定  $\rho$  时可以将回珠曲线分为3段,分别为丝杠表面滚道爬升段 ( $ca$ ),丝杠表面牙顶圆角段 ( $ab$ ) 和丝杠表面牙顶段 ( $b$  到丝杠牙顶中心对称轴)。此时回珠曲线上的点到丝杠轴的距离  $\rho$  和对应偏移量  $v$  见表1。

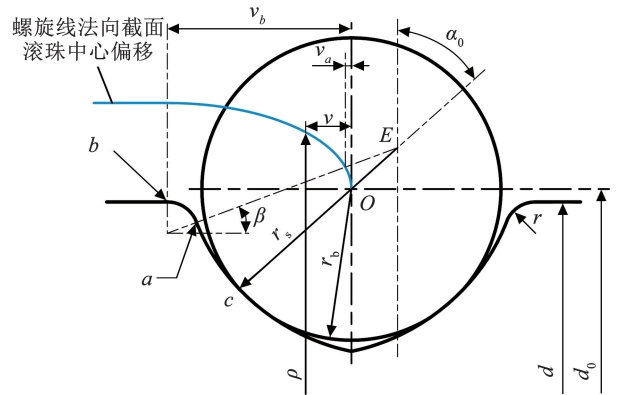


图6 沿螺纹滚道法向截面

Fig. 6 Normal cross-section along thread raceway

$$v_b = (r_s + r) \cos \beta - (r_s - r_b) \sin \alpha_0 \quad (25)$$

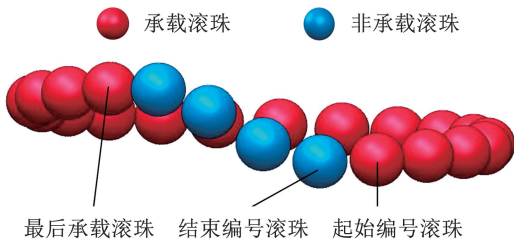
式中  $\beta = \arcsin \left[ \frac{d_0 - d + 2r + 2(r_s - r_b) \cos \alpha_0}{2(r_s + r)} \right]$ 。

由式(18)~式(25)可以得到整个封闭循环滚珠链的运动曲线方程:

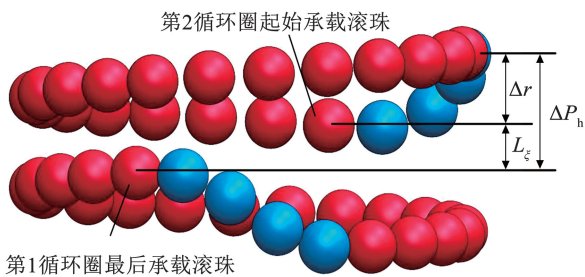
$$\begin{cases} x = d_0 \sin \theta / 2, & \theta_F < \theta \leq 2\pi - \theta_F \\ x = \rho \sin \theta, & -\theta_F < \theta \leq \theta_F \\ y = P_h / 2 + P_h \theta / 2\pi, & \theta_F < \theta \leq 2\pi - \theta_F \\ y = Ax + Bx^3 + Cx^5, & -\theta_F < \theta \leq \theta_F \\ z = d_0 \cos \theta / 2, & \theta_F < \theta \leq 2\pi - \theta_F \\ z = \rho \cos \theta, & -\theta_F < \theta \leq \theta_F \end{cases} \quad (26)$$

式中,  $\theta_F = \arcsin(2x_F/d_0)$ 。

对于内循环滚珠丝杠副, 单个循环路径内所能容纳滚珠个数  $z_c$  如下: 在 MATLAB 中, 以沿丝杠轴坐标最靠前的螺纹线点作为起始滚珠位置, 在式(26)中得到单个循环内滚珠的运动路径上以极小步长取采样点, 当采样点坐标与起始滚珠位置的间距大于滚珠直径  $d_b$ , 该采样点坐标即确定为下一颗滚珠坐标, 以此类推确定全部滚珠坐标。当沿封闭路径确定所有滚珠位置, 检查最后一颗滚珠与第 1 颗滚珠的位置干涉, 干涉则去除。由此可确定单个循环圈内所能容纳的滚珠数  $z_c$ , 同时根据  $x_s$  坐标确定承载滚珠索引  $I_{load}$  和非承载滚珠的索引  $I_{unload}$ 。内循环滚珠丝杠滚珠位置示意图如图 7 所示。



