

DOI:10.11918/202508033

带有定量超调约束的吸引预设性能控制方法

张天琦, 李新凯, 孟月, 张宏立

(新疆大学 智能科学与技术学院(未来技术学院), 乌鲁木齐 830017)

摘要: 为完善非线性系统预设性能跟踪控制过程中约束冲突问题的处理机制, 并对系统施加更精细的约束, 本文提出了一种基于新型可变障碍函数的性能约束控制方法。首先, 对非线性系统约束控制中因初始状态不确定和期望轨迹突变导致的约束冲突问题进行分析, 提出了一种新的非对称可变障碍函数构型。该构型为系统引入了吸引函数, 能够统一处理约束冲突过程中的约束解除和约束恢复两个阶段, 并能够丰富预设性能边界的设置形式, 使得约束控制策略更加简单和完善。其次, 基于设计的新型非对称可变障碍函数构型, 设计一组新型 L 型预设性能边界函数。该组性能边界函数本身具有约束力, 能够对系统输出的超调量施加定量约束, 从而更精细地约束系统的行为。最后, 对系统误差的有界性和前向不变性进行了证明, 并基于 Lyapunov 函数稳定性理论证明所有闭环信号的一致最终有界性。选取四旋翼无人机系统进行数值仿真和实验对比, 数值仿真和实验结果验证了所提方案的有效性和优越性。本文设计的吸引预设性能方法, 能够在给系统施加定量超调约束的同时, 解决约束过程中产生的约束冲突问题。

关键词: 自适应控制; 可变障碍函数; 超调约束; 约束冲突; 预设性能控制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2026)01-0065-12

Catch prescribed performance control method with quantitative overshoot constraint

ZHANG Tianqi, LI Xinkai, MENG Yue, ZHANG Hongli

(School of Intelligence Science and Technology (School of Future Technology), Xinjiang University, Urumqi 830017, China)

Abstract: To address the constraint conflict issues in the prescribed performance tracking control of nonlinear systems and simultaneously impose more refined constraints on the system, this paper proposes a constrained performance control method based on a novel variable barrier function. Firstly, the problem of constraint conflicts caused by uncertain initial states and sudden changes in the expected trajectory in the constraint control of nonlinear systems is analyzed, and a new asymmetric variable barrier function configuration is proposed. This configuration introduces an attraction function to the system, which can uniformly handle the two stages of constraint release and constraint recovery during the constraint conflict process, and enrich the setting form of the preset performance boundary, making the constraint control strategy simpler and more complete. Secondly, based on the designed novel asymmetric variable barrier function configuration, a set of new L-shaped preset performance boundary functions is designed. These performance boundary functions are inherently constraining, capable of imposing quantitative constraints on the overshoot of the system output, thereby more precisely confining the system behavior. Finally, the boundedness of the system error and the forward invariance are proved, and the uniform ultimate boundedness of all closed-loop signals is proved based on the Lyapunov stability theory. A quadrotor unmanned aerial vehicle system is selected for numerical simulation and experimental comparison. The final numerical simulation and experimental results verify the effectiveness and superiority of the proposed scheme. The designed attraction-preserving performance method in this paper can not only impose quantitative overshoot constraints on the system, but also solve the constraint conflict problems arising during the constraint process.

Keywords: self-adaptation control; variable barrier function; overshoot constraint; constraint violation; prescribed performance control

收稿日期: 2025-08-15; 录用日期: 2025-10-30; 网络首发日期: 2025-11-24

网络首发地址: <https://link.cnki.net/urlid/23.1235.T.20251121.1046.002>

基金项目: 国家自然科学基金(62263030); 新疆维吾尔自治区天山英才青年拔尖人才项目(2024TSYCCX002)

作者简介: 张天琦(1999—), 男, 硕士研究生; 李新凯(1991—), 男, 副教授, 博士生导师

通信作者: 李新凯, lk@xju.edu.cn

针对实际系统中控制性能、状态或输出等某些变量的精细化约束问题,世界各国学者提出了丰富的约束控制策略^[1-4]。目前,已有的约束控制方法往往通过预先定义一组性能边界来构造出安全区,并且保证系统的输出在安全区域内演变来达到对系统施加约束的目的。因此,如何构建具有完善约束机制的安全区,对约束控制的研究具有重要意义^[5-8]。

比较常用于构造安全区并施加约束的控制方法有模型预测控制方法(model predictive control, MPC)和预设性能控制方法(prescribed performance control, PPC)。文献[9]基于 MPC 构建了一个安全区,并利用滑模控制器实现安全区域对系统变量的约束,但是文献[9]中构建的安全区域边界本身对系统误差不具有约束力。为了弥补这一不足,文献[10]基于障碍 Lyapunov 函数(barrier lyapunov function, BLF)构建了一个具有约束力的安全区域。常见的障碍李雅普诺夫函数有对数型^[11-12],积分型^[13-14]和正切型^[15-16]。此类基于障碍 Lyapunov 函数构建的约束需满足系统初始状态必须在安全区内的假设。然而在某些情况下,系统的初始状态往往难以获取。文献[17]通过使安全区边界的初始范围扩展到无穷大来解决这个问题,但是这个方法只适用于性能函数为恒正或恒负的情况,且系统运行中的状态也可能产生突变,这会导致被约束的系统状态逃逸出安全区,发生约束冲突。文献[18]研究了此类情况下系统的约束控制策略,通过引入反应边界保护方法生成新的安全轨迹来确保输出不会超出安全区,该方法的核心是通过当前的位置和速度对未来状态进行估计,并结合动态表面控制方法来预测并修正期望轨迹,然而预测和修正的计算过程比较复杂,较难应用高维或更强非线性系统。文献[19]提出了一种融合安全边界保护法,该方法通过设计一种安全边界的自调整机制来确保输出始终在安全边界内运行,并且取得了较好的成果。然而文献[18]和文献[19]均未考虑系统运行期间实际输出超出安全区域的情况,为此,设计一种发生约束冲突之后的处理机制,是约束控制过程中必须解决的问题。

除了完善约束控制中处理约束冲突的机制之外,如何对系统的瞬态性能进行更为精细的约束,也是约束控制中应考虑的重要问题。例如无人机在狭窄通道飞行或吊挂货物时,需约束系统误差超调量,以防止碰撞并减小货物摆动。文献[20]利用误差转移变换构建移位函数,能够将原始跟踪误差映射为初始条件为零的新误差变量,由此实现对系统超调的抑制。但该方法在超调抑制方面的有效性,是

以无法预先设定超调约束条件为代价的。文献[21]通过基于障碍 Lyapunov 函数设计一组管状预设性能边界来给系统超调量施加约束,该方法虽然可以预先设置对系统的超调量的约束,但是对于控制过程中,输出状态逃逸出预设性能区域引发的约束冲突问题并没提出解决的策略。因此考虑在约束发生冲突的情况下,如何对系统施加更为丰富和精细的约束同样具有重要的实际意义。

本文将研究非线性系统预设性能跟踪控制中的约束冲突和超调定量约束问题。主要包括以下几方面:

- 1) 如何处理约束控制过程中因初始条件未知和约束状态逃逸出安全区造成的约束冲突;
- 2) 如何完善约束冲突处理过程中约束解除和约束恢复两个阶段控制策略;
- 3) 如何在对系统超调施加定量约束的同时,引入完善的约束冲突处理机制。

1 系统描述及预备知识

1.1 系统描述

考虑如下二阶非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x_i) + d(t) + g(x_i)u \end{cases} \quad (1)$$

式中: $u \in \mathbf{R}$ 为控制输入, $x_i (i = 1, 2)$ 为系统的状态; $f(x_i), g(x_i)$ 为已知的光滑函数,并满足局部 Lipschitz 条件; $d(t)$ 为外部扰动。

在本文中,考虑系统输出 $y = x_1$, 因此可以将跟踪误差定义为

$$e_1 = x_1 - x_{1d} \quad (2)$$

式中 x_{1d} 为期望轨迹,遵循跟踪控制中的标准做法,本文做出如下假设:

假设 1 期望轨迹 x_{1d} 及其各阶导数 $x_{1d}^{(i)}$ 已知且连续有界, $i = 1, 2, \dots, n$ 。

假设 2 系统(1)中扰动 $d(t)$ 的观测量 $\hat{d}(t)$ 满足, $|\hat{d}(t) - d(t)| \leq \varepsilon$, ε 为已知的正常数。

控制目标:在给系统施加定量超调约束且初始跟踪条件未知的情况下,设计其捕捉预设性能跟踪控制器,保证系统具有如下特性:1) 当系统跟踪误差超出安全区域边界,发生约束冲突时,系统输出可以被吸引至预设性能区域中,保证跟踪误差具有预设性能;2) 即使在发生约束冲突的情况下,也可保证系统的超调满足定量约束。

