

DOI:10.11918/202409056

考虑衬砌及注浆圈的任意埋深隧道渗流场解析解

柴可立¹, 郎晓明¹, 宋泽仁², 徐亨², 姜岸³, 胡正⁴

(1. 舟山市大桥建设管理中心, 杭州 311121; 2. 浙江甬舟复线一期高速公路有限公司, 杭州 311121;
3. 浙江大学建筑工程学院, 杭州 311121; 4. 中山大学土木工程学院, 广州 510275)

摘要: 针对含衬砌及注浆圈隧道运营过程中发生全断面渗漏的稳态渗流工况, 提出了一种新的适用于隧道衬砌和注浆圈的保角变换方法, 结合分离变量法推导了该工况的水头通解, 最后运用三角函数的正交性得出了水头及水压力解析解。通过与 ABAQUS 数值模拟结果及既有文献数据对比, 验证了解析解的正确性及适用性。参数分析结果表明: 隧道埋深的增加及注浆圈厚度的减小均会显著增加衬砌外部水压力及衬砌涌水量, 而衬砌厚度减小则会降低衬砌外部孔隙水压力, 并导致衬砌涌水量增加; 土体渗透系数及注浆圈渗透系数增大均会增加隧道衬砌外部水压及衬砌涌水量, 而衬砌渗透系数增大则会降低衬砌外部孔隙水压力, 并增加衬砌涌水量。该解析解为隧道的衬砌及注浆圈尺寸设计和材料选择均提供了参考。

关键词: 含衬砌及注浆圈隧道; 解析解; 保角变换; 分离变量法; 水压力; 渗流量

中图分类号: TU431

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2025)11-0033-12

Analytical solution of steady seepage field of a lined tunnel with grouting ring at arbitrary buried depth

CHAI Keli¹, LANG Xiaoming¹, SONG Zeren², XU Heng², JIANG An³, HU Zheng⁴

(1. Zhoushan Bridge Construction Management Centre, Hangzhou 311121, China; 2. Zhejiang Yongzhou Duplicate Line Phase I Expressway Company, Hangzhou 311121, China; 3. School of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang University, Hangzhou 311121, China; 4. School of Civil Engineering, Sun Yat-Sen University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: In order to solve steady seepage filed for full-sectional leakage of a lined tunnel with grouting ring, a new conformal transformation method for both tunnel lining and grouting ring is proposed, and the explicit analytical solution without infinite series for head and water pressure in tunnel surrounding rock is obtained by variable separation method and orthogonality of trigonometric functions. Results of this analytical solution is compared with numerical simulation data by ABAQUS and existing literature data, which shows a reasonable agreement and verifies the correctness and applicability of this analytical solution. Parameter analysis of this analytical solution demonstrates that an increase in tunnel buried depth and a decrease in grouting ring thickness both increase the external water pressure on tunnel lining and lining water influx, whereas a reduction in lining thickness reduces water pressure outside tunnel lining, but increases lining water influx. Increases both in soil permeability coefficient and grouting ring permeability coefficient will increase water pressure outside tunnel lining and lining water influx, whereas an increase in lining permeability coefficient reduces water pressure outside tunnel lining, but increases lining water influx. This analytical solution provides a reference for size design of tunnel lining and grouting ring as well as the selection of materials.

Keywords: lined tunnel with grouting ring; seepage analytical solution; conformal transformation; variable separation method; water pressure; water influx

随着隧道工程的不断发展, 隧道渗漏问题的产生愈发频繁^[1-2]。隧道衬砌在富水地区一般承受较大水压, 该水压可能导致隧道衬砌全断面渗漏; 此外, 一些隧洞会将衬砌主动设计成可渗透形式^[3]以降低水压, 此时持续的衬砌渗漏水可能造成隧道结

