

DOI:10.11918/202410019

基于高斯混合模型的非规则连续梁桥概率地震需求分析

瞿发宪¹, 李均进¹, 胡明武¹, 单德山²

(1. 云南省公路科学技术研究院, 昆明 650051; 2. 西南交通大学 土木工程学院, 成都 610031)

摘要: 为真实反映结构地震需求均值及方差随地震动强度的非线性变化, 提出了一种基于高斯混合模型 (Gaussian mixture model, GMM) 的概率地震需求模型。该模型基于统计学原理, 对地震需求及地震动强度的联合概率密度分布和条件概率分布进行估计, 然后采用高斯混合回归 (Gaussian mixture regression, GMR) 建立。以一座3跨30 m的连续T梁桥为例, 对该模型的特点进行了分析研究, 并与传统的对数线性回归需求模型进行对比。结果表明: 地震荷载作用下, 受桥台及挡块对梁体位移的限制作用、台后填土及墩柱屈服的影响, 桥梁结构状态具有显著的阶段性特征, 地震需求与地震动强度的联合分布也因此表现出明显的多峰特性, GMM可实现对该联合分布的较好拟合; 相较于对数线性回归模型, 基于GMM建立的概率地震需求模型反映了地震需求均值及方差的非线性变化, 拟合更优, 因而计算得到的易损性曲线与对数线性回归模型存在一定差异; 地震需求及地震动强度的联合概率分布的混合成分、基于GMM的地震需求模型均值及方差与结构状态的阶段性特征有着紧密联系。

关键词: 桥梁工程; 概率地震需求模型; 高斯混合模型; 均值及方差非线性; 非规则连续梁桥

中图分类号: U448 文献标志码: A 文章编号: 0367-6234(2025)11-0144-16

Probabilistic seismic demand analysis of irregular continuous girder bridge based on Gaussian mixture modeling

QU Faxian¹, LI Junjin¹, HU Mingwu¹, SHAN Deshan²

(1. Yunnan Highway Science and Technology Research Institute, Kunming 650051, China;
2. Civil Engineering School, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract: To capture nonlinear variations in the mean and variance of seismic demand relative to seismic intensity measures, this study proposes a probabilistic seismic demand model based on a Gaussian mixture model (GMM). Grounded in statistical principles, the model estimates the joint and conditional probability distributions of seismic demand and intensity, subsequently established via Gaussian mixture regression (GMR). Using a 3-span, 30-meter continuous T-beam bridge as a case study, we analyze the model's characteristics and compare them with traditional log-linear regression approaches. Results indicate that structural states exhibit distinct stage-dependent characteristics due to constraints from abutments and shear keys on girder displacement, coupled with backfill soil effects and pier column yielding. Consequently, the joint distribution of seismic demand and intensity displays significant multimodality, which the GMM effectively captures. Owing to its capacity to characterize nonlinear variations in seismic demand statistics, the GMM-based model demonstrates superior fitting performance, yielding fragility curves that differ discernibly from those generated by log-linear regression. Furthermore, mixture components of the joint probability distribution—alongside the mean and variance of the GMM-based model—show strong correlations with the structure's stage-dependent behavioral phases.

Keywords: bridge engineering; probabilistic seismic demand model; Gaussian mixture model; mean and variance nonlinearity; irregular continuous girder bridge

概率地震需求模型 (probabilistic seismic demand model, PSDM) 作为“基于性能的地震工程^[1]”框架的关键一环, 较准确地建立地震需求模型具有重要

意义。概率地震需求模型旨在描述地震动强度指标 (intensity measures, IM) 与工程需求参数 (engineering demand parameters, EDP) 之间的概率性关系。

收稿日期: 2024-10-10; 录用日期: 2024-11-04; 网络首发日期: 2025-08-13

网络首发地址: <https://link.cnki.net/urlid/23.1235.t.20250813.0920.002>

基金项目: 云南省交通运输厅科技创新示范项目(2023-83(四)); 云南省交通运输厅科技计划项目(2017(A)03); 四川省重点研发计划项目(24ZDYF1705)

作者简介: 瞿发宪(1988—), 男, 博士, 高级工程师

通信作者: 瞿发宪, 1120812360@qq.com

既有的研究中,由 CORNELL 等^[2]提出的对数线性关系模型得到了广泛应用;该模型需假设两个前提条件,一个是地震需求 D 在对数空间服从正态分布,另一个是地震需求均值(或中位数)和地震动强度指标 IM 满足对数线性关系。随着对该模型的研究的深入和广泛应用,已有较多的研究表明,地震需求并不一定总是满足对数正态分布,往往只是近似满足^[3-5],地震需求的均值(或中位数)与地震动强度指标的线性回归模型也不一定是最优模型;如 Luco 等^[6]对速度脉冲型地震 IM 参数与剪切型多自由度体系地震需求的相关性研究表明,由于地震动的强度指标和结构类型的多样性, IM 参数的有效性存在较大差异,改变 EDP 与 IM 参数之间的回归拟合方式可提高概率地震需求模型的精度;袁万城等^[7]在对一座三跨连续梁桥的概率地震需求模型研究表明,在对数空间采用三次抛物线对 EDP 与 IM 回归建立的概率地震需求模型精度更高;考虑到 EDP 与 IM 参数之间不满足对数线性关系,文献^[8-9]引入结构地震需求 D 与抗震能力 C 之比 $Z = D/C$ 为损伤状态函数,在对数空间采用二次多项式对 (Z, IM) 进行回归,进而计算结构的地震易损性。

上述研究主要集中于地震需求均值(或中位数)与地震强度指标之间的非线性回归关系,对建立的概率地震需求模型的方差的讨论较少,仍采用同方差假设,即对数需求的方差随地震动强度的改变而保持为一个常量。近来,已有学者意识到同方差假设与实际情况往往存在较大差异,概率地震需求模型采用一个方差进行描述可能带来较大误差,进而影响易损性计算结果;如陈力波等^[10]基于高斯过程对简支梁桥的概率地震需求模型研究表明,基于高斯过程的概率地震需求模型可较好描述地震需求方差随地震动强度的改变,考虑地震需求方差的改变后,对结构抗震性能的概率性评估更为合理和精确。

由上述分析可知,尽管对数线性关系模型^[2]得到了广泛的应用,但仍存在其局限性,不能体现对数空间下结构地震需求随地震动强度变化的非线性特征;地震需求均值(或中位数)随地震动强度的非线性变化已有较多研究,并提出了一些改进方法,而对可描述地震需求方差随地震动强度改变的的概率地震需求模型的研究相对较少。

事实上,对于地震需求均值及方差的非线性变化并不难理解。例如这样一个极端的情形:对于采用板式橡胶支座的梁式桥,在梁体纵桥向滑动时将受到桥台的制约;假若桥台具有足够大的刚度和强度,且地震强度也足够大,使得梁体消耗掉预留的伸缩缝间隙而与桥台背墙接触,当采用梁体与支座的

相对位移作为需求参数时,那么梁体与桥台支座的相对位移将与预留的伸缩缝间隙相当,此时随着地震动强度的增加需求参数均值将不再增加,需求方差亦将趋近于 0。正是出于这方面的考虑,本文从统计学的角度,对梁式桥的概率地震需求模型展开了研究。

从统计学的角度审视概率地震需求模型,其实质在于对地震需求 D 和地震动强度指标 IM 的联合概率分布和条件概率分布的拟合。高斯混合模型(Gaussian mixture model, GMM)为半参数模型估计的方法,理论上可拟合任意概率分布^[11],广泛地应用于概率密度估计、聚类和模式识别中^[12],为建立可考虑地震需求均值及方差随地震动强度非线性变化的概率地震需求模型提供了新的思路。本文首先对基于高斯混合模型建立概率地震需求模型的基本原理进行了推导;接着以地震作用下具有较强非线性力学行为的非规则梁式桥为例,对基于该方法建立的地震需求模型特点、需求模型参数与结构状态的联系进行了分析;在定义构件不同损伤状态的基础上,对比和探讨了对数线性回归和基于高斯混合模型两种需求模型的易损性曲线结果;最后,结合目前考虑多元变量的参数化(区域)^[13-14]地震易损性分析发展趋势,给出了该方法用于考虑多元变量的概率地震需求和易损性分析时的基本原理。

1 分析方法

1.1 基于 GMM 的概率地震需求模型

从统计学的角度来看,建立概率地震需求模型的本质为对多元变量联合概率密度或条件概率密度的估计。概率密度函数的估计方法除参数化方法和非参数化方法外,还有半参数模型估计的方法,GMM 即为其中的一种。基于 GMM 模型,结构地震需求 D 与地震动强度指标 IM 的联合概率分布 $f(D, IM)$ 可写为下式^[12]:

$$f(D, IM) = \sum_{k=1}^K \pi_k N_k(D, IM) \quad (1)$$

式中: K 为高斯混合模型成分个数, π_k 为第 k 个成分的比例, $N(\cdot)$ 为正态分布函数。此外, D 与 IM 表示地震需求 d 与地震动强度指标 im 的对数变换,即 $D = \ln d, IM = \ln(im)$ 。

根据条件概率分布公式^[15],在给定 IM 条件下的条件概率分布为

$$f(D|IM) = \frac{f(D, IM)}{f(IM)} \quad (2)$$

已知高斯混合模型的条件概率分布仍为高斯混合分布^[16-18],式(2)可改写为

$$f(D|IM) = \sum_{k=1}^K \lambda_k N_k(D|IM) \quad (3)$$

$$\lambda_k = \frac{\pi_k N_k(IM)}{\sum_{l=1}^K \pi_l N_l(IM)} \quad (4)$$

D 在给定 IM 条件下的均值及协方差为

$$u_{D|IM,k} = u_{D,k} + J_{(D,IM),k} \Sigma_{IM,k}^{-1} (IM - u_{IM,k}) \quad (5)$$

$$\Sigma_{D|IM,k} = \Sigma_{D,k} - J_{(D,IM),k} \Sigma_{IM,k}^{-1} (J_{(D,IM),k})^T \quad (6)$$

$$u_{D|IM} = \sum_{k=1}^K \lambda_k u_{D|IM,k} \quad (7)$$

$$\Sigma_{D|IM} = \sum_{k=1}^K \lambda_k^2 \Sigma_{D|IM,k} \quad (8)$$

式中： $u_{D|IM,k}$ 、 $J_{(D,IM),k}$ 与 $\Sigma_{D|IM,k}$ 分别为 k 个混合成分 $N_k(D|IM)$ 的均值、 IM 与 D 的互协方差与协方差矩阵； $u_{D|IM}$ 、 $\Sigma_{D|IM}$ 分别为 D 在给定 IM 条件下的均值和协方差矩阵。

式(7)、(8)也称为高斯混合回归(Gaussian

mixture regression, GMR)^[17]。由式(7)、(8)可知, D 的条件均值及条件方差均为 λ_k 的函数;若不考虑 λ_k , 即为线性回归, 方差为恒定值;由式(4)可知, λ_k 为 IM 的非线性函数, 则式(7)、(8)亦为非线性函数, 可用于描述地震需求均值及方差随地震动强度 IM 的非线性变化关系。

1.2 基于 GMM 的概率地震需求模型建立

根据桥梁结构桥址区域特点选取输入的地震动样本;同时,考虑桥梁结构抗震性能受到结构参数随机性的影响^[19-20],确定结构不确定性参数的概率分布。采用拉丁超立方采样随机抽取结构参数样本,并随机匹配地震动样本,建立地震-桥梁分析样本并进行非线性时程分析,根据结构状态方程则及损伤指标,计算得到 (IM, D) 样本,用于建立结构概率地震需求分析模型。基于 GMM 的概率地震需求模型的建立流程如图 1 所示。