1.2 预备知识

引理 1 对于初始条件有界的系统,若存在一个 C^1 连续且正定的 Lyapunov 函数 $V(x)$ 满足 $\| \mathbf{N}_1 \| \leq V(x) \leq \| \mathbf{N}_2 \|$, 如 $\dot{V}(x) \leq -\gamma V(x) + \rho$,

其中 $\aleph_1, \aleph_2: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ 是 K_∞ 类函数且 ρ, γ 为正常数, 则系统的解 $x(t)$ 一致最终有界^[22]。

引理 2 假设 $V(x)$ 是关于系统 $\dot{x} = f(x, t)$ 定义在包含原点的开区间 D 内的一个函数。如果 $V(x)$ 满足以下性质, 即: 1) 在区间 D 内连续可微且正定; 2) 当 x 接近区间 D 边界时, $V(x) \rightarrow \infty$; 3) 对于 $\forall t \geq 0$ 和 $x(0) \in D$, 存在一个正数 b , 沿 $\dot{x} = f(x, t)$ 的解可得 $V(x) \leq b$, 则函数 $V(x)$ 是一个障碍 Lyapunov 函数^[22]。

定义 1 基于引理 2, 如果定义域 D 随时间 t 变化, 且左右边界不对称, 则称 $V(x)$ 为非对称时变障碍 Lyapunov 函数。

1.3 吸引预设性能控制方法

传统的预设性能控制方法通常对系统跟踪误差进行约束, 通过设计约束边界生成一个如图 1 所示的预设性能区域, 其约束形式为

$$\bar{B}(t) < e_1 < \underline{B}(t) \quad (3)$$

式中: $\bar{B}(t), \underline{B}(t)$ 均是单调的光滑函数, 分别为约束上界和下界, e_1 为跟踪误差。

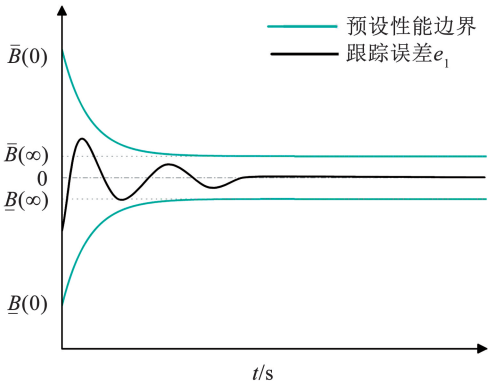


图 1 传统预设性能控制方法示意图

Fig. 1 Schematic diagram of traditional prescribed performance control method

此类方法通常假设初始误差 $e_1(0)$ 已知且满足 $\bar{B}(0) < e_1(0) < \underline{B}(0)$, 即初始误差必须处于预设性能区域之中, 但在实际应用中, 系统的初始状态往往难以确定, 这将导致系统初始误差 $e_1(0)$ 处于预设性能区域之外, 造成约束冲突; 此外, 在实际的轨迹跟踪控制过程中, 由于规划路径更新造成的期望轨迹大幅突变也会使得系统误差 e_1 超出预设性能区域, 发生约束冲突。

为了处理预设性能控制过程中由于系统误差超出预设性能区域引发的约束冲突问题, 本文提出了一种基于障碍 Lyapunov 函数的吸引预设性能控制方法 (catch prescribed performance control, CPPC), 其示意图如图 2 所示。

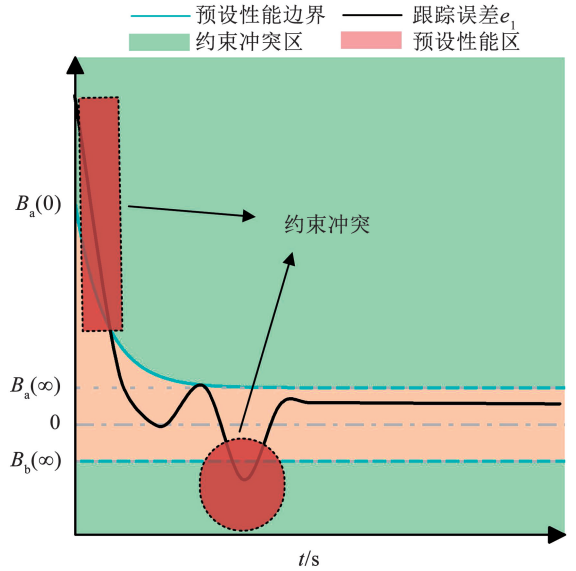


图 2 吸引预设性能控制方法示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the catch prescribed performance control method

首先定义一个切换函数:

$$\begin{cases} q(\kappa) = \begin{cases} 1, & \text{if } \kappa \geq 0 \\ 0, & \text{if } \kappa < 0 \end{cases} \\ \kappa = \frac{e_1 - \bar{B}}{e_1 - \underline{B}} \end{cases} \quad (4)$$

式中: e_1 为跟踪误差, \bar{B} 为约束上界, \underline{B} 为约束下界, κ 是为了判定是否发生约束冲突引入的判定项, 其约束区域与吸引区域的详细情况及边界处右极限和左极限见附录标注 1 所示, 为便于计算, 下文将 $q(\kappa)$ 记为 q , 在此基础上构造新型 Lyapunov 函数:

$$V_p = qV_s + (1 - q)V_{\text{bif}} \quad (5)$$

式中: q 为切换函数, V_{bif} 为障碍 Lyapunov 函数, 用于构建预设性能区域, V_s 为吸引函数, 通过设计 V_s , 便可以在发生约束冲突时, 将系统跟踪误差“吸引”至预设性能区域中。本文设计的 V_s 和 V_{bif} 为:

$$\begin{cases} V_s = \frac{b_p}{2} e_{1x}^2 \\ V_{\text{bif}} = \frac{1}{2} \ln^2 \left(\frac{\Theta}{1 - \Theta} \right) \end{cases} \quad (6)$$

式中: b_p 为正常数, 用来设置吸引效率, Θ 为转换误差, $\Theta = \frac{e_1 - \underline{B}}{\Delta B}$, $\Delta B = \bar{B} - \underline{B}$ 。

传统的障碍 Lyapunov 函数只能构建对称结构的预设性能区域, 本文设计的 V_{bif} 丰富了预设性能区域的设置形式, 使得预设性能区域的设置不再拘泥于对称的形式, 进而对系统跟踪误差施加更为精确和灵活的约束。

1.4 L 型预设性能边界函数

为了对系统跟踪误差超调量施加定量的约束,

使得系统具有更好的瞬态性能,基于本文设计的新
型障碍 Lyapunov 函数,进一步提出了一种 L 型预设
性能边界函数 $\mathbf{Ltub}(\bar{B}, \underline{B})$, 其示意图如图 2 所示。

$$\mathbf{Ltub}(\bar{B}, \underline{B}) = \begin{bmatrix} \frac{1 + \text{sigz}(e(0))}{2} & \frac{-1 + \text{sigz}(e(0))}{2} \\ \frac{-1 + \text{sigz}(e(0))}{2} & \frac{1 + \text{sigz}(e(0))}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_a \\ k_b \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \dot{k}_a = (B_{a0} - B_{a\infty}) \exp^{-c_1 t} + B_{a\infty} \\ \dot{k}_b = B_{b\infty} \\ \text{sigz}(\cdot) = \begin{cases} 1, & \text{if } \cdot \geq 0 \\ -1, & \text{if } \cdot < 0 \end{cases} \end{cases} \quad (8)$$

式中: B_{a0} 为 k_a 的初始值, $B_{a\infty}$ 为 $t \rightarrow \infty$ 时 k_a 的稳态
值, c_1 为 k_a 的收敛速度, $B_{a\infty}$ 为正常数, $k_a > k_b \geq 0$ 。
对于式(8)中的 k_a, k_b , 进行微分可得: $\dot{k}_a = -c_1(B_{a0} -$
 $B_{a\infty}) \exp^{-c_1 t}, \dot{k}_b = 0$, 当 $t \geq 0$ 时, k_a, k_b 是 C^1 连续的;
同时, 当 $t \rightarrow \infty$ 时 $k_a \rightarrow B_{a\infty}, k_b \rightarrow B_{b\infty}$, 故 $\mathbf{Ltub}(\bar{B}, \underline{B})$ 中
的边界是可达的。初始误差值 $e_1(0)$ 是系统开机
后, 通过传感器测得的量, 且并无精度要求。不需要
满足传统预设性能控制中 $B_{b\infty} < e_1(0) < B_{a0}$ 的假
设, 也可以使得系统跟踪误差的超调量满足:

$$\sigma \leq \frac{1}{|e(0)|} \max\{|B_{a\infty}|, |B_{b\infty}|\} \quad (9)$$

2 控制器设计

在本节中, 针对前文提到的二阶非线性系统, 设计具有输出误差超调约束的捕捉预设性能自适应控
制器, 使得系统输出 y 在满足定量超调约束的情况
下, 快速准确地对期望轨迹 y_d 进行跟踪, 控制器具
体设计步骤如下。