构的侵蚀破坏并影响内部线路的正常运营维护。因此, 对隧道衬砌全断面渗漏时的渗流场研究对于隧道工程防灾减灾至关重要。

目前针对隧道渗流场及压力场的研究主要包括实验法、数值法及解析法, 其中实验法^[4-6]和数值

收稿日期: 2024-09-21; 录用日期: 2024-11-08; 网络首发日期: 2025-07-10

网络首发地址: <https://link.cnki.net/urlid/23.1235.T.20250710.1000.004>

基金项目: 广东省自然科学基金(2023A1515012140); 国家重点研发计划(2023YFB2604200); 国家自然科学基金(52008409)

作者简介: 柴可立(1980—), 硕士, 正高级工程师; 胡正(1991—), 男, 副教授, 博士生导师

通信作者: 姜岸, 12312057@zju.edu.cn

法^[7-10]在隧道渗流问题中的运用已较为成熟,具体体现在隧道围岩水头、水压力、涌水量及流固耦合的数值模拟及预测方面。室内实验研究方面, Mi 等^[4]开展了隧道开挖面渗流稳定性分析的模型实验,并分析了不同水头差条件下的有效应力发展情况、所需要的支护力、土体沉降量及开挖面土体的破坏范围。Shi 等^[5]开展了含初支和注浆圈的隧道渗流模型实验,并且分析了动态水头条件下的地下水流动规律。数值模拟研究方面, Wongsaraj 等^[9]针对低渗透性土壤中隧道掘进过程中的地表固结位移,编制了有限元程序来合理量化瞬态和稳态长期条件下的固结沉降范围和幅度,并对超固结伦敦黏土中的隧道进行了案例分析。Lee 等^[10]利用极限分析求解了隧道渗流场,并计算了作用在隧道面上的渗流力,研究了隧道推进速度对渗流力的影响,并针对水下隧道提出了一种维持开挖面稳定的合理设计方法。相比于数值法,解析法通常基于严格的物理推导,可直观、准确且简洁地通过函数表达式获得特定工况下的理论解,计算成本较低。如 Harr^[11]利用镜像法得到了隧道围岩的孔压分布形式, Park 等^[12]针对隧道内边界零孔压及恒定总水头的两种工况,运用保角变换给出了相应的的渗流场解析解。近年来,很多学者在隧道内边界零孔压及恒定总水头这两种条件^[12-13]的基础上采用不同方法对无注浆圈和有注浆圈的隧道渗流场进行了解析推导。在无注浆圈的隧道渗流场解析中, Ei^[14]求解了扰动半无限均质各向同性含水层中的圆形隧道的稳定重力流,并考虑了倾斜地下水位和内水压恒定的两种衬砌情况,发现在倾斜地下水位的情况下,隧道的整个圆周边缘可能会停止排水。贺志军等^[15]利用保角变换结合最优化技术,得出了饱和半无限土体中椭圆隧道二维稳定渗流的近似解析解。Li 等^[16]针对隧道内边界零水压和恒定总水头两种常见工况,基于坐标变换和保角变换得出了考虑土体各向异性渗透性的半解析解,发现渗透率的各向异性对沿隧道涌水量有显著影响。HUANGFU 等^[17]在隧道内边界恒定水头的工况下,推导出了隧道二维渗流场解析解。对于含注浆圈的隧道渗流场,潘以恒等^[18]运用复变函数及分离变量法求解了含衬砌及注浆圈隧道的二维稳态渗流场解析解,并对该解析解进行了参数敏感性分析。应宏伟等^[19]运用镜像法得出了含衬砌及注浆圈隧道围岩的二维渗流场解析解,该解析解可退化到毛洞状态的古德曼方程以及 Harr 解。朱成

伟等^[20]结合保角变换得出了考虑衬砌和注浆圈的隧道稳态渗流场解析解,并用两个隧道工程实例对解析解进行了验证。李杰等^[21]运用保角变换及优化方法,推导了在注浆圈和衬砌共同存在时水下任意形状隧道渗流场的半解析解,并通过 FLAC^{3D} 软件验证了解析解的有效性。但隧道衬砌及注浆圈的渗流场在上述学者的解析过程中大多无法与土体渗流场进行统一形式的处理,这导致三者间的渗流连续条件难以在同一坐标系中运用。

