

DOI:10.11918/202510021

线性同构多智能体系统一致性协议研究综述

陆地¹, 周彬², 岳克圆³

(1. 哈尔滨工业大学 未来技术学院, 哈尔滨 150001; 2. 哈尔滨工业大学 航天学院, 哈尔滨 150001;
3. 复杂系统控制与智能协同全国重点实验室, 北京 100074)

摘要: 为系统性地梳理与剖析线性同构多智能体系统一致性问题的研究现状、核心挑战与未来发展趋势, 为相关领域的研究人员提供清晰的理论图谱与前沿指引, 文中对该领域内的一致性协议进行了全面、多维度的综述与展望。首先, 从奠定该领域理论基石的几类经典线性时不变协议切入, 深入剖析了其将单智能体观测-控制理论推广至网络化环境的设计哲学, 并提炼出一个融合多种基础协议的通用分析框架。其次, 以此为基点, 遵循从基础理论到前沿应用的逻辑脉络, 对为应对复杂现实约束而衍生出的各类高级协议进行深入探讨。这些协议包括: 旨在消除对全局信息依赖的完全分布式协议、消除控制器间信息交换的攻击免疫协议; 用于克服通信瓶颈的时延补偿协议; 可实现更快收敛速度和更强鲁棒性的有限时间/预定时间一致性协议, 以及旨在确保对抗性环境下系统可靠性的抗攻击与容错协议。最后, 总结了当前一致性协议的研究成果与未来发展所面临的挑战, 并展望了下一阶段的探索方向。结果表明, 线性多智能体系统的一致性研究已形成较为完整的理论体系。然而, 现有研究仍存在局限性, 例如, 针对多种挑战并存的复合型问题的统一理论框架尚不成熟, 传统的基于模型的控制方法在应对高动态、强不确定性环境时适应性不足。结论认为, 未来一致性研究的核心突破方向在于: 构建能够融合处理复合型挑战的统一理论框架、深化数据驱动与学习型控制的理论与应用, 以及推动研究范式从状态层面的“一致”向任务层面的“协同”演进。

关键词: 多智能体系统; 线性同构; 一致性; 观测器; 分布式控制; 动态输出反馈。

中图分类号: TP13 **文献标志码:** A **文章编号:** 0367-6234(2025)12-0059-12

A review of consensus protocols for linear homogeneous multi-agent systems

LU Di¹, ZHOU Bin², YUE Keyuan³

(1. School of Future Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China; 2. School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China; 3. National Key Laboratory of Complex System Control and Intelligent Agent Cooperation, Beijing 100074, China)

Abstract: To systematically analyze the state-of-the-art, core challenges, and future trends of the consensus problem for linear homogeneous multi-agent systems, this paper presents a comprehensive, multi-dimensional review of consensus protocols, offering a clear theoretical landscape and forward-looking guidance for researchers in the field. The review begins with foundational classic linear time-invariant protocols, analyzing their design philosophy of extending single-agent observer-control theory to networked environments and proposing a unified analytical framework. Building on this, the paper investigates advanced protocols developed to address complex real-world constraints. These include: fully distributed protocols designed to eliminate reliance on global information; attack-immune protocol that eliminates information exchange between controllers; time-delay compensation protocols for overcoming communication bottlenecks; finite-time/prescribed-time consensus protocols for achieving faster convergence and stronger robustness; and attack-resilient and fault-tolerant protocols to ensure reliability in adversarial environments. Finally, current research achievements in consensus protocols and the challenges regarding their future development are summarized, followed by an outlook on potential directions for the next stage of exploration. The findings indicate that research on consensus for linear multi-agent systems has established a relatively complete theoretical framework. However, limitations persist: a unified theory for addressing coexisting, compound challenges remains underdeveloped, and traditional model-based control methods lack adaptability in highly dynamic and uncertain environments. In conclusion, key future breakthroughs are expected in: developing unified frameworks to handle compound challenges, advancing the theory and application of data-driven and learning-based control, and shifting the research paradigm from state-level “consensus” to task-level “coordination”.

收稿日期: 2025-10-13; 录用日期: 2025-10-23; 网络首发日期: 2025-11-18

网络首发地址: <https://link.cnki.net/urlid/23.1235.T.20251118.1037.002>

基金项目: 国家杰出青年科学基金(62125303); “叶企孙”科学基金(U2441243)

作者简介: 陆地(2004—), 男, 本科生; 周彬(1981—), 男, 教授, 博士生导师

通信作者: 周彬, binzhou@hit.edu.cn

Keywords: multi-agent systems; linear homogeneous; consensus; observer; distributed control; dynamic output feedback

自然界中广泛存在着群体智能现象,从翱翔天际的鸟群、畅游深海的鱼群,到微观世界的菌落,其个体遵循简单的局部交互规则,便可在宏观层面涌现出令人惊叹的协同行为。受此深刻启发,由大量具备感知、计算、通信与执行能力的自治个体构成的网络化系统——多智能体系统 (multi-agent system, MAS),已迅速崛起为控制科学、机器人学及人工智能等领域的交叉研究前沿。凭借其在鲁棒性、灵活性与可扩展性方面的固有优势, MAS 在诸多关键领域展现了巨大的应用潜力,其重要性在无人机协同机动^[1]、航天器编队飞行^[2],以及分布式优化求解^[3-4]等复杂任务中得到了充分凸显。

在 MAS 协同控制的宏大版图之中,一致性 (consensus) 问题占据着最基础且最核心的地位。其目标在于设计一种分布式的控制协议,使得网络中的全体智能体仅依赖于彼此间的局部信息交换,便能将其各自的状态 (如位置、速度或姿态等) 最终驱动至一个共同的数值。一致性不仅是本身极具理论价值的研究课题,更是实现如编队控制、集群、目标包围、分布式计算与优化等一系列更高级复杂群体行为的理论基石。在数学建模中,智能体间的通信拓扑通常被抽象为一个有向或无向图,而图拉普拉斯矩阵的谱特性则深刻地刻画了网络内部的信息流动范式,从而直接决定了系统能否达成一致以及收敛的动态性能。因此,围绕一致性问题的持续探索,不仅极大地推动了分布式控制理论的纵深发展,也促进了图论、矩阵论与现代控制理论的深度融合。例如,航天器编队控制这一精密任务,便可被视为一致性问题的复杂延伸。鉴于此,一致性研究始终是该领域一个中心且高度活跃的研究方向^[5-9]。在过去二十多年中,作为多智能体中最为基础的一类系统,线性同构 MAS 的一致性协议成为了研究的中心。在此背景下,设计能够高效实现 MAS 一致性的控制协议,已成为该领域的首要研究目标。回顾过去二十年的发展历程,该领域的研究轨迹与单智能体控制理论的演进相似。研究始于直接利用智能体完整状态的协议,早期工作大多聚焦于具有一阶或二阶积分器动态的简化模型,并取得了一系列奠基性的成果^[10-11]。然而,在实际工程应用中,智能体的动态特性远比理想化的积分器复杂,通常需要由高阶线性状态方程来精确描述。因此,将一致性理论从简单的积分器模型成功推广至由通用线性动态模型描述的智能体,是该领域迈向实际应用的关键

一步^[12-15]。更进一步,现实世界中的一个普遍约束是智能体的内部状态往往难以直接测量,传感器通常只能获取到部分的输出信息。该约束直接促进了基于输出反馈的一致性协议研究的兴起。其中,基于观测器的设计方法脱颖而出,它通过为每个智能体构建一个本地的状态观测器,用以估计其自身或邻居的未知状态,再将此估计值用于反馈控制。该方法已成为当前线性 MAS 系统一致性研究中最主流、成果最丰硕的技术路线之一^[10,12-19],并进一步扩展至采用线性分数阶变换等鲁棒控制概念的设计框架^[20-22]。