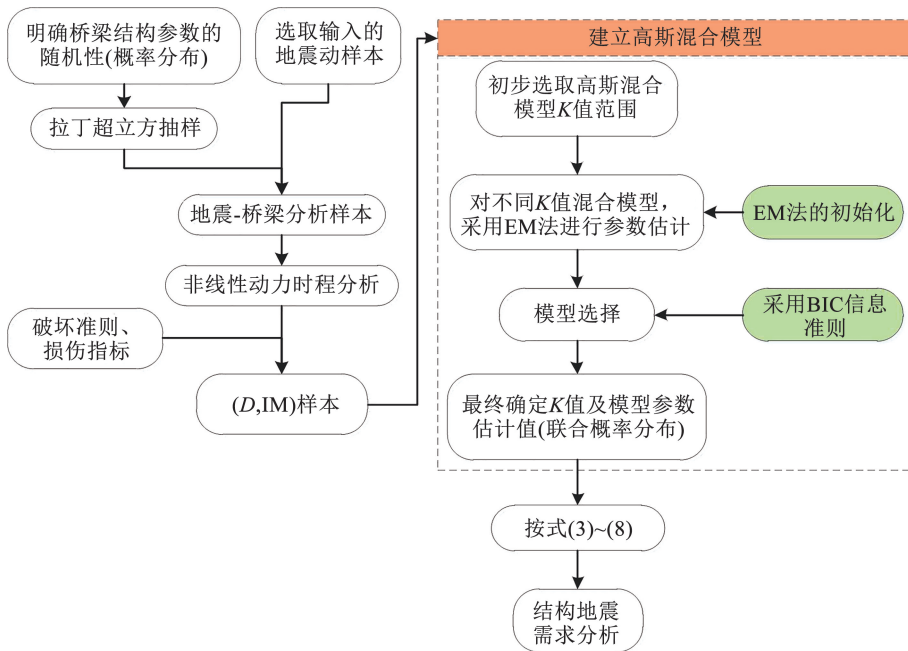


图 1 基于 GMM 的概率地震需求模型建立流程

Fig. 1 Flowchart of GMM-based probabilistic seismic demand model

需要注意的是,在建立高斯混合模型的过程中涉及混合模型的参数估计和模型选择(K 值选择), 本文采用 EM 法(最大期望算法, expectation maximization algorithm)进行参数估计^[21-22], 其中 EM 法的初始化采用随机初始化方法进行^[23-24];对于高斯混合模型的选择(混合成分的个数), 既有研究表明^[25], 贝叶斯信息准则(BIC 准则)^[26]的准确性一般要优于赤池信息准则、最小信息比准则等其他常用模型选择方法, 故采用 BIC 准则选取最优模型, 如图 1 虚线框内的内容所示。

2 工程算例

2.1 桥梁概况及有限元建模

以一座 3 跨 30 m 结构连续预应力混凝土 T 梁桥作为算例对本文提出方法进行讨论, 其桥型布置如图 2 所示。主梁采用 5 梁式预应力混凝土 T 梁, 梁高为 1.85 m, 总宽为 12.0 m, 采用 C45 混凝土; 桥墩采用双柱式圆形截面桥墩, 1#墩墩高、墩径及桩长分别为 10.5、1.4、27 m, 2#为 19.9、1.6、30 m。桥台为桩柱式桥台, 桩长分别为 22、27 m; 墩柱、桩基及桥

台均采用 C30 混凝土。桥台处采用四氟滑板支座, 规格为 GYZF4 ϕ 400 \times 101, 墩顶支座采用圆形板式橡胶支座, 规格为 GYZ ϕ 550 \times 110 支座。该桥在桥台处设有钢筋混凝土外挡块及内挡块, 在墩顶盖梁两侧仅设有钢筋混凝土外挡块, 梁体与挡块间隙为 5 cm。主梁与桥台背墙间隙为 8 cm。该桥相邻跨墩高差异较大(水平刚度大于 4)、且容许梁体相对支座滑动, 由《公路桥梁抗震设计规范》^[27] 对非规则桥梁的规定可知, 该桥属于非规则梁式桥。

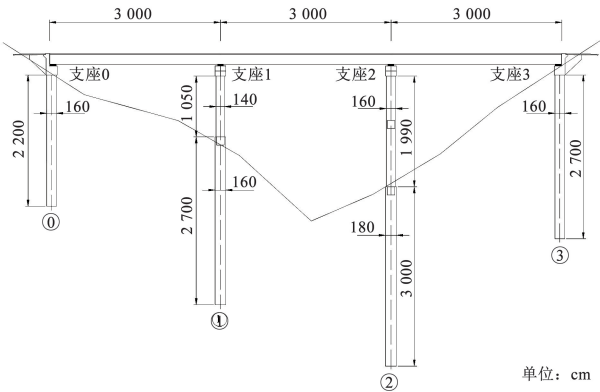


图 2 桥梁立面布置

Fig.2 Layout of bridge elevation

采用 OpenSees 建立有限元模型。既往震害经验表明^[28], 在地震荷载作用下主梁基本保持线弹性状态, 故此处采用弹性三维弹性梁单元来模拟主梁。桥墩作为梁式桥的主要抗震构件, 采用基于位移的弹塑性纤维梁单元进行模拟。双柱式桥墩的系梁、盖梁亦会发生不同程度的损伤而进入弹塑性状态, 亦采用弹塑性纤维梁单元模拟^[28]。其中, 混凝土采用 Kent-Scott-Park 本构模型^[29], 考虑箍筋的约束作用; 钢筋采用修正的 Giuffrè-Menegotto-Pinto 模型^[30]进行模拟。墩底及桥台处支座均采用 flatSliderBearing 单元模拟滑移行为^[31], 板式橡胶支座的刚度按规范^[32]计算; 挡块的力学行为采用 Megally 模型^[33-34]进行模拟。

此外, 本文不考虑桩基损伤, 依据《公路桥梁地基与基础设计规范》^[35] 利用等效刚度进行模拟; 桥台参考美国加州桥梁抗震设计规范^[36] 采用理想弹塑性模型来模拟桥台力-位移关系。最终, 建立的算例桥有限元模型如图 3 所示。

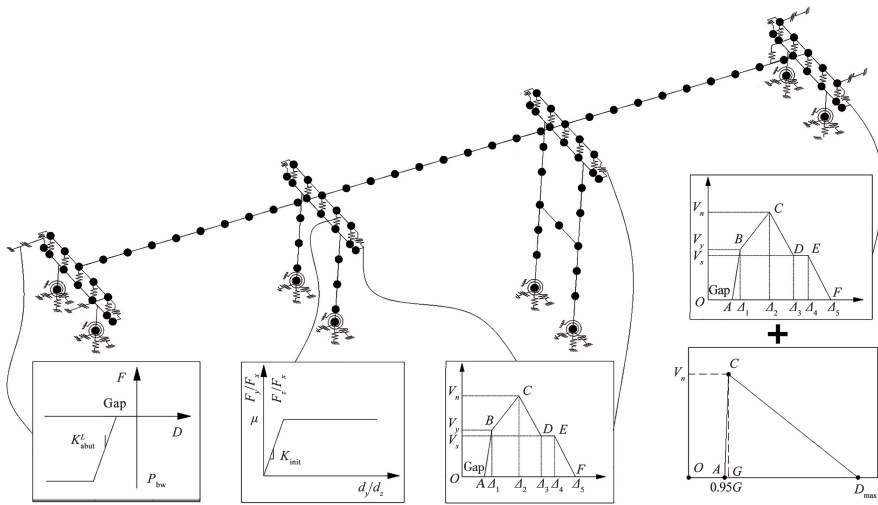


图 3 有限元模型示意

Fig.3 Schematic diagram of the finite element model

2.2 结构参数不确定性

桥梁地震易损性分析中的不确定性主要为地震动的不确定性与结构的不确定性^[19-20]。结构的不确定性一般包括材料力学参数、结构几何尺寸、边界条件等的不确定性。此处考虑的结构主要包括材料的强度、弹性模量、结构质量、支座弹性模量等的随机性, 详见表 1。表 1 中, 结构参数为正态分布时, P_1 和 P_2 分别表示均值和标准差; 当为对数正态分布时, P_1 和 P_2 分别表示对数均值和对数标准差; 当为均匀分布时, P_1 和 P_2 分别表示上、下限值。

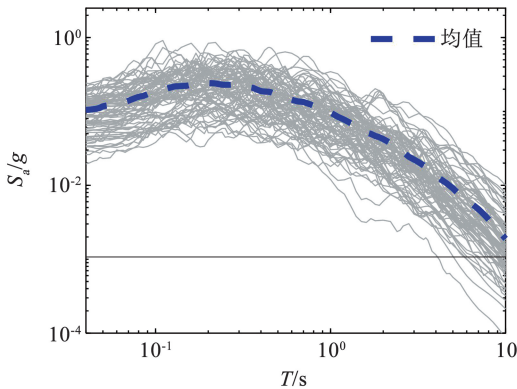
表 1 结构参数分布特征

Tab.1 Distribution of structural parameter

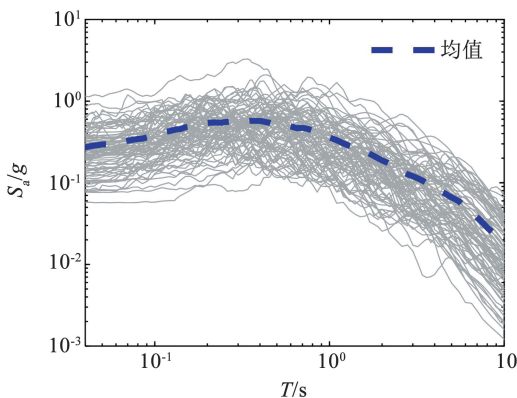
结构参数	分布类型	分布参数	
		P_1	P_2
混凝土抗压强度/MPa	正态分布	30	4.5
钢筋屈服应力/MPa	对数正态分布	5.81	0.1
钢筋弹性模量/GPa	对数正态分布	200	10.35
支座剪切弹性模量/MPa	正态分布	1.18	0.16
混凝土密度/($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	均匀分布	2 250	2 750
二期恒载缩放系数	均匀分布	0.9	1.1

2.3 地震动的选取

Baker 等^[37]在 PEER 交通运输研究项目中,考虑到基于性能的结构抗震设计需要,以加州地区地震动衰减关系确定目标谱,采用贪婪算法为加州地区选取了能代表广泛周期范围、不针对特定结构的地震动样本;该样本库中地震动样本除均值及方差与目标谱吻合较好外,各特征周期处的谱加速度在对数空间基本满足正态分布,被广泛地用于地震易损性分析方法的对比研究中。本文以该样本库中代表中等震级(6 级、7 级),具有走滑特征,断层距小于 50 km,场地 30 m,剪切波速 V_{s30} 在 200 ~ 400 m/s 之间的两个样本集、共 80 组地震动作为样本;视平行和垂直于断层方向的地震波均为两条独立的地震波,暂不考虑竖地震动,共 160 条地震波作为样本,按照最不利输入方向纵桥向和横桥向进行非线性时程分析。地震动的加速度反应谱如图 4 所示。



(a) 震级为6, 断层距为25 km



(b) 震级为7, 断层距为10 km

图 4 地震动加速度反应谱

Fig. 4 Seismic wave acceleration response spectrum

2.4 地震需求参数选取

既有梁式桥震害表明^[28],地震作用下梁式桥除墩柱可能产生损伤外,普遍存在梁体相对支座产生滑移,并与桥台或挡块发生碰撞、甚至落梁现象。此处以最大曲率延性比 μ_c 作为墩柱需求参数;支座损

