

DOI:10.11918/202509114

连续纤维增强陶瓷基复合材料基体开裂应力

马勇^{1,2}, 王波^{1,2}, 索涛^{1,2}

(1. 西北工业大学 航空学院, 西安 710072; 2. 强度与结构完整性全国重点实验室(中国飞机强度研究所), 西安 710065)

摘要: 为深入揭示连续纤维增强陶瓷基复合材料基体裂纹演化的微观机理, 系统研究了基体初始裂纹以及界面性能、残余应力、径向应力等对基体开裂应力的影响规律。首先, 基于简化库仑摩擦模型, 综合考虑库仑摩擦以及泊松效应、残余应力、径向应力等对摩擦力的影响, 解析推导了纤维桥连应力-裂纹张开位移关系。其次, 运用断裂力学方法, 通过裂尖应力强度因子分析建立了开裂应力理论模型, 分析了开裂应力与基体初始裂纹长度之间的定量关系。最后, 讨论了基体断裂韧性、界面摩擦系数等材料性能以及环境温度、径向应力等外部条件的影响。结果表明, 长初始裂纹在低应力水平下扩展, 短初始裂纹在高应力水平下扩展, 初始裂纹长度的分布决定了基体裂纹演化过程; 此外, 除了提高基体断裂韧性、界面摩擦系数和界面脱粘能以外, 施加径向压应力也能显著提升基体开裂应力。因此, 在连续纤维增强陶瓷基复合材料结构设计中应充分考虑径向应力的影响, 并尽可能使径向处于压应力状态, 以抑制裂纹扩展, 提升结构性能。

关键词: 陶瓷基复合材料; 开裂应力; 基体裂纹; 残余应力; 纤维桥连增韧

中图分类号: O341

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2025)12-0200-10

Cracking stress in continuous fiber reinforced ceramic matrix composites

MA Yong^{1,2}, WANG Bo^{1,2}, SUO Tao^{1,2}

(1. School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, 710072, China; 2. National Key Laboratory of Strength and Structural Integrity (Aircraft Strength Research Institute of China), Xi'an, 710065, China)

Abstract: To elucidate the micro-mechanisms of matrix crack evolution in continuous fiber reinforced ceramic-matrix composites (FRCMCs), this study systematically investigates the influences of the initial matrix crack length, interfacial properties, thermal residual stresses, and radial stress on the matrix cracking stress. First, a simplified Coulomb-friction model that comprehensively accounts for Coulomb friction, Poisson's effect, residual stresses and radial stress, is introduced to derive the analytical formula between the fiber bridging stress and the crack opening displacement. Then, a theoretical model for the matrix cracking stress is established by combining this bridging law with linear-elastic fracture mechanics. By this theoretical model, a quantitative relationship between the cracking stress and the initial crack length is obtained. Subsequently, the roles of constituent properties and the external factors including the ambient temperature and the radial stress are studied. The results show that long initial cracks propagate at low stress levels, whereas short initial cracks require high stress levels to grow, and the distribution of initial crack lengths thus governs the evolution of matrix cracking. Moreover, in addition to increasing matrix fracture toughness, interface friction coefficient and interface debonding energy, the application of radial compressive stress can significantly raise the matrix cracking stress. Therefore, the effect of radial stress must be fully considered in the structural design of continuous-fiber-reinforced ceramic matrix composites, and a radial compressive state should be maintained as far as possible to suppress crack propagation and enhance structural performance.

Keywords: ceramic matrix composites; cracking stress; matrix cracks; residual stress; fiber bridging toughening

连续纤维增强陶瓷基复合材料(fiber reinforced ceramic-matrix composites, FRCMCs)具有轻质、高强、耐高温、抗辐射等优异性能,是面向航空发动机、高超声速飞行器、核反应燃料等国家重大前沿领域

的战略性高科技材料^[1-2]。例如, SiC_f/SiC 复合材料, 密度约为高温合金的 1/3, 耐受温度较高温合金提升约 300 °C, 应用于航空发动机, 可以降低结构质量、提升涡轮前温度, 从而大幅提升燃油效率^[2]。

收稿日期: 2025-09-28; 录用日期: 2025-10-16; 网络首发日期: 2025-10-24

网络首发地址: <https://link.cnki.net/urlid/23.1235.T.20251024.1309.002>

基金项目: 国家自然科学基金(12502097, 12025205, 12141203); 强度与结构完整性全国重点实验室自主研究课题(LSSIZZYJ202302)

作者简介: 马勇(1994-), 男, 博士后; 索涛(1979-), 男, 教授, 博士生导师

通信作者: 索涛, suotao@nwpu.edu.cn

尽管连续纤维增强陶瓷基复合材料及结构已经通过了部分考核并实现了小范围应用,但受限于对该材料损伤失效机理的认知不足,在材料设计与结构优化分析方面仍面临着诸多问题和挑战。

不同于树脂基复合材料,连续纤维增强陶瓷基复合材料损伤失效过程十分复杂,在轴向拉伸载荷下存在基体开裂、界面脱粘、纤维随机断裂等微观损伤,这些微观损伤相互关联耦合,致使连续纤维增强陶瓷基复合材料展现出高度复杂的力学行为。其中,基体开裂是最早发生且最为重要的微观损伤。在拉伸载荷较小时,FRCMCs 内部没有损伤,材料表现为线弹性行为;当载荷超过某一临界值之后,基体内部会出现垂直于纤维的裂纹并扩展,由于纤维的桥连作用,基体裂纹扩展并不会导致材料的瞬时失效,只是会引起宏观性能的下降;之后,随着载荷的增加,裂纹会逐渐加密,材料表现出显著的非线性行为。基体开裂过程不仅与 FRCMCs 的非线性力学响应密切相关,同时也会影响到高温环境下的氧化损伤过程。基体裂纹的形成,会为氧气分子提供扩散通道,使其进入材料内部诱导纤维氧化,显著加速材料性能的退化。因此,准确预测基体开裂应力并阐明相关因素对基体开裂的影响规律和影响机制,是 FRCMCs 优化设计的重要基础。

针对连续纤维增强陶瓷基复合材料基体开裂问题,20 世纪 70 年代 Aveston 等^[3-4]以及 Budiansky 等^[5]基于断裂力学方法推导了 ACK (aveston-cooper-kelly) 模型和 BHE (budiansky-hutchinson-evans) 模型,建立了基体开裂应力与界面摩擦力(或界面剪应力)、界面脱粘能等材料性能之间的定量关系,揭示了界面性能对基体开裂的影响机理。ACK 模型和 BHE 模型本质上分析的是,材料内部一条足够长的初始裂纹在外载荷和纤维桥连作用下的扩展问题。在分析长裂纹扩展时,裂纹末端区域纤维桥连作用与外载荷基本保持平衡,因此裂纹张开位移可认为不变;当基体裂纹向前扩展 Δs 距离时,可等效为将裂纹前宽度为 Δs 的区域平移到了裂纹末端,此时裂纹维持一定的形貌逐渐往前扩展,因此 Budiansky 等^[5]将其称作稳态开裂。ACK 模型和 BHE 模型奠定了连续纤维增强陶瓷基复合材料微观损伤分析的重要基础,但模型中采用常值摩擦的假设,忽略了界面层厚度、泊松效应、温度等对界面摩擦力的影响。为此,Gao 等^[6]、Chiang^[7]以及 Deng 等^[8-9]在 BHE 模型基础之上讨论分析了库仑摩擦以及温度对开裂应力的影响,特别是 Niu 等^[10]综合考虑库仑摩擦以及界面层厚度、泊松效应、残余应力等对界面摩擦力的影响,推导了一个较为全面的基