(a) 单个循环圈滚珠编号



(b) 跨循环圈滚珠编号

图 7 滚珠位置图

Fig. 7 Ball position

由式(14)可知, 对于连续式滚珠分布, 其每个

承载对的轴段对应轴向长度  $L_\xi$  为承载对滚珠间的轴向距离, 而对于如图 7 所示的封闭循环式滚珠分布, 对于前一个循环圈最后承载滚珠和下一个循环圈起始承载滚珠构成的承载对, 其轴段对应轴向长度需要考虑由滚珠链偏移引起的导程偏移量  $\Delta P_h$  和反向器存在引起的偏移量  $\Delta r$ , 其计算公式分别为:

$$\Delta P_h = P_h + P_h / N_r \quad (27)$$

$$\Delta r = y_1 - y_{load} \quad (28)$$

式中:  $N_r$  为滚珠丝杠副中反向器个数,  $y_1$  为起始滚珠沿丝杠轴的坐标,  $y_{load}$  为同一循环圈最后一个承载滚珠沿丝杠轴的坐标。

由式(27)、(28)可以得到跨循环圈的滚珠承载对其轴段的轴向长度  $L_\xi$ , 即

$$L_\xi = \Delta P_h - \Delta r \quad (29)$$

联立式(14)和式(29)可以得到每个承载对轴段的轴向长度如下:

$$\begin{cases} L_\xi = P_h / Z, & \text{承载对滚珠编号差值为 1} \\ L_\xi = \Delta P_h - \Delta r, & \text{承载对滚珠编号差值为 } z_{unload} + 1 \end{cases} \quad (30)$$

式中  $z_{unload}$  为未承载滚珠数。

联立式(12)、(13)和式(30)即可得到该模型下相应承载对所对应的螺母轴段和丝杠轴段的拉压变形量  $\Delta n_{i-1}$  和  $\Delta s_{i-1}$  分别为:

$$\Delta n_{i-1} = \frac{F_n^{i-1} L_n^{i-1}}{E_N A_N} \quad (31)$$

$$\Delta s_{i-1} = \frac{F_s^{i-1} L_s^{i-1}}{E_S A_S} \quad (32)$$

对于滚珠总数为  $N_r \cdot z_c$  的滚珠丝杠副, 单个循环圈承载滚珠数为  $z_{load}$ , 可构建构成  $N_r \cdot z_{load} - 1$  个数的承载对变形协调方程, 式(15)、(16)和式(31)、(32)联立即可得到类似式(17)的  $N_r \cdot z_{load}$  个非线性方程构成的非线性方程组:

$$\begin{cases} E(i-1) = (\delta_n^i - \delta_n^{i-1}) \sin \alpha_0 \cos \lambda + \Delta s_{i-1} + \Delta n_{i-1} \\ E(N_r \cdot z_{load}) = F_a - \sum_{j=1}^N Q_j \sin \alpha_0 \cos \lambda \end{cases} \quad (33)$$

式中,  $i = 2, 3, \dots, N_r \cdot z_{load}$ 。

### 3 模型求解和实验验证

本文以某型号的滚珠丝杠副进行模型求解以及实验验证, 其材料力学性能参数和结构参数见表 2、3。

表 2 材料力学性能参数<sup>[14]</sup>

Tab. 2 Mechanical property parameters of materials<sup>[14]</sup>

参数	数值	参数	数值	参数	数值
滚珠弹性模量/MPa	$2.1 \times 10^5$	滚珠屈服强度/MPa	1 617	滚珠泊松比	0.3
丝杠弹性模量/MPa	$2.1 \times 10^5$	丝杠屈服强度/MPa	1 152	丝杠泊松比	0.3
螺母弹性模量/MPa	$2.1 \times 10^5$	螺母屈服强度/MPa	1 152	螺母泊松比	0.3

表 3 滚珠丝杠副结构参数

Tab. 3 Structural parameters of ball screw pair

参数	数值	参数	数值
丝杠公称直径 $d_0$ /mm	32.4	反向器个数 $N_r$	4
滚道圆弧半径 $r_\xi$ /mm	1.587	丝杠大径/mm	32.0
滚珠直径 $d_b$ /mm	3.165	丝杠小径/mm	29.1
导程 $P_h$ /mm	5	螺母外径/mm	50.0
螺旋角 $\lambda$ /( $^\circ$ )	2.81	螺母大径/mm	35.5
接触角 $\alpha_0$ /( $^\circ$ )	45	螺母小径/mm	32.8