随着研究的深入,研究人员开始致力于解决一系列源于真实应用场景的复杂挑战,以期提升协议的实用性与可靠性。首先,协议的实现方式必须是“完全分布式”的,即每个智能体的控制器参数选择应仅依赖本地可获取的信息,而不能依赖诸如拉普拉斯矩阵最小非零特征值等全局拓扑信息。为应对这一重大挑战,研究人员开发了包括线性时变 (linear time-varying, LTV) 协议^[23-26]及非线性自适应协议^[27-28]在内的有效解决方案,这亦是保证系统可扩展性的根本前提。其次,网络化的信息传输不可避免地会遭遇时间延迟,而通信延迟可能严重破坏系统稳定性,必须在协议设计中予以充分考量与补偿^[24,29-39]。再者,开放的通信环境极易使系统暴露于外部恶意攻击之下,如何设计具有内在安全性的“攻击免疫”协议,确保系统在对抗环境下的可靠运行,已成为一个至关重要的研究方向^[14-15,20,22]。此外,除了保证系统的渐近收敛,许多现实任务对收敛速度亦有严苛要求,这便引出了能够在指定时间内完成收敛的“有限时间一致性”问题^[40-46]。这些挑战相互交织,共同构成了当前 MAS 一致性研究的核心版图。

本文旨在对线性同构 MAS 系统的一致性协议进行系统性的梳理与综述。本文将遵循从基础到前沿的逻辑脉络,从最经典的一类基于观测器的协议出发,逐步深入探讨为应对上述不同挑战而设计的各类先进协议。具体而言,本文将分别剖析在实现攻击免疫、完全分布式控制、通信延迟处理以及有限时间一致等方面取得的代表性研究成果。通过对这些协议的设计哲学、理论框架与适用场景进行归纳与分析,本文旨在为读者呈现一幅关于该领域发展脉络的清晰图景。最后,本文将对现有研究的局限性进行总结,并对未来研究方向和潜在挑战

进行展望,以期为相关领域的研究人员提供有益的参考与启示。

1 一致性协议

早期的奠基性工作为 MAS 一致性研究奠定基础。例如,文献[47]基于矩阵论、代数图论和控制理论,为一致性分析提供了系统的理论框架。文中探讨了网络拓扑、时间延迟及鲁棒性等关键议题,并揭示了网络谱特性与收敛速度的内在联系。在此基础上,文献[48]进一步研究了智能体动态与通信拓扑的耦合影响,针对由线性时不变(linear time-invariant, LTI)系统描述的智能体网络,为一类通用协议建立了一致性的充要条件,同时也为其提供了清晰的代数判据。

1.1 基础协议

在线性同构 MAS 系统一致性问题的研究历程中,涌现了形式多样的控制协议。然而,其中一类最基础的架构协议,因其结构清晰、设计灵活且与经典控制理论紧密相连,构成了该领域最为核心和基础的研究分支,并为后续诸多高级协议的开发奠定了理论基石。这类协议的通用思想是将单智能体系统中的状态估计与反馈控制理论推广至分布式网络环境,其结构通常包含两个核心部分:1)对每个智能体设计一个观测器,利用可获得的局部信息来估计系统的某个关键状态;2)对每个智能体设计一个控制器,它基于观测器的估计值来生成控制输入,从而驱动全体智能体达成一致。正是这种模块化的结构赋予了此类协议强大的生命力与可扩展性^[12-14,17,49]。后续大量的研究工作均可视为对这一基础框架的深化与变种。这些演变主要体现在几个层面:首先,在观测器结构上,不同的协议选择了不同的观测目标,例如,一些协议的观测器致力于重构智能体自身的状态^[12-13,15],而另一些则创新地直接估计智能体间的相对状态或耦合误差动态^[14],这导致了协议信息流与实现方式的根本差异。其次,通过对控制器与观测器增益矩阵的精心设计,可以实现多样的控制目标。研究人员利用线性矩阵不等式(linear matrix inequality, LMI)、代数 Riccati 方程等现代控制工具来求解增益,以优化系统的收敛速度、保证对通信噪声和外部扰动的鲁棒性。此外,通过引入时变或自适应增益,基础协议的适用范围被进一步扩展,以应对更多不同的目标^[8,23,25-26,50]。因此,理解这些基础协议的设计哲学与内在联系,是掌握 MAS 一致性理论发展的关键。

对 MAS 一致性问题的早期研究,通常从分析具有相对简单动态的智能体开始。例如,文献[11]聚

焦于双积分器动态系统的一致性问题,针对有向拓扑给出了充要条件,并提出了一种基于 LMI 的控制器设计方法。在此基础上,文献[51]将研究对象扩展至高阶线性系统,为固定与切换拓扑下的领导者-跟随者一致性问题设计了分布式控制协议。为处理更复杂的任意多输入多输出线性系统,文献[17]巧妙地将一致性问题转化为一个等效的同时镇定问题,并证明了仅利用输出信息便可实现网络一致。与上述基于状态空间的分析不同,部分研究从频域角度提供了独特见解,如文献[10]提出了一种基于传递函数的统一建模框架,并针对同构乃至异构单输入单输出系统,给出了达成一致的充要条件。

文献[12]首次提出了如下协议:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{v}}_i = (\mathbf{A} + \mathbf{BK})\mathbf{v}_i + \mathbf{F}\left[c \sum_{j=1}^N a_{ij}\mathbf{C}(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j) - \tilde{\mathbf{y}}_i\right] \\ \mathbf{u}_i = \mathbf{K}\mathbf{v}_i \end{cases} \quad (1)$$

在该框架下,具有生成树通信拓扑的 MAS 系统的一致问题可以转化为相同低维矩阵集合的稳定性问题。该方法引入并分析了一致区域的概念。本协议实际上是由一个观测器与一个控制器构成的,这与传统单体镇定问题的协议是极其类似的。在文献[12]思想的启示下,文献[13]提出了一种基于降维观测器的协议设计。算法具备将控制器设计与网络拓扑分离的良好解耦特性。增益根据代数 Riccati 方程设计,给出了相应的降维协议构造算法:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{v}}_i = \mathbf{F}\mathbf{v}_i + \mathbf{G}\mathbf{y}_i + \mathbf{T}\mathbf{B}\mathbf{u}_i \\ \mathbf{u}_i = \mathbf{c}\mathbf{K}\mathbf{Q}_1 \sum_{j=1}^N a_{ij}(\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j) + \mathbf{c}\mathbf{K}\mathbf{Q}_2 \sum_{j=1}^N a_{ij}(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j) \end{cases} \quad (2)$$

值得注意的是:协议(1)、(2)中的观测器均是渐近跟踪每个智能体自身的状态。文献[14]则提出了一种观测目标上完全不同的协议,其观测器被设计用于直接估计 MAS 系统中的关于通信拓扑的耦合相对状态:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\xi}}_i^+ = \mathbf{F}\boldsymbol{\xi}_i + \mathbf{H}\mathbf{z}_i + \mathbf{T}\mathbf{B} \sum_{j=1}^N l_{ij}\mathbf{u}_j \\ \mathbf{u}_i = \mathbf{K}_1\mathbf{z}_i + \mathbf{K}_2\tilde{\mathbf{y}}_i \end{cases} \quad (3)$$

其可被视为针对网络误差动态的增广耦合系统所设计的经典观测-控制方案。其显著优点是无需获取邻居智能体的绝对输出信息。在前述研究的基础上,文献[15]设计了一种新的一致性协议:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\mathbf{r}}}_i = \mathbf{H}\tilde{\mathbf{r}}_i + \mathbf{F}_r\tilde{\mathbf{y}}_i + \mathbf{F}_r\mathbf{C}_y\mathbf{B}_r\tilde{\mathbf{r}}_i \\ \mathbf{u}_i = \mathbf{G}\tilde{\mathbf{r}}_i + \mathbf{F}_u\tilde{\mathbf{y}}_i + \mathbf{F}_u\mathbf{C}_u\mathbf{B}_r\tilde{\mathbf{r}}_i \end{cases} \quad (4)$$

与协议(3)类似,该协议同样无需邻居的绝对

输出信息。值得注意的是,早前的协议(1)可被视为是本协议的全维形式。

文献[49]为线性同构 MAS 提出了一种设计与分析基于观测器的一致性协议的统一框架。该框架将一致性问题转化为一个等价的增广系统镇定问题,并通过图拉普拉斯矩阵的谱变换,成功解耦出一致性模态与待镇定的误差动态。此方法适用于无领导者和领导者-跟随者两种场景。该统一框架不仅包含了上述协议(1)~(4),还在此基础上提出了两种新型的分布式协议:

$$\begin{cases} \dot{v}_i = (A - GC)v_i + G\tilde{y}_i + B \sum_{j=1}^N l_{ij}u_j \\ u_i = K \sum_{j=1}^N l_{ij}v_j \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \dot{v}_i = (A - BG')v_i + LC \sum_{j=1}^N l_{ij}v_j + Ly_i \\ u_i = G' \sum_{j=1}^N l_{ij}v_j \end{cases} \quad (6)$$