体开裂模型,基于该模型揭示了先前实验中观察到的界面层厚度对开裂应力的非单调影响。此外,该模型指出只有基于库仑摩擦才能全面揭示复杂应力、温度、残余应力等对基体开裂应力的影响。

稳态开裂模型认为,当外载荷达到临界开裂应力时,基体会瞬间出现很多裂纹并导致弹性模量的迅速退化。然而,实际上基体裂纹是随着载荷的增加而逐渐加密的,为了分析这一过程,Zok 等^[11]基于能量释放率的方法分析了在两条裂纹间新裂纹的产生过程,分析表明当裂纹间距小于 2 倍脱粘长度时,已有裂纹对新裂纹的扩展会产生影响,需要更大的载荷才能促使新裂纹的扩展。但是当基体裂纹间距接近 2 倍脱粘长度时,基体裂纹十分密集,已经属于裂纹演化的后期阶段,对于裂纹演化的前中期阶段,并没有给出很好的解释。为了定量地描述基体裂纹演化过程,Solti 等^[12]提出了临界应变能准则 (critical matrix strain energy, CMSE),他们认为基体所能承受的应变能密度是一定的,随着载荷的增加,当基体平均应变能密度达到临界值后会产生新的裂纹,即在裂纹演化过程中基体应变能密度为常值。该准则无需拟合参数,得到了一定的应用,然而该准则并未揭示连续纤维增强陶瓷基复合材料裂纹演化的本质,且实际应用中通常需要假设临界应变能密度为初始开裂时的 0.97~0.99 倍,该系数的选取具有一定的主观性。实际上,FRCMCs 基体开裂过程与初始缺陷尺寸有关,Marshall 等^[13-14]采用应力强度因子和 J 积分的形式,基于断裂力学方法建立了基体开裂应力与初始裂纹尺寸之间的关系,结果表明开裂应力随着裂纹尺寸的减小而增大。基于这一认知,Lissart 等^[15]以及 Curtin 等^[16-18]提出了 Weibull 形式的基体裂纹演化方程,并在拉伸应力-应变分析中得到了广泛应用。然而,Marshall 等^[13-14]的模型仍沿用了常值摩擦假设,难以反映复杂应力状态及残余应力等关键因素的影响,而这些因素对 FRCMCs 的实际应用而言十分重要。

综上所述,尽管 ACK、BHE 模型以及 Marshall 等^[13-14]模型阐明了基体开裂应力的微观机理,并建立了稳态开裂模型与短裂纹扩展模型,但这些模型均未考虑库仑摩擦,忽略了残余应力、径向应力等对基体开裂应力的影响,因而难以刻画实际工况中的基体裂纹演化过程。为此,本文考虑库仑摩擦以及泊松效应、残余应力等对界面摩擦力的影响,推导基体开裂模型,建立基体开裂应力与初始裂纹尺寸之间的关系,进而分析摩擦系数、界面粗糙度、残余应力、径向应力等因素对开裂应力的影响。

1 基体开裂分析

如图 1 所示,考虑无限大复合材料内部存在一个长度为 c 的初始裂纹,在远场应力 σ_∞ 的作用下裂纹张开,纤维对裂纹产生桥连作用。其中裂纹末端长度为 c_0 的区域,由于纤维损伤而没有桥连作用力,记作未桥接裂纹长度。在远场应力的作用

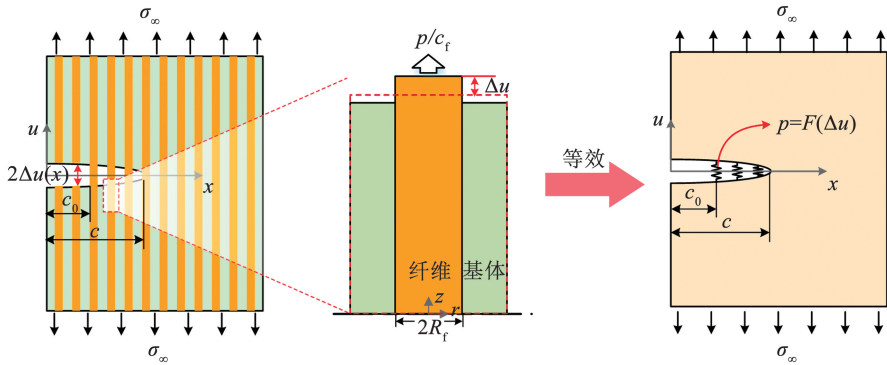


图 1 纤维桥连裂纹扩展示意

Fig. 1 Schematic of matrix cracking bridged by fibers

运用断裂力学方法,裂纹张开位移和裂尖的应力强度因子可以表示为^[13-14]:

$$\Delta u(X) = \frac{4(1-\nu^2)c}{\pi E_c} \int_x^1 \frac{1}{\sqrt{s^2 - X^2}} \times \int_0^s \frac{[\sigma_\infty - p(t)]t dt}{\sqrt{s^2 - t^2}} ds \quad (1)$$

$$K = 2\sqrt{\frac{c}{\pi}} \int_0^1 \frac{[\sigma_\infty - p(X)]XdX}{\sqrt{1 - X^2}} \quad (2)$$

式中: c 为裂纹长度, $X = x/c$ 为归一化坐标; σ_∞ 为远场应力, s, t 为归一化积分变量, E_c, ν 分别为等效均质材料的等效弹性模量和泊松比。其中等效模量可以基于混合律给出,即

$$E_c = E_f c_f + E_m c_m \quad (3)$$

式中: E_f, E_m 分别为纤维和基体的弹性模量, c_f, c_m 分别为纤维和基体的体积分数, p 为桥连应力。桥连应力与张开位移的关系记作:

$$p = F(\Delta u) \quad (4)$$

对于给定裂纹长度 c ,随着远场应力的增大,裂纹张开位移增大,裂尖应力强度因子也逐渐增大,当裂尖应力强度因子 K 达到等效材料的临界应力强度因子 K_{c0} 时,基体裂纹会发生扩展,由此可以求得开裂应力与裂纹长度的关系。等效材料的临界应力强度因子,可以根据基体的断裂韧性予以等效^[19]:

$$K_{c0} = \sqrt{\frac{E_c c_m}{E_m}} K_{m0} \quad (5)$$

式中: K_{m0} 为基体的临界应力强度因子。于是,FRCMCs 纤维桥连裂纹扩展问题的关键便归结为桥连应力 - 张开位移关系的求解,即式(4)的具体表达式。

下,基体裂纹逐渐张开,纤维桥连作用力取决于裂纹张开位移。将纤维桥连作用力均匀分布在基体裂纹面上,单位面积的桥连作用力记作 p ,裂纹张开位移记作 $2\Delta u(x)$,进而可以将纤维桥连作用等效为非线性弹簧,那么纤维桥连裂纹扩展问题可以等效为均质材料内部非线性弹簧增韧的裂纹扩展问题。