### 3.1 模型求解

对于本文提出的非连续型滚珠链的静刚度模型,先输入滚珠丝杠副结构参数和力学性能参数,通过式(26)的滚珠链空间曲线确定如图 8 所示的滚珠运动路径,由此确定第 1 个循环圈的滚珠位置,并确定承载滚珠索引  $I_{load}$  和非承载滚珠的索引  $I_{unload}$ 。

对第 1 圈滚珠进行相应的直线偏移和旋转得到所有循环圈的滚珠位置,根据式(33)的非线性方程组得到全滚珠载荷分布,其计算流程图如图 9 所示。

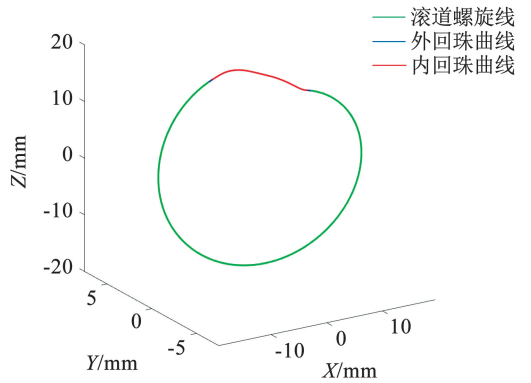


图 8 滚珠运动路径

Fig. 8 Ball motion path

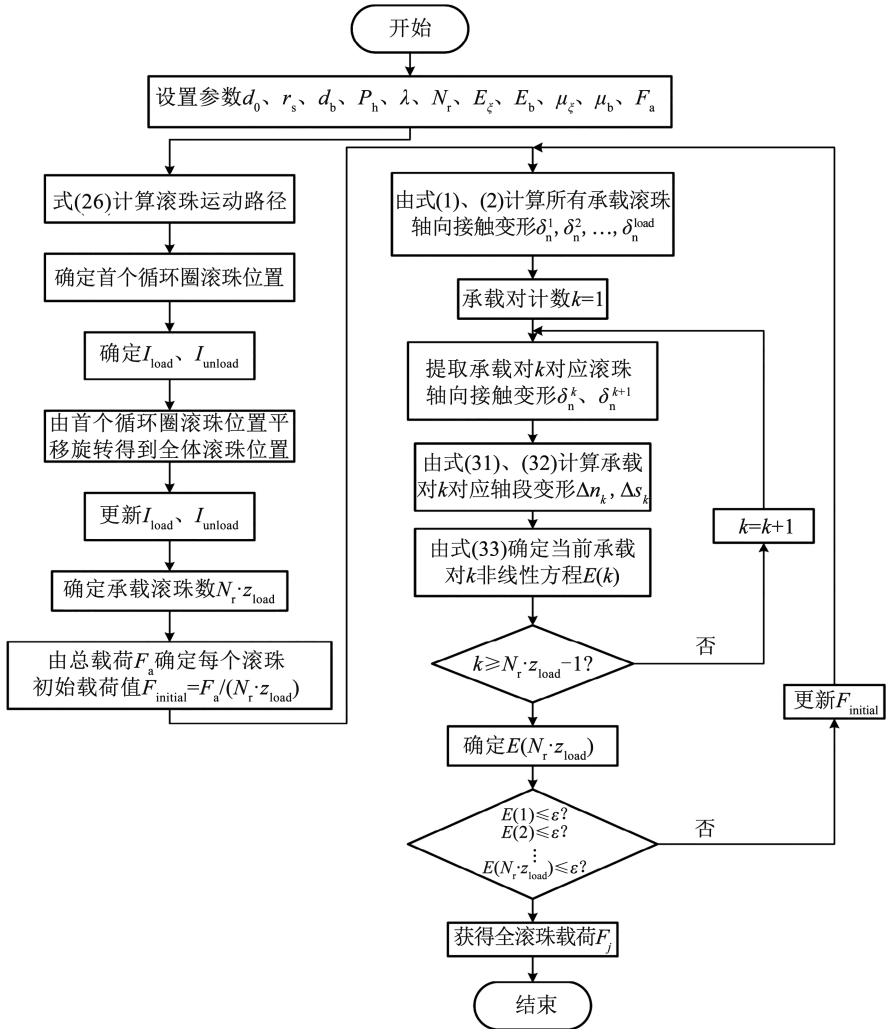


图 9 载荷分布计算流程

Fig. 9 Load distribution computation

根据本文提出的非连续型滚珠分布模型与连续型滚珠分布模型所计算出全滚珠载荷如图 10 所示,

相比连续型分布的滚珠载荷,本文提出的分布模型在跨循环圈的滚珠承载对处存在明显的载荷跳跃,

这是由于反向器存在导致的该承载对的轴段距离变长,为满足承载对中滚珠的变形耦合关系,滚珠间载荷变化量变大。同时本文可以发现,非连续型滚珠分布模型除了因为跨循环圈引起的载荷突变外,每个循环圈内滚珠载荷分布趋势与连续型滚珠分布所呈现出的载荷分布趋势相似。因此反向器的存在主要改变各个循环圈之间的整体载荷分布,使各圈滚珠的承载总量差异更加明显,对循环圈内的滚珠载荷分布影响不大。图 11 为该模型下可视化的全滚珠载荷分布,灰色滚珠表示被包络在滚珠丝杠副的反向器轮廓线内部,不发挥承载作用。