在这一统一框架内,各类协议的设计被巧妙地转化为一个在特定矩阵集合内的系数选择问题。

值得注意的是:上述提出的固定增益协议算法依赖于拉普拉斯矩阵的最小非零特征值,这属于全局信息。但是由于对于每个智能体而言,其仅仅需要邻居或者自己的信息,所以协议仍然是分布式的。

1.2 具有攻击免疫能力的协议

在前文中,本文呈现了多种基于观测器的 LTI 一致性协议,它们与单体系统的控制协议相比,主要区别在于引入了依赖通信拓扑的信息交换项。正如引言所述,许多先进的协议可被视为对这些基础协议的结构性修改。本文将专门介绍其中一类特殊的协议,其核心特征在于完全消除了不同智能体控制器或观测器动态之间的信息交换。这类协议仅依赖于本地的输出测量,因而可以被视为是攻击免疫协议(图 1)。本文将重点回顾这类一致性协议的代表性工作。



图 1 攻击免疫协议示意

Fig. 1 Schematic diagram of an attack-immune protocol

文献[20]设计了一种新型的分布式观测器一致性协议,该协议的观测器动态完全独立于邻居智能体,其控制输入仅基于相对输出测量。

$$\begin{cases} \dot{\eta}_i = (A + FC + BK)\hat{\eta}_i - F\tilde{y}_i \\ u_i = -K\hat{\eta}_i \end{cases} \quad (7)$$

由于其结构中不存在观测器层面的信息耦合,该协议对网络攻击具有良好的免疫效果。该文利用小增益理论和矩阵分析,为通信图包含有向生成树的 MAS 系统实现一致给出了充分条件。文献[14]则展示了一种巧妙的构造方法。该文在协议(3)的基础上,通过直接截断其观测器动态中的邻居信息交换项,并施加了智能体动态为临界稳定(即所有模态均在虚轴上)的假设,从而构造出了一种新型协议:

$$\begin{cases} \dot{\xi}_i^+ = F\xi_i + Hz_i \\ u_i = K_1z_i + K_2\tilde{y}_i \end{cases} \quad (8)$$

该协议的分析与设计利用了参量 Lyapunov 方程。而文献[22]则致力于为这类协议提供一个统一的分析视角。本文将协议设计问题重构为一个鲁棒控制问题,提出了一种需要求解一个 Riccati 方程和一个 LMI 的系统性设计方法,从而为具有攻击免疫特性的全维协议提供了统一的解释。本文提出的协议形式如下:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_i = (A + \theta BK + FC)\tilde{x}_i - F\tilde{y}_i \\ u_i = K\tilde{x}_i \end{cases} \quad (9)$$

以及其对偶形式:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_i = (A + BK + \theta FC)\tilde{x}_i - F\tilde{y}_i \\ u_i = K\tilde{x}_i \end{cases} \quad (10)$$

与文献[14]中的截断方法相类似,文献[15]通过对其完整协议(4)进行截断,同样获得了一个具备攻击免疫特性的对应版本:

$$\begin{cases} \dot{r}_i = Hr_i + F_r\tilde{y}_i \\ u_i = Gr_i + F_u\tilde{y}_i \end{cases} \quad (11)$$

该方法的截断事实上是基于一个由 LMI 设计的增益,并且可以视为是协议(8)的对偶形式。

1.3 完全分布式协议

在 MAS 系统的协同控制领域,设计“完全分布式”的一致性协议始终是一个核心且具有挑战性的研究目标。所谓完全分布式,是指协议的部署和运行完全独立于任何关于网络拓扑的全局信息,例如网络规模,以及拉普拉斯矩阵的特征谱等。这一特性确保了协议具备优越的可扩展性和对网络变化的鲁棒性。早期的许多一致性协议,尽管形式上是分

布式的,但其控制器增益的选取往往依赖于网络的全局参数,这在实际应用中构成了显著的障碍。为了克服这一局限,研究人员从多个维度探索并发展了一系列真正意义上的完全分布式控制策略。

自适应控制是实现完全分布式设计最直接且有效的途径之一。其核心思想是通过引入由本地信息驱动的时变耦合权重,使控制器能够在线调整增益,从而自主适应未知的网络拓扑。文献[27]设计了一种分布式自适应一致协议。其核心机制在于为每个智能体引入一个由本地自适应律控制的时变耦合权重,该权重会随着本地一致误差的存在而单调递增。保证了领导者-跟随者一致性,在此基础上,文献[28]研究了具有非零且有界控制输入领导者的输出反馈一致性问题。引入了一个内部动态补偿器,用于融合通过网络交换的邻居补偿器状态信息。一个由本地耦合误差驱动的自适应律持续调节时变耦合权重,使其增益足以克服有向拓扑带来的不对称性;同时集成了一个连续的非线性函数,其增益经由设计以主动抑制和抵消领导者未知有界输入所带来的扰动。

为了在保证控制性能的同时,有效节约网络通信和计算资源,事件触发控制成为完全分布式协议设计的另一重要研究分支。其特点在于仅在系统状态满足特定“事件触发条件”时才进行通信和控制更新。文献[52]设计了分布式自适应事件触发协议,同时覆盖了无领导者和领导者-跟随者两种场景。该协议基于局部采样状态信息,不仅能保证一致性,还有效规避了 Zeno 行为。随后,文献[53]同样利用智能体间的相对信息,构建了一种自适应事件触发协议,并为其设计了基于采样信息的自触发实现方案,进一步降低了对连续状态监测的需求。为了处理更复杂的物理约束,文献[54]借助基于代数 Riccati 方程的低增益反馈技术,研究了存在输入饱和的线性 MAS 中的事件触发半全局一致性问题。针对具有量化信息和符号图的特殊网络,文献[55]提出了一种结合对数量化器和动态事件触发机制的控制策略,并设计了具有动态耦合增益的新型控制律,实现了二分一致性。而文献[56]则将事件触发机制与抗干扰控制相结合,针对受外部系统扰动且存在建模误差的线性 MAS,设计了集局部扰动观测、自适应控制和事件触发通信于一体的综合控制方案,实现了资源受限下的精确一致性跟踪。

在实际应用中,MAS 系统常受到内、外部扰动的影 响,因此,设计具有强鲁棒性的完全分布式协议至关重要。文献[57]专注于受扰动二阶 MAS 的分布式一致控制问题,提出了一种局部复合扰动观测

器,用以精确估计由外部系统产生的、且模型存在误差的局部扰动,从而实现了完全分布式的扰动补偿与一致性控制。对于领导者-跟随者跟踪问题,该工作进一步设计了分布式参数估计算法,用以在线辨识领导者未知的动态矩阵,结合扰动观测最终解决了完全分布式的跟踪难题。

研究人员还通过构建新颖的 LTV 结构来实现完全分布式控制。文献[23]首次提出了一类基于分布式观测器的 LTV 协议,该方法在协议(8)的基础上,为临界稳定系统引入了时变增益,由一个随时间趋于无穷大和另一个趋于零的时变项构成。其时变特性使其能够自主适应拓扑变化,并利用参数 Lyapunov 方程进行设计。基于此思想,文献[26]给出了其对偶协议,而文献[25]则基于协议(2)使用了时变增益,并定量分析了参数的选取范围。

此外,针对特定应用,如多航天器编队飞行的场景,文献[2]基于线性化的 Clohessy-Wiltshire 方程和相对输出信息,提出了新型的线性静态输出反馈协议。其增益参数通过构造包含半正定项和积分项的特殊 Lyapunov 函数来精心设计,最终实现了完全分布式的线性控制。

1.4 处理延迟的协议

在 MAS 系统一致性理论的研究中,一个核心假设是智能体间的通信是理想的。然而,在实际的物理网络中,通信过程不可避免地会受到各种非理想因素的制约,其中时间延迟、有限的通信带宽,以及外部扰动是最为常见的三大挑战(图 2)。时间延迟会破坏系统的同步性,甚至导致不稳定^[58];有限的通信资源要求控制协议必须高效、节约,避免不必要的通信。因此,设计能够在这些非理想条件下依然保证系统性能的高级一致性协议,已成为该领域一个至关重要的研究方向。根据延迟的特性(如恒定、时变、随机)及其出现的位置(输入或通信信道),研究人员发展了多样的分析工具和控制方法。