2 纤维桥连应力 - 张开位移关系

桥连应力 - 张开位移关系可通过如图 2 所示的胞元模型分析得到。当纤维顶端应力为 σ/c_f 时,纤维与基体间的界面发生脱粘,脱粘长度记作 l_d 。纤维的轴向应力分布可以基于剪滞理论求解:

$$\frac{d\sigma_f^z}{dz} = \frac{2\tau_s}{R_f} \quad (6)$$

式中: σ_f^z 为纤维的轴向应力, R_f 为纤维半径, τ_s 为界面作用力,在脱粘区域($L - l_d \leq z < L$)为界面摩擦力,在黏接区域($0 \leq z < L - l_d$)为界面层剪应力。式(6)表明纤维轴向应力变化的斜率正比于界面作用力 τ_s 。

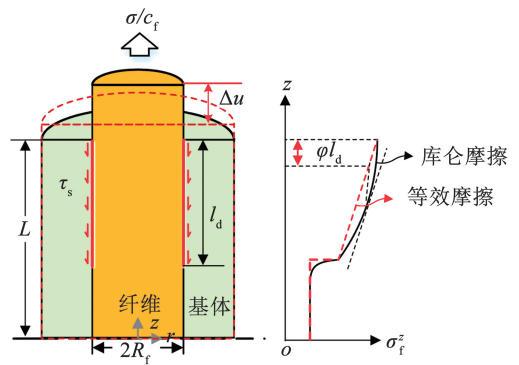


图 2 纤维拔出及应力分布示意

Fig. 2 Schematic of the fiber pull-out and the stress in the fiber

Niu 等^[10]综合考虑库仑摩擦、泊松效应、残余应力以及界面粗糙度等因素详细推导了胞元的应力、应变分布(图 2),本文基于 Niu 等^[10]的工作,引入

了一些必要的简化。首先,忽略脱粘尖端界面层的剪切刚度。如图 2 中黑色曲线所示,在黏接区域上端($z=L-l_d$),界面层剪切变形会使得纤维应力逐渐降至远场应力值,相较于脱粘区域界面摩擦力,黏接区域界面剪应力较大,因而纤维轴向应力变化斜率远高于脱粘区域。由此可以认为黏接区域界面剪应力无穷大,即纤维轴向应力突降为远场应力值,该突降值与界面脱粘韧性有关。其次,在考虑库仑摩擦核心机制(即外载荷、残余应力等的变化会引起界面摩擦力的变化)的前提下,简化库仑摩擦引起的纤维轴向应力的复杂形式。具体而言,采用 $z=(L-\varphi l_d)$ 处的纤维轴向应力代替脱粘区域变化的纤维轴向应力,进而可以得到等效的界面摩擦力,即

$$\bar{\tau}_s = E_f \langle \bar{\tau}_0 - \mu(k_5 - \varphi k_1) \bar{\sigma} \rangle \quad (7)$$

其中:

$$\begin{aligned} \bar{\tau}_0 &= -\mu \left[\frac{\sigma_{\text{R}}^r}{E_f} + (k_5 - k_1) \frac{\sigma_{\text{R}}^z}{E_f} + (k_3 \beta_3 + 2 \frac{k_2}{\nu_m}) \frac{\sigma^r}{E_f} + \right. \\ &\quad \left. \left(\frac{1}{2} k_5 \beta_4 - k_4 \right) \frac{\delta_{\text{rough}}}{R_f} + \varphi k_1 \sqrt{\xi_d} \right] \\ \bar{\sigma} &= \frac{1}{E_f} \left[\left(\frac{1}{c_f} - \beta_1 \right) \sigma - \sigma_{\text{R}}^z - \beta_3 \sigma^r - \frac{1}{2} \beta_4 E_f \frac{\delta_{\text{rough}}}{R_f} \right] \end{aligned}$$

$$\varepsilon_f^z(z) = \begin{cases} \frac{1}{E_f} \left[(a_1 \beta_1 + a_2) \sigma + (a_1 \beta_3 + a_7) \sigma^r \right] + (a_1 \beta_2 + a_5) (\alpha_f - \alpha_m) \Delta \theta, & 0 \leq z \leq L - l_d \\ -\frac{a_1 2 \bar{\tau}_s}{E_f R_f} (L - z) + \frac{1}{E_f} \left[\left(\frac{a_1}{c_f} + a_2 \right) \sigma + a_7 \sigma^r \right] + a_5 (\alpha_f - \alpha_m) \Delta \theta + a_9 \frac{\delta_{\text{rough}}}{R_f}, & L - l_d < z \leq L \end{cases} \quad (12)$$

式中脱粘长度可以基于界面脱粘准则求得

$$l_d = \frac{R_f}{2 \bar{\tau}_s} E_f (\bar{\sigma} - \sqrt{\xi_d}) \quad (13)$$

最终,裂纹张开位移可以通过下式给出:

$$\Delta u = \int_0^L [\varepsilon_f^z(z) - \varepsilon_f^z(0)] dz \quad (14)$$

需要注意的是,这里的 Δu 并不是纤维与基体的位移差,而是纤维端部相对于未脱粘胞元端部的位移,即界面脱粘引起的位移;等效裂纹模型分析中的裂纹张开位移应该是这里的 Δu ,而不是纤维与基体的位移差^[10]。将式(12)、(13)代入式(14)可以得到:

$$\Delta u = \frac{a_1 R_f}{4} \frac{(\bar{\sigma} - \sqrt{\xi_d}) (\bar{\sigma} + 2 \bar{\delta}_{\text{rough}} + \sqrt{\xi_d})}{\langle \bar{\tau}_0 - \mu(k_5 - \varphi k_1) \bar{\sigma} \rangle} \quad (15)$$

式中 $\bar{\delta}_{\text{rough}}$ 为归一化的界面粗糙幅值,即

$$\bar{\delta}_{\text{rough}} = \left(\frac{1}{2} \beta_4 + \frac{a_9}{a_1} \right) \frac{\delta_{\text{rough}}}{R_f} \quad (16)$$

式中: μ 为摩擦系数, φ 为等效系数,取值为 $\varphi=0.2$; $\bar{\sigma}$ 、 $\bar{\tau}_0$ 分别为归一化外载应力和归一化初始摩擦力, σ^r 为外部施加的径向应力,在笛卡儿坐标系下可以认为 $\sigma^r = (\sigma_{22} + \sigma_{33})/2$, δ_{rough} 为脱粘区域等效界面粗糙幅值, σ_{R}^z 、 σ_{R}^r 分别为纤维轴向残余应力和界面处径向残余应力,即:

$$\sigma_{\text{R}}^z = \beta_2 E_f (\alpha_f - \alpha_m) \Delta \theta \quad (8)$$

$$\sigma_{\text{R}}^r = (k_1 \beta_2 - k_3) E_f (\alpha_f - \alpha_m) \Delta \theta \quad (9)$$

式中: α_f 、 α_m 分别为纤维和基体的热膨胀系数, $\Delta \theta$ 为环境温度与制备温度的差值。上式中 ξ_d 为归一化的界面脱粘能,即

$$\xi_d = \frac{4 E_m}{E_f R_f (E_m a_1 - E_f a_3)} \xi_d + \frac{1}{4} (\beta_4 \frac{\delta_{\text{rough}}}{R_f})^2 \quad (10)$$