在工程实践中,更关注接触体在当前载荷下的接触应力,其关系到接触体是否发生不可逆的塑性变形。而最大静态切应力  $\tau_{st}$  是引起两弹性体接触时的塑性变形的的主要因素<sup>[15]</sup>,根据 Mises 准则,因纯剪切受力导致屈服时,其实际屈服极限  $\sigma_{Hlim}$  为

$$\sigma_{Hlim} = \frac{\tau_{st}}{k_{st}} = \frac{1}{\sqrt{3}k_{st}}\sigma_y \quad (34)$$

式中: $k_{st}$  为与接触椭圆相关系数, $\sigma_y$  为材料屈服强度。

由式(5)、(6)联立可以得到当前工作载荷下承载最大的滚珠与丝杠滚道的接触应力分布。图 12 为连续载荷分布模型和本文所提载荷分布模型的接触应力分布对比。由式(34)计算得到滚珠与丝杠滚道发生塑性变形时的实际屈服极限  $\sigma_{Hlim}$  为 2 046.48 MPa。由图 12 可以看出,两种载荷分布模型的最大承载滚珠的最大接触应力均未超过实际屈服极限。但相对于连续载荷分布模型,本文提出模型的最大承载滚珠的最大接触应力略微增加,这种现象在滚珠与螺母滚道的接触应力分布对照中同样

存在,这是由于考虑非承载区的载荷分布模型的承载滚珠数量少,单个滚珠的接触载荷增大。这对于更精确预测滚珠丝杠副疲劳寿命、优化滚珠丝杠副结构设计和提高滚珠丝杠副承载性能具有重要意义。

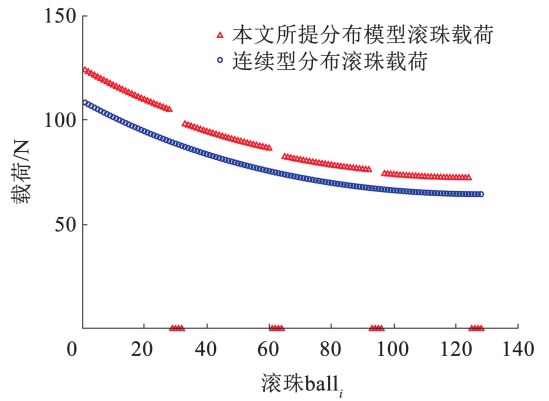


图 10 不同模型的滚珠载荷分布

Fig. 10 Ball load distribution in different models

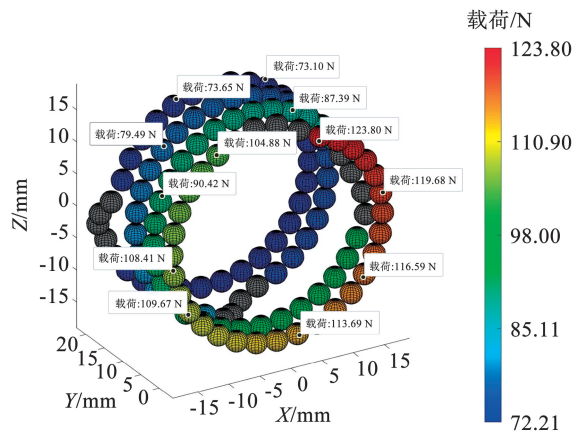
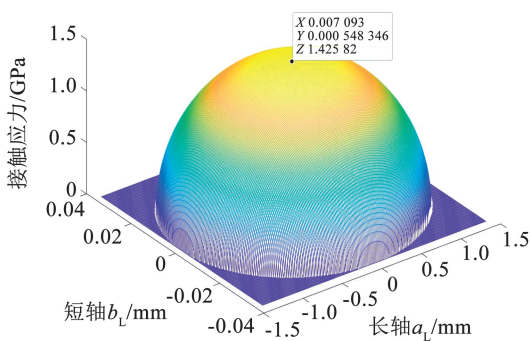
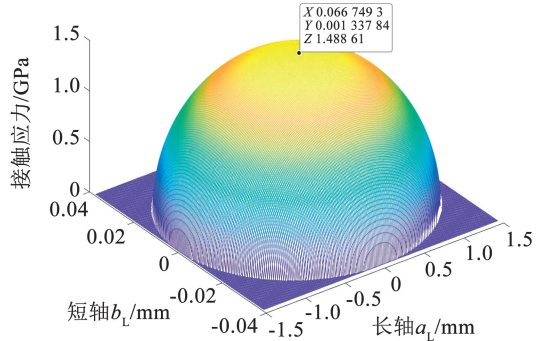