Step 1: 对式(2)定义的系统跟踪误差求导:

$$\dot{e}_1 = \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d} \quad (10)$$

采用式(5)构造的新型的 Lyapunov 函数对系统
误差 e_1 进行约束, 有:

$$V_{p1} = qV_S + (1-q)V_{bif} \quad (11)$$

根据式(6)设计其障碍 Lyapunov 函数 V_{bif} 和吸
引函数 V_S , 则有:

$$\begin{cases} V_{p1} = q \frac{b_p}{2} e_1^2 + (1-q) \frac{1}{2} \ln^2 \left(\frac{\Theta}{1-\Theta} \right) \\ \Theta = \frac{e_1 - \underline{B}}{\Delta B} \end{cases} \quad (12)$$

式中: q 为式(4)定义的切换函数; e_1 为系统跟踪误
差; 为了施加定量超调约束, 本文采用如式(7)所示
的 L 型预设性能边界函数 $\mathbf{Ltub}(\bar{B}, \underline{B})$, 记

$$\vartheta = \frac{1}{\Theta(1-\Theta)\Delta B}, \vartheta' = \frac{\partial}{\partial B} (B \dot{\bar{B}} - \dot{B} \bar{B} - \Delta \dot{B} e_1),$$

对 V_{p1} 求导可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{p1} = & qb_p e_1 (e_2 + \alpha - \dot{x}_d) + \\ & (1-q) \ln \left(\frac{\Theta}{1-\Theta} \right) [\partial(e_2 + \alpha - \dot{x}_d) - \vartheta'] \end{aligned} \quad (13)$$

式中: $e_2 = x_2 - \alpha$, α 为虚拟控制律。由式(13)可设计
 α 为:

$$\alpha = \dot{x}_{1d} - \frac{(1-q)}{\partial} \left[\gamma_1 \ln \left(\frac{\Theta}{1-\Theta} \right) + \vartheta' \right] \quad (14)$$

式中: γ_1 为大于零的常数; 将式(14)代入式(13)中,
可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{p1} = & -(1-q) \gamma_1 \ln^2 \left(\frac{\Theta}{1-\Theta} \right) + qb_p e_1 e_2 + \\ & (1-q) \partial \ln \left(\frac{\Theta}{1-\Theta} \right) e_2 \end{aligned} \quad (15)$$

Step 2: 对式 e_2 求导可得:

$$\dot{e}_2 = \ddot{x}_1 - \dot{\alpha} = f(x_i) + d(t) + g(x_i)u - \dot{\alpha} \quad (16)$$

假设 $d(t)$ 的估计值为 $\hat{d}(t)$, 构造 Lyapunov 函
数 V_{p2} , 表达式为:

$$V_{p2} = V_{p1} + \frac{1}{2} e_2^2 \quad (17)$$

对 V_{p2} 求导可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{p2} = & -(1-q) \gamma_1 \ln^2 \left(\frac{\Theta}{1-\Theta} \right) + e_2 [qb_p e_1 + (1-q) \cdot \\ & \partial \ln \left(\frac{\Theta}{1-\Theta} \right) + f(x_i) + d(t) + g(x_i)u - \dot{\alpha}] \end{aligned} \quad (18)$$

根据式(18), 设计控制律:

$$\begin{aligned} u = & \frac{1}{g(x_i)} [f(x_i) - \hat{d}(t) + \dot{\alpha} - (1-q) \partial \ln \left(\frac{\Theta}{1-\Theta} \right) - \\ & qb_p e_1 - \gamma_2 e_2 - \eta \text{sgn}(e_2)] \end{aligned} \quad (19)$$

式中: γ_2 为大于零的常数, $\text{sgn}(\cdot)$ 为符号函数, η 为
鲁棒项参数, 且 $\eta > \varepsilon$ 。

将式(19)代入式(18)中, 有

$$\begin{aligned} \dot{V}_{p2} = & -(1-q) \gamma_1 \ln^2 \left(\frac{\Theta}{1-\Theta} \right) - \gamma_2 e_2^2 + \\ & [\hat{d}(t) - d(t)] e_2 - \eta |e_2| \end{aligned} \quad (20)$$

根据式(4), 当系统跟踪误差发生约束冲突时,
 $q = 1$, 有:

$$\begin{cases} V_{p2} = \frac{b_p}{2} e_1^2 + \frac{1}{2} e_2^2 \\ \dot{V}_{p2} \leq -\gamma_2 e_2^2 \leq 0 \end{cases} \quad (21)$$

根据 LaSalle 不变性原理, 取 $\dot{V}_{p2} \equiv 0$ 时, $e_1 \equiv 0$,
 $e_2 \equiv 0$, 则有:

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow \infty} e_1 = 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} e_2 = 0 \end{cases} \quad (22)$$

因此, 当 $q = 1$ 时系统是收敛的。

根据式(4), 当系统处于预设性能区域中, $q=0$, 有:

$$\begin{cases} V_{p2} = \frac{1}{2} \ln^2 \left(\frac{\Theta}{1-\Theta} \right) + \frac{1}{2} e_2^2 \\ \dot{V}_{p2} \leq -\gamma_1 \ln^2 \left(\frac{\Theta}{1-\Theta} \right) - \gamma_2 e_2^2 + \varepsilon e_2 \end{cases} \quad (23)$$

下文对转换误差的有界性和预设性能区域的前向不变性进行证明。

根据杨氏不等式, 有:

$$e_2 \varepsilon \leq \frac{1}{2} e_2^2 + \frac{1}{2} \varepsilon^2 \quad (24)$$

并根据式(23), 有:

$$\dot{V}_{p2} \leq -\gamma_1 \ln^2 \left(\frac{\Theta}{1-\Theta} \right) - \left(\gamma_2 - \frac{1}{2} \right) e_2^2 + \frac{1}{2} \varepsilon^2 \quad (25)$$

当 $\gamma_2 > \frac{1}{2}$ 时, 令 $c_{v1} = \gamma_1, c_{v2} = \gamma_2 - \frac{1}{2}, c_{v3} = \frac{1}{2} \varepsilon^2$,

记 $\lambda = \ln \left(\frac{\Theta}{1-\Theta} \right)$, 设集合 $\Omega_x = \{x \mid |\lambda| \leq \sqrt{\frac{c_{v3}}{c_{v1}}}, |e_2| \leq \sqrt{\frac{c_{v3}}{c_{v2}}}\}$, 当 $x \notin \Omega_x$ 时, $\dot{V}_{p2} < 0$, 即系统能量严格

衰减; 当 $x \in \Omega_x$ 时, λ, e_2 均有界, 根据 Lyapunov 稳定性理论, 系统状态最终会收敛到有界集 Ω_x , 因此 λ, e_2 全局有界。进一步, 当 $\gamma_2 > \frac{\gamma_1 + 1}{2}$ 有:

$$\dot{V}_{p2} \leq -\gamma_1 V_{p2} + \frac{1}{2} \varepsilon^2 \quad (26)$$

记 $\rho = \frac{1}{2} \varepsilon^2$ 时, 根据引理 1, 则有:

$$\dot{V}_{p2} \leq -\gamma_1 V_{p2} + \rho \quad (27)$$

对式(27)两边同时积分, 可得:

$$0 \leq V_{p2}(t) \leq \mu(t) \quad (28)$$

式中: $\mu(t) = \frac{\rho}{\gamma_1} + \left(V_{p2}(0) - \frac{\rho}{\gamma_1} \right) e^{-\gamma_1 t}$, 由式(23)得:

$$\frac{1}{2} \ln^2 \left(\frac{\Theta}{1-\Theta} \right) \leq \mu(t) \quad (29)$$

解不等式(29)可得:

$$0 < \frac{1}{1 + e^{-\sqrt{2\mu(t)}}} \leq \Theta \leq \frac{1}{1 + e^{\sqrt{2\mu(t)}}} < 1 \quad (30)$$

则有, $0 < \frac{e_1 - \underline{B}}{\bar{B} - \underline{B}} < 1$, 即 $\underline{B} < e_1 < \bar{B}$ 。

结合上述有界性结论, 本文通过反证法对前向不变性进行如下证明。

若存在某个时刻 $t^* > 0$ 使得 $x(t^*) \notin \lambda$, 则由系统状态的连续性可知, 必存在一系列时间 $\{\tau_k\}_{k \in N}$ 满足 $\lim_{k \rightarrow +\infty} e_1(\tau_k) = \underline{B}(\tau_k)$ 或 $\lim_{k \rightarrow +\infty} e_1(\tau_k) = \bar{B}(\tau_k)$, 这与上文推导的有界性矛盾, 故假设不成立, 即不存在某个