本文针对含衬砌及注浆圈隧道全断面渗漏的工程问题,提出了一种适用于隧道衬砌和注浆圈的保角变换方法,结合分离变量法得出了含衬砌及注浆圈隧道全断面渗漏的显式解析解,并利用正交性对解析解中的未知数进行了求解。该方法克服了用保角变换同时处理土体、注浆圈及衬砌交界处连续性的问题,能清晰展现衬砌、注浆圈及土体间的渗流连续关系。通过将解析结果与数值模拟结果及已有文献数据进行对比,验证了本文解析解的正确性和适用性。最后通过参数分析探究了隧道埋深、衬砌厚度、注浆圈厚度、衬砌渗透系数、注浆圈渗透系数及土体渗透系数对衬砌外部水压力和渗流量的影响规律。该解析方法为类似工况下的隧道温度场分析及相应渗流工况下的渗流应力耦合分析提供了参考。

1 模型假定

一般隧道纵向尺寸远大于其横向尺寸且渗漏特征沿着纵向通常满足一定的周期分布规律,例如在隧道衬砌上纵向每隔一定范围便设置同样分布形式的泄压孔^[3],这说明隧道特征横截面的渗流场对隧道工程而言具有一定的参考性,故本文采用圆形隧道的横断面进行解析研究。所构建的计算示意图如图 1 所示,隧道中心到地表的距离为 h ,隧道衬砌内径为 r_1 ,衬砌外径为 r_2 ,注浆圈外径为 r_3 。①区域为土体,渗透系数为 k_1 ;②区域为隧道注浆圈,渗透系数为 k_2 ;③区域为隧道衬砌,渗透系数为 k_3 。地表总水头恒定为 H_1 ,隧道衬砌内边界始终保持零孔压,即其上各点总水头为其位置水头。

本研究基本假定包括:1) 距离隧洞衬砌内径无穷远处可作为不透水边界;2) 地表水头有足量的水源补给,保持恒定,隧洞围岩内边界孔压始终为零;3) 土体、注浆圈及衬砌材料均质、各向同性,渗透系数保持恒定;4) 隧道处于稳定渗流状态,水流服从达西定律。

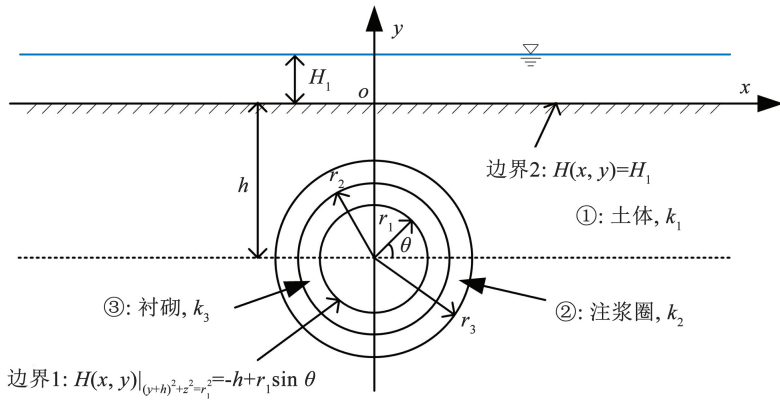


图 1 含衬砌及注浆圈的隧洞全断面渗流模型

Fig. 1 Model of full sectional leakage of a lined tunnel with grouting ring

2 公式推导

2.1 保角变换

由达西定律可知, 隧洞周围的渗流场可以用拉普拉斯方程描述, 但在图 1 平面中由于模型的弱对称性, 直接解析求解是非常困难的。基于两次保角变换, 可将图 1 中较复杂的渗流区域映射到图 2 中最右方 $\zeta = \xi + i\eta$ 平面中的矩形渗流区域进行求解, 最后通过逆保角变换将解变回原始的 $z = x + iy$ 平面即可得到隧道全断面渗漏水时的渗流场解析解。由于图 1 模型关于 y 轴的对称性, 下文均对模型的右半部分展开分析。