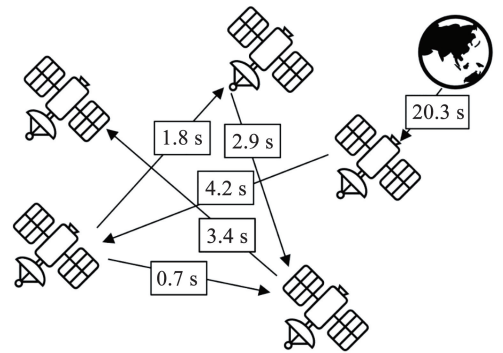


图 2 存在通信延迟的卫星在轨编队

在一致性分析方面,文献[29]针对具有时变延迟和切换拓扑的离散时间 MAS,构建了一类利用历史两步状态信息的一致性协议,并证明了只要拓扑在时间上的并集图持续包含生成树,即可保证一致性。文献[30]则基于频域分析方法,分别针对具有不同输入时延的无向图和同时具有通信与输入时延的有向图,建立了去中心化的一致性条件。针对连续时间系统,文献[31]利用一种新颖的树形变换方法,系统地分析了在动态拓扑和非一致时变延迟下的 3 种一致性问题。文献[32]则为一类通用二阶 MAS,通过分析特征方程根与时延参数的关系,推导出了保证一致性的延迟裕度的显式公式。特别地,文献[33]揭示了单积分器 MAS 对耦合延迟具有相当的鲁棒性,证明了在非常弱的连通性假设下,系统对任意大的时变或分布式延迟均能达成一致。

针对随机出现的通信延迟,文献[34]研究了由马尔可夫链表征的随机延迟 MAS 一致性问题。通过将原系统转化为降阶的误差系统,该文基于随机稳定性理论,以一组 LMI 的形式给出了保证均方意义一致的充分条件。在此基础上,文献[35]进一步研究了在异步切换下的随机延迟 MAS 分布式指数一致性,通过建立随机切换延迟系统的比较原理,为异步控制器设计提供了易于验证的条件。

为了主动补偿时间延迟带来的负面影响,基于预测器的控制方法应运而生。其核心思想是利用系统的动态模型来预测未来状态,并基于该预测值进行控制。早期的工作,如文献[36-37],通过引入小世界预测协议和加权平均预测控制,证明了预测机制能够有效提升一致性收敛速度并增大系统可容忍的延迟上限。文献[38]则将分布式预测控制与 pinning 控制相结合,成功解决了存在输入饱和的 MAS 系统一致性问题。近年来,一种截断预测反馈方法被提出。在文献[14]的基础上,文献[16]研究了同时存在通信和输入延迟的 MAS 一致性问题。该工作建立了一种截断预测反馈方法,证明了如果延迟是恒定且已知的,那么对于非指数不稳定的系统,可以通过状态反馈或基于观测器的输出反馈协议解决具有任意大有界延迟的一致性。随后,文献[39]进一步发展了截断伪预测器反馈方法,该协议维度有限且仅需邻居的当前相对状态,易于实现,并能处理执行器饱和和下的半全局一致性问题。文献[24]提出了一类基于参数 Lyapunov 方程解的 LTV 状态反馈控制器。这些控制器采用 LTV 增益,其设计完全独立于任何延迟信息(包括延迟的值及其上界),极大地简化了控制器的实现。

文献[59]提出了一种分布式、异步且独立的事

件触发控制方案,并设计了自触发算法,使得每个智能体可以自主决定其下一次触发时刻,从而避免了对测量误差的连续监控。文献[60]则设计了分布式的事件触发估计器,实现了基于事件触发的一致性。文献[19]则将事件触发机制与输入时滞问题相结合,为受输入延迟影响的线性 MAS 提供了领导者-跟随者一致性的充要条件。这些研究均通过证明触发间隔存在严格正下限,有效规避了 Zeno 行为。文献[9]设计了一种分布式动态事件触发有限时间二分一致性协议,该协议考虑了智能体间合作与竞争关系共存的网络拓扑特性,显著减少了系统通信频率,同时得出了多智能体系统在所设计控制协议下可解决实际有限时间二分一致性问题的充分条件。

1.5 有限时间一致性协议

MAS 的有限时间一致性问题因其在收敛速度和鲁棒性方面的独特优势,已成为控制理论领域的研究热点(图 3)。该问题致力于设计分布式控制协议,确保所有智能体的状态能够在有限时间内收敛至某一共同值。早期的研究为解决这一问题奠定了重要的理论基础。例如,文献[40]运用有限时间稳定性理论,提出了一个构建连续状态反馈分布式协议的通用框架,并分别探讨了双向和单向交互拓扑下的实现条件,证明了当连通拓扑的持续时间足够长时即可保证系统的一致性。文献[41]巧妙地将二进制一致性协议与 pinning 控制方案相结合,提出了一种仅需相对状态测量的算法,为解决有限时间一致性控制问题提供了有效途径。

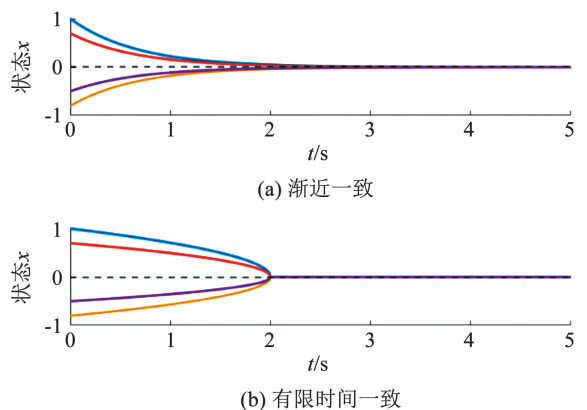


图 3 渐近一致与有限时间一致的对比

Fig. 3 Comparison of asymptotic consensus and finite-time consensus

随着研究的深入,研究人员开始将目光投向更为复杂和贴近实际的场景,例如外部干扰以及复杂的网络交互。为提升系统在现实环境中的鲁棒性,文献[42]研究了存在外部干扰时的有限时间一致性问题,其设计的连续分布式算法能在无扰动时实

现精确一致,而在有扰动时则能确保状态误差在有限时间内收敛至一个可控区域内。对于动力学模型未知的挑战,文献[43]提出了一种分布式自适应有限时间一致协议,在实现领导者-跟随者一致的同时,保证了未知参数的有限时间辨识。此外,网络中的交互关系也可能超越纯粹的协作,文献[44]探讨了混合作与对抗相互作用下的有限时间一致,设计的协议能使智能体状态在模上达成一致。这一方向进一步发展为规定时间二分一致性问题。文献[45]利用庞特里亚金极大原理开发了最优的分布式控制器,可在任意预设时间内实现二分一致性的编队,兼顾了收敛时间和能量消耗。同样处理二分一致性的问题文献[46]则引入了事件触发机制,实现了实际意义在特定时间约束下的二分一致性。

为了追求更快收敛速度、更强控制灵活性以及更精确的性能保证,一系列高级控制策略应运而生。其中,观测器设计在领导-跟随结构中扮演了关键角色。文献[61]为跟随者设计了新颖的分布式观测器,用以在规定时间内估计领导者的状态与输入,并据此构建了非线性协议,其建立时间的上界不依赖于系统初始状态,实现了所谓的“固定时间”一致性。文献[50]进一步解决了输入受限线性系统在一般有向拓扑下的规定时间领导-跟随一致性问题,通过设计有界时变协议和基于观测器的全有界协议,以完全分布式的方式应对了拉普拉斯矩阵已知或未知的两种情况。这些理论成果在物理系统中也得到了验证,例如文献[62]在研究多自主水下航行器系统时,便为跟随者开发了新型有限时间观测器来估计领导者速度,并结合避碰与连通性维护函数,确保了系统安全高效地达成一致。除了基于观测器的方法,切换控制是另一类有效提升系统性能的手段。文献[63]通过设计一种集中式切换策略,实现了连续和不连续协议的有机结合,从而加速了一致性过程。同时,高阶算法的构建也为性能提升开辟了新路径,文献[64]便显式地构造了一种仅依赖局部信息的高阶有限时间一致算法。