时刻 $t^* > 0$ 使得 $x(t^*) \notin \lambda$, 即前向不变性成立。结合 $\text{L tub}(\bar{B}, \underline{B})$ 的几何结构易得出系统超调量满足:

$$\sigma \leq \frac{1}{|e(0)|} \max\{|B_{a\infty}|, |B_{b\infty}|\}.$$

将控制器设计过程中涉及的所有参数不等式及其需满足的条件收敛为一条可操作的不等式列表, 具体见表 1。

表 1 证明过程中的源条件梳理

Tab. 1 Verification of selected source conditions

操作对象	具体源条件
式(12): $V_{p1} = q \frac{b_p}{2} e_1^2 + (1-q) \frac{1}{2} \ln^2 \left(\frac{\Theta}{1-\Theta} \right)$	$b_p > 0$
式(14): $\alpha = \dot{x}_{1d} - \frac{(1-q)}{\vartheta} \left[\gamma_1 \ln \left(\frac{\Theta}{1-\Theta} \right) + \vartheta \right]$	$\gamma_1 > 0$
式(19): $u = \frac{1}{g(x_i)} \left[f(x_i) - \dot{d}(t) + \dot{\alpha} - (1-q) \vartheta \ln \left(\frac{\Theta}{1-\Theta} \right) - q b_p e_1 - \gamma_2 e_2 - \eta \text{sgn}(e_2) \right]$	$\gamma_2 > 0, \eta > \varepsilon$
式(25): $\dot{V}_{p2} \leq -\gamma_1 \ln^2 \left(\frac{\Theta}{1-\Theta} \right) - \left(\gamma_2 - \frac{1}{2} \right) e_2^2 + \frac{1}{2} \varepsilon^2$	$\gamma_1 > 0, \gamma_2 > \frac{1}{2}, \gamma_2 > \frac{\gamma_1 + 1}{2}$
合并源条件: $b_p > 0, \gamma_1 > 0, \eta > \varepsilon, \gamma_2 > \frac{\gamma_1 + 1}{2}$	

3 稳定性证明

基于上节推导过程, 对如下定理进行证明。

定理 1 对于满足假设 1 与假设 2 的系统(1), 若按照式(14)和式(19)分别设计系统的虚拟控制

律和实际控制律, 则: 1) 闭环系统中所有信号都是有界的; 2) 当系统产生约束冲突时, 跟踪误差被吸引至预设性能区域中; 3) 系统超调量可以满足定量约束;

证明 1) 证明有界性

选取公共障碍 Lyapunov 函数为

$$V_s = q \frac{b_p}{2} e_1^2 + (1-q) \frac{1}{2} \ln^2 \left(\frac{\Theta}{1-\Theta} \right) + \frac{1}{2} e_2^2 \quad (31)$$

对 V_s 求导,可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_s = & q b_p e_1 (e_2 + \alpha - \dot{x}_d) + (1-q) \ln \left(\frac{\Theta}{1-\Theta} \right) \cdot \\ & [\partial(e_2 + \alpha - \dot{x}_d) - \partial] + e_2 [f(x_i) + d(t) + \\ & g(x_i)u - \dot{\alpha}] \end{aligned} \quad (32)$$

将由式(14)定义的虚拟控制律和由式(19)定义的控制律代入式(32)中,可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{p2} = & -(1-q) \gamma_1 \ln^2 \left(\frac{\Theta}{1-\Theta} \right) - \gamma_2 e_2^2 + \\ & [\hat{d}(t) - d(t)] e_2 - \eta |e_2| \end{aligned} \quad (33)$$

当系统状态发生约束冲突时, $q=1$, $\dot{V}_s \leq -\gamma_2 e_2^2 \leq 0$, 根据式(12)可知,系统是收敛的;当系统状态处于预设性能区中时, $q=0$, $\dot{V}_s \leq -\gamma_1 \ln^2 \left(\frac{\Theta}{1-\Theta} \right) - \left(\gamma_2 - \frac{1}{2} \right) e_2^2 + \frac{1}{2} \varepsilon^2$, 结合式(25)~式(30)的有界性和前向不变性分析可得出系统是收敛的。根据式(30)可知, Θ 是有界的, 根据式(23)和(33)可知, e_1, e_2 为有界的, 则结合式(14)和式(19)可得闭环系统中 x_1, x_2, α, u 都是有界的。

2) 证明当系统产生约束冲突时,跟踪误差被吸引至预设性能区域中。

由式(20)~式(22)可知,如果系统发生约束冲突,则有 $\lim_{t \rightarrow \infty} e_1 = 0$, 故跟踪误差可以被吸引至预设性能区域中。

3) 证明系统超调量可以满足定量约束。

由式(30)和式(12)可得

$$0 \leq \frac{e_1 - B}{\Delta B} \leq 1 \quad (34)$$

解不等式(34)可得

$$B \leq e_1 \leq \bar{B} \quad (35)$$

进而可以得到若 e_1 处于预设性能区域之中,则系统跟踪误差满足如式(9)所示的超调定量约束。

4 仿真分析

为了验证本文所提捕捉预设性能控制方法(CPPC)的有效性及其优越性,本节选取四旋翼无人机系统对本文提出的控制方案进行仿真分析。在有效性验证实验中,选取四旋翼无人机位置子系统的 Z 通道,验证本文所提方法对系统输出施加超调定量约束,以及解决系统约束冲突问题的效果;在对比实验中,设定较为复杂的“双叶草”轨迹,在施加扰动的同时,与文献[22]中基于传统正切型时变障碍

Lyapunov 控制方案(tan barrier lyapunov function, TBLF)、文献[23]中的非对称时变障碍 Lyapunov 函数控制方案(asymmetric barrier lyapunov function, ABLF)进行对比,对本文所提方法的优越性和鲁棒性进行验证。

四旋翼无人机系统的动力学^[18]可分为由式(36)定义的位置子系统与由式(37)定义的姿态子系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{u_x}{m} - \frac{k_1}{m} x_2 + d_x(t) \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{u_y}{m} - \frac{k_2}{m} x_4 + d_y(t) \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = \frac{u_z}{m} - g - \frac{k_3}{m} x_6 + d_z(t) \\ \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = u_2 - \frac{lk_4}{I_1} x_8 + d_\phi(t) \\ \dot{x}_9 = x_{10} \\ \dot{x}_{10} = u_3 - \frac{lk_5}{I_2} x_{10} + d_\theta(t) \\ \dot{x}_{11} = x_{12} \\ \dot{x}_{12} = u_4 - \frac{lk_6}{I_2} x_{12} + d_\psi(t) \end{cases} \quad (36)$$

其中: $[x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6]^T = [x, \dot{x}, y, \dot{y}, z, \dot{z}]^T$, 表示位置状态, $[x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}]^T = [\phi, \dot{\phi}, \theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}]^T$ 为姿态状态, l 为螺旋桨中心到重心的距离, m 为机体的质量, g 为重力加速度, k_i 为空气阻力系数, I_1, I_2, I_3 分别表示机体绕 X、Y、Z 轴的转动惯量^[24], u_x, u_y, u_z 分别为:

$$\begin{cases} u_x = u_1 (\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) \\ u_y = u_1 (\sin \phi \sin \theta \cos \psi + \cos \phi \sin \psi) \\ u_z = u_1 \cos \phi \cos \psi \end{cases} \quad (38)$$

以 F_i 表示每个旋翼产生的推力,总升力用 u_1 表示, u_2, u_3, u_4 为虚拟控制输入量, $u_i (i=1, 2, 3, 4)$ 的定义如下:

$$\begin{cases} u_1 = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \\ u_2 = l(F_1 + F_2 + F_3 + F_4)/I_1 \\ u_3 = l(-F_1 + F_2 + F_3 - F_4)/I_2 \\ u_4 = C(F_1 - F_2 + F_3 - F_4)/I_3 \end{cases} \quad (39)$$

四旋翼无人机的期望位置和期望角度表示为 $x_d, y_d, z_d, \phi_d, \theta_d, \psi_d$, 定义系统的误差变量为: $e_i = i - i_d (i=x, y, z, \phi, \theta, \psi)$, 其机体物理参数设定见表 2。

表 2 四旋翼无人机机体物理参数

Tab. 2 Physical parameters of the quadrotor UAV body

m/kg	$g/(\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$	$I_1/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	$I_2/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	$I_3/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	l/m
1.79	9.8	0.03	0.03	0.04	0.2
k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6
0.01	0.01	0.01	0.012	0.012	0.012