伤指标采用梁体与支座的相对最大位移 Δ 作为需求参数^[38]。

3 基于 GMM 的地震需求分析

3.1 IM 与需求的联合分布

以 2.3 节选取的地震波作为输入,考虑 0.3、1.0、1.8、2.2 的调幅系数,以保证 PGA 在合理范围,共计得到 640 个地震动样本。按图 1 所示流程,采用拉丁超立方采样按表 1 确定的结构随机参数分布随机生成 640 个 OpenSees 有限元模型,每个有限元模型随机匹配一条地震波,进行非线性动力时程分析,计算得到 640 个地震需求样本。基于数值分析得到样本 (d, im) ,对数转换后得到 (D, IM) 样本。假设 K 值在 $[2, 10]$ 内变化,采用 EM 法对不同 K 值进行参数估计,并计算 BIC 值。其中,EM 法采用随机初始化方法进行初始化,初始值个数取 300。根据 BIC 准则,最终各构件地震需求确定的高斯混合模型 K 值见表 2、3。

由表 2、3 可知,对于纵桥向工程需求参数,除 1#墩墩底曲率最终确定的混合模型 K 值为 4 外,其余需求参数确定的高斯混合模型的 K 值均为 3。对于横桥向地震需求,除墩顶支座相对位移确定的 K 值为 4、2#墩中系梁处曲率确定的 K 值为 2 外,其余需求参数确定的高斯混合模型 K 值均为 3。

为进一步验证高斯混合模型对 (D, IM) 联合概率分布的拟合效果,采用二维 KS 检验方法^[39]对建立的高斯混合模型进行检验,检验结果如表 2 和表 3 所示,表中检验显著性水平均为 0.05。由表 2 和表 3 可知,建立的 GMM 模型,二维 KS 检验的统计量值在 0.023 ~ 0.040 之间,小于临界值 0.060,不拒绝显著性水平为 0.05 的 KS 检验假设,说明建立的 GMM 模型可较好地拟合地震需求与地震动强度的联合概率分布。

表 2 纵桥向地震需求最小 BIC 值对应 K 值及 KS 检验

Tab. 2 K values corresponding to minimum BIC and KS test for longitudinal seismic demand

构件	最小 BIC 值 对应的 K 值	KS 检验统 计量值	统计量 临界值
0#台支座	3	0.033	0.06
1#墩支座	3	0.026	0.06
2#墩支座	3	0.025	0.06
3#台支座	3	0.035	0.06
1#墩墩底	4	0.026	0.06
2#墩墩底	3	0.032	0.06

表 3 横桥向地震需求最小 BIC 值对应 K 值及 KS 检验

Tab. 3 K values corresponding to minimum BIC and KS test for transverse seismic demands

构件	最小 BIC 值 对应的 K 值	KS 检验 统计量值	统计量 临界值
0#台支座	3	0.024	0.06
1#墩支座	4	0.023	0.06
2#墩支座	4	0.030	0.06
3#台支座	3	0.026	0.06
1#墩墩底	3	0.040	0.06
1#墩墩顶	3	0.027	0.06
2#墩墩底	3	0.035	0.06
2#墩中系梁处	2	0.039	0.06
2#墩墩顶	3	0.028	0.06

如图 5、6 所示,图中 Δ 表示支座的相对位移, ϕ 表示墩柱的弯曲曲率,PGA 为地震波峰值加速度;图中竖轴为联合分布的概率密度值,颜色越亮表示密度值越大。由图 5、6 可知,地震需求与地震强度的联合分布具有明显的多峰现象。为便于考察建立的地震需求混合模型对地震需求分布的拟合情况,图 7、8 还画出了地震需求混合模型的边缘分布曲线和样本柱状图;地震需求混合模型的边缘分布如图中红色曲线所示。从图 7、8 可知,尽管地震需求分布形状各异,高斯混合模型仍能较好地对其进行拟合,说明高斯混合模型具有较好的灵活性。

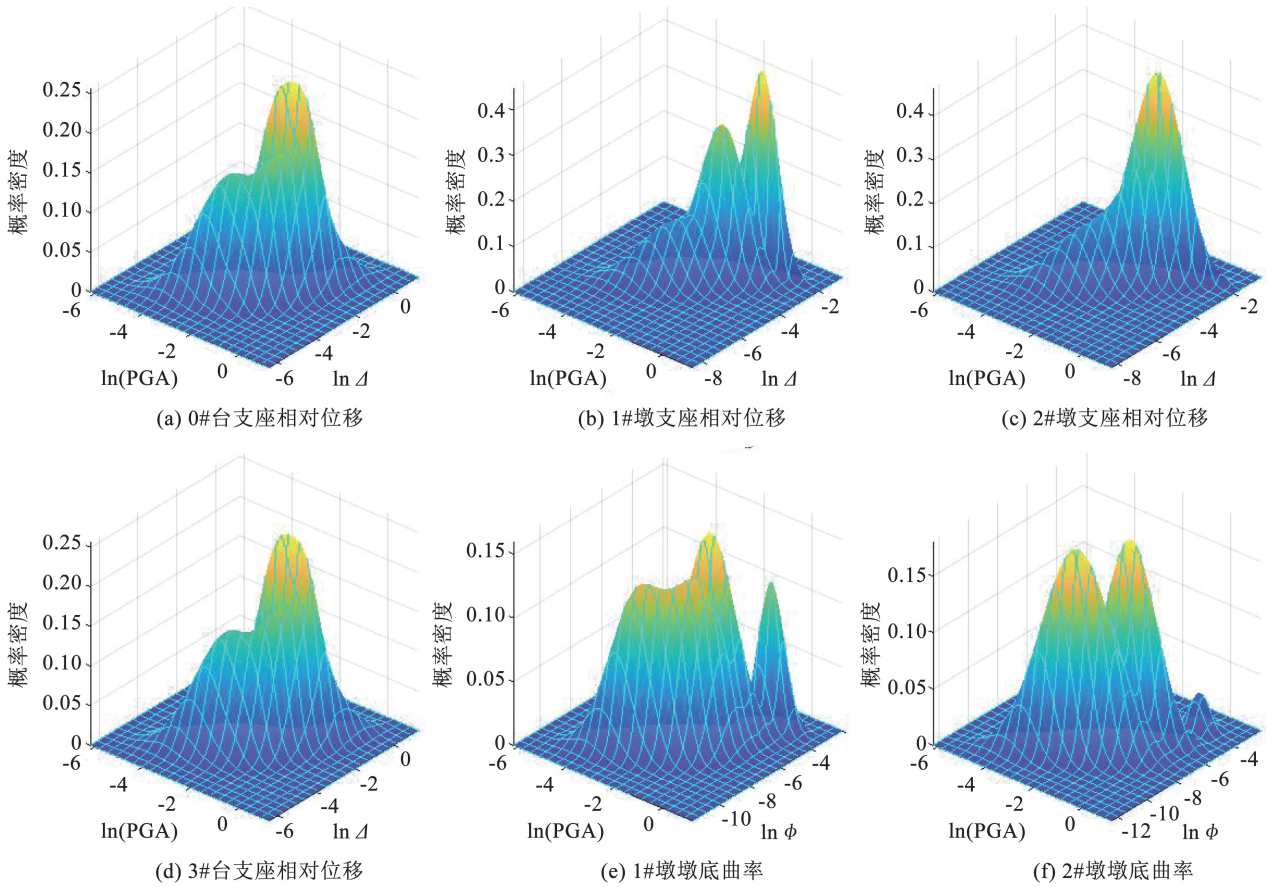
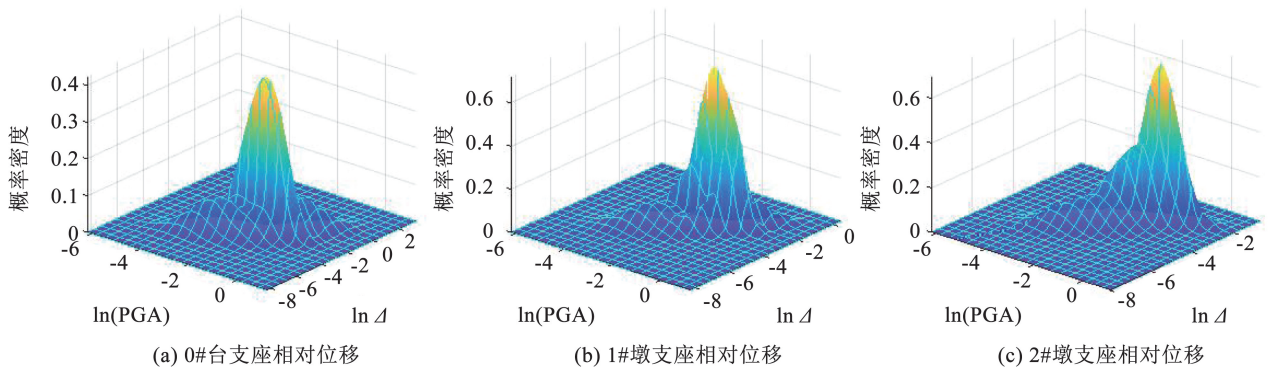


图 5 纵桥向地震动强度及需求的联合概率分布

Fig. 5 Joint probability distribution of IM and demand in longitudinal bridge direction



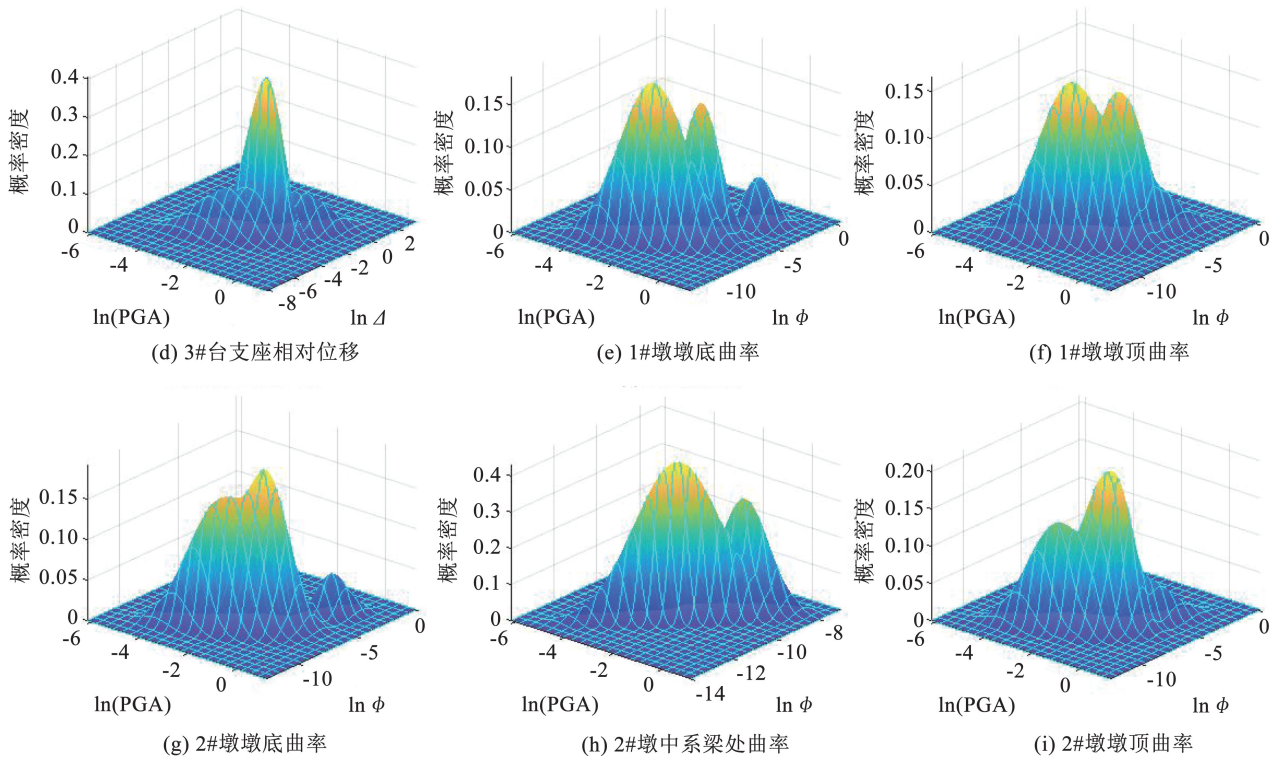


图 6 横桥向地震强度及需求的联合概率分布

Fig. 6 Joint probability distribution of IM and demand in the cross-bridge direction