基于保角变换可将图 2 中的 xoy 渗流区域映射

到图 2 中的 uov 半圆环渗流区域, 最后到图 2 中的 $\xi\eta$ 矩形渗流区域, 具体映射函数如下:

$$w = u + iv = \begin{cases} \frac{z + iA}{z - iA}, & \text{区域①} \\ i \frac{\alpha_1}{r_3} (z + hi), & \text{区域②} \\ i \frac{\alpha_2}{r_2} (z + hi), & \text{区域③} \end{cases} \quad (1)$$

$$\zeta = \xi + i\eta = \ln w \quad (2)$$

式中: $A = h(1 - \alpha_{12}) / (1 + \alpha_{12})$, $r_3 / (h + r_3) = 2\alpha_1 / (1 + \alpha_{12})$, $\alpha_2 = \alpha_1 r_2 / r_3$, (x, y) 、 (u, v) 及 (ξ, η) 分别为图 2 中区域 xoy 、 uov 、 $\xi\eta$ 的坐标点。且图 2 中 $u_1 = \ln \alpha_1$, $u_2 = \ln \alpha_2$, $u_3 = \ln(\alpha_1 r_1 / r_3)$ 。

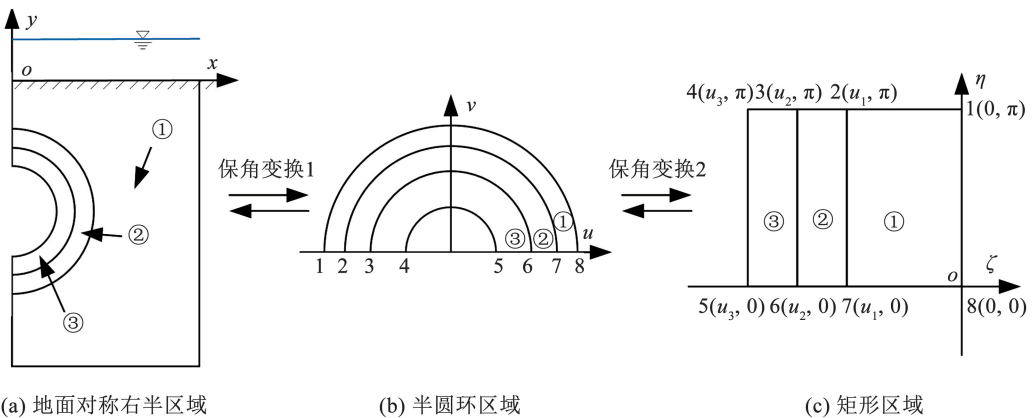


图 2 两次保角变换过程

Fig. 2 Process of two conformal mappings

2.2 渗流场的解析解

根据假定 3)、4), 图 2(c) 中 $\xi\eta$ 矩形区域的渗流场满足拉普拉斯方程为

$$\frac{\partial^2 H_i(\xi, \eta)}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 H_i(\xi, \eta)}{\partial \eta^2} = 0, i = 1, 2, 3 \quad (3)$$

矩形区域中①与②、②与③区域的连接处满足

水头及流速连续条件分别为

$$\begin{cases} H_1 |_{\xi = u_1} = H_2 |_{\xi = u_1} \\ k_1 \frac{\partial H_1}{\partial \eta} \Big|_{\xi = u_i} = k_2 \frac{\partial H_2}{\partial \eta} \Big|_{\xi = u_i} \end{cases} \quad \text{区域①与②} \quad (4)$$

$$\begin{cases} H_2|_{\xi=u_2} = H_3|_{\xi=u_2} \\ k_2 \frac{\partial H_2}{\partial \eta} \Big|_{\xi=u_2} = k_3 \frac{\partial H_3}{\partial \eta} \Big|_{\xi=u_2} \end{cases} \quad \text{区域②与③} \quad (5)$$