4.1 有效性验证

根据式(1), 选取四旋翼无人机位置子系统的 Z 通道可被描述为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{179}x_1 + 9.8 + \frac{100}{179}u + 0.1 \sin t \end{cases} \quad (40)$$

其中外部扰动 $d(t) = 0.1 \sin(t)$, 是扰动幅值为 0.1 的简谐扰动, 设置跟踪的参考信号为:

$$x_{1d} = \begin{cases} 1.5 + 20\sin(0.2t) & t \in [0, 16) \\ 1.5 - 20\sin(0.2t) & t \in [16, 30] \end{cases} \quad (41)$$

在 16 s 时的轨迹突变的幅值为 2.33, 根据式(7)、式(8)设计相应的参数来构建预设性能区域, 设计 $B_{a0} = 3, B_{a\infty} = 0.05, c_1 = 3, B_{b\infty} = -0.05$ 。选取不同的初始状态, 其对应的初始误差如表 3 所示。

表 3 初始状态
Tab. 3 Initial state

编号	$x_1(0)/\text{m}$	$e_x(0)/\text{m}$
L1	7	5.5
L2	6	4.5
L3	5	3.5
L4	4	2.5

根据式(14)和式(19)设计系统控制器的虚拟控制律和控制律, 控制器的参数设置为: $\gamma_1 = 10, \gamma_2 = 80, \eta = 1, b_p = 200$ 。并且通过表 1 中的合并源条件进行代入核对, 仿真结果如图 3 所示。

图 3 中紫色实线为针对系统误差设计的预设性能边界 $L_i(i=1, 2, 3, 4)$ 表示不同初始位置所对应初始误差的收敛曲线; 在第 15 s 时, 模拟由于期望轨迹改变导致发生的约束冲突。仿真结果表明, 当系统跟踪误差超出安全区域边界, 发生约束冲突时, 系统输出可以被吸引至预设性能区域中, 同时可以对系统超调量施加定量约束。验证了本文所提控制方法的有效性。

为验证吸引因子对系统的调节效果, 选取不同的吸引因子进行对比实验, 实验结果如图 4 所示, 将系统第 1 次和第 2 次发生的冲突计为冲突 1 和冲突 2, 系统对两次约束冲突的调节时间如表 4 所示。

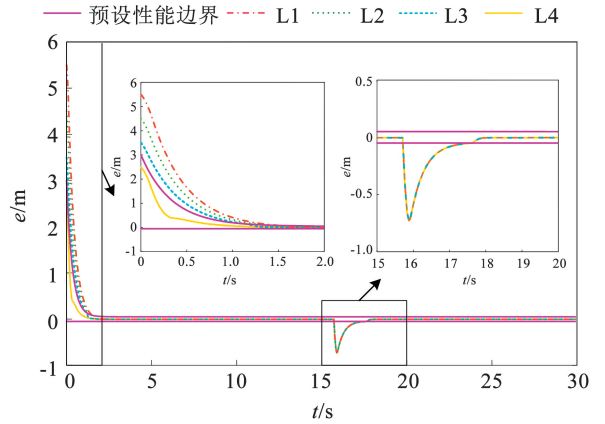


图 3 不同初始误差对系统跟踪效果的影响

Fig. 3 Influence of different initial errors on the tracking performance of the system

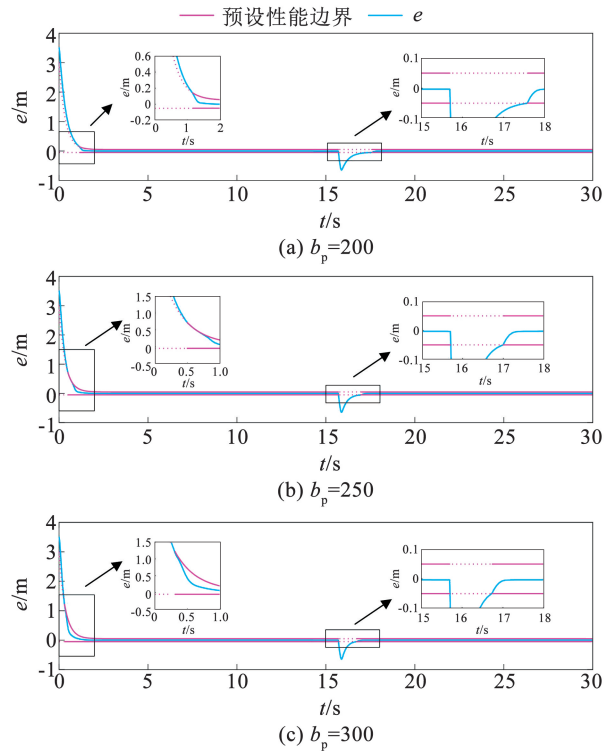


图 4 不同吸引因子对误差收敛速率的影响

Fig. 4 The influence of different attraction factors on the error convergence rate

表 4 约束冲突调节时间对比

Tab. 4 Comparison of constraint conflict resolution time

吸引因子 b_p	约束冲突调节时间/s	
	冲突 1	冲突 2
200	1.14	1.9
250	0.50	1.30
300	0.28	1.00

随着吸引因子变大,系统在处理约束冲突时,系统误差回复至安全区的时间变短,对系统的调节能力也随之增加。

4.2 对比实验

控制器采用双闭环控制结构,根据式(14)和式(19)分别设计无人机位置和姿态子系统控制器的虚拟控制律和实际控制律:

$$\begin{cases} u_x = m \left[\frac{k_1}{m} x_2 + \dot{\alpha}_x - (1 - q_x) \partial \ln \left(\frac{\Theta_x}{1 - \Theta_x} \right) - \right. \\ \quad \left. q_x b_{px} e_{1x} - \gamma_{2x} e_{2x} - \eta_x \operatorname{sgn}(e_{2x}) \right] \\ u_y = m \left[\frac{k_2}{m} x_4 + \dot{\alpha}_y - (1 - q_y) \partial \ln \left(\frac{\Theta_y}{1 - \Theta_y} \right) - \right. \\ \quad \left. q_y b_{py} e_{1y} - \gamma_{2y} e_{2y} - \eta_y \operatorname{sgn}(e_{2y}) \right] \\ u_z = m \left[\frac{k_3}{m} x_6 + \dot{\alpha}_z - (1 - q_z) \partial \ln \left(\frac{\Theta_z}{1 - \Theta_z} \right) - \right. \\ \quad \left. q_z b_{pz} e_{1z} - \gamma_{2z} e_{2z} - \eta_z \operatorname{sgn}(e_{2z}) \right] \\ u_2 = \frac{lk_4}{I_1} x_8 + \dot{\alpha}_\phi - (1 - q_\phi) \partial \ln \left(\frac{\Theta_\phi}{1 - \Theta_\phi} \right) - \\ \quad q_\phi b_{p\phi} e_{1\phi} - \gamma_{2\phi} e_{2\phi} - \eta_\phi \operatorname{sgn}(e_{2\phi}) \\ u_3 = \frac{lk_5}{I_2} x_{10} + \dot{\alpha}_\theta - (1 - q_\theta) \partial \ln \left(\frac{\Theta_\theta}{1 - \Theta_\theta} \right) - \\ \quad q_\theta b_{p\theta} e_{1\theta} - \gamma_{2\theta} e_{2\theta} - \eta_\theta \operatorname{sgn}(e_{2\theta}) \\ u_4 = \frac{lk_6}{I_3} x_{12} + \dot{\alpha}_\psi - (1 - q_\psi) \partial \ln \left(\frac{\Theta_\psi}{1 - \Theta_\psi} \right) - \\ \quad q_\psi b_{p\psi} e_{1\psi} - \gamma_{2\psi} e_{2\psi} - \eta_\psi \operatorname{sgn}(e_{2\psi}) \\ \alpha_r = \dot{p}_{1r} - \frac{1 - q_r}{\partial_r} \left[\gamma_{1r} \ln \left(\frac{\Theta_r}{1 - \Theta_r} \right) + \vartheta_r \right] \\ (r = x, y, z, \phi, \theta, \psi) \end{cases} \quad (42)$$

通过控制律 u_x, u_y, u_z 和滚转角 ϕ_d 对本文中期望俯仰角 θ_d 、偏航角 ψ_d 进行解算,其中 ϕ_d 为给定值,根据式(38)可得:

$$\begin{cases} \theta_d = \arcsin \left(\frac{\cos \phi_d (u_x \cos \phi_d + u_y \sin \phi_d)}{u_z} \right) \\ \psi_d = \arctan \left(\frac{\cos \phi_d (u_x \sin \phi_d + u_y \cos \phi_d)}{u_z} \right) \\ u_1 = \frac{u_z}{\cos \phi_d \cos \psi_d} \end{cases} \quad (43)$$