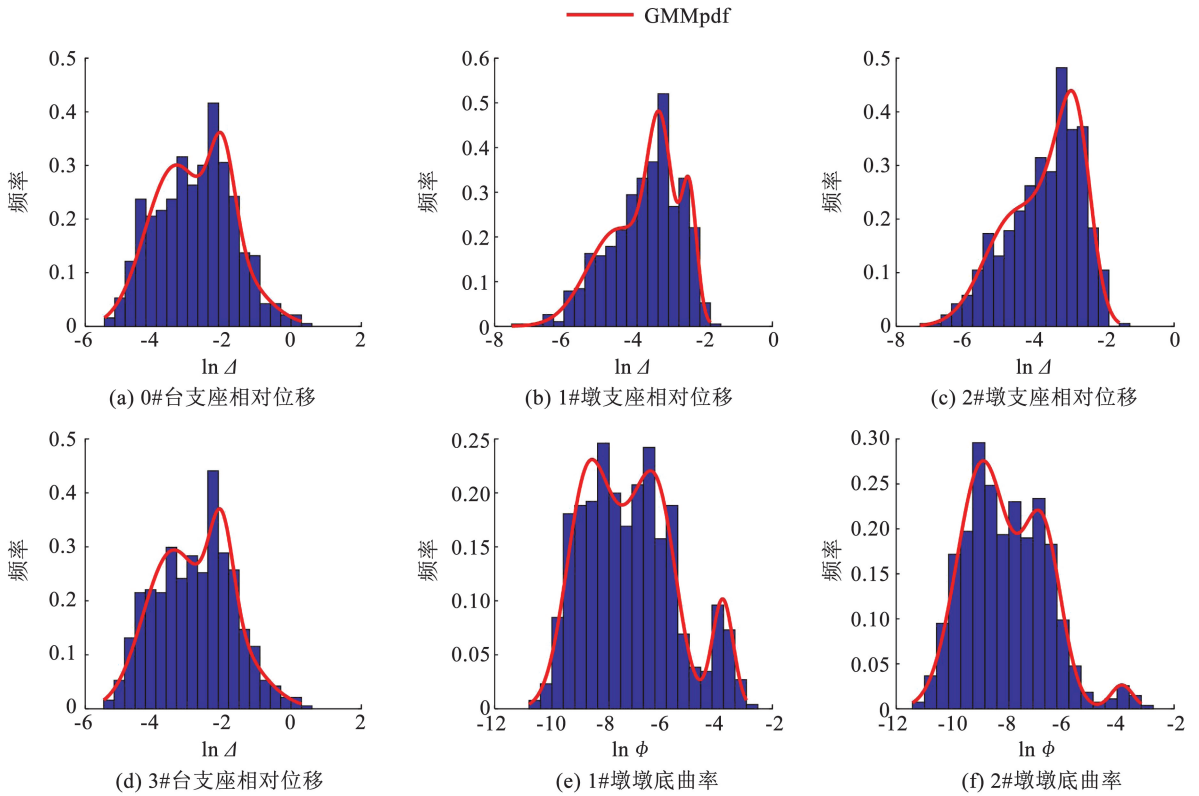


图 7 纵桥向地震需求边缘分布及样本柱状图

Fig. 7 Seismic demand margin distribution and sample histograms in longitudinal bridge direction

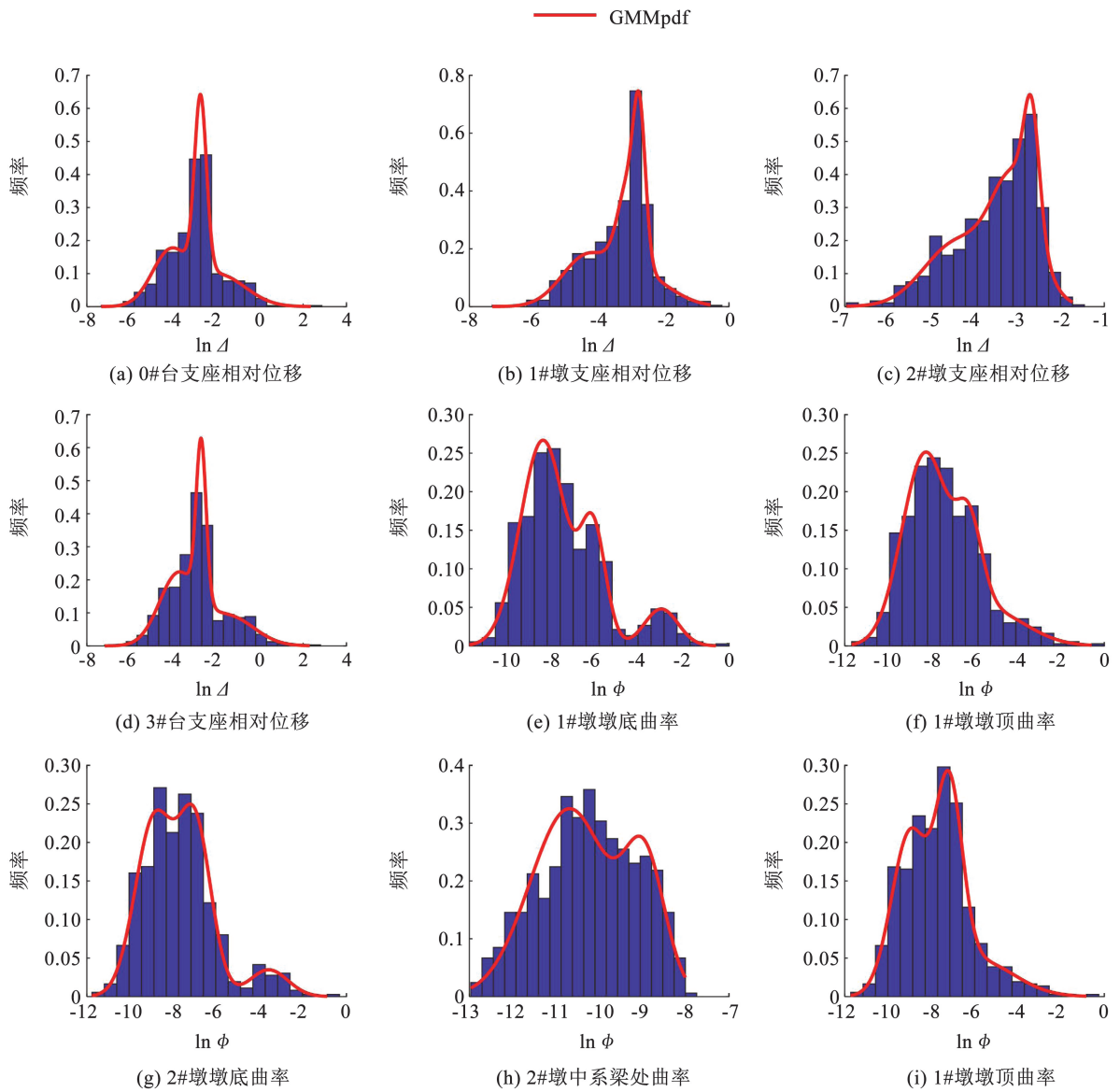


图 8 纵桥向地震需求边缘分布及样本柱状图

Fig. 8 Seismic demand margin distribution and sample histograms in cross-bridge direction

由上所述可知,本文算例桥型在地震作用下,混合成分明显,地震需求具有明显的多峰现象,高斯混合模型可较好地对其进行描述。

3.2 高斯混合成分与结构损伤状态分析

为探讨地震需求多峰现象产生的原因,以及高斯混合模型混合成分与结构损伤状态之间的联系,图 9、10 首先示出了地震动强度及需求参数联合概率密度的等高线及混合成分均值;图 9、10 中,等高线颜色越深表示概率密度值越大,红色标记点为各混合成分的均值点。在示出联合概率密度的等高线及混合成分均值的基础上,图 9、10 中还示出了地震作用下结构的主要状态特征参数。地震作用下结构的主要状态特征参数通过以下步骤得到:1) 基于 OpenSees 建立的有限元模型(图 3),在主梁上分别施加纵桥向和横桥向的递增水平力,进行推倒分析;

2) 在纵桥向,分别提取梁体与桥台接触时、台后填土屈服时的支座相对位移及墩底曲率,如图 9 中的蓝色虚线和黑色点线所示;另外,墩底达到严重损伤时的曲率值采用红色点划线示出;3) 在横桥向,提取主梁与挡块接触时各支座的相对位移及墩柱曲率,并在图 10 中用蓝色虚线示出;提取 1#墩墩底曲率达到等效屈服曲率时的墩顶曲率,2#墩墩顶达到等效屈服曲率时系梁处墩身及墩底曲率,并在图 10(g)~10(i)中各自采用红色点线示出。

由图 9(a)和 9(d)可知,主梁纵向与桥台开始接触前后,桥台支座相对位移概率密度分布产生了明显变化,接触后概率密度随地震强度增加的变化更为平缓,反映了桥台对主梁纵向位移的限制作用。同时,从图 9(e)、9(f)可明显看出,主梁与桥台接触前后,墩底的曲率需求分化为不同聚类水平,接触线

可清晰的把它们分开,反映了碰撞前后桥台对结构约束体系的改变。

台后填土等效屈服时,桥台支座相对位移对应有两个混合成分均值点,概率密度也较为集中,如图 9(a)和 9(d)所示;同时,图 9(b)、9(c)、9(e)、9(f)中亦有相应的成分均值点与其对应,说明台后填土屈服为该结构体系变化影响较大的一个特征。另外,图 9(e)、10(f)中台后填土等效屈服线与由上至下的第 2 个成分均值点基本重合,而该两个均值点恰好等于 1#、2#墩墩底等效屈服曲率,说明当台后填土屈服后,1#墩、2#墩墩底有较大概率随之先后达到等效屈服。

由图 9(e)、9(f)最上的红色虚线可知,当桥墩墩底超越严重损伤后,墩底的地震需求急剧增大,甚至出现了跳跃现象,分化出了一个混合成分。分析其原因为:一方面,本文墩柱的模拟考虑了墩柱的承载能力退化,当墩柱超越严重损伤后,墩柱弯矩-曲率曲线进入下降段,随着弯矩增加墩底曲率将快速增加;另一方面,当墩底达到严重损伤时,墩顶产生较大的位移,上部结构重力将产生不可忽视的附加弯矩(重力二阶效应),产生的附加弯矩又将进一步使得已进入承载能力退化阶段的墩底曲率快速增大;此两方面因素的相互耦合,导致墩底曲率超越严重损伤后急剧增大。