文献[65]提出了一种分布式、独立且异步的事件触发控制策略,适用于通用的线性多智能体系统。为了进一步抑制不必要的通信,文献[66]采用了一种仅依赖局部信息的模型基触发函数,并通过设计动态阈值来保证有限时间收敛,显著减少了通信次数并有效避免了 Zeno 行为。另一方面,数据驱动的方法摆脱了对系统模型的依赖,展现出巨大的应用潜力。文献[67]针对一类未知的线性多智能体系统,创新性地构建了一种分布式数据驱动的迭代学习一致协议。该协议仅利用每个智能体及其邻居的

输入/输出数据,并推导出了不依赖于模型信息的收敛条件,为解决实际系统中的有限时间一致性问题开辟了新的途径。

1.6 抗攻击与容错保护协议

在实际工程应用中,系统常面临通信环境不确定性、外部扰动、组件故障乃至恶意网络攻击等非理想因素的挑战^[68],因此研究在这些复杂约束下 MAS 的鲁棒与安全一致性问题具有重要的理论与实践意义。

通信信道的不确定性是研究人员最早关注的核心问题之一,尤其是在存在通信噪声和数据丢失的环境中。文献[69]研究了不确定通信环境下的一阶离散时间 MAS 网络平均一致问题,通过采用分布式随机逼近型协议来有效衰减通信噪声,并基于概率极限论和代数图论,分别给出了固定拓扑和时变拓扑下达成均方平均一致或几乎必然一致的条件。针对带有通信噪声的线性 MAS 系统,文献[70]提出了一种由自身状态反馈和邻居相对状态组成的一致性协议,并通过引入时变增益向量来削弱因噪声导致的相对状态测量不精确所带来的影响。在此基础上,文献[71]进一步放宽了限制,允许每个智能体拥有各自的时变增益,并证明了若所有噪声衰减增益是同阶无穷小,则系统可以达到均方领导-跟随一致性。除了固有的噪声,通信拓扑的动态变化也为一致性控制带来了挑战。文献[72]研究了在由马尔可夫过程控制的随机切换拓扑上,连续和离散时间 MAS 的一致性问题,揭示了最终的一致性行为由与马尔可夫过程正循环状态相关的拓扑并集所决定。数据包丢失是另一种常见的通信不完美现象,文献[73]对此进行了研究,分别考虑了随机和确定性丢包两种情况,并通过 Lyapunov 函数推导了采样间隔、丢包概率和通信拓扑对一致性能的内影响。

除了信道问题,智能体自身面临的外部扰动和测量噪声同样是影响一致性能的关键因素,基于观测器的控制方法为此提供了有效的解决思路。文献[74]针对存在未知外部扰动和测量噪声的线性 MAS,首先设计了降阶观测器来估计系统状态和噪声,随后借助区间观测器提出了一种新颖的未知扰动重构方法,最终通过满足分离原理的控制方案实现了系统的渐近一致性。同样,为了解决具有未知外部扰动的领导者-跟随者一致性跟踪问题,文献[75]提出了一种分布式扩展状态观测器,该观测器利用邻居间的相对输出信息来同时估计每个智能体的局部状态和扰动,并基于估计值设计了一致性算法。

在确保系统鲁棒性的基础上,容错控制进一步要求系统在部分组件发生故障时依然能够维持运作,这对于提升 MAS 的可靠性至关重要。文献[76]通过提出一种分布式自适应在线更新策略,开发了能够补偿故障效应和不确定性效应的分布式自适应协议。针对更具体的执行器偏置故障和效率损失故障,文献[77]设计了一种全分布式的自适应容错一致性协议。为了在容错的同时提高通信效率,文献[78]开发了一种“在环故障估计”一致性控制框架,该框架集成了一个新型估计器来估计故障,并采用具有故障补偿的一致性控制器和动态事件触发协议,以满足系统对可靠性、安全性和通信资源利用率的多重需求。

与系统内部的随机故障不同,来自外部的恶意网络攻击对系统安全构成了更为严峻的威胁。拒绝服务(distributed denial of service, DoS)攻击是其中一种典型的攻击方式。文献[79]研究了 DoS 攻击下的事件触发安全协同控制,通过分析攻击的频率和持续时间,开发了相应的分布式事件触发控制律,确保智能体能够指数级地实现安全一致。考虑到攻击者可能采用多样化的攻击策略,文献[80]研究了对手能够独立破坏每个信道的分布式 DoS 攻击场景,并为状态反馈和基于观测器的控制器设计提供了达成一致的充分条件。当随机 DoS 攻击与外部干扰同时存在时,安全一致性问题变得愈发复杂,文献[81]对此进行了分析,提出了一种完全分布式的鲁棒安全一致性协议,以应对马尔可夫交换拓扑下的复合挑战。近期研究开始关注更为复杂和隐蔽的攻击模式。文献[82]关注了受到分布式顺序缩放(distributed sequential scaling, DSS)攻击的通用线性 MAS 系统,不仅提出了一种通用的 DSS 攻击模型,还为抵御此类攻击设计了基于信道的动态事件触发机制和完全分布式的控制协议,实现了在消除对全局拓扑信息依赖的同时保证安全一致性。

2 未来展望

尽管现有研究已构筑起完整的理论框架(图 4),但在迈向更为复杂、动态和对抗性的真实应用场景时,仍存在若干亟待突破的瓶颈。未来的研究将围绕理论的深度融合、控制的智能赋能,以及任务的复杂拓展等方向,向着更强的自主性、鲁棒性和实用性迈进。未来的一个核心研究方向在于构建能够应对复合型、耦合性挑战的统一控制理论框架。当前的文献虽然分别针对通信时滞、外部扰动、输入饱和、

拓扑切换、组件故障和网络攻击等问题提出了精巧的解决方案,但这些方案大多是在相对“纯净”的背景下,聚焦于解决一到两个核心矛盾。然而,在实际部署中,这些非理想因素往往是并发甚至相互耦合存在的,例如,一次拒绝服务攻击可能同时表现为通信时滞的急剧增大和拓扑的频繁切换,而执行器饱和则会严重限制系统应对外部扰动的能力。因此,未来研究亟须超越对单一约束问题的“分而治之”,转而探索能够系统性处理多重约束并存的理论。这不仅要求在 Lyapunov 函数构造或输入-状态稳定性分析中,能够同时量化不同不确定性来源的综合影响,更需要在协议设计层面,将事件触发、自适应增益、容错补偿和安全防御等机制进行有机融合,而非简单的线性叠加。例如,设计一种自适应事件触发容错协议,其触发阈值不仅依赖于系统状态,还能根据在线故障诊断与攻击检测的结果进行动态调整,从而在保证系统安全可靠的同时,实现通信资源的精细化管理。此类研究的目标是形成一套更为通用和强大的“多维度鲁棒”控制理论,使 MAS 系统在严苛的现实环境中具备真正的韧性。

将数据驱动与机器学习技术深度融入 MAS 协同控制是推动该领域实现范式突破的关键路径。本文所综述的协议绝大多数仍属于基于模型的控制范畴,其设计高度依赖于对智能体动态和环境扰动模型的精确预知。当系统面临模型参数高度不确定、存在强非线性或与复杂未知环境交互时,传统方法的性能会显著下降甚至失效。为此,未来的研究应大力探索数据驱动的控制新范式。一方面,可以利用强化学习等技术,在模型未知或不完全已知的情况下,让智能体通过与环境的在线交互直接学习最优的协同策略,以实现超越传统方法的最优性能指标。另一方面,可以借助神经网络等工具设计新型的分布式观测器或控制器,用于辨识和逼近系统内部的未知非线性动态或外部的复杂扰动模式,并将其嵌入现有控制框架中,形成“模型 + 数据”混合驱动的控制模式。然而,将学习方法引入安全攸关的 MAS 系统也带来了新的挑战,即如何为这些基于数据的方法提供严格的理论性能保证,如稳定性、收敛性和安全性。因此,探索具备可解释性与理论保障的学习型协同控制算法,例如,通过构造适用于学习系统的能量函数来证明其稳定性,或利用安全强化学习来确保系统在探索过程中始终满足约束条件,将是该交叉领域未来至关重要的研究课题。