四旋翼无人机的起飞场景是 5 m 高的楼顶,设置跟踪轨迹为“双叶草”曲线,系统的初始条件设定为: $[x(0), y(0), z(0)]^T = [5, 5, 5]^T$, $[\phi(0), \theta(0), \psi(0)]^T = [0, 0, 0]^T$, 设置四旋翼无人机的预设轨迹为:

$$\begin{cases} x_d = \begin{cases} 20[1 - \cos^2(0.2t)] & t \in [0, 16] \\ -20[1 - \cos^2(0.2t)] & t \in (16, 30] \end{cases} \\ y_d = 20 \cos(0.2t) \sin(0.2t) & t \in [0, 30] \\ z_d = \begin{cases} 1.5 + 20 \sin(0.2t) & t \in [0, 16] \\ 1.5 - 20 \sin(0.2t) & t \in (16, 30] \end{cases} \end{cases} \quad (44)$$

在 16 s 时, X 方向的轨迹突变的幅值为 0.136, Y 方向的轨迹突变的幅值为 2.33, 通过表 1 中的合并源条件进行代入核对,控制器的参数设置见表 5 所示。

其中 $r = x, y, z, \phi, \theta, \psi$, 并施加外界扰动为幅值为 0.1 的简谐扰动, $d_r(t) = 0.1 \sin t$, 构建预设性能区域的相关参数见表 6 所示。

表 5 四旋翼无人机控制器参数表

Tab. 5 Parameters of the quadrotor UAV controller

参数	γ_{1r}	γ_{2r}	η_r	b_{px}	b_{py}	b_{pz}	$b_{p\phi}$	$b_{p\theta}$	$b_{p\psi}$
数值	2	30	1	55	62	180	30	30	30

表 6 构建预设性能区域的参数表

Tab. 6 Parameters for prescribed performance region construction

参数	c_{ij}	B_{a0j}	$B_{a\infty j}$	$B_{b\infty j}$	c_{1k}	B_{a0k}	$B_{a\infty k}$	$B_{b\infty k}$
数值	3	3	0.05	-0.05	2	0.7	0.5	-0.5

为了更好地体现出本文提出的控制方案的优越性,分别选取文献[22]中构建对称预设性能区的 TBLF、文献[23]中构建非对称预设性能区域的 ABLF 两种控制方案,进行对比仿真实验。为了能够更为直观和清晰地观察到 3 种不同性能函数所构建出的预设性能区域之间的几何差异,以四旋翼无人机的位置子系统为例,绘制 3 种方案所构建的预设性能区域示意图如图 5 所示,文献[22]中的

TBLF 方案构建的对称预设性能区域由紫色实线和绿色实线构成,文献[23]中的 ABLF 方案构建的非对称预设性能区域由黄色实线和紫色实线构成,这两种控制方案均需要满足系统的初始状态在预设性能区域中的假设,本文所提的 CPPC 方法则由两条紫色实线构成,且由于吸引项的存在,本文方法无需满足初始状态在预设性能区域中的假设,适用于初始状态无法确定的情况。

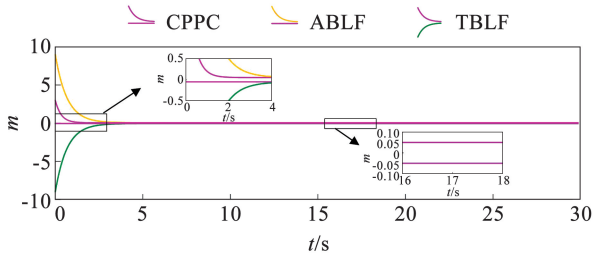


图 5 预设性能区域对比

Fig. 5 Comparison of prescribed performance region

仿真结果如图 6 ~ 图 13 所示,结果表明,本文方法在跟踪具有欠驱动、强耦合、非线性等特性的无人机系统的复杂轨迹时仍具有较好的效果。能够在对系统施加定量的超调约束的情况下对约束冲突进行处理。相对于文献[22]中的 TBLF 方案,本文具有更快的跟踪速度和更高的跟踪精度,同时解算出的角度波动的幅值更小、波动时间更短。文献[23]中的方法虽然跟踪精度和本文方法相近,且解算角度的波动比本文方法较小,但其解算角度幅值较大,跟踪速度差于本方法,且文献[22]和文献[23]均不适用于初始条件未知的情况。

图 8 中系统误差的预设性能边界用紫色实线表示,在初始时刻, X、Y、Z 通道的系统误差并未在预设性能区域之中发生约束冲突,本文所提的控制方法能够较快的将系统误差吸引至预设性能区中;而文献[22]和文献[23]的方法则需预先获得初始误差的值,并设计如图 5 所示更大的预设性能区。由于期望轨迹在第 16 s 发生了改变,因此造成 Z 通道误差超出预设性能区域,发生约束冲突,在恢复后精度与文献[23]中的 ABLF 方法接近的情况下,本文所提方法的调节约束冲突的时间明显更快,虽然调节时间与文献[22]中的 TBLF 接近,但文献[22]中的 TBLF 调节过程不够平稳,精度明显差于本方法,且造成了二次冲突。本文方法对 X、Y、Z 通道的跟踪速度皆快于其他两种方法。

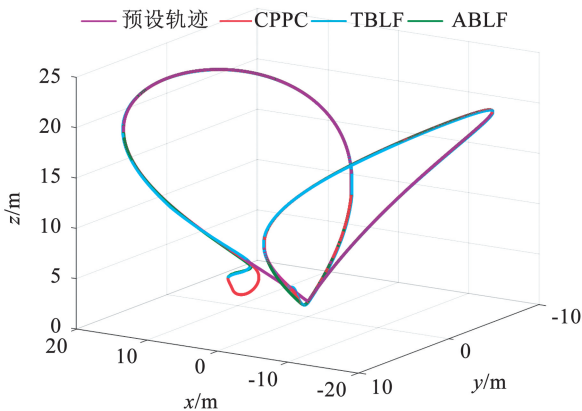
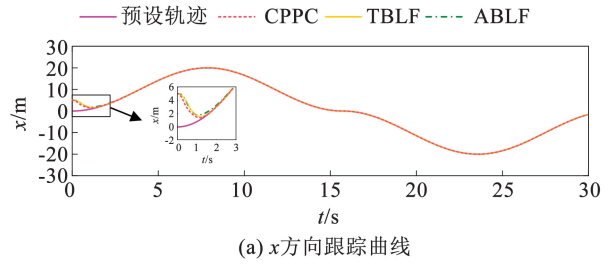
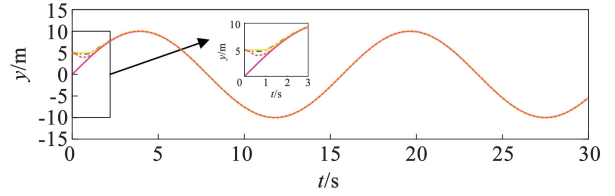


图 6 跟踪效果对比

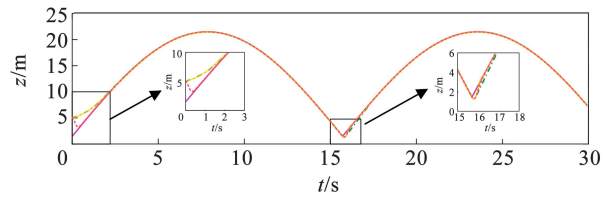
Fig. 6 Comparison of tracking effect



(a) x方向跟踪曲线



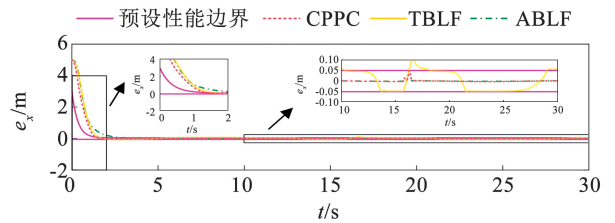
(b) y方向跟踪曲线



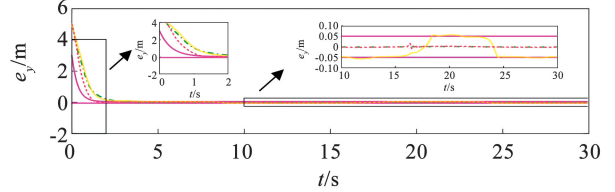
(c) z方向跟踪曲线

图 7 位置跟踪曲线

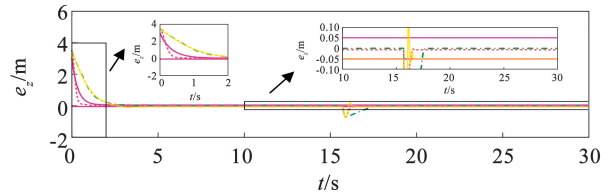
Fig. 7 Position tracking curves



(a) x方向误差收敛曲线



(b) y方向误差收敛曲线



(b) z方向误差收敛曲线

图 8 位置误差收敛曲线

Fig. 8 Convergence curve of position error

图 13 是四旋翼无人机系统的控制输入,可以看出,与其他两种方法相比,3 种方法的控制输入 u_1 在稳态值相近,但本文采用的方法波动幅值明显小于其他两种方法,虽然由于解决约束冲突导致虚拟