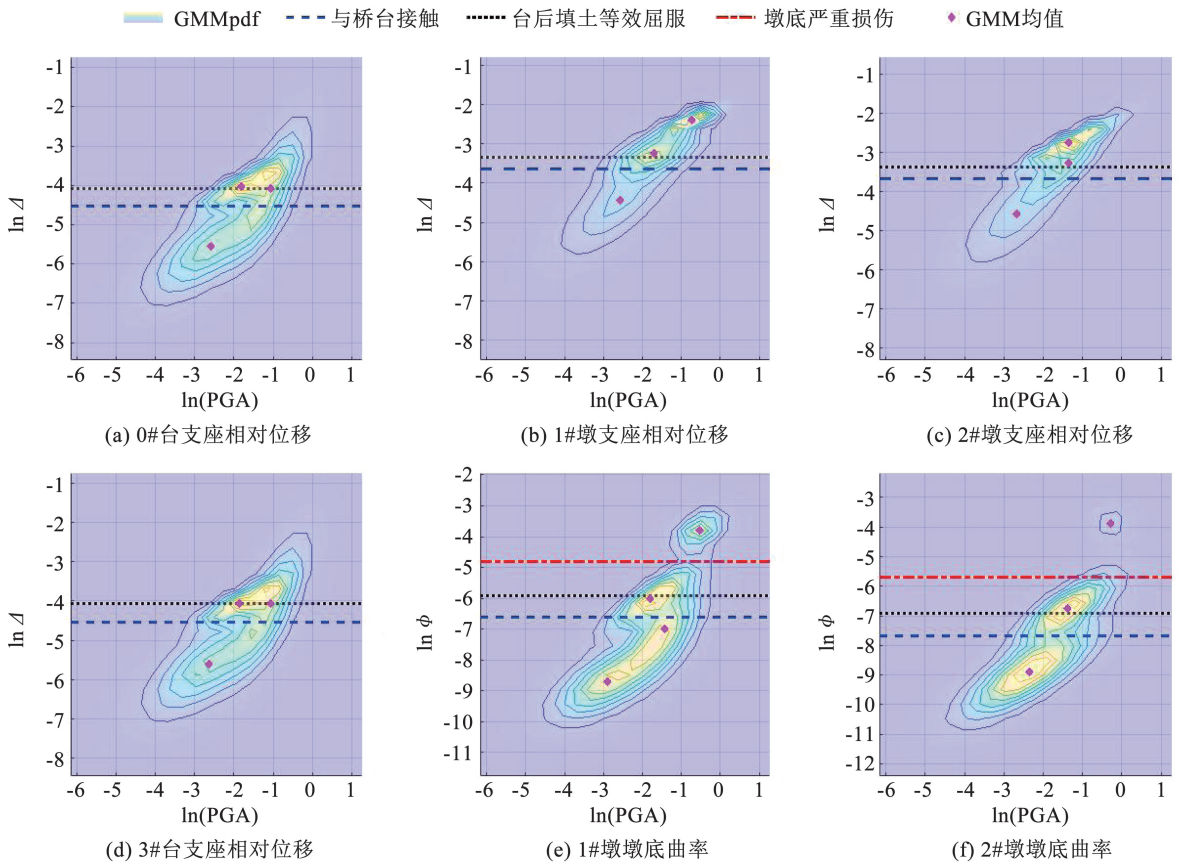


图 9 纵桥向高斯混合模型概率密度等高线及结构状态特征

Fig. 9 GMM probability density contours and structural state characteristic in longitudinal bridge direction

由图 10 可知,与纵桥向类似,当主梁与挡块开始接触后,支座相对位移概率随地震强度增加的变化变得平缓,反映了挡块对主梁位移的限制作用。由图 10(e) ~ 10(g)、10(i)可以明显看出,主梁与挡块碰撞前后,墩柱柱顶及柱底的曲率需求分化为两个聚类水平,接触线可清晰的把二者分开,同样反映了碰撞前后挡块对结构约束体系的改变。

由图 10(e)可知,1#墩底恰有一个混合成分均值点与等效屈服曲率重合,墩底曲率有两个混合成分与之对应,如图 10(f)所示。由图 10(i)可知,2#

墩顶恰有一个混合成分均值点与等效屈服曲率重合,在墩顶等效屈服前后墩底、中系梁处墩身的曲率需求分化为两个聚类水平与之对应,反映了墩身屈服前后结构体系的转变。

此外,图 10(e)、10(g)中墩底超越严重损伤后,墩底的地震需求急剧增大,亦出现了与纵桥向墩底类似的跳跃现象,混合模型分化出了一个成分,而墩顶该现象不明显;究其原因为地震作用下墩顶的偏心矩相对墩底的小,墩柱重力二阶效应不如墩底的显著所致。

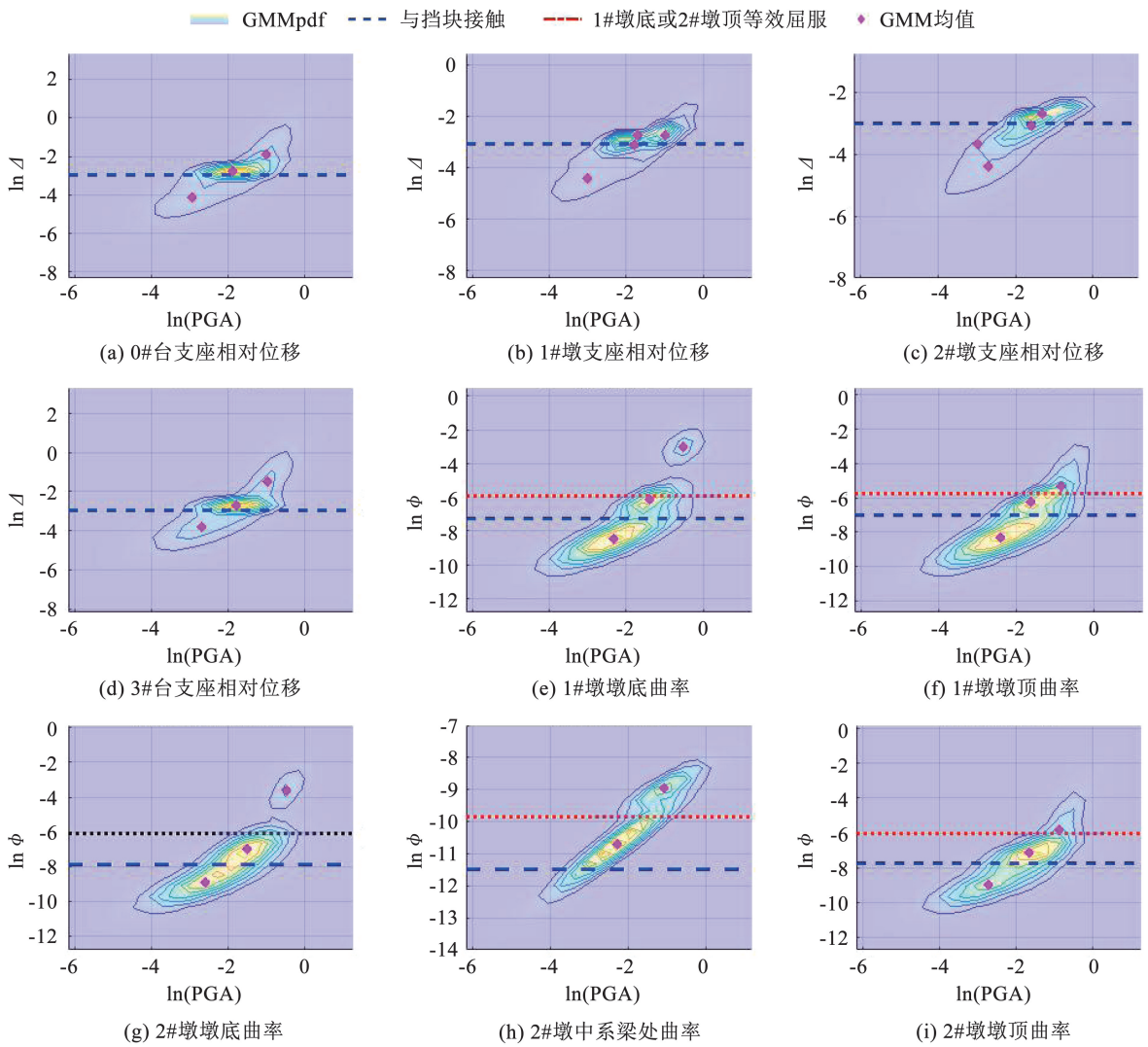


图 10 横桥向高斯混合模型概率密度等高线及结构状态特征

Fig. 10 GMM probability density contours and structural state characteristic in cross-bridge direction

可见,因地震作用下结构伴随着桥台或挡块对梁体的限制、墩柱及台后填土等构件屈服、墩柱屈服后的强非线性等阶段特征,在不同特征阶段地震需求产生聚集,地震需求及地震动强度的联合概率分布表现出多峰现象。高斯混合模型混合成分与地震作用下结构的损伤状态有紧密联系,混合成分往往揭示结构状态随地震动强度增加而导致的阶段性特征变化,该阶段性特征由结构的损伤或失效模式决定。

需要说明的是:1) 尽管以上地震作用中结构状态特征参数是基于静力推倒分析得到的,不能完全解释结构的动力响应,但反映了采用板式橡胶支座(可滑动)梁式桥在地震作用下的主要行为特征,也与该类型桥梁的既有震害特征吻合,可认为基于这些特征参数对结构状态特征进行分析是合理的;2) 地震作用下梁式桥的行为较为复杂,此处仅对几个典型结构状态特征与混合成分进行了讨论,但并

不说明建立的高斯混合模型仅反映了这几个结构状态特征。

3.3 基于 GMM 的概率地震需求模型

按式(3)~(8),对地震需求样本进行 GMR 回归,建立概率地震需求模型,如图 11、12 所示。为和对数线性回归需求模型进行对比,图中还画出了线性回归结果。

从图 11 可知,地震强度与地震需求不再满足对数线性关系,高斯混合回归均值表现出多斜率线段的特征。因桥台的纵向约束作用,由图 11(a)、10(d)可知,在 $\ln \Delta \in [-3, -1]$ 区域,桥台支座相对位移均值线斜率具有明显的从小于线性回归斜率变为大于线性回归线斜率的现象;墩顶相对位移增长亦有变缓趋势,如图 11(b)、11(c)所示。由图 11(e)、11(f)可知,随着地震强度的增加,墩底曲率均值增长经历了一个“由缓变快、由快变急,最后变缓”的过程。