图 11 可视化全滚珠载荷分布

Fig. 11 Visualization of full-ball load distribution



(a) 连续载荷分布模型接触应力



(b) 本文所提载荷分布模型接触应力

图 12 两种载荷分布模型的接触应力分布对比

Fig. 12 Contact stress distribution comparison between two load distribution models

### 3.2 实验验证

本次实验选取 30% 额定静载荷值的负载量 10 kN 作为最大测试轴向载荷,实验获得的 MTS 拉

伸疲劳试验机上、下端的相对位移量,等效为滚珠丝杠副在当前载荷下的轴向接触变形。夹持加载端逐渐从零开始缓慢增载,避免因加载过快引起滚珠转

动造成的误差, 保证滚珠丝杠副在预定载荷下获得的轴向位移的准确性, 验证实验的现场设置如图 13 所示。为了验证模型与实验的吻合度, 进行 9 组重复实验, 并对 9 组数据点进行平均作为最后实际的轴向载荷—轴向位移数据。

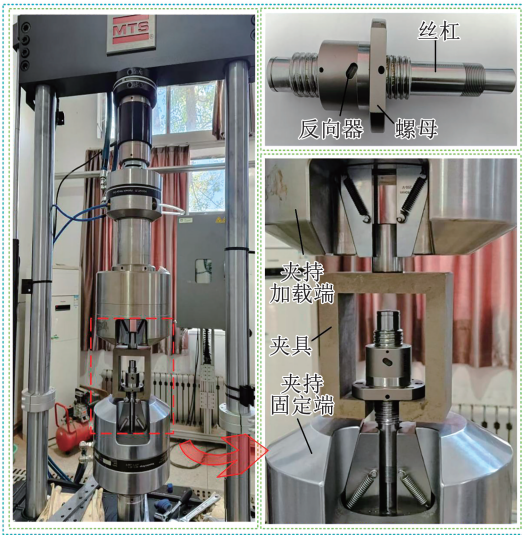


图 13 滚珠丝杠副轴向接触变形实验现场

Fig. 13 Experiment site of axial contact deformation of ball screw pair

### 3.3 数值模型与实验对照

基于两种载荷分布模型求解得到的全滚珠载荷, 根据式(8)、(9)求解得到轴向位移量  $\delta_a$  和静刚度  $K_a$ , 即两种模型的理论位移和理论刚度。与实验数据相比, 本文所提出的考虑非承载区的载荷分布模型的轴向接触变形最大误差约为 5.42%, 接触刚度最大误差约为 6.69%。图 14 为两种载荷分布模型与实际实验的轴向位移曲线对比。由图 14 可以看出, 相比于连续载荷分布模型, 本文的模型与实验所得到的位移曲线更加贴合; 同时随着载荷的增大, 滚珠丝杠副的总位移与实验位移曲线相对误差逐渐增大, 这是由于载荷作用于夹具所引起的轴向位移不断增大所导致的。

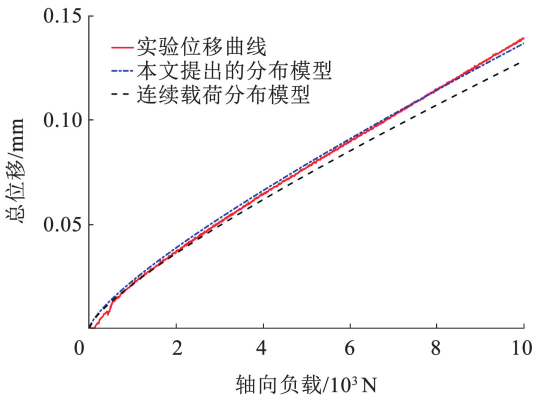


图 14 轴向位移曲线对比

Fig. 14 Comparison of axial displacement curves

图 15 为两种模型与实验静刚度曲线的对比。由图 15 可以看出, 载荷较小时, 本文提出的分布模型与实验数据误差较大, 这是由于滚珠丝杠副滚道误差和滚珠几何误差造成的。随着载荷增大, 滚道间的初始间隙逐渐被滚珠丝杠副的轴向接触变形所抵消。