式中: ξ_d 为界面脱粘能。式(7)~(10)中的 k_i 、 a_i 和 β_i 为与纤维、基体、界面层等弹性常数相关的无量纲系数,详见附录 A。基于上述简化摩擦力的定义,通过式(6)可以推导出纤维轴向应力分布如下:

$$\sigma_f^z(z) = \begin{cases} \beta_1 \sigma + \sigma_{\text{R}}^z + \beta_3 \sigma^r, & 0 \leq z \leq L - l_d \\ \frac{\sigma}{c_f} - \frac{2 \bar{\tau}_s}{R_f} (L - z), & L - l_d < z \leq L \end{cases} \quad (11)$$

进而纤维轴向的应变分布可以表示为

令 $\sigma = p$, 整理后可以得到桥连应力 - 张开位移关系为

$$p = \frac{E_f c_f}{1 - \beta_1 c_f} \left[- (A_1 + A_2 \Delta u) + \sqrt{(A_1 + A_2 \Delta u)^2 + A_3 + A_4 \Delta u + A_5} \right] \quad (17)$$

其中:

$$A_1 = \bar{\delta}_{\text{rough}}$$

$$A_2 = \mu \frac{2(k_5 - \varphi k_1)}{a_1 R_f}$$

$$A_3 = \sqrt{\xi_d} (2 \bar{\delta}_{\text{rough}} + \sqrt{\xi_d})$$

$$A_4 = \frac{4}{a_1 R_f} \bar{\tau}_0$$

$$A_5 = \frac{\sigma_{\text{R}}^z}{E_f} + \beta_3 \frac{\sigma^r}{E_f} + \frac{1}{2} \beta_4 \frac{\delta_{\text{rough}}}{R_f}$$

式中, $A_1 \sim A_5$ 为无量纲的系数。

将式(17)代入式(1)、(2),沿用 Marshall 等^[13-14]

的数值方法,即可得到给定裂纹长度下的裂纹张开位移、基体开裂应力。

以 Nicalon/PyC/SiC 材料为例,图 3 给出了本文基于库仑摩擦的桥连应力 - 张开位移关系与文献中基于常值摩擦的结果^[19]对比,详细参数见表 1。表中, E_X 、 ν_X 、 α_X 分别为弹性模量、泊松比和热膨胀系数,下标 $X = f, m, i$ 分别表示纤维、基体和界面层; c_f 为纤维体积分数, R_f 为纤维半径, t_i 为界面层厚度, μ 为界面摩擦系数, ξ_m 为基体断裂韧性, ξ_d 为界面脱粘能, θ_0 为制备温度, θ 为环境温度, δ_{rough} 为脱粘后界面的等效粗糙幅值, φ 为摩擦力等效系数。

表 1 Nicalon/PyC/SiC 参数^[10]
Tab. 1 Parameters for Nicalon/PyC/SiC^[10]

E_f /GPa	E_m /GPa	E_i /GPa	ν_f	ν_m	ν_i	c_f	R_f /mm	t_i /nm	μ
200	400	10	0.25	0.25	0	0.45	7.5	100	0.1
$\alpha_f/(1 \cdot K^{-1})$	$\alpha_m/(1 \cdot K^{-1})$	$\alpha_i/(1 \cdot K^{-1})$	$\xi_m/(N \cdot m^{-1})$	$\xi_d/(N \cdot m^{-1})$	$\theta_0/^\circ C$	$\theta/^\circ C$	δ_{rough}/nm	φ	
3.2×10^{-6}	4.6×10^{-6}	1.0×10^{-5}	27.0	2.7	1 024	24	4	0.2	

考虑常值摩擦的桥连应力 - 张开位移曲线为抛物线,即桥连应力的平方正比于张开位移。考虑库仑摩擦后,桥连应力 - 张开位移曲线的变化主要体现在两点:1) 该曲线不过原点,即纤维桥连应力超过界面脱粘应力后,才会出现裂纹张开位移。这是因为本模型忽略了界面剪切变形,认为界面剪切刚度无穷大,因而在界面脱粘滑移之前纤维没有拔出位移,当界面层比较薄时,界面剪切刚度通常较大,本模型的假设是合理的;2) 考虑库仑摩擦后,随着桥连应力(即纤维拔出应力)的增大,泊松效应导致纤维径向收缩,界面处的法向应力降低,从而有效摩擦力降低,张开位移相较于常值摩擦结果增大,即考虑库仑摩擦的桥连应力 - 张开位移曲线逐渐低于常值摩擦的结果。此外需要注意的是,基于库仑摩擦的桥连应力 - 张开位移曲线与残余应力、径向外载荷等有关,不同温度和外载荷下,桥连应力 - 张开位移曲线不同,这也是本文基于库仑摩擦模型的优势,即能考虑温度和外载的影响。

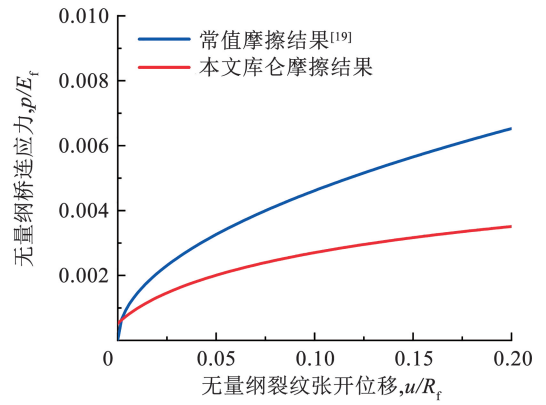


图 3 基于库仑摩擦和常值摩擦的桥连应力 - 张开位移对比
Fig. 3 Comparison of bridging stress-opening distance relationships based on Coulomb friction and constant friction

3 初始裂纹对基体开裂的影响

3.1 裂纹形貌及桥连应力分布

在给定远场应力的前提下,不同初始裂纹长度对应的裂纹形貌和桥连应力分布见图 4。从图 4 中可以看出初始裂纹长度越长,裂纹末端张开位移越大、桥连应力越高,且不同初始裂纹长度下,裂纹张开位移曲线和桥连应力曲线不具有相似性。从归一化的形貌来看,当初始裂纹长度较短时,裂纹张开“大”一些;当初始裂纹长度较长时,裂纹张开“小”一些。然而需要注意的是,图 4 中为了对比不同初始裂纹长度的结果,对裂纹形貌做了归一化处理,对于实际形貌而言,初始裂纹较长时,即 $c = 10.0R_f$ 时,裂尖曲率最小,末端裂纹张开位移最大。桥连应力在裂纹尖端处不为零,随着与裂纹尖端距离增加迅速增大,在裂纹末端桥连应力变化趋于平缓;初始裂纹长度越长,末端桥连应力越大。