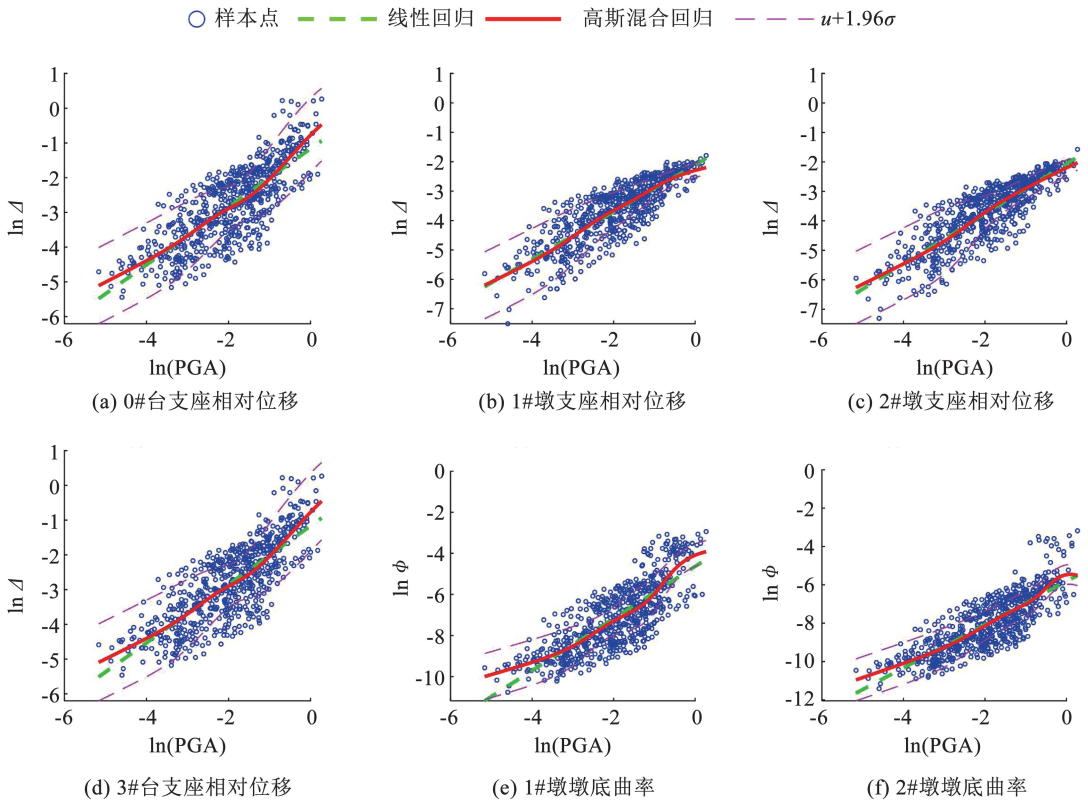


图 11 纵桥向地震需求高斯混合回归

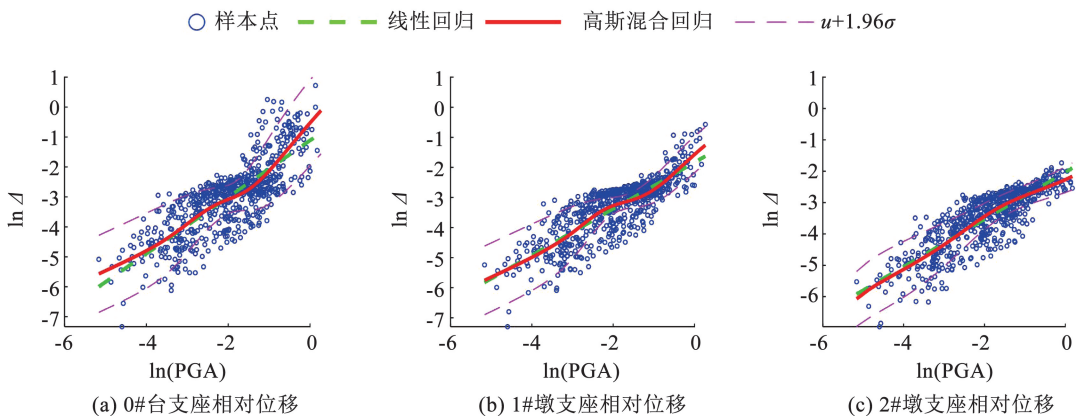
Fig. 11 GMR for seismic demand in longitudinal bridge direction

从图 11 可知,随着地震强度的增加,结构地震需求的方差亦不断改变。桥台支座相对位移方差有先减小后增大的趋势;梁体与桥台接触后 ($\ln \Delta = -2.53$),因桥台对梁体位移的限制,各支座相对位移方差有明显的减小现象。同时墩底曲率方差亦呈现先减小、后增大的趋势。

由图 12 可知,横桥向地震强度与地震需求仍不满足对数线性关系,表现出多斜率线段的特征;各需求均值及方差的变化规律与纵桥向类似。其中,挡块对位移的限制作用导致的均值及方差变化较为显著,主梁与挡块接触后支座相对位移的均值增长变

缓,方差急剧减小;随着地震强度增加,挡块损伤、强度降低后,相对位移的均值及方差又开始增大,如图 12(a) ~ 12(d) 中 $\ln \Delta \in [-3, -2]$ 区域所示。

另外,从图 11(e)、11(f) 和图 12(e)、12(f) 注意到,墩柱达到严重损伤 ($\ln \phi = -4.82 \sim -5.01$) 后,曲率需求随着 PGA 的增大出现“均值非增、方差变大”的现象。为进一步分析该现象,采用特征周期处加速度反应谱 S_a 作为地震动强度指标,按上述建立高斯混合模型的流程,对 1#墩底的曲率需求进行了高斯混合回归,如图 13 所示。



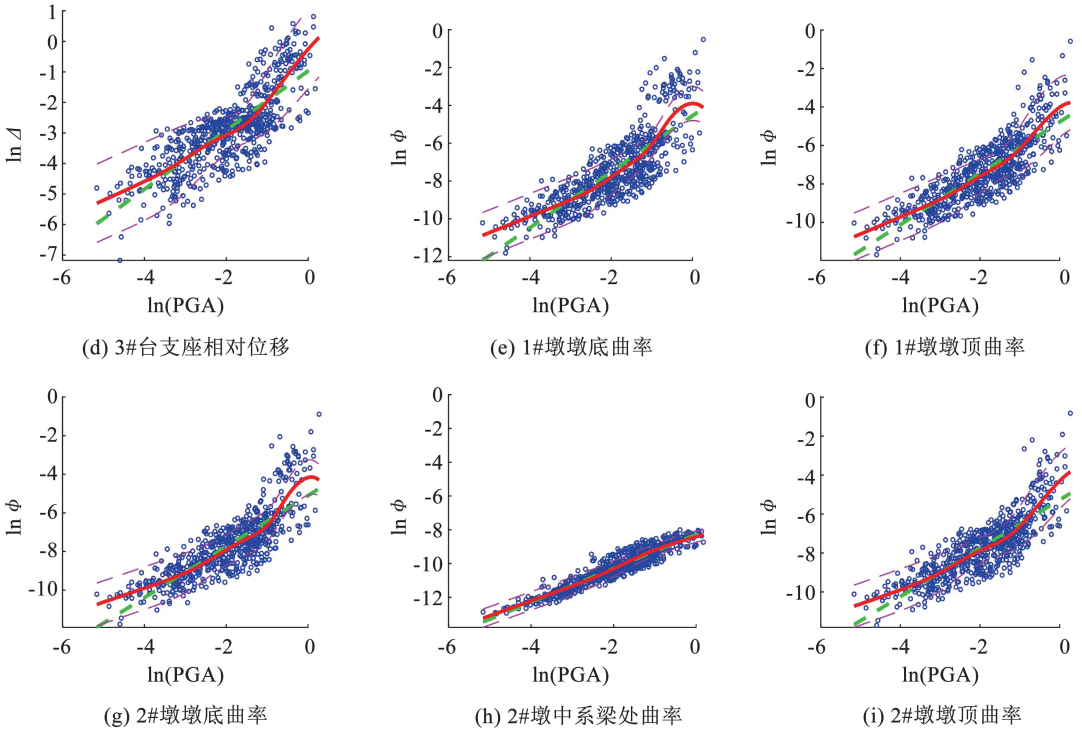


图 12 横桥向地震需求高斯混合回归

Fig. 12 GMR for seismic demand in cross-bridge direction

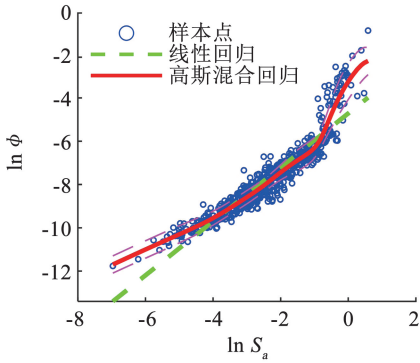


图 13 横桥向 2#墩墩底 $\ln S_a - \ln \phi$ 回归

Fig. 13 The regression of $\ln S_a$ and $\ln \phi$ for pier 2# bottom in cross-bridge direction

对比图 13 和图 12(e) 可知, 当采用 S_a 作为强度指标后, 与需求的相关性增强, 需求方差显著减小, 未出现图 12(e) 中均值非增的现象。由此可见, 上述“均值非增、方差变大”现象, 与墩柱达到严重损伤后 PGA 强度指标与需求的相关性减弱有关; 同时也说明, 当结构进入不同的损伤状态时, 其地震需求与地震强度指标的相关性可能发生改变。

综上所述, 地震作用下因挡块及桥台对梁体位移的限制作用、墩柱及台后填土的屈服等结构状态的变化, 随着地震动强度的增强, 地震需求均值及方差存在明显的非线性变化特征; 基于 GMM 的概率地震需求模型的均值及方差变化与结构状态具有紧密联系, 相对于对数线性回归模型, 可更好地描述地震需求随地震强度的变化。

4 基于 GMM 的地震易损性分析

4.1 基于 GMM 的地震易损性计算方法

地震易损性为特定地震强度水平下结构地震需求超过结构抗震能力的概率^[1], 可通过下式表示:

$$P_f(d \geq c | IM) = P_f(\ln d - \ln c \geq 0 | IM) = P_f(D - C \geq 0 | IM) \quad (9)$$

式中: c 为结构的抗震能力, P_f 为结构的易损概率。

基于数值模拟的地震易损性计算方法的一般流程, 可得到 (d, c, im) 样本, 引入随机变量 $Z = \ln d / \ln c$ 用于描述结构的损伤状态, 即当 Z 的取值小于 0 时表示结构未达到伤状态, 否则达到或超越损伤状态, 则式(9)可写为

$$P_f(D \geq C | IM) = 1 - P_f(Z \leq 0 | IM) \quad (10)$$

类似于地震需求, 采用高斯混合模型对 Z 和 IM 的联合概率分布函数 $f(Z, IM)$ 进行拟合, 可得 Z 在给定 IM 条件下的条件概率分布^[16-18], 如式(11)所示。

$$f(Z | IM) = \sum_{k=1}^K \lambda_k N_k(Z | IM) \quad (11)$$

将式(11)代入式(10), 最终可得基于 GMM 的结构地震易损概率 P_f :

$$P_f(Z \geq 0 | IM) = 1 - \int_{-\infty}^0 \sum_{k=1}^K \lambda_k N_k(Z | IM) dz \quad (12)$$

$$\lambda_k = \frac{\pi_k N_k(\text{IM})}{\sum_{l=1}^K \pi_l N_l(\text{IM})} \quad (13)$$

$$u_{Z|\text{IM},k} = u_{Z,k} + \mathbf{J}_{(Z,\text{IM}),k} \boldsymbol{\Sigma}_{\text{IM},k}^{-1} (\text{IM} - u_{\text{IM},k}) \quad (14)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{Z|\text{IM},k} = \boldsymbol{\Sigma}_{Z,k} - \mathbf{J}_{(Z,\text{IM}),k} \boldsymbol{\Sigma}_{\text{IM},k}^{-1} (\mathbf{J}_{(\text{IM},Z),k})^T \quad (15)$$

$$u_{Z|\text{IM}} = \sum_{k=1}^K \lambda_k u_{Z|\text{IM},k} \quad (16)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{Z|\text{IM}} = \sum_{k=1}^K \lambda_k^2 \boldsymbol{\Sigma}_{Z|\text{IM},k} \quad (17)$$

式(10)~(17)为基于 GMM 的地震易损性的一般方法,考虑了结构抗震能力 c 的随机性。本文为更为直接地对比对数线性回归及基于 GMM 两种需求模型导致的易损性曲线变化,此处暂不考虑 c 的随机性,墩柱最大曲率延性比 μ_ϕ 和支座相对最大位移 Δ 的轻微、中等、严重、完全损伤临界值按文献[38]设定;基于 3.3 节建立的概率地震需求模型,结构地震易损概率 P_f 可通过下式计算:

$$P_f(D \geq C | \text{IM}) = 1 - \int_{-\infty}^C \sum_{k=1}^K \lambda_k N_k(D | \text{IM}) dD \quad (18)$$

此外,基于对数线性回归模型的易损性计算参见文献[38],同时不考虑抗震能力 c 的随机性。

4.2 构件地震易损性曲线对比

基于对数线性回归需求模型及基于 GMM 的需

求模型易损性计算结果如图 14、15 所示;为便于比较,图中易损性曲线仅画出了轻微和严重损伤两种状态,中等和完全破坏两种状态的对比验证结果不影响本文结论;因中系梁处墩身易损概率较低,图 15 中不再画出该部位的易损性曲线。