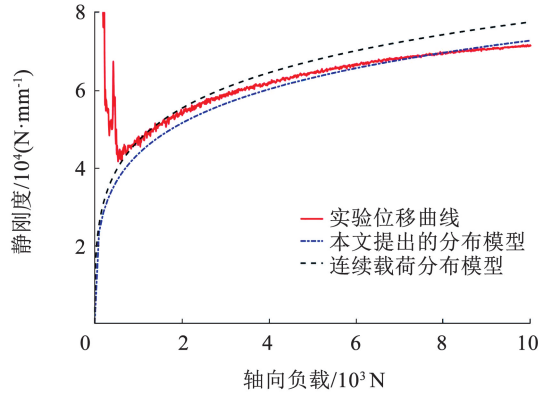


图 15 静刚度曲线对比

Fig. 15 Comparison of static stiffness curves

## 4 结果和讨论

### 4.1 反向器个数对静刚度的影响

图 16 显示了滚珠丝杠副的滚珠载荷分布与反向器副个数的关系图。由图 16 可以看出, 在保证滚珠丝杠副其余结构参数不变的基础上, 增加反向器个数, 即增加循环圈数, 将增加总体承载滚珠的数量, 进而降低前面循环圈数的滚珠承载总量。同时反向器的数量及位置分布发生变化, 导致跨循环圈的承载对的轴向长度  $L_g$  缩短, 因此滚珠由于承载区到非承载区过渡所产生的载荷阶跃幅值有所降低。对于 3 个反向器的滚珠丝杠, 每圈的承载占比分别为 38.5%、32.2%、29.3%; 4 个反向器每圈承载占比分别为 31.8%、25.7%、22.1%、20.4%; 5 个反向器每圈承载占比分别为 28.1%、22.2%、18.4%、16.2%、15.1%。在滚珠丝杠副反向器个数增加使得丝杠载荷分布更为均匀的情况下, 后几圈滚珠承载占比逐渐降低, 因此需要均衡增加反向器带来的更均匀载荷分布和反向器过多导致末尾循环圈低效率承载, 选择合理的反向器个数。图 17 为不同反向器个数下滚珠丝杠副的静刚度曲线。由图 17 可以看出, 在不改变其余结构参数的前提下, 随着反向器个数的增加, 承载滚珠数目也增加, 使得滚珠的载荷分布趋势更加均匀, 并一定程度上提高了滚珠丝杠副的静刚度。但需要注意的是, 反向器增加所带来的静刚度提升效果存在衰减。

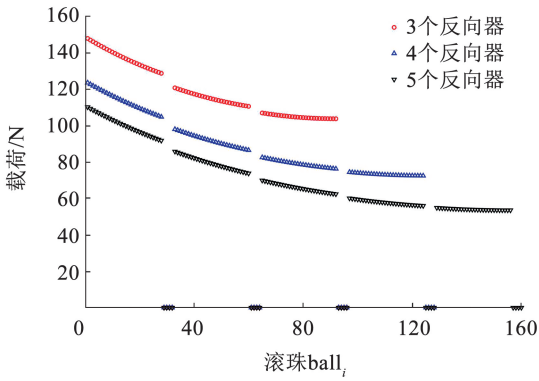


图 16 不同反向器个数的载荷分布

Fig. 16 Load distribution under different numbers of reversers

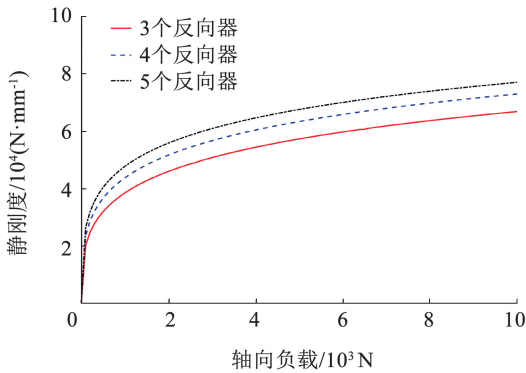


图 17 不同反向器个数的静刚度

Fig. 17 Static stiffness under different numbers of reversers

### 4.2 滚珠直径对静刚度的影响

滚珠直径变化将改变滚道曲率比,进而影响滚珠丝杠副静刚度,滚珠丝杠副中螺纹滚道圆弧半径  $r_\xi$  与滚珠半径  $r_b$  的比值  $t_b$  称为滚道曲率比,即  $t_b = r_\xi / r_b$ 。图 18 为反向器个数为 4 时不同滚珠直径对应的载荷分布,随着滚珠直径减小,滚道曲率比增大,滚珠的载荷分布更加均匀。