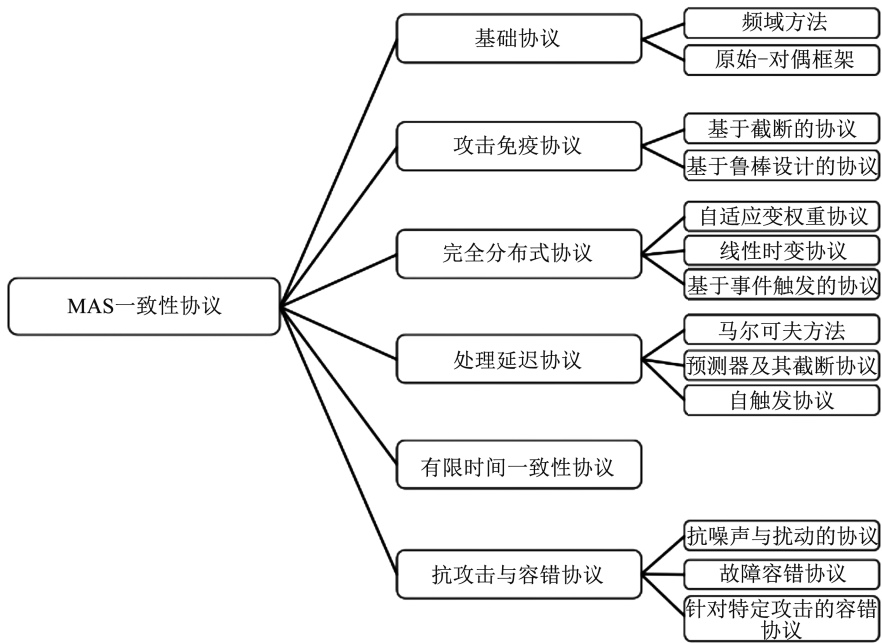


图 4 一致性协议架构

Fig. 4 Consensus protocol architecture

未来的研究重点将从状态层面的“一致性”问题,向更高阶、更复杂的任务层面的“协同性”问题演进。当前绝大多数研究聚焦于驱动所有智能体的状态或输出收敛至同一数值,这虽然是协同控制的基础,但远不能涵盖实际应用中丰富的任务需求。未来的 MAS 系统需要完成诸如大规模分布式优化、复杂环境下的协同建图与定位、多目标包围与对抗,以及资源的高效动态分配等高级任务。这些任务的共同点在于,它们的目标不再是简单的状态对齐,而是要求整个系统作为一个整体,其行为能涌现出某种期望的功能或达成某个全局最优指标。驱动研究人员必须将控制理论与分布式优化、博弈论、任务规划与决策理论等领域进行深度交叉融合。例如,设计能够求解分布式约束优化问题的协同协议,或是开发基于博弈论的控制策略以处理智能体间既合作又竞争的复杂关系。此外,随着系统异构性的增强(即智能体在动力学、传感能力、任务目标等方面存在显著差异),如何设计通用的协同框架,实现不同类型智能体之间的无缝协作,构建真正的“体系系统”(system of systems),将成为一个极具挑战性意义深远的研究方向。这要求协议不仅能在底层确保信息流的畅通与动态的稳定,更要在高层实现任务的分解、角色的分配与意图的理解。

3 结 论

本文系统性地梳理了线性同构 MAS 一致性协议的演进脉络,取得了一定的理论成果。其核心结论概括如下:

1) 系统性地追溯了线性 MAS 一致性协议的发展历程,阐明了其从奠定理论基石的基础观测器型协议出发,为应对日益复杂的现实挑战,逐步发展为包含各类高级设计的复杂协议的清晰技术路径。

2) 深入剖析了协议设计的核心演进路径,即通过引入自适应律、事件触发机制、时变增益、预测器反馈及各类鲁棒与容错设计等关键技术,作为克服网络攻击、通信限制、外部扰动等物理约束,以及弥补理论模型与物理现实鸿沟的关键手段。

3) 归纳了该领域取得的具体成果,其意义在于能够指导 MAS 在多样化的非理想条件下实现状态协同,为多智能体系统的实际应用奠定了理论基础。

参考文献

- [1] CORTÉS J, BULLO F. Coordination and geometric optimization via distributed dynamical systems[J]. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2005, 44(5): 1543. DOI: 10.1137/s0363012903428652
- [2] ZHANG Kai, LI Zhaoyan, ZHENG Weixing, et al. Fully distributed formation flying control of multiple spacecraft by observer-based linear output protocols[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2023, 59(6): 9539. DOI: 10.1109/TAES.2023.3321262
- [3] ZHANG Qingyun, CHEN Fei, YUAN Jing, et al. Distributed optimal control of multiagent systems under control variation cost[J]. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2025, 12(1): 104. DOI: 10.1109/TCNS.2024.3432948
- [4] LIU Hongzhe, YU Wenwu, WEN Guanghui, et al. Distributed algorithm over time-varying unbalanced graphs for optimization problem subject to multiple local constraints[J]. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2025, 12(1): 387. DOI: 10.1109/TCNS.2024.3469048
- [5] LIN Yuanqi, LIN Peng, DONG Hairong. Consensus control for high-