由保角变换式(1)、(2)可得隧洞内边界总水头为其位置水头的边界条件在图 2 中 $\alpha\xi\eta$ 矩形区域 $\xi = u_3$ 处可表示为

$$H(u_3, \eta) = -\frac{r_2}{\alpha_2} e^{-u_3} \cos \eta - h \quad (6)$$

同理,地表常水头的边界条件在图 2 中 $\xi\alpha\eta$ 矩形区域 $\xi = 0$ 处可表示为

$$H(0, \eta) = H_1 \quad (7)$$

基于分离变量法^[22],渗流方程式(3)的总水头通解为

$$H_1(\xi, \eta) = B_1\xi + B_2 + \sum_{m=1}^{\infty} (B_{3m} \cosh m\xi + B_{4m} \sinh m\xi) \cos m\eta \quad (8)$$

$$H_2(\xi, \eta) = C_1\xi + C_2 + \sum_{m=1}^{\infty} (C_{3m} \cosh m\xi + C_{4m} \sinh m\xi) \cos m\eta \quad (9)$$

$$H_3(\xi, \eta) = D_1\xi + D_2 + \sum_{m=1}^{\infty} (D_{3m} \cosh m\xi + D_{4m} \sinh m\xi) \cos m\eta \quad (10)$$

将边界条件式(6)代入总水头通解式(10),可得

$$D_1 u_3 + D_2 + \sum_{m=1}^{\infty} (D_{3m} \cosh mu_3 + D_{4m} \sinh mu_3) \cdot \cos m\eta = -\frac{r_2}{\alpha_2} e^{-u_3} \cos \eta - h \quad (11)$$

将边界条件式(7)代入总水头通解式(8),可得

$$B_1 \cdot 0 + B_2 + \sum_{m=1}^{\infty} (B_{3m} \cosh 0 + B_{4m} \sinh 0) \cos m\eta = H_1 \quad (12)$$

根据三角函数系 $\cos m\eta, \cos n\eta, m = 1, 2, 3, \dots, n = 1, 2, 3, \dots, m \neq n$ 在 $[0, \pi]$ 上的正交性,可从式(11)中得到如下系数关系式:

$$\begin{cases} D_2 = -h - D_1 u_3 \\ D_{41} = -\frac{r_2}{\alpha_2} \frac{e^{-u_3}}{\sinh u_3} - D_{31} \frac{\cosh u_3}{\sinh u_3} \\ D_{4m} = -D_{3m} \frac{\cosh mu_3}{\sinh mu_3}, m = 2, 3, \dots \end{cases} \quad (13)$$

同理,可从式(12)中得到如下关系式:

$$\begin{cases} B_2 = H_1 \\ B_{3m} = 0, m = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (14)$$

将水头通解式(8)~(10)分别代入式(4)、(5)中的水头连续条件,可得

$$\begin{aligned} B_1 u_1 + B_2 + \sum_{m=1}^{\infty} (B_{3m} \cosh mu_1 + B_{4m} \sinh mu_1) \cos m\eta = \\ C_1 u_1 + C_2 + \sum_{m=1}^{\infty} (C_{3m} \cosh mu_1 + C_{4m} \sinh mu_1) \cos m\eta \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} C_1 u_2 + C_2 + \sum_{m=1}^{\infty} (C_{3m} \cosh mu_2 + C_{4m} \sinh mu_2) \cos m\eta = \\ D_1 u_2 - h - D_1 u_3 + \sum_{m=1}^{\infty} (D_{3m} \cosh mu_2 + D_{4m} \sinh mu_2) \cos m\eta \end{aligned} \quad (16)$$