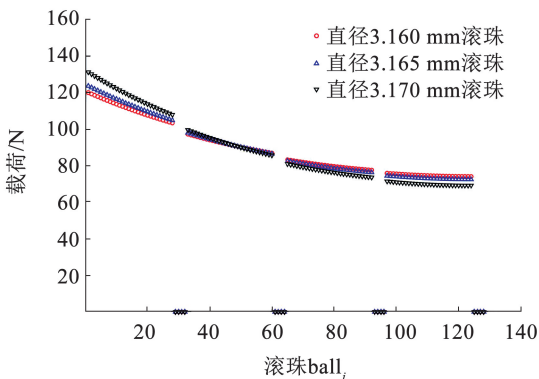


图 18 不同滚珠直径的载荷分布

Fig. 18 Load distribution with different ball diameters

图 19 为反向器个数为 4 时不同滚珠直径对应的静刚度曲线。由图 19 可以看出,滚珠直径越大,

即滚道曲率比越小,将导致滚珠间承载差异变大,但其静刚度却有所提升,并且滚道曲率比越接近 1,其对滚珠丝杠副静刚度的改善效果越好。这是由于滚道曲率比变化,将改变滚珠与两个滚道接触的主曲率和赫兹接触系数  $C_\xi$ ,进而影响滚珠与螺纹滚道的接触情况,通常在螺纹滚道圆弧半径  $r_\xi$  大于滚珠半径的前提下,二者比值越接近,其接触情况越好。

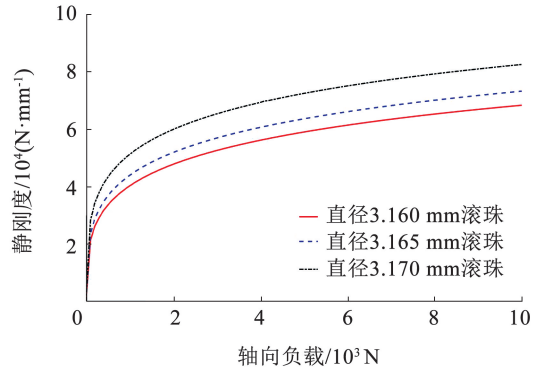


图 19 不同滚珠直径的静刚度

Fig. 19 Static stiffness with different ball diameters

## 5 结 论

1) 相比连续滚珠载荷分布模型,本文提出考虑非承载区的滚珠载荷分布模型与实验所得到的轴向位移曲线和静刚度曲线的吻合度更高,轴向接触变形与实验相比最大误差为 5.42%,静刚度与实验相比最大误差为 6.69%,验证了模型的可靠性。

2) 非连续载荷分布模型中,滚珠接触载荷的不均匀性增大。本文所提出的分布模型考虑到反向器内部的非承载滚珠所引起的接触耦合关系,使得跨循环的滚珠承载发生载荷阶跃现象,加大了各循环圈之间的总体承载差异,同时滚珠-丝杠与滚珠-螺母最大接触应力也会相应增大。

3) 增加反向器的个数,不仅能提高其静刚度,同时降低跨非承载区产生的载荷阶跃幅值。增加反向器个数并不改变滚珠与滚道的接触状态,而是通过增加承载滚珠数来提高承载能力,以此提高静刚度。然而,随着反向器个数的逐渐增多,滚珠丝杠副的承载效率降低,静刚度提升幅度也会逐渐衰减。

4) 滚珠直径的差异将显著改变静刚度,同时也会影响滚珠载荷阶跃幅值,但对于二者的作用效果相反。不同于增加反向器个数获得更多承载滚珠来改善静刚度,滚珠直径的变化通过影响滚珠与滚道的接触状态来改变静刚度大小,其越接近 1,对于静刚度的提升效果越明显。另一方面,滚珠直径增大使得承载对之间的轴段距离变远,这放大了滚珠载荷分布的不均匀性。