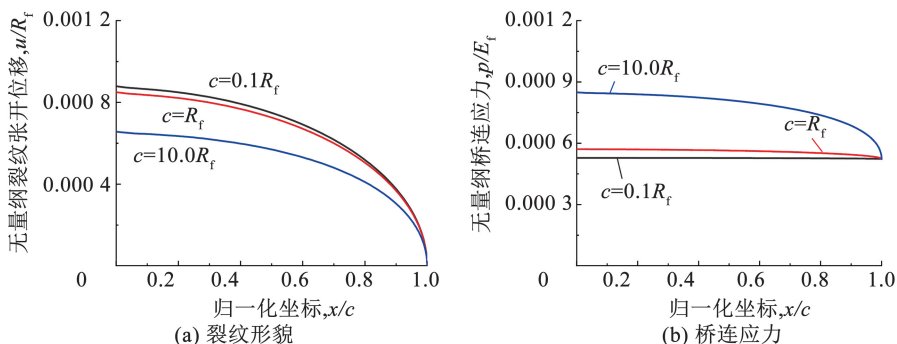


图 4 初始裂纹长度对裂纹形貌和桥连应力分布的影响

Fig. 4 Influence of the initial crack length on the crack morphology and the bridging stress

固定初始裂纹长度为 $c = 100R_f$, 初始未桥接裂纹长度对裂纹形貌和桥连应力分布的影响见图 5。从图 5 中可以看出, 初始未桥接裂纹长度对裂纹形貌有较大影响, 未桥接裂纹长度越长, 裂纹末端张开位移越大。例如, 当未桥接裂纹长度 c_0 从 0 增大到 $0.2c$ 时, 归一化末端裂纹张开位移从 2.3×10^{-4} 增大到 5.1×10^{-4} , 增大了约 2.2 倍, 由此可见纤维桥连对基体开裂的抑制作用是十分显著的。相较于完全桥接裂纹, 未桥接区域的存在削弱了纤维桥连作

用, 因此裂纹张开位移整体增大。裂纹张开位移的增大, 使得桥接区域内桥连应力高于完全桥接裂纹对应位置的应力。值得注意的是, 存在未桥接区域时, 最大的桥接应力可能会高于外载荷。例如, 如图 5 所示算例中无量纲外载荷为 0.001 63, $c_0 = 0.2c$ 和 $c_0 = 0.4c$ 对应的无量纲最大桥连应力分别为 0.001 72 和 0.001 86。这意味着, 即便外载荷低于界面脱粘应力, 材料内部未桥接裂纹边缘由于桥连应力较大仍有可能存在局部的界面脱粘。

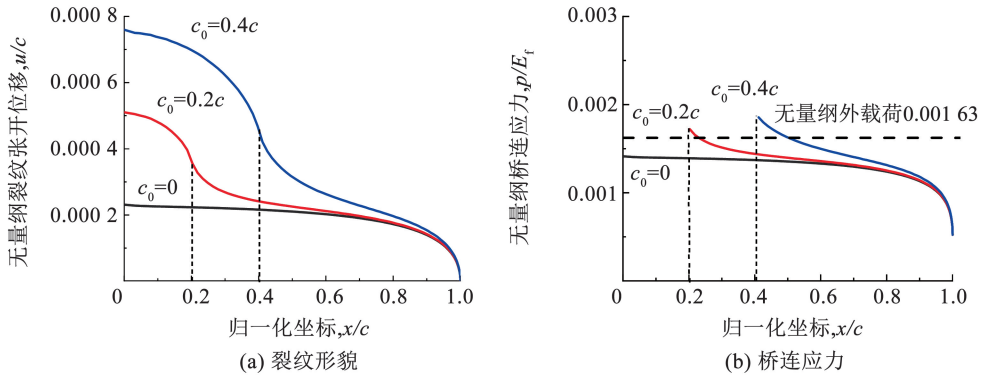


图 5 初始未桥接裂纹长度对裂纹形貌和桥连应力分布的影响

Fig. 5 Influence of the initial unbridged length on the crack morphology and the bridging stress

3.2 基体开裂应力

对于表 1 给出的 Nicalon/PyC/SiC 材料体系, 基体开裂应力与初始裂纹长度之间的关系见图 6。当未桥接裂纹长度为 0 时, 随着初始裂纹长度的增加, 基体开裂应力逐渐减小并最终趋于定值, 该值即为稳态开裂应力。需要指出的是, 通常认为稳态开裂应力对应于宏观应力 - 应变曲线的拐点; 然而从图 6 中可以看出, 当初始裂纹接近 $100R_f$ (对于 SiC-CMCs 而言约为 700 mm) 时开裂应力才趋近稳态开裂应力; 通常连续纤维增强陶瓷基复合材料内部较少存在如此大尺寸的初始裂纹, 因此稳态开裂应力时产生的裂纹并不多, 模量下降不明显, 实际宏观应力 - 应变曲线的拐点应该高于理论稳态开裂应力, 且与材料内部初始缺陷的分布和尺寸有关。

未桥接裂纹长度也会对基体开裂应力产生影响, 当未桥接裂纹长度较短时 (如图 6 中 $c_0/R_f = 5 \sim c_0/R_f = 15$), 基体开裂应力随着初始裂纹长度的增加先有所上升, 然后再下降; 当未桥接裂纹长度较长时, 基体开裂应力随初始裂纹长度单调上升。深入分析可以看出, 未桥接裂纹的影响范围约为 3 倍的未桥接裂纹长度。例如, 对于 $c_0/R_f = 10$ 的未桥接裂纹长度, 当初始裂纹长度大于 $30R_f$ 后, 基体开裂应力与 $c_0/R_f = 0$ 对应的结果相差不到 3%。如果纤

维束内的纤维丝不存在大片的初始断口, 可以认为未桥接裂纹长度约为 R_f , 那么对于大多数初始裂纹而言, 未桥接区域较小不影响开裂应力的变化规律, 因此后续讨论其他影响因素时, 仅针对完全桥接裂纹进行分析, 不再分析未桥接裂纹长度的影响。

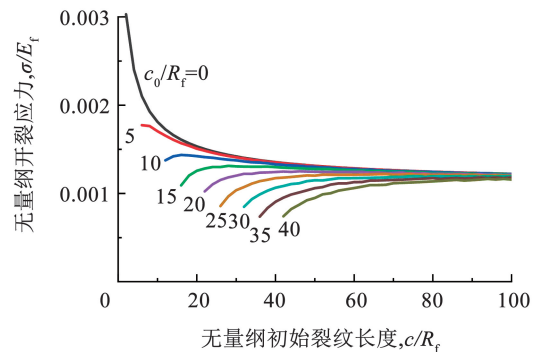


图 6 基体开裂应力随初始裂纹长度的变化

Fig. 6 Variation of the matrix cracking stress with the initial crack length

4 基体开裂应力的影响因素分析

通过上述理论模型可以看出, 基体断裂韧性、界面摩擦系数、界面脱粘能、界面粗糙度、热残余应力、径向应力以及材料的弹性常数等都会影响基体开裂应力。其中纤维和基体弹性常数在材料体系确定后

便难以调控,因此本文主要讨论可以通过制备工艺调控的基体断裂韧性、界面摩擦系数、界面脱粘能、界面粗糙度以及热残余应力和径向应力等对基体开裂的影响。以下讨论中,凡未特别说明者,均默认采用表 1 所列参数。

4.1 基体与界面性能的影响

基体断裂韧性、界面摩擦系数、界面脱粘能和界面粗糙度对开裂应力的影响见图 7。开裂应力随着基体断裂韧性的增大而提升,无论是长初始裂纹还是短初始裂纹,基体断裂韧性对开裂应力的提升都是十分显著的。相较而言,增大基体断裂韧性对短裂纹开裂应力的提升程度稍大一些,这是因为裂纹较长时,基体断裂韧性和纤维桥连作用共同决定开裂应力,而裂纹较短时纤维桥连作用较弱,基体断裂韧性起主导作用,因此基体断裂韧性对短裂纹开裂应力的影响相对更为显著。