将水头通解式(8)~(10)分别代入式(4)、(5)中的流速连续条件,可得

$$\begin{aligned} k_1 [B_1 + \sum_{m=1}^{\infty} m B_{4m} \cosh mu_1 \cos m\eta] = \\ k_2 [C_1 + \sum_{m=1}^{\infty} m (C_{3m} \sinh mu_1 + C_{4m} \cosh mu_1) \cos m\eta] \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} k_2 [C_1 + \sum_{m=1}^{\infty} m (C_{3m} \sinh mu_2 + C_{4m} \cosh mu_2) \cos m\eta] = \\ k_3 [D_1 + \sum_{m=1}^{\infty} m (D_{3m} \sinh mu_2 + D_{4m} \cosh mu_2) \cos m\eta] \end{aligned} \quad (18)$$

根据三角函数的正交性,可从式(15)~(18)中得到如下与总水头通解中三角函数 $\cos m\eta$ 不相关的系数关系式:

$$\begin{cases} C_1 u_2 + C_2 = D_1 u_1 - h - D_1 u_3 \\ k_2 C_1 = k_3 D_1 \\ B_1 u_1 + H_1 = C_1 u_1 + C_2 \\ k_1 B_1 = k_2 C_1 \end{cases} \quad (19)$$

由式(19)可解得

$$\begin{cases} C_1 = \frac{H_1 + h}{\frac{k_2}{k_3}(u_2 - u_3) - u_2 + u_1 - \frac{k_2 u_1}{k_1}} \\ D_1 = \frac{k_2 C_1}{k_3} \\ C_2 = \frac{k_2 C_1}{k_1} u_1 - C_1 u_1 + H_1 \\ B_1 = \frac{k_2 C_1}{k_1} \end{cases} \quad (20)$$

根据三角函数的正交性,可从式(15)~(18)中得到如下与总水头通解中三角函数 $\cos m\eta$ 相关的系数关系式:

$$\begin{cases} k_2 (C_{31} \sinh u_1 + C_{41} \cosh u_1) = k_1 B_{41} \cosh u_1 \\ k_2 (C_{31} \sinh u_2 + C_{41} \cosh u_2) = k_3 (D_{31} \sinh u_2 + D_{41} \cosh u_2) \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} C_{31} \cosh u_1 + C_{41} \sinh u_1 = B_{41} \sinh u_1 \\ C_{31} \cosh u_2 + C_{41} \sinh u_2 = D_{31} \cosh u_2 + D_{41} \sinh u_2 \end{cases} \quad (22)$$

其中式(15) ~ (18)中的 $B_{3m}, B_{4m}, C_{3m}, C_{4m}, D_{3m}, D_{4m}$ 均为 0, $m=2, 3, 4, \dots$ 。

由式(21)、(22)可解得

$$\begin{cases} D_{31} = \frac{-r_2 e^{u_3} \cdot \det |E|}{\alpha_2 \sinh u_3 [(k_2 \cosh u_2 E_{11} - k_3 \sinh u_2 E_{21}) + \coth u_3 \cdot \det |E|]} \\ D_{41} = -\frac{r_2}{\alpha_2 \sinh u_3} e^{u_3} - D_{31} \coth u_3 \\ B_{41} = D_{31} \frac{k_3 \sinh u_2 E_{22} - k_2 \cosh u_2 E_{12}}{\det |E|} \\ C_{31} = B_{41} \frac{k_2 - k_1}{k_2} \sinh u_1 \cosh u_1 \\ C_{41} = B_{41} \frac{k_1 \cosh^2 u_1 - k_2 \sinh^2 u_1}{k_2} \end{cases} \quad (23)$$

式中 $E_{11}, E_{12}, E_{21}, E_{22}$ 的表达式为

$$\begin{cases} E_{11} = (k_2 - k_1) \sinh u_1 \cosh u_1 \sinh u_2 + (k_1 \cosh^2 u_1 - k_2 \sinh^2 u_1) \cosh u_2 \\ E_{12} = -k_3 \cosh u_2 \\ E_{21} = (k_2 - k_1) \sinh u_1 \cosh u_1 \cosh u_2 + (k_1 \cosh^2 u_1 - k_2 \sinh^2 u_1) \sinh u_2 \\ E_{22} = -k_2 \sinh u_2 \end{cases} \quad (24)$$