在纵桥向,由图 14(a)、14(d)可知,对于桥台支座相对位移基于对数线性回归及基于 GMM 的易损性曲线较为吻合,易损概率最大偏差不超过 5%;在 PGA 为 0.2g 左右时,基于 GMM 的轻微损伤易损性曲线有一凹凸变化段,由 3.2、3.3 节的分析可知:梁体与桥台接触时,桥台支座相对位移为 8 cm 左右,与支座的轻微临界值 7.5 cm 相当,梁体与桥台接触前后对桥台支座相对位移的均值斜率及方差有较大影响,导致轻微损伤曲线出现剧烈变化,体现了结构边界特征的变化对易损性曲线的影响。

如图 14(b)、14(c)、14(e)、14(f)所示,当 PGA 大于 0.4g 后,对数线性回归模型的易损性曲线与 GMM 法的偏差逐渐扩大,对数线性回归模型的易损性曲线普遍出现高估构件易损概率的情况。在易损性曲线尾部,对于墩顶支座轻微、严重损伤,两种模型的最大概率偏差分别为 13% 和 23%,墩底的亦分别为 12% 和 19%。

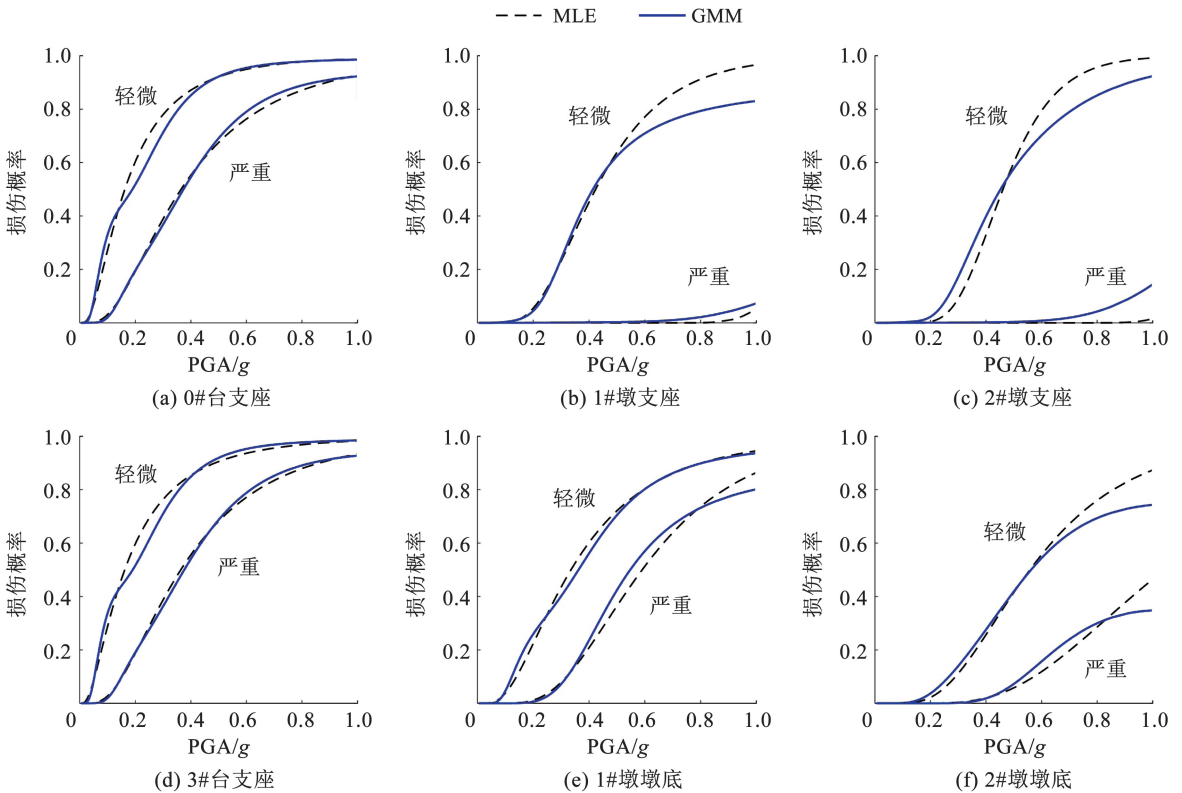


图 14 纵桥向易损性曲线对比

Fig. 14 Comparison of fragility curves in longitudinal bridge direction

在横桥向,由图 15 可知,与纵桥向的情况类似,在易损性曲线的尾部,基于对数线性回归模型的易损概率明显高于基于 GMM 的,对于桥台支座和 2#墩支座严重损伤,两种模型的最大概率偏差分别为 11% 和 15%,墩柱轻微和严重损伤的分别为 12% 和 20%。

从图 14、15 可知,基于对数线性回归模型的支座及墩柱易损性曲线,相较于基于 GMM 的存在“前低后高”现象,典型如图 14(b)和 14(c)支座轻微损伤,图 15(a)、15(b)、15(d)支座严重损伤,图 15(c)支座的轻微损伤,以及图 14、15 中的墩柱损伤。回顾前述 3.3 节两种需求模型的对比,产生

此差异的原因在于:对于支座,由于桥台和挡块的约束,当梁体与桥台或支座接触后,支座相对位移的均值曲线变得平缓,方差减小,GMR 模型可较好地描述这一特征,而对数线性回归模型未能很好拟合需求均值及方差的非线性变化;对于墩柱,由前述可知,当 PGA 增大到一定程度时,曲率需求与 PGA 的相关性降低,基于 GMM 的需求模型体现了这一变化,因而随着 PGA 的增大墩底易损性曲线变得较为平缓,而基于对数线性回归模型因未能充分体现曲率需求与 PGA 的相关性降低这一变化,易损性曲线估计结果相较于基于 GMM 的表现出“前低后高”的现象。

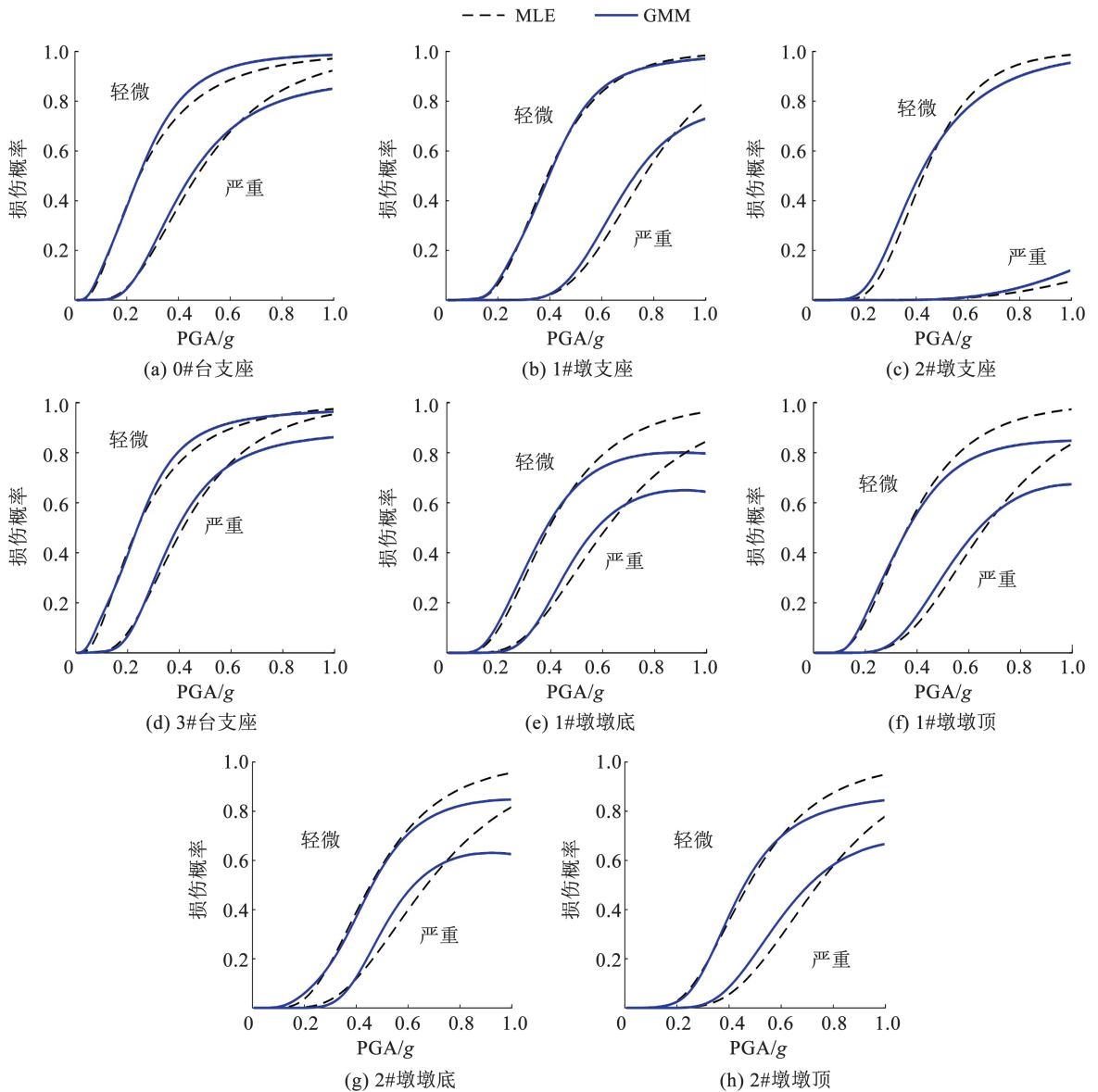


图 15 横桥向易损性曲线对比

Fig. 15 Comparison of fragility curves in cross-bridge direction

另外,当采用与墩柱曲率需求相关性更好的地震动强度指标 S_a (图 13) 时,存在上述“前低后高”

现象,只是此时 S_a 与需求的相关性提高,易损性曲线尾部相对于 PGA 的更为陡峭,易损概率随着 S_a

的增大显著增大,如图 16 所示,图中易损性曲线由上至下分别为轻微、中等、严重、完全 4 种损伤状态。进一步说明基于 GMM 的需求模型与对数线性回归模型对需求-强度指标相关性描述的差异是二者易损性曲线存在较大差异的主要原因。

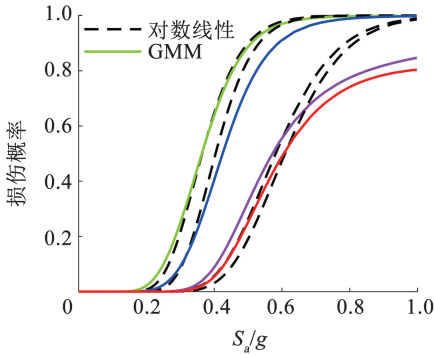


图 16 采用 S_a 时横桥向 2#墩底易损性曲线

Fig. 16 Fragility curve of pier 2# bottom with S_a in cross-bridge direction

由前述模型检验结果、需求模型与结构状态的联系可知,较于基于对数线性回归模型,基于 GMM 的概率地震需求模型对地震需求均值及方差的非线性变化拟合更优,与结构的状态特征联系更为紧密,基于 GMM 的易损性曲线与实际情况也更为吻合。