- order multiagent systems with multiple nonconvex state constraints [J]. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2024, 11(4): 1891. DOI: 10.1109/TCNS.2024.3367458
- [6] ZHAO Wei, LU Jianquan, REN Fengli. Consensus of heterogeneous multiagent networks under sparse attacks by integral-type observer [J]. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2024, 11(4): 2064. DOI: 10.1109/TCNS.2024.3372689
- [7] SADABADI M S, ATMAN M W S, AYNALA A, et al. Resilient design of leader-follower consensus against cyber-attacks [J]. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2024, 11(2): 1080. DOI: 10.1109/TCNS.2023.3332778
- [8] 唐宏安, 夏紫怡, 王丽丹, 等. 多智能体系统二分一致性的研究进展 [J]. *自动化学报*, 2025, 51(9): 1974
TANG Hongan, XIA Ziyi, WANG Lidian, et al. Research progress on bipartite consensus of multi-agent systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2025, 51(9): 1974. DOI: 10.16383/j.aas.c240530
- [9] 宁小刚, 李宗刚, 陈引娟, 等. 基于观测器的多智能体系统动态事件触发有限时间二分一致性 [J]. *控制理论与应用*, 2025, 42(10): 1925
NING Xiaogang, LI Zonggang, CHEN Yinjuan, et al. Observer-based dynamic event-triggered finite-time bipartite consensus for multi-agent systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2025, 42(10): 1925. DOI: 10.7641/CTA.2025.40637
- [10] LI Shaobao, WANG Juan, LUO Xiaoyuan, et al. A new framework of consensus protocol design for complex multi-agent systems [J]. *Systems & Control Letters*, 2011, 60(1): 19. DOI: 10.1016/j.sysconle.2010.10.003
- [11] WIELAND P, KIM J S, SCHEU H, et al. On consensus in multi-agent systems with linear high-order agents [J]. *IFAC Proceedings Volumes*, 2008, 41(2): 1541. DOI: 10.3182/20080706-5-KR-1001.00263
- [12] LI Zhongkui, DUAN Zhisheng, CHEN Guanrong, et al. Consensus of multiagent systems and synchronization of complex networks: a unified viewpoint [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2010, 57(1): 213. DOI: 10.1109/TCSI.2009.2023937
- [13] LI Zhongkui, LIU Xiangdong, LIN Peng, et al. Consensus of linear multi-agent systems with reduced-order observer-based protocols [J]. *Systems & Control Letters*, 2011, 60(7): 510. DOI: 10.1016/j.sysconle.2011.04.008
- [14] ZHOU Bin, XU Chuanchuan, DUAN Guangren. Distributed and truncated reduced-order observer based output feedback consensus of multi-agent systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2014, 59(8): 2264. DOI: 10.1109/TAC.2014.2301573
- [15] LI Xianwei, SOH Y C, XIE Lihua. A novel reduced-order protocol for consensus control of linear multiagent systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, 64(7): 3005. DOI: 10.1109/TAC.2018.2876390
- [16] ZHOU Bin, LIN Zongli. Consensus of high-order multi-agent systems with large input and communication delays [J]. *Automatica*, 2014, 50(2): 452. DOI: 10.1016/j.automat.2013.12.006
- [17] SEO J H, SHIM H, BACK J. Consensus of high-order linear systems using dynamic output feedback compensator: low gain approach [J]. *Automatica*, 2009, 45(11): 2659. DOI: 10.1016/j.automat.2009.07.022
- [18] PARK S, MARTINS N C. Design of distributed LTI observers for state omniscience [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, 62(2): 561. DOI: 10.1109/TAC.2016.2560766
- [19] LIU Zhenwei, SABERI A, STOORVOGEL A A, et al. Global and semi-global regulated state synchronization for homogeneous networks of non-introspective agents in presence of input saturation—a scale-free protocol design [C]//2019 IEEE 58th Conference on Decision and Control (CDC). Nice: IEEE, 2020: 7307. DOI: 10.1109/CDC40024.2019.9029648
- [20] ZHAO Yu, WEN Guanghui, DUAN Zhisheng, et al. A new observer-type consensus protocol for linear multi-agent dynamical systems [C]//Proceedings of the 30th Chinese Control Conference. Yantai: IEEE, 2011: 5975
- [21] WEN Guanghui, ZHAO Yu, DUAN Zhisheng, et al. Containment of higher-order multi-leader multi-agent systems: a dynamic output approach [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2016, 61(4): 1135. DOI: 10.1109/TAC.2015.2465071
- [22] LI Xianwei, SOH Y C, XIE Lihua. Output-feedback protocols without controller interaction for consensus of homogeneous multi-agent systems: a unified robust control view [J]. *Automatica*, 2017, 81: 37. DOI: 10.1016/j.automat.2017.03.001
- [23] ZHANG Kai, ZHOU Bin. Fully distributed and attack-immune protocols for linear multiagent systems by linear time-varying feedback [J]. *Automatica*, 2025, 172: 112009. DOI: 10.1016/j.automat.2024.112009
- [24] ZHOU Bin, ZHANG Kai. Stabilization of linear systems with multiple unknown time-varying input delays by linear time-varying feedback [J]. *Automatica*, 2025, 174: 112175. DOI: 10.1016/j.automat.2025.112175
- [25] LU Di, ZHOU Bin, ZHANG Kai. Fully distributed leader-follower consensus of multiagent systems by observer based linear time-varying protocol [J]. *Systems & Control Letters*, 2026, 208: 106311. DOI: 10.1016/j.sysconle.2025.106311
- [26] PENG Zhengxiao, ZHOU Bin, ZHANG Kai. Fully distributed and attack-immune consensus by distributed dual observer-based linear time-varying output feedback [J]. *IEEE Control Systems Letters*, 2025, 9: 2615. DOI: 10.1109/LCSYS.2025.3636206
- [27] LI Zhongkui, WEN Guanghui, DUAN Zhisheng, et al. Designing fully distributed consensus protocols for linear multi-agent systems with directed graphs [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, 60(4): 1152. DOI: 10.1109/TAC.2014.2350391
- [28] LV Yuezuo, LI Zhongkui, DUAN Zhisheng, et al. Distributed adaptive output feedback consensus protocols for linear systems on directed graphs with a leader of bounded input [J]. *Automatica*, 2016, 74: 308. DOI: 10.1016/j.automat.2016.07.041
- [29] XIAO Feng, WANG Long. Consensus protocols for discrete-time multi-agent systems with time-varying delays [J]. *Automatica*, 2008, 44(10): 2577. DOI: 10.1016/j.automat.2008.02.017
- [30] TIAN Yuping, LIU Chenglin. Consensus of multi-agent systems with diverse input and communication delays [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, 53(9): 2122. DOI: 10.1109/TAC.2008.930184
- [31] SUN Yuangong, WANG Long. Consensus of multi-agent systems in directed networks with nonuniform time-varying delays [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(7): 1607. DOI: 10.1109/TAC.2009.2017963
- [32] HOU Wenying, FU Minyue, ZHANG Huanshui, et al. Consensus conditions for general second-order multi-agent systems with communication delay [J]. *Automatica*, 2017, 75: 293. DOI: 10.1016/j.automat.2016.09.042
- [33] MUNZ U, PAPACHRISTODOULOU A, ALLGOWER F. Consensus in multi-agent systems with coupling delays and switching topology [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, 56(12):

2976. DOI: 10. 1109/TAC.2011.2161052
- [34] WU Jian, SHI Yang. Consensus in multi-agent systems with random delays governed by a Markov chain[J]. *Systems & Control Letters*, 2011, 60(10): 863. DOI: 10.1016/j.sysconle. 2011.07.004
- [35] WU Xiaotai, TANG Yang, CAO Jinde, et al. Distributed consensus of stochastic delayed multi-agent systems under asynchronous switching[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2016, 46(8): 1817. DOI: 10.1109/TCYB.2015.2453346
- [36] ZHANG Haitao, CHEN M Z Q, STAN G B. Fast consensus via predictive pinning control[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2011, 58(9): 2247. DOI: 10.1109/TCSI.2011.2123450
- [37] FANG Huajing, WU Zhihai, WEI Jia. Improvement for consensus performance of multi-agent systems based on weighted average prediction[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(1): 249. DOI: 10.1109/TAC.2011.2162892
- [38] FERRARI-TRECATE G, GALBUSERA L, MARCIANDI M P E, et al. Model predictive control schemes for consensus in multi-agent systems with single-and double-integrator dynamics[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(11): 2560. DOI: 10.1109/TAC.2009.2031208
- [39] YANG Xuefei, ZHOU Bin. Consensus of discrete-time multiagent systems with input delays by truncated pseudo-predictor feedback[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2019, 49(2): 505. DOI: 10.1109/TCYB.2017.2779120
- [40] WANG Long, XIAO Feng. Finite-time consensus problems for networks of dynamic agents[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(4): 950. DOI: 10.1109/TAC.2010.2041610
- [41] CHEN Gang, LEWIS F L, XIE Lihua. Finite-time distributed consensus via binary control protocols[J]. *Automatica*, 2011, 47(9): 1962. DOI: 10.1016/j.automatica. 2011.05.013
- [42] LI Shihua, DU Haiho, LIN Xiangze. Finite-time consensus algorithm for multi-agent systems with double-integrator dynamics[J]. *Automatica*, 2011, 47(8): 1706. DOI: 10.1016/j.automatica. 2011.02.045
- [43] YU Hui, SHEN Yanjun, XIA Xiaohua. Adaptive finite-time consensus in multi-agent networks[J]. *Systems & Control Letters*, 2013, 62(10): 880. DOI: 10.1016/j.sysconle.2013.06.011
- [44] MENG Deyuan, JIA Yingmin, DU Junping. Finite-time consensus for multiagent systems with cooperative and antagonistic interactions[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2016, 27(4): 762. DOI:10.1109/TNNLS.2015.2424225
- [45] ZHOU Yuan, LIU Yongfang, ZHAO Yu. Prescribed-time bipartite consensus formation control for general linear multi-agent systems[C]//*IECON 2020 The 46th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*. Singapore: IEEE, 2020: 3562. DOI: 10.1109/IECON43393. 2020. 9255056
- [46] ZANG Jianpeng, CHEN Xia. Practical prescribed-time event-triggered bipartite consensus of linear multi-agent systems[J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 199664. DOI: 10.1109/ACCESS.2020.3035420
- [47] OLFATI-SABER R, FAX J A, MURRAY R M. Consensus and cooperation in networked multi-agent systems[J]. *Proceedings of the IEEE*, 2007, 95(1): 215. DOI: 10.1109/JPROC.2006.887293
- [48] MA Cuiqin, ZHANG Jifeng. Necessary and sufficient conditions for consensusability of linear multi-agent systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(5): 1263. DOI: 10.1109/TAC.2010.2042764
- [49] LU Di, ZHOU Bin. A unified architecture of observer based distributed consensus protocols for multi-agent systems[J]. Submitted for Publication, 2025
- [50] ZHANG Kai, ZHOU Bin, YANG Xuefei, et al. Prescribed-time leader-following consensus of linear multi-agent systems by bounded linear time-varying protocols[J]. *Science China Information Sciences*, 2023, 67(1): 112201. DOI: 10.1007/s11432-022-3685-3
- [51] NI Wei, CHENG Daizhan. Leader-following consensus of multi-agent systems under fixed and switching topologies[J]. *Systems & Control Letters*, 2010, 59(3/4): 209. DOI: 10.1016/j.sysconle. 2010.01.006
- [52] CHENG Bin, LI Zhongkui. Fully distributed event-triggered protocols for linear multiagent networks[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, 64(4): 1655. DOI: 10.1109/TAC.2018.2857723
- [53] LI Xianwei, TANG Yang, KARIMI H R. Consensus of multi-agent systems via fully distributed event-triggered control[J]. *Automatica*, 2020, 116: 108898. DOI: 10.1016/j.automatica.2020.108898
- [54] WANG Xiaoling, SU Housheng, WANG Xiaofan, et al. Fully distributed event-triggered semiglobal consensus of multi-agent systems with input saturation[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2017, 64(6): 5055. DOI: 10.1109/TIE.2016.2642879
- [55] WANG Qiang, LI Shifen, HE Wangli, et al. Fully distributed event-triggered bipartite consensus of linear multi-agent systems with quantized communication[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2022, 69(7): 3234. DOI: 10.1109/TCSII.2022.3154465
- [56] DENG Jia, WANG Fuyong, LIU Zhongxin, et al. Fully distributed consensus control for a class of disturbed linear multi-agent systems over event-triggered communication[J]. *IEEE Transactions on Signal and Information Processing Over Networks*, 2024, 10: 205. DOI:10.1109/TSIPN.2024.3375612
- [57] WANG He, REN Wei, YU Wenwu, et al. Fully distributed consensus control for a class of disturbed second-order multi-agent systems with directed networks[J]. *Automatica*, 2021, 132: 109816. DOI: 10.1016/j.automatica.2021.109816
- [58] 钱伟, 张书源, 吴艳民, 等. 通信时滞下自适应事件触发的多智能体系统一致性控制[J]. *南京理工大学学报*, 2025, 49(4): 472
QIAN Wei, ZHANG Shuyuan, WU Yanmin, et al. Adaptive event-triggered consensus control of multi-agent systems with communication time-delay[J]. *Journal of Nanjing University of Science and Technology*, 2025, 49(4): 472. DOI: 10.14177/j.cnki.32-1397n.2025.49.04.009
- [59] HU Wenfeng, LIU Lu, FENG Gang. Consensus of linear multi-agent systems by distributed event-triggered strategy[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2016, 46(1): 148. DOI: 10.1109/TCYB.2015.2398892
- [60] DENG Chao, YANG Guanghong. Leaderless and leader-following consensus of linear multi-agent systems with distributed event-triggered estimators[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2019, 356(1): 309. DOI: 10.1016/j.jfranklin.2018.10.001
- [61] NING Boda, HAN Qinglong. Prescribed finite-time consensus tracking for multiagent systems with nonholonomic chained-form dynamics[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, 64(4): 1686. DOI: 10.1109/TAC.2018.2852605
- [62] LI Shihua, WANG Xiangyu. Finite-time consensus and collision