控制量 u_4 的波动时间比文献[23]中的 ABLF 方法稍长,但其波动幅值在后期明显衰减,且波动时间明显小于文献[22]中的 TBLF 方案。与此同时,本文方法的虚拟控制量 u_2 、 u_3 的波动时间、波动幅值和波动次数,明显小于其他两种方法,且控制输入较小。

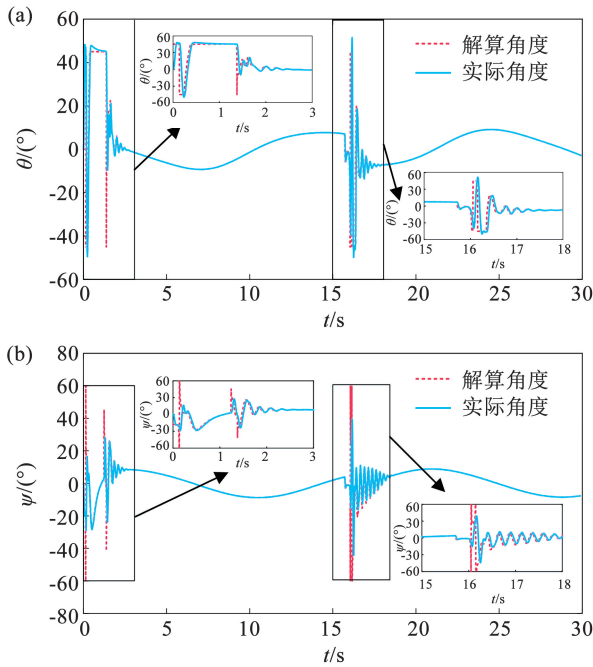


图 9 俯仰角 (a) 和偏航角 (b) 跟踪曲线 (CPPC)

Fig. 9 Pitch (a) and yaw (b) angle tracking curves (CPPC)

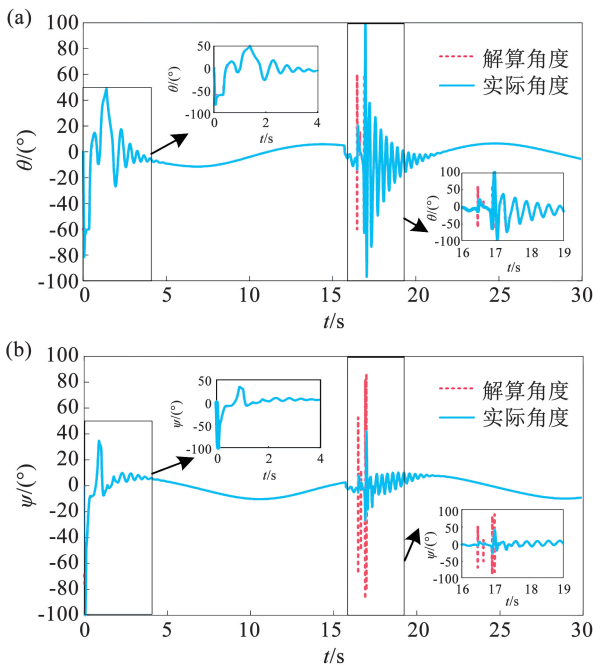


图 10 俯仰角 (a) 和偏航角 (b) 跟踪曲线 (TBLF)

Fig. 10 Pitch (a) and yaw (b) angle tracking curves (TBLF)

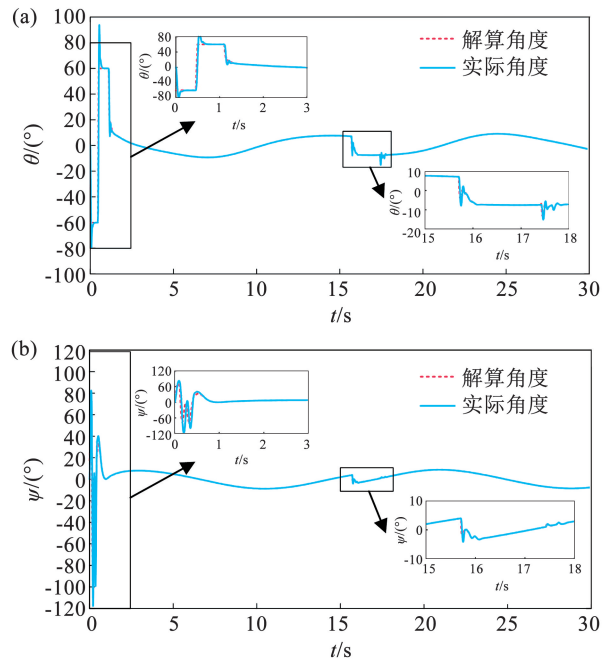


图 11 俯仰角 (a) 和偏航角 (b) 跟踪曲线 (ABLF)

Fig. 11 Pitch (a) and yaw (b) angle tracking curves (ABLF)

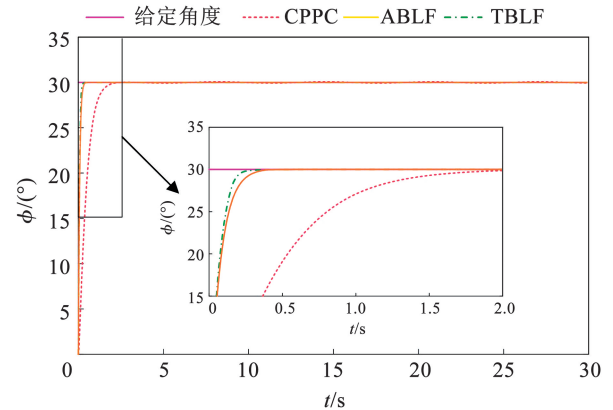


图 12 横滚角跟踪曲线

Fig. 12 Roll angle tracking curve

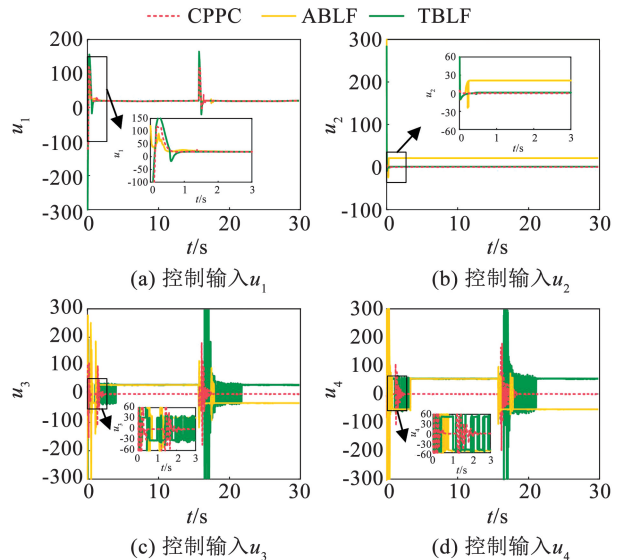


图 13 控制输入跟踪曲线

Fig. 13 Input control contrast curve

5 结 论

1) 本文提出的新型可变障碍函数构型同时具有约束力和吸引力,能够解决由于初始条件未知和约束状态逸出安全区产生的约束冲突问题,并且能够统一处理约束解除和约束恢复两个阶段,通过调节吸引因子对吸引速率进行调节。

2) 本文设计的基于可变障碍 Lyapunov 函数的控制方法适用于初始条件难以获取的情况,且对系统的超调具有定量约束。

3) 本文考约束冲突和超调定量约束设计的自适应控制器,能够实现四旋翼无人机系统输出对期望轨迹快速准确的高精度跟踪控制。

4) 仿真实验表明,本文提出的吸引预设性能控制框架能够对较为复杂的非线性系统施加超调定量约束,且可以适用于约束控制中的约束冲突问题。

附录

标注 1:

当 $\underline{B} < e_1 < \bar{B}$ 时, $\kappa < 0$ 系统误差处于预设性能区域中, $q(\kappa) = 0$, 系统未发生约束冲突, 吸引函数未作用, 预设性能区域对系统进行约束控制;