4.3 基于 GMM 的参数化(区域)地震易损性分析原理

上文讨论了 GMM 应用于一般地震易损性分析时的情形。因基于高斯混合模型的地震易损性分析方法从多元变量概率密度估计这一本质出发,并不局限于地震需求、地震动强度为一元变量,结构参数特定的情形,将来还可以对其在结构参数化或区域地震易损性分析方面的应用展开研究;此处给出其基本框架和原理,以供进一步研究时参考。

$$f(\mathbf{D} | \mathbf{IM}, \mathbf{m}) = \frac{f(\mathbf{D}, \mathbf{IM}, \mathbf{m})}{f(\mathbf{IM}, \mathbf{m})} = \sum_{k=1}^K \lambda_k N_k(\mathbf{D} | \mathbf{IM}, \mathbf{m}) \quad (19)$$

$$\lambda_k = \frac{\pi_k N_k(\mathbf{IM}, \mathbf{m})}{\sum_{l=1}^K \pi_l N_l(\mathbf{IM}, \mathbf{m})} \quad (20)$$

$$\mathbf{u}_{(\mathbf{D} | \mathbf{IM}, \mathbf{m}), k} = \mathbf{u}_{\mathbf{D}, k} + \mathbf{J}_{(\mathbf{D}, \mathbf{IM}, \mathbf{m}), k} \boldsymbol{\Sigma}_{(\mathbf{IM}, \mathbf{m}), k}^{-1} ((\mathbf{IM}, \mathbf{m}) - \mathbf{u}_{(\mathbf{IM}, \mathbf{m}), k}) \quad (21)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{(\mathbf{D} | \mathbf{IM}, \mathbf{m}), k} = \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{D}, k} - \mathbf{J}_{(\mathbf{D}, \mathbf{IM}, \mathbf{m}), k} \boldsymbol{\Sigma}_{(\mathbf{IM}, \mathbf{m}), k}^{-1} (\mathbf{J}_{(\mathbf{D}, \mathbf{IM}, \mathbf{m}), k})^T \quad (22)$$

$$\mathbf{u}_{\mathbf{D} | \mathbf{IM}, \mathbf{m}} = \sum_{k=1}^K \lambda_k \mathbf{u}_{(\mathbf{D} | \mathbf{IM}, \mathbf{m}), k} \quad (23)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{D} | \mathbf{IM}, \mathbf{m}} = \sum_{k=1}^K \lambda_k^2 \boldsymbol{\Sigma}_{(\mathbf{D} | \mathbf{IM}, \mathbf{m}), k} \quad (24)$$

式中: \mathbf{D} 为地震需求向量, \mathbf{IM} 为地震强度指标向

量, \mathbf{m} 为结构参数向量; $\mathbf{u}_{(\mathbf{D} | \mathbf{IM}, \mathbf{m}), k}$ 、 $\boldsymbol{\Sigma}_{(\mathbf{D} | \mathbf{IM}, \mathbf{m}), k}$ 分别为第 k 个混合成分 $N_k(\mathbf{D} | \mathbf{IM}, \mathbf{m})$ 的均值向量和协方差阵, $\mathbf{J}_{(\mathbf{D}, \mathbf{IM}, \mathbf{m}), k}$ 为 $(\mathbf{D}, \mathbf{IM}, \mathbf{m})$ 联合分布 $f(\mathbf{D}, \mathbf{IM}, \mathbf{m})$ 第 k 个混合成分的互协方差, $\mathbf{u}_{\mathbf{D} | \mathbf{IM}, \mathbf{m}}$ 和 $\boldsymbol{\Sigma}_{(\mathbf{D} | \mathbf{IM}, \mathbf{m})}$ 分别为 \mathbf{D} 在给定 \mathbf{IM} 和 \mathbf{m} 条件下的均值向量和协方差阵。

设结构的抗震能力向量为 $\mathbf{C} = (C_1(\mathbf{m}), C_2(\mathbf{m}), \dots, C_n(\mathbf{m}))$, 损伤状态向量为 $\mathbf{Z} = \mathbf{D} - \mathbf{C}$; 类似地,用 \mathbf{Z} 替换式(19)~式(24)中的 \mathbf{D} 建立高斯混合模型,在给定地震动强度 \mathbf{IM} 和结构参数 \mathbf{m} 下,串联结构体系的易损概率公式可写为

$$P_f = 1 - \int_{-\infty}^0 \dots \int_{-\infty}^0 f(\mathbf{Z} | \mathbf{IM}, \mathbf{m}) dz_1 dz_2 \dots dz_n = 1 - \sum_{k=1}^K \int_{-\infty}^0 \dots \int_{-\infty}^0 \lambda_k f_k(\mathbf{Z} | \mathbf{IM}, \mathbf{m}) dz_1 dz_2 \dots dz_n \quad (25)$$

当 \mathbf{Z} 为多维变量时, P_f 可为串联体系的系统或部件的地震易损性;当 \mathbf{Z} 退化为一维时,即为构件的地震易损性。

5 结 论

本文以一座 3 跨非规则连续梁桥为对象,基于高斯混合模型建立了桥梁的概率地震需求模型,并与传统的对数线性回归模型进行了对比研究,得到如下主要结论:

1) 因桥台及挡块对梁体位移的限制作用、台后填土及墩柱等构件屈服的影响,随地震作用的增强,桥梁结构状态阶段性特征显著。

2) 基于高斯混合模型对地震需求和地震动强度指标的联合概率分布进行拟合,进而采用高斯混合回归建立桥梁的概率地震需求模型。检验结果表明,高斯混合模型可较好地拟合地震需求和地震动强度指标的联合概率分布。因地震作用下结构状态的阶段性特征显著,地震需求具有明显的多峰特征,相较于对数线性回归模型,基于高斯混合模型建立的概率地震需求模型与结构状态特征联系紧密,可更好地描述地震需求均值及方差的非线性变化。

3) 基于前述两种需求模型计算得到的桥梁构件的易损性曲线,两种需求模型计算得到的易损性曲线有一定差异。因高斯混合的概率需求模型对地震需求的拟合更优,考虑了地震需求均值及方差随地震强度的非线性变化,计算得到的易损性曲线较对数线性回归模型的更为合理。

本文仅基于一座 3 跨非规则连续梁桥对基于 GMM 的概率地震需求模型进行了讨论,下一步还需

对该方法应用于其它更为复杂的情形展开研究。目前考虑多元变量的参数化(区域)地震易损性成为地震易损性分析的一个发展趋势,本文给出了 GMM 应用于参数化(区域)地震易损性分析时的基本原理,下一步可对基于 GMM 的参数化(区域)地震易损性分析作进一步研究。

参考文献

- [1] SEAOC. Vision 2000: performance-based seismic engineering of buildings [R]. Sacramento: Structural Engineers Association of California, 1995
- [2] CORNELL C A, JALAYER F, HAMBURGER R O, et al. Probabilistic basis for 2000 SAC federal emergency management agency steel moment frame guidelines [J]. Journal of Structural Engineering, 2002, 128(4): 526
- [3] KIUREGHIAN A D, DITLEVSEN O. "Aleatory or epistemic? Does it matter?" [J]. Structural Safety, 2009(31): 105
- [4] BILLAH A H M, ALAM M S. Seismic fragility assessment of highway bridges: a state-of-the-art review [J]. Structure and Infrastructure Engineering, 2015, 11(6): 804
- [5] BAKALIS K, VAMVATSIKOS D. Seismic fragility functions via nonlinear response history analysis [J]. Journal of Structural Engineering, 2018, 144(10): 04018181
- [6] LUCO N, CORNELL C A. Structure-specific scalar intensity measures for near-source and ordinary earthquake ground motions [J]. Earthquake Spectra, 2007, 23(2): 357
- [7] 袁万城, 袁新哲, 庞于涛, 等. 非线性参数拟合的桥梁概率地震需求模型研究 [J]. 哈尔滨工程大学学报, 2015, 36(9): 1212
YUAN Wancheng, YUAN Xinzhe, PANG Yutao, et al. A probabilistic seismic demand model by nonlinear parameter fitting method [J]. Journal of Harbin Engineering University, 2015, 36(9): 1212
- [8] PAN Y, AGRAWAL A K, GHOSN M. Seismic fragility of continuous steel highway bridges in new york state [J]. Journal of Bridge Engineering, 2007, 12(6): 689
- [9] PAN Y, AGRAWAL A K, ASCE M, et al. Seismic fragility of multispan simply supported steel highway bridges in New York State. II: fragility analysis, fragility curves, and fragility surfaces [J]. Journal of Bridge Engineering, 2010, 15(5): 462
- [10] 陈力波, 林文峰, 谷音, 等. 基于高斯过程的简支梁桥概率性地震需求模型研究 [J]. 工程力学, 2023, 40(7): 99
CHEN Libo, LIN Wenfeng, GU Yin, et al. Research on probabilistic seismic demand model of simply support girder bridge based on gaussian process [J]. Engineering Mechanics, 2023, 40(7): 99
- [11] BAUER D J, CURRAN P J. Distributional assumptions of growth mixture models: implications for over extraction of latent trajectory classes [J]. Psychological Methods, 2003(8): 338
- [12] MCLACHLAN G J, PEEL D. Finitemixture models [M]. New York: Wiley, 2000
- [13] JEON J S, MANGALATHU S, SONG J, et al. Parameterized seismic fragility curves for curved multi frame concrete box girder bridges using bayesian parameter estimation [J]. Journal of Earthquake Engineering, 2019, 23(6): 954
- [14] FARAHAZ S, LIU X. Artificial neural network application in predicting probabilistic seismic demands of bridge components [J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2022, 51(3): 612
- [15] 盛骤, 谢士千, 潘承毅. 概率论与数理统计 [M]. 4 版. 北京: 高等教育出版社, 2008
SHENG Zhou, XIE Shiqian, PAN Chengyi. Probability theory and mathematical statistics [M]. 4th ed. Beijing: Higher Education Press, 2008
- [16] GHAHRAMANI Z, JORDAN M I. Supervised learning from incomplete data via an EM approach [J]. In Advances in Neural Information Processing Systems, 1993(6): 120
- [17] FREEK S, OLIVIER S. Many regression algorithms, one unified model: a review [J]. Neural Networks, 2015(69): 60
- [18] CALINON S, GUENTER F, BILLARD A. On learning, representing, and generalizing a task in a humanoid robot [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, 2007, 37(2): 286
- [19] HWANG H H M, JAW J W. Probabilistic damage analysis of structures [J]. Journal of Structural Engineering, 1990, 116(7): 1992
- [20] CHOI E. Seismic analysis and retrofit of mid-america bridges [D]. Atlanta: Georgia Institute of Technology, 2002
- [21] DEMPSTER A P, LAIRD N M, RUBIN D B. Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm [J]. Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological), 1977, 39(1): 1
- [22] 李航. 统计学习方法 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2012
LI Hang. Statistical learning method [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2012
- [23] BIERNACKI C, CELEUX G, GOVAERT G. Choosing starting values for the EM algorithm for getting the highest likelihood in multivariate Gaussian mixture models [J]. Comput Stat Data Anal, 2003, 413: 561
- [24] MAITRA R. Initializing partition-optimization algorithms [J]. IEEE/ACM Trans Comput Biol Bioinf, 2009(6): 144
- [25] KARLIS D, XEKALAKI E. Choosing initial values for the EM algorithm for finite mixtures [J]. Computational Statistics and Data Analysis, 2003(41): 577
- [26] SCHWARZ G. Estimating the dimensions of a model [J]. Annals of Statistics, 1978(6): 461
- [27] 中华人民共和国交通运输部. 公路桥梁抗震设计规范: JTG/T 2231-01—2020 [S]. 北京: 人民交通出版社, 2020
Ministry of Transport of the People's Republic of China. Specifications for seismic design of highway bridges: JTG/T 2231-01—2020 [S]. Beijing: China Communication Press, 2020
- [28] 陈乐生, 庄卫林, 赵河清, 等. 汶川地震公路震害调查: 桥梁 [M]. 北京: 人民交通出版社, 2012
CHEN Lesheng, ZHUANG Weilin, ZHAO Heqing, et al. Report on highway's damage in the Wenchuan Earthquake: bridge [M]. Beijing: China Communication Press, 2012
- [29] KENT D C, PARK R. Flexural members with confined concrete [J]. Journal of the Structural Division, 1971, 97(7): 1969
- [30] MENEGOTTO M. Method of analysis for cyclically loaded RC plane frames including changes in geometry and non-elastic behavior of elements under combined normal force and bending [C] // Proceedings of IABSE Symposium on Resistance and Ultimate Deformability of Structures Acted on by Well Defined Repeated Loads. Zurich: IABSE, 1973: 13