增大摩擦系数也会使开裂应力整体增大,但初始裂纹长度不同时,摩擦系数对开裂应力的影响程度也不同。对于短裂纹($\sim R_f$)而言,增大摩擦系数对基体开裂应力的影响较小;对于长裂纹($\gg R_f$)而

言,增大摩擦系数则能显著增加基体开裂应力。这是因为当初始裂纹较短时,裂纹张开位移较小,纤维桥连作用较弱,此时基体断裂韧性是影响开裂应力的关键因素;当初始裂纹较长时,裂纹张开位移较大,纤维桥连应力较大,此时界面才能发挥重要作用。

界面脱粘能对长裂纹和短裂纹的开裂应力的提升都比较明显,通过界面优化提高界面脱粘能,可以提升开裂应力。然而界面脱粘能不能高于纤维断裂韧性的 1/4,否则基体裂纹会直接穿透纤维,导致材料脆性断裂^[20]。

界面粗糙度的影响与摩擦系数的影响类似,对长裂纹的开裂应力提升显著,对短裂纹的开裂应力影响不大。此外,界面粗糙度的影响与摩擦系数相关,如图 7(d)所示,当摩擦系数较小时,界面粗糙度对基体开裂应力的提升不明显;只有当摩擦系数比较大时,界面粗糙度才会显著提升基体开裂应力。需要注意的是,在重复加卸载过程中,脱粘区域界面会发生磨损,导致界面粗糙度降低,这或许是引起连续纤维增强陶瓷基复合材料疲劳损伤的微观机理之一。

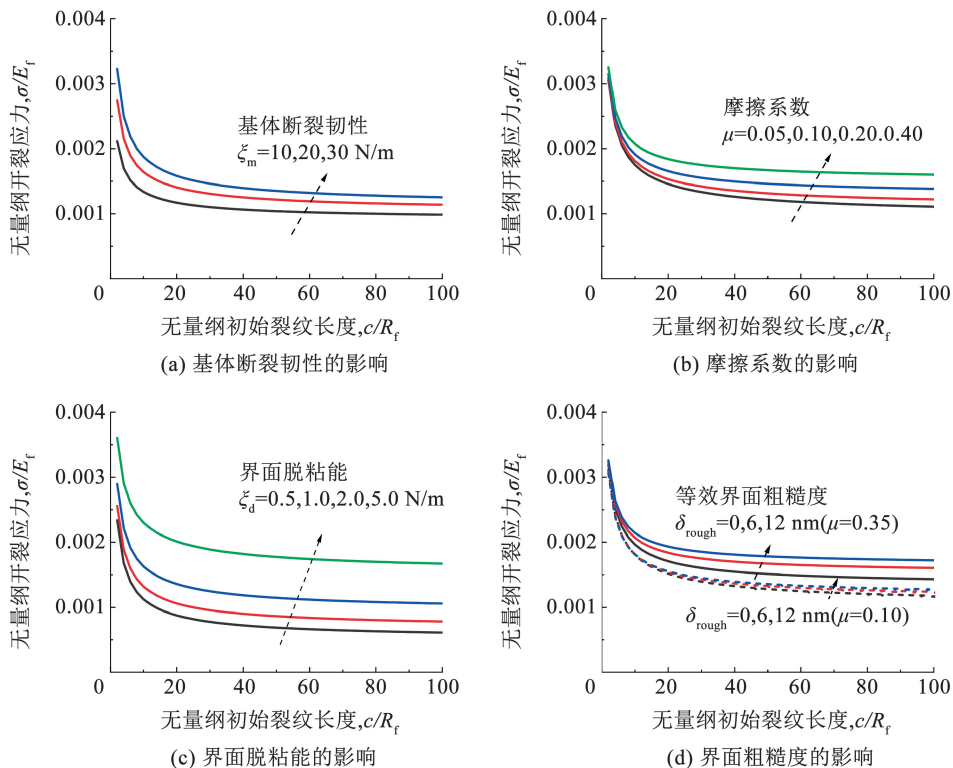


图 7 基体与界面性能对基体开裂应力的影响

Fig. 7 Influence of the matrix and interface on the matrix cracking stress

4.2 热残余应力的影响

材料内部热残余应力与环境温度有关,如图 8 所示给出了不同环境温度下开裂应力随初始裂纹长度的变化规律。整体而言,开裂应力随着温度的升

高而提升,对于较长的初始裂纹而言,温度对开裂应力的提升更为明显。由表 1 所列,纤维的热膨胀系数低于基体的热膨胀系数,因而室温下纤维轴向热残余应力和界面处径向热残余应力均为压应力,随

着温度的升高残余应力降低,在高于制备温度 1 024 °C 以后变为拉伸应力。界面处径向热残余应力降低会导致界面摩擦力降低,进而导致开裂应力降低;与之相反,纤维轴向热残余应力的释放会使得基体开裂应力提升。界面处径向热残余应力和纤维轴向热残余应力的影响机制相互竞争,共同决定了温度对开裂应力的影响。对于表 1 中所列材料体系,界面摩擦系数较低,所以界面处径向残余应力的影响较小,纤维轴向残余应力的变化起到了主导作用,因而开裂应力随着温度的升高而提升。需要注意的是,本文为了阐明残余应力的影响机制,仅考虑了温度对残余应力的影响,忽略了温度对纤维模量、基体模量、基体断裂韧性等性能的影响。实际上温度的变化会引起上述参数的改变,尤其是在高温环境下基体断裂韧性会有显著降低,进而和残余应力共同决定了开裂应力的变化,可能会导致开裂应力随温度升高呈现出先升后降的非单调变化趋势^[10]。

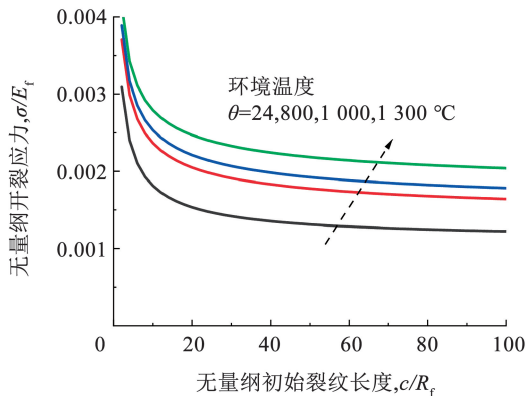


图 8 环境温度对基体开裂应力的影响

Fig. 8 Influence of the ambient temperature on the matrix cracking stress

4.3 径向应力的影响

径向应力对开裂应力的影响见图 9。径向应力主要是通过增加脱粘区域界面摩擦力从而提升基体开裂应力,因此其影响规律与界面摩擦系数和界面粗糙度类似,对长裂纹开裂应力的提升比较显著,对短裂纹的开裂应力则影响不大。对于图 9 中给出的例子而言,径向施加 100 MPa 的压缩应力,长裂纹开裂应力(或稳态开裂应力)可以提高 13%;如果在径向施加 100 MPa 的拉伸应力,稳态开裂应力则会下降 20%。实际应用中,连续纤维增强陶瓷基复合材料结构不可避免地处于复杂应力状态,对于编织或机织复合材料而言,纤维束径向应力水平与轴向应力水平相当,这会对基体开裂行为以及材料的宏观力学响应产生不可忽略的影响。然而,当前针对连续纤维增强陶瓷基复合材料力学行为与失效机理的