水头解析解, 需要结合保角变换式(1)、(2)得到各区域间坐标点的转换关系:

$$\zeta = \xi + i\eta = \ln w = \begin{cases} \ln \frac{x + i(A + y)}{x - i(A + y)}, \text{区域①} \\ \ln \left\{ i \frac{\alpha_1}{r_3} [x + i(h + y)] \right\}, \text{区域②} \\ \ln \left\{ i \frac{\alpha_2}{r_2} [x + i(h + y)] \right\}, \text{区域③} \end{cases} \quad (28)$$

结合式(20)、(23)、(24)可得图 2 中 $\xi\eta$ 矩形区域的总水头解析表达式:

$$H_1(\xi, \eta) = B_1 \xi + B_2 + (B_{31} \cosh \xi + B_{41} \sinh \xi) \cos \eta \quad (25)$$

$$H_2(\xi, \eta) = C_1 \xi + C_2 + (C_{31} \cosh \xi + C_{41} \sinh \xi) \cos \eta \quad (26)$$

$$H_3(\xi, \eta) = D_1 \xi + D_2 + (D_{31} \cosh \xi + D_{41} \sinh \xi) \cos \eta \quad (27)$$

然而式(25) ~ (27)为两次保角变换后矩形区域 ζ 的总水头表达式, 为得到图 1 原地面区域的总

$$H_1(x, y) = B_1 \ln \frac{\sqrt{x^2 + (A + y)^2}}{\sqrt{x^2 + (y - A)^2}} + B_2 + B_{41} \sinh \frac{\sqrt{x^2 + (A + y)^2}}{\sqrt{x^2 + (y - A)^2}} \cdot \cos \left[\tan^{-1} \frac{A + y}{x} - \tan^{-1} \frac{y - A}{x} \right] \quad (30)$$

$$H_2(x, y) = C_1 \ln \left(\frac{\alpha_1}{r_3} \sqrt{x^2 + (y + h)^2} \right) + C_2 + \left[C_{31} \cosh \left(\frac{\alpha_1}{r_3} \sqrt{x^2 + (y + h)^2} \right) + C_{41} \sinh \left(\frac{\alpha_1}{r_3} \sqrt{x^2 + (y + h)^2} \right) \right] \cos \left(\tan^{-1} \frac{-x}{y + h} \right) \quad (31)$$

$$H_3(x, y) = D_1 \ln \left(\frac{\alpha_2}{r_2} \sqrt{x^2 + (y + h)^2} \right) + D_2 + \left[D_{31} \cosh \left(\frac{\alpha_2}{r_2} \sqrt{x^2 + (y + h)^2} \right) + D_{41} \sinh \left(\frac{\alpha_2}{r_2} \sqrt{x^2 + (y + h)^2} \right) \right] \cos \left(\tan^{-1} \frac{-x}{y + h} \right) \quad (32)$$

2.3 孔隙水压力解析解

在二维稳态渗流情况下, 动能水头近乎为 0, 流速结果可通过对式(30) ~ (32)求梯度得到, 根据伯努利方程, 则孔隙水压力 $p(x, y)$ 用总水头 $H(x, y)$ 表示可写为

$$p(x, y) = \gamma_w [H(x, y) - y] \quad (33)$$

$$z = x + iy = \begin{cases} iA \frac{e^\xi + 1}{e^\xi - 1}, \text{①区域} \\ -i \frac{r_3}{\alpha_1} e^\xi - hi, \text{②区域} \\ -i \frac{r_2}{\alpha_2} e^\xi - hi, \text{③区域} \end{cases} \quad (29)$$