## 参考文献

- [1] WANG Ziyi, LI Changyou, XU Mengtao, et al. Dynamic analysis and stability prediction of nonlinear feed system coupled with flexible workpiece [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2022, 520: 116597. DOI: 10.1016/j.jsv.2021.116597
- [2] 张进华, 方斌, 朱永生, 等. 基于球-滚道非完全接触状态下的球轴承载荷分布计算及刚度特性研究[J]. *机械工程学报*, 2020, 56(9): 73  
ZHANG Jinhua, FANG Bin, ZHU Yongsheng, et al. Investigation of the load distribution and stiffness characteristic of ball bearing under ball-raceway separation condition [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2020, 56(9): 73. DOI: 10.3901/JME.2020.09.073
- [3] 张珂, 张立奇, 王展, 等. 考虑滚动体滑移的全陶瓷角接触球轴承非线性动态特性分析[J]. *振动与冲击*, 2024, 43(5): 131  
ZHANG Ke, ZHANG Liqi, WANG Zhan, et al. Nonlinear dynamic characteristics analysis of full ceramic angular contact ball bearing considering ball slip [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2024, 43(5): 131. DOI: 10.13465/j.cnki.jvs.2024.05.014
- [4] ZHOU Changguang, FENG Hutian, CHEN Zengtao, et al. Correlation between preload and no-load drag torque of ball screws [J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2016, 102: 35. DOI: 10.1016/j.ijmactools.2015.11.010
- [5] MIURA T, MATSUBARA A, KONO D, et al. Design of high-precision ball screw based on small-ball concept [J]. *Precision Engineering*, 2017, 47: 452. DOI: 10.1016/j.precisioneng.2016.09.020
- [6] 张俊杰, 王永泉, 陈花玲, 等. 螺母安装方式对滚珠丝杠载荷特性的影响规律研究[J]. *振动与冲击*, 2014, 33(8): 156  
ZHANG Junjie, WANG Yongquan, CHEN Hualing, et al. Influences of nut installation mode on a ball screw's load distribution [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2014, 33(8): 156. DOI: 10.13465/j.cnki.jvs.2014.08.027
- [7] MEI Xuesong, TSUTSUMI M, TAO Tao, et al. Study on the load distribution of ball screws with errors [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2003, 38(11): 1257. DOI: 10.1016/S0094-114X(03)00070-3
- [8] LV Lei, CHEN Shujiang, LU Changhou, et al. Analysis of load distribution for ball screws with circulation modes and geometric errors [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2024, 199, 105677. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2024.105677
- [9] WU Qin, LI Jianxiang, LIU Jun, et al. The influence of different load distribution considering geometric error on the fatigue life of ball screw [J]. *Scientific Reports*, 2024, 14(1): 9569. DOI: 10.1038/s41598-024-60247-8
- [10] LIU Chang, ZHAO Chunyu, WEN Bangchun. Dynamics analysis on the MDOF model of ball screw feed system considering the assembly error of guide rails [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2022, 178: 109290. DOI: 10.1016/j.ymsp.2022.109290
- [11] ZHAO Jiajia, LIN Mingxing, SONG Xianchun, et al. Investigation of load distribution and deformations for ball screws with the effects of turning torque and geometric errors [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2019, 141: 95. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2019.07.006
- [12] 赖建林, 范元勋. 高承载滚珠丝杠接触变形与磨损的研究 [J]. *机床与液压*, 2018, 46(15): 151  
LAI Jianlin, FAN Yuanxun. Research on contact deformation and wear of ball screw under high load condition [J]. *Machine Tool & Hydraulics*, 2018, 46(15): 151. DOI: 10.3969/j.issn.1001-3881.2018.15.034
- [13] 冯虎田. 滚珠丝杠副动力学与设计基础 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2015  
FENG Hutian. Dynamics and design basis of ball screw pair [M]. Beijing: China Machine Press, 2015
- [14] 罗相银. 高过载工况下滚珠丝杠副的极限承载能力及伺服加载试验台的研究 [D]. 南京: 南京理工大学, 2013  
LUO Xiangyin. Research on the ultimate load-carrying capacity of ball screw pairs under high overload conditions and the servo loading test bench [D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2013. DOI: 10.7666/d.y2277216
- [15] 吴贵成. 短时高承载反向式行星滚柱丝杠副关键技术研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2021  
WU Guicheng. Research on key technology of short-time high-load inverted planetary roller screw mechanism [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2021. DOI: 10.27061/d.cnki.ghgdu.2021.005097

(编辑 张红)