研究大多聚焦于轴向应力,忽视了径向应力的影响,对径向应力的忽视可能引发结构性能预测与优化结果的严重偏差,因此在今后的研究中有必要考虑复杂应力状态的影响。

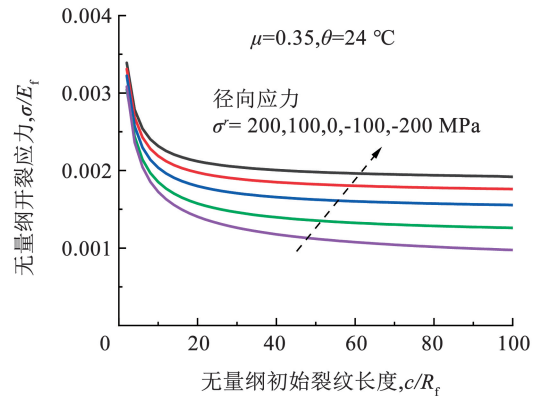


图 9 径向应力对基体开裂应力的影响

Fig. 9 Influence of the radial stress on the matrix cracking stress

5 结 论

1) 本文考虑库仑摩擦及残余应力、径向应力对摩擦力的影响,建立了开裂应力与基体初始裂纹长度之间的关系,结果表明开裂应力与基体初始裂纹长度密切相关,长裂纹在较小应力下开裂,短裂纹在较大应力下开裂,基体初始裂纹的分布情况决定了连续纤维增强陶瓷基复合材料基体裂纹演化过程。

2) 当未桥接区域长度小于初始裂纹长度的 1/3 时,未桥接裂纹对基体开裂应力的影响很小,可以忽略。

3) 通过工艺优化提升基体断裂韧性、界面摩擦系数、界面脱粘能等可以显著提升基体开裂应力,但界面脱粘能不宜太高,否则可能会导致材料脆性失效。

4) 环境温度会同时影响纤维轴向残余应力和界面处径向残余应力,纤维轴向和界面处径向残余应力对开裂应力的影响规律相反,因此温度对开裂应力的影响规律与组元材料热膨胀系数有关。

5) 径向压缩应力会显著提升基体开裂应力,相反径向拉伸应力会显著降低基体开裂应力,以本文分析的 Nicalon/PyC/SiC 材料为例,径向施加 100 MPa 的压缩应力,稳态开裂应力可以提升 13%;相反,施加 100 MPa 的拉伸应力,稳态开裂应力会下降 20%。因此在连续纤维增强陶瓷基复合材料结构分析与优化设计中有必要考虑径向应力的影响。

附录 A

式(7)~(10)中的 k_i 、 a_i 和 β_i 为与纤维、基体、界面层等弹性常数相关的无量纲的系数。

其中:

1) k_i 为:

$$k_1 = \frac{\alpha_1 \nu_f \left[-\alpha_1^{-1} \alpha_2 (1 + \nu_i) + 1 + \nu_m + \frac{2}{\gamma_1^2 - 1} \right] \frac{\gamma_2^2 - 1}{2\gamma_2^2} + \alpha_2 \nu_f + \frac{\nu_m}{(\gamma_1^2 - 1)\gamma_2^2}}{\left\{ [1 + \nu_i + \alpha_1(1 - \nu_f)] \frac{\gamma_2^2 - 1}{2\gamma_2^2} + \frac{1}{\gamma_2^2} \right\} \left[-\alpha_1^{-1} \alpha_2 (1 + \nu_i) + 1 + \nu_m + \frac{2}{\gamma_1^2 - 1} \right] + \alpha_1^{-1} \alpha_2 (1 + \nu_i) + \alpha_2 (1 - \nu_f)}$$

$$k_2 = \frac{\nu_m \frac{\gamma_1^2}{\gamma_1^2 - 1}}{\left\{ [1 + \nu_i + \alpha_1(1 - \nu_f)] \frac{\gamma_2^2 - 1}{2\gamma_2^2} + \frac{1}{\gamma_2^2} \right\} \left[-\alpha_1^{-1} \alpha_2 (1 + \nu_i) + 1 + \nu_m + \frac{2}{\gamma_1^2 - 1} \right] + \alpha_1^{-1} \alpha_2 (1 + \nu_i) + \alpha_2 (1 - \nu_f)}$$

$$k_3 = \frac{\left\{ \alpha_2 \frac{\alpha_f - \alpha_m}{\alpha_f - \alpha_i} + \alpha_1 \left[-\alpha_1^{-1} \alpha_2 (1 + \nu_i) + 1 + \nu_m + \frac{2}{\gamma_1^2 - 1} \right] \frac{\gamma_2^2 - 1}{2\gamma_2^2} \right\} \frac{\alpha_f - \alpha_i}{\alpha_f - \alpha_m}}{\left\{ [1 + \nu_i + \alpha_1(1 - \nu_f)] \frac{\gamma_2^2 - 1}{2\gamma_2^2} + \frac{1}{\gamma_2^2} \right\} \left[-\alpha_1^{-1} \alpha_2 (1 + \nu_i) + 1 + \nu_m + \frac{2}{\gamma_1^2 - 1} \right] + \alpha_1^{-1} \alpha_2 (1 + \nu_i) + \alpha_2 (1 - \nu_f)}$$

$$k_4 = \frac{\alpha_2 + \alpha_1 \left[-\alpha_1^{-1} \alpha_2 (1 + \nu_i) + 1 + \nu_m + \frac{2}{\gamma_1^2 - 1} \right] \frac{\gamma_2^2 - 1}{2\gamma_2^2}}{\left\{ [1 + \nu_i + \alpha_1(1 - \nu_f)] \frac{\gamma_2^2 - 1}{2\gamma_2^2} + \frac{1}{\gamma_2^2} \right\} \left[-\alpha_1^{-1} \alpha_2 (1 + \nu_i) + 1 + \nu_m + \frac{2}{\gamma_1^2 - 1} \right] + \alpha_1^{-1} \alpha_2 (1 + \nu_i) + \alpha_2 (1 - \nu_f)}$$

$$k_5 = \frac{k_1 - k_2 c_f}{1 - \beta_1 c_f}, \gamma_1 = \frac{R_m}{R_i}, \gamma_2 = \frac{R_i}{R_f}, \alpha_1 = \frac{E_i}{E_f}, \alpha_2 = \frac{E_m}{E_f}, c_f = \frac{1}{\gamma_1^2 \gamma_2^2}, c_m = \frac{\gamma_1^2 - 1}{\gamma_1^2}$$