- avoidance control algorithms for multiple AUVs[J]. *Automatica*, 2013, 49(11): 3359. DOI: 10.1016/j.automatica. 2013.08.003
- [63] LIU Xiaoyang, LAM J, YU Wenwu, et al. Finite-time consensus of multiagent systems with a switching protocol [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2016, 27(4): 853. DOI: 10.1109/TNNLS.2015.2425933
- [64] DU Haibo, WEN Guanghui, CHEN Guanrong, et al. A distributed finite-time consensus algorithm for higher-order leaderless and leader-following multiagent systems [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics; Systems*, 2017, 47(7): 1625. DOI: 10.1109/TSMC.2017.2651899
- [65] CAO Zhengran, LI Chuandong, WANG Xin, et al. Finite-time consensus of linear multi-agent system via distributed event-triggered strategy [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2018, 355(3): 1338. DOI: 10.1016/j.jfranklin.2017.12.026
- [66] DU Changkun, LIU Xiangdong, REN Wei, et al. Finite-time consensus for linear multiagent systems via event-triggered strategy without continuous communication [J]. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2020, 7(1): 19. DOI: 10.1109/TCNS.2019.2914409
- [67] BU Xuhui, ZHU Panpan, HOU Zhongsheng, et al. Finite-time consensus for linear multi-agent systems using data-driven terminal ILC[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2020, 67(10): 2029. DOI: 10.1109/TCSII.2019.2944409
- [68] 卢剑权, 邢梦平, 张晶. 网络攻击下多智能体系统一致性安全与隐私保护研究综述[J]. *控制与决策*, 2025, 40(11): 3201
LU Jianquan, XING Mengping, ZHANG Jing. A survey on secure and privacy protection of multi-agent systems consensus under cyber attacks[J]. *Control and Decision*, 2025, 40(11): 3201. DOI: 10.13195/j.kzyc.2025.0291
- [69] LI Tao, ZHANG Jifeng. Consensus conditions of multi-agent systems with time-varying topologies and stochastic communication noises[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(9): 2043. DOI: 10.1109/TAC.2010.2042982
- [70] CHENG Long, HOU Zengguang, TAN Min. A mean square consensus protocol for linear multi-agent systems with communication noises and fixed topologies[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2014, 59(1): 261. DOI: 10.1109/TAC.2013.2270873
- [71] CHENG Long, WANG Yunpen, REN Wei, et al. On convergence rate of leader-following consensus of linear multi-agent systems with communication noises [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2016, 61(11): 3586. DOI: 10.1109/TAC.2016.2522647
- [72] YOU Keyou, LI Zhongkui, XIE Lihua. Consensus condition for linear multi-agent systems over randomly switching topologies[J]. *Automatica*, 2013, 49(10): 3125. DOI: 10.1016/j.automatica.2013.07.024
- [73] ZHANG Wenbing, TANG Yang, HUANG Tingwen, et al. Sampled-data consensus of linear multi-agent systems with packet losses[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2017, 28(11): 2516. DOI: 10.1109/TNNLS.2016.2598243
- [74] MA Li, ZHU Fanglai, ZHANG Jiancheng, et al. Leader-follower asymptotic consensus control of multiagent systems; an observer-based disturbance reconstruction approach[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2023, 53(2): 1311. DOI: 10.1109/TCYB.2021.3125332
- [75] CAO Weijun, ZHANG Jinhui, REN Wei. Leader-follower consensus of linear multi-agent systems with unknown external disturbances[J]. *Systems & Control Letters*, 2015, 82: 64. DOI: 10.1016/j.sysconle.2015.05.007
- [76] CHEN Shun, HO D W C, LI Lulu, et al. Fault-tolerant consensus of multi-agent system with distributed adaptive protocol[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2015, 45(10): 2142. DOI: 10.1109/TCYB.2014.2366204
- [77] LI Xiayang, WANG Jinzhi. Fully distributed fault-tolerant leaderless consensus of multi-agent systems under directed communication graph[J]. *IEEE Transactions on Network Science and Engineering*, 2023, 10(2): 1049. DOI: 10.1109/TNSE.2022.3226540
- [78] JU Yamei, DING Derui, HE Xiao, et al. Consensus control of multi-agent systems using fault-estimation-in-the-loop; dynamic event-triggered case[J]. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2022, 9(8): 1440. DOI: 10.1109/JAS.2021.1004386
- [79] FENG Zhi, HU Guoqiang. Distributed secure average consensus for linear multi-agent systems under DoS attacks [C]//2017 American Control Conference (ACC). Seattle; IEEE, 2017: 2261. DOI: 10.23919/ACC.2017.7963289
- [80] LU Anyang, YANG Guanghong. Distributed consensus control for multi-agent systems under denial-of-service [J]. *Information Sciences*, 2018, 439/440: 95. DOI: 10.1016/j.ins.2018.02.008
- [81] WANG Jingyao, LI Yige, DUAN Zhisheng, et al. A fully distributed robust secure consensus protocol for linear multi-agent systems[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2022, 69(7): 3264. DOI: 10.1109/TCSII.2022.3153698
- [82] HE Wangli, LI Shifen, GE Xiaohua, et al. Secure fully distributed event-triggered consensus of multi-agent systems against distributed sequential scaling attacks [J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2024, 20(2): 1764. DOI: 10.1109/TII.2023.3281662

(编辑 张红)