当 $e_1 \geq \bar{B}$ 时, $\kappa \geq 0$ 系统状态超出约束上界, $q(\kappa) = 1$, 发生约束冲突, 约束控制系统解除的同时吸引函数作用, 将系统状态吸引至预设性能区域中;

当 $e_1 < \underline{B}$ 时, $\kappa > 0$ 系统状态超出约束下界, $q(\kappa) = 1$, 发生约束冲突, 约束控制系统解除的同时吸引函数作用, 将系统状态吸引至预设性能区域中;

当 $e_1 \rightarrow \underline{B}^+$ 时, $\kappa \rightarrow -\infty$ 系统状态从预设性能区域内部逼近约束下界, $q(\kappa) = 0$, 系统未发生约束冲突, 吸引函数未作用, 预设性能区域对系统进行约束控制;

当 $e_1 \rightarrow \bar{B}^-$ 时, $\kappa \rightarrow +\infty$ 系统状态从预设性能区域内部逼近约束上界, $q(\kappa) = 1$, 系统逼近预设性能区域, 吸引函数继续作用, 将系统状态吸引至预设性能区域中。

参考文献

[1] 潘慕绚, 陆思蓉, 程珂, 等. 航空发动机约束控制综述[J]. 航空学报, 2024, 45(23): 152. DOI:10.11918/20250806
PAN Muxuan, LU Sirong, CHENG Ke, et al. Review on constraint control in aircraft engines [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2024, 45(23): 152. DOI:10.11918/20250806

[2] XU Xiangrong. Constrained control of input-output linearizable systems using control sharing barrier functions [J]. Automatica,

2018, 87(1): 195. DOI: 10.1016/j.automatica.2017.10.005

[3] 赵斌, 梁乐成, 蒋瑞民, 等. 终端角度约束制导及制导控制一体化方法综述[J]. 宇航学报, 2022, 43(5): 56. DOI:10.3873/j.issn.1000-1328.2022.05.003
ZHAO Bin, LIANG Lecheng, JIANG Ruimin, et al. Review of guidance and integrated guidance and control methods under terminal angle constraints [J]. Journal of Astronautics, 2022, 43(5): 56. DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2022.05.003

[4] CHEN Mou, SHI Peng, CHEN-CHEW L. Robust constrained control for mimo nonlinear systems based on disturbance observer [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2015, 60(12): 3281. DOI:10.1109/TAC.2015.2450891

[5] WEI Xiao, CALIN Belta. High-order control barrier functions [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2022, 67(7): 3655. DOI: 10.1109/TAC.2021.3105491

[6] KHAI N, SAM S, ANOUSHKA A, et al. TinyMPC: Model-Predictive Control on Resource-Constrained Microcontroller [C]// 2024 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Yokoham: IEEE, 2024: 1. DOI:10.1109/ICRA57147.2024.10610987

[7] LIU Jinze, LI Minzhe, JESSY W G, et al. CLF-CBF constraints for real-time avoidance of multiple obstacles in bipedal locomotion and navigation [C]// 2023 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). Detroit: IEEE, 2023: 10497. DOI:10.1109/IROS55552.2023.10341626

[8] WANG Chunxiao, WANG Fenghe, YU Jiali. BLF-based asymptotic tracking control for a class of time-varying full state constrained nonlinear systems [J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2019, 41(11): 1001. DOI: 10.1177/0142331218818656
journals.sagepub.com/home/tim

[9] BRETT T L, ZHANG W. Dynamic tube MPC for nonlinear systems // American Control Conference. Philadelphia: IEEE, 2019: 1665. DOI:10.23919/ACC.2019.8814758

[10] 陈强, 丁科新, 南余荣. 带有输出约束的柔性关节机械臂预设性能自适应控制 [J]. 控制与决策, 2021, 36(2): 387. DOI: 10.13195/j.kzyjc.2019.0974
CHEN Qiang, DING Kexin, NAN Yurong. Prescribed performance adaptive control of flexible-joint manipulators with output constraints. Control and Decision, 2021, 36(2): 387. DOI:10.13195/j.kzyjc.2019.0974

[11] ZHANG Tan, ZHANG Gang, ZHANG Jinzhou. Design of a trajectory tracking controller for marine vessels with asymmetric constraints using a new universal barrier function [J]. Journal of Marine Science and Engineering, 2024, 12(9): 1545. DOI: 10.3390/jmse12091545

[12] TEE K P, GE S S, TAY E H. Barrier Lyapunov functions for the control of output-constrained nonlinear systems [J]. Automatica, 2009, 45(4): 918. DOI:10.1016/j.automatica.2008.11.017

[13] TEE K P, GE S S. Control of State-constrained Nonlinear Systems Using Integral Barrier Lyapunov Functionals [C]// 2012 IEEE 51st IEEE Conference on Decision and Control (CDC). Hawaii: IEEE 2012: 3239. DOI:10.1109/CDC.2012.6426196

[14] ZHOU Zepeng, ZHU Fanglai. IBLF-based lanes merging control for

- vehicle platoon with prescribed performances [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2024, 34 (1): 296. DOI:10.1002/rnc.6971
- [15] XU J, XU J X. Iterative learning control for output-constrained systems with both parametric and nonparametric uncertainties[J]. *Automatica*, 2013, 49 (8): 250. DOI:10.1016/j.automatica.2013.04.039
- [16] NGUYEN Xuanmug, MEHDI Golestani, HONG Sung-Kyung. Tan-type BLF-based attitude tracking control design for rigid spacecraft with arbitrary disturbances [J]. *Mathematics*, 2022, 10 (23): 4548. DOI:10.3390/math10234548
- [17] LIU Hui, LI Xiaohua, LIU Xiaoping. A bounded-mapping-based prescribed constraint tracking control method without initial condition[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2023, 111 (4): 3451. DOI:10.1007/s11071-022-08012-2
- [18] CHEN Mou, MA Haoxiang, YU Kang, et al. Adaptive neural safe tracking control design for a class of uncertain nonlinear systems with output constraints and disturbances[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, 52 (11): 12571. DOI:10.1109/TCYB.2021.3074566
- [19] 李小花, 邹嵩楠. 基于安全边界保护法的非线性系统自适应安全跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2024, 39 (9): 3023. DOI:10.13195/j.kzyjc.2023.0757
- LI X H, ZOU S N. Adaptive safe tracking control of nonlinear systems based on a secure boundary protection method[J]. *Control and Decision*, 2024, 39 (9): 3023. DOI:10.13195/j.kz.yjc.2023.0757
- [20] SONG Yongduan, ZHOU Shuyan. Tracking control of uncertain nonlinear systems with deferred asymmetric time-varying full state constraints [J]. *Automatica*, 2018, 54 (12): 314. DOI:10.1016/j.automatica.2018.09.032
- [21] 张天琦, 李新凯, 孟月, 等. 具有定量超调约束的四旋翼无人机预设性能控制[J]. *工程科学学报*, 2025 (10): 2059. DOI:10.13374/j.issn2095-9389.2024.12.30.003
- ZHANG Tianqi, LI Xinkai, MENG Yue, et al. Pre-performance control for quadrotor UAV with quantitative overshoot constraints[J]. *Chinese Journal of Engineering*, 2025 (10): 2059. DOI:10.13374/j.issn2095-9389.2024.12.30.003
- [22] SUI Shuai, CHEN C L P, TONG Shaocheng. A novel full errors fixed-time control for constraint nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2023, 68 (4): 2575. DOI:10.1109/TAC.2022.3200962
- [23] SHI Yi, YI Bowen, XIE Wei, et al. Enhancing prescribed performance of tracking control using monotone tube boundaries[J]. *Automatica*, 2023, 60 (1): 11304. DOI:10.1016/j.automatica.2023.111304
- [24] RONG Xu, ÜMIT Özgüner. Sliding mode control of a class of underactuated systems[J]. *Automatica*, 2008, 44: 233. DOI:10.1016/j.automatica.2007.05.014
- [25] 宋立廷, 周思羽, 张杨, 等. 级联式预设性能动态逆解耦直接升力着陆控制[J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2023, 55 (12): 42. DOI:10.11918/202205093
- SONG Liting, ZHOU Siyu, ZHANG Yang, et al. Cascaded comprehensive direct lift control law based on prescribed performance dynamic inversion for carrier landing [J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2023, 55 (12): 42. DOI:10.11918/202205093
- [26] 姜尚, 田福庆, 孙世岩, 等. 多约束导引控制一体化的自适应鲁棒滑模设计方法[J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2020, 52 (12): 74. DOI:10.11918/201904055
- JIANG Shang, TIAN Fuqing, SUN Shiyan, et al. Design method of adaptive robust sliding mode for integrated guidance and control with multiple constraints[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2020, 52 (12): 74. DOI:10.11918/201904055

(编辑 吕雪梅)