2) a_i 为:

$$a_1 = 1 - 2\nu_f k_1$$

$$a_2 = 2\nu_f k_2$$

$$a_3 = \frac{[(\alpha_1(1 - \nu_f) + 1 + \nu_i)(\gamma_2^2 - 1) + 2]\nu_m k_1 - \alpha_1(\gamma_2^2 - 1)\nu_f \nu_m - 1}{(\gamma_1^2 - 1)\gamma_2^2}$$

$$a_4 = \frac{\gamma_1^2 \gamma_2^2 - [(\alpha_1(1 - \nu_f) + 1 + \nu_i)(\gamma_2^2 - 1) + 2]\nu_m k_2}{(\gamma_1^2 - 1)\gamma_2^2}$$

$$a_5 = \frac{\alpha_f}{\alpha_f - \alpha_m} + 2\nu_f k_3$$

$$a_6 = \frac{1}{\alpha_2(\gamma_1^2 - 1)\gamma_2^2} \left[- [(\alpha_1(1 - \nu_f) + 1 + \nu_i)(\gamma_2^2 - 1) + 2] k_3 + \alpha_1(\gamma_2^2 - 1) \frac{\alpha_f - \alpha_i}{\alpha_f - \alpha_m} \right] + \frac{\alpha_m}{\alpha_f - \alpha_m}$$

$$a_7 = -\frac{4\nu_f k_2}{\nu_m}$$

$$a_8 = \frac{[(\alpha_1(1 - \nu_f) + 1 + \nu_i)(\gamma_2^2 - 1) + 2]2k_2 - 2\gamma_1^2 \gamma_2^2 \nu_m}{(\gamma_1^2 - 1)\gamma_2^2}$$

$$a_9 = 2\nu_f k_4,$$

$$a_{10} = \left[\alpha_1 - (\alpha_1(1 - \nu_f) + 1 + \nu_i + \frac{2}{\gamma_2^2 - 1}) k_4 \right] \frac{\nu_m(\gamma_2^2 - 1)}{\alpha_2(\gamma_1^2 - 1)\gamma_2^2}$$

3) β_i 为:

$$\beta_1 = \frac{a_4 - a_2 \alpha_2}{a_1 \alpha_2 - a_3}$$

$$\beta_2 = \frac{(a_6 - a_5) \alpha_2}{a_1 \alpha_2 - a_3}$$

$$\beta_3 = \frac{a_8 - a_7 \alpha_2}{a_1 \alpha_2 - a_3}$$

$$\beta_4 = \frac{(a_{10} - a_9) \alpha_2}{a_1 \alpha_2 - a_3}$$

参考文献

- [1] WANG Pengren, LIU Fengqi, WANG Hao, et al. A review of third generation SiC fibers and SiC_f/SiC composites [J]. *Journal of Materials Science & Technology*, 2019, 35(12): 2743. DOI: 10.1016/j.jmst.2019.07.020
- [2] 邹豪, 王宇, 刘刚, 等. 碳化硅纤维增韧碳化硅陶瓷基复合材料的发展现状及其在航空发动机上的应用[J]. *航空制造技术*, 2017(15): 76
ZOU Hao, WANG Yu, LIU Gang, et al. Developmentsituation and application of SiC/SiC ceramic matrix composites in aeroengine[J]. *Aeronautical Manufacturing Technology*, 2017(15): 76. DOI: 10.16080/j.issn1671-833x.2017.15.076
- [3] AVESTON J, COOPER G A, KELLY A. The properties of fibre composites[C]//Proceedings, National Physical Laboratory. [S. l.]: IPC Science and Technology Press Ltd, 1971
- [4] AVESTON J, KELLY A. Theory of multiple fracture of fibrous composites[J]. *Journal of Materials Science*, 1973, 8(3): 352. DOI: 10.1007/BF00550155
- [5] BUDIANSKY B, HUTCHINSON J W, EVANS A G. Matrix fracture in fiber-reinforced ceramics [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1986, 34(2): 167. DOI: 10.1016/0022-5096(86)90035-9
- [6] GAO Yuchen, MAI Y W, COTTERELL B. Fracture of fiber-reinforced materials[J]. *Zeitschrift Für Angewandte Mathematik und Physik*, 1988, 39(4): 550. DOI: 10.1007/BF00948962
- [7] CHIANG Y C. On a matrix cracking model using Coulomb's friction law[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2007, 74(10): 1602. DOI: 10.1016/j.engframech.2006.09.006
- [8] DENG Yong, LI Weiguo, ZHANG Xuyao, et al. Modeling on temperature-dependent first matrix cracking stress for fiber reinforced ceramics considering fiber debonding and residual thermal stress[J]. *Ceramics International*, 2018, 44(17): 21666. DOI: 10.1016/j.ceramint.2018.08.254
- [9] DENG Yong, LI Weiguo, MA Jianzuo, et al. Thermal-mechanical-oxidation coupled first matrix cracking stress model for fiber reinforced ceramic-matrix composites [J]. *Journal of the European Ceramic Society*, 2021, 41(7): 4016. DOI: 10.1016/j.jeurceramsoc.2021.02.033
- [10] NIU Xiaochuan, MA Yong, GUO Shu, et al. Effect of interphase layer on matrix cracking in fiber reinforced ceramic matrix composites[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2024, 187: 105610. DOI: 10.1016/j.jmps.2024.105610
- [11] ZOK F W, SPEARING S M. Matrix crack spacing in brittle matrix composites[J]. *Acta Metallurgica et Materialia*, 1992, 40(8): 2033. DOI: 10.1016/0956-7151(92)90189-L
- [12] SOLTI J P, MALL S, ROBERTSON D D. Modeling damage in unidirectional ceramic-matrix composites [J]. *Composites Science and Technology*, 1995, 54(1): 55. DOI: 10.1016/0266-3538(95)00041-0
- [13] MARSHALL D B, COX B N, EVANS A G. The mechanics of matrix cracking in brittle-matrix fiber composites [J]. *Acta Metallurgica*, 1985, 33(11): 2013. DOI: 10.1016/0001-6160(85)90124-5
- [14] MARSHALL D B, COX B N. Tensile fracture of brittle matrix composites; influence of fiber strength [J]. *Acta Metallurgica*, 1987, 35(11): 2607. DOI: 10.1016/0001-6160(87)90260-4
- [15] LISSART N, LAMON J. Damage and failure in ceramic matrix minicomposites; experimental study and model [J]. *Acta Materialia*, 1997, 45(3): 1025. DOI: 10.1016/S1359-6454(96)00224-8
- [16] AHN B K, CURTIN W A. Strain and hysteresis by stochastic matrix cracking in ceramic matrix composites [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1997, 45(2): 177. DOI: 10.1016/S0022-5096(96)00081-6
- [17] CURTIN W A, AHN B K, TAKEDA N. Modeling brittle and tough stress-strain behavior in unidirectional ceramic matrix composites [J]. *Acta Materialia*, 1998, 46(10): 3409. DOI: 10.1016/S1359-6454(98)00041-X
- [18] CURTIN W A. Multiple matrix cracking in brittle matrix composites [J]. *Acta Metallurgica et Materialia*, 1993, 41(5): 1369. DOI: 10.1016/0956-7151(93)90246-0
- [19] MCCARTNEY L N. Mechanics of matrix cracking in brittle-matrix fibre-reinforced composites[J]. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 1987, 409(1837): 329. DOI: 10.1098/rspa.1987.0019
- [20] HE Mingyuan, HUTCHINSON J W. Crack deflection at an interface between dissimilar elastic materials [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1989, 25(9): 1053. DOI: 10.1016/0020-7683(89)90021-8

(编辑 张红)