将式(28)代入总水头解析式(25) ~ (27)可得图 1 地面区域的总水头解析解:

根据式(30) ~ (33), 可得孔隙水压力解析解为

$$p(x, y) = \begin{cases} \gamma_w [H_1(x, y) - y], \text{区域①} \\ \gamma_w [H_2(x, y) - y], \text{区域②} \\ \gamma_w [H_3(x, y) - y], \text{区域③} \end{cases} \quad (34)$$

2.4 渗漏水位置渗流量解析解

由保角变换式(1)、(2)的性质可知, 图 1 中隧

道衬砌内边界的涌水量及地表的涌水量分别与图 2 中最右方 $\xi o\eta$ 矩形区域左边长的涌水量及右边长的涌水量对应相等,故可在图 2 的 $\xi o\eta$ 矩形区域中进行涌水量的求解。

图 2 的 $\xi o\eta$ 矩形区域中区域③ $\xi = u_3$ 边的水力梯度及区域① $\xi = 0$ 边的水力梯度分别为

$$J_3 |_{\xi=u_3} = \frac{\partial H_3(\xi, \eta)}{\partial \xi} |_{\xi=u_3} = D_1 + (D_{31} \sinh u_3 + D_{41} \cosh u_3) \cos \eta \quad (35)$$

$$J_1 |_{\xi=0} = \frac{\partial H_1(\xi, \eta)}{\partial \xi} |_{\xi=0} = B_1 + (B_{31} \sinh u_3 + B_{41} \cosh u_3) \cos \eta \quad (36)$$

相应的涌水量为

$$q_3 = -2k_3 \int_0^\pi \frac{\partial H_3(\xi, \eta)}{\partial \xi} |_{\xi=u_3} d\eta = \frac{-2\pi(H_1 + h)}{\frac{1}{k_3}(u_2 - u_3) + \frac{-u_2 + u_1}{k_2} - \frac{u_1}{k_1}} \quad (37)$$

$$q_1 = -2k_1 \int_0^\pi \frac{\partial H_1(\xi, \eta)}{\partial \xi} |_{\xi=0} d\eta = \frac{-2\pi(H_1 + h)}{\frac{1}{k_3}(u_2 - u_3) + \frac{-u_2 + u_1}{k_2} - \frac{u_1}{k_1}} \quad (38)$$

由图 1 模型的物理性质可知,隧道衬砌内边界涌水量 q_1 与地表全范围内涌水量 q_3 的绝对值应相等,这一点也在式(37)、(38)的计算结果中得到了验证,故下文涌水量 q_1 和 q_3 均简化为涌水量 Q 。

3 解析解的验证

3.1 解析结果与数值结果对比验证

为验证本文解析解推导及编程结果的正确性,

利用 ABAQUS 有限元软件建立与图 1 解析模型几何、材料渗流特性及渗流边界完全相同的数值模型,如图 3 所示。在 ABAQUS 中根据模型的对称性只建立模型的右半部分进行分析,该半模型的尺寸参考文献[25]中的数值模型宽 \times 高 = 100 m \times 60 m。由图 1 模型的对称性可知隧道竖直的中轴线处不透水,且图 3 模型右竖直边及下水平边均不透水(即假定 1)中的无穷远处不透水)。在有限元建模过程中采用文献[25]中的浅埋隧道渗流及几何参数: $H_1 = 0$ m, $h = 15$ m, $r_1 = 2.75$ m, $r_2 = 3.1$ m, $r_3 = 3.2$ m, $k_1 = 10^{-9}$ m/s, $k_2 = 10^{-10}$ m/s, $k_3 = 10^{-11}$ m/s。在隧道衬砌及注浆圈材料边界处加密网格控制点来得到更为精确的局部区域水头及水压力数值解,所建立的 ABAQUS 二维渗流模型结点总数为 1 064,单元总数为 990,采用线性四边形单元 CPS4R 来进行模型的结构化网格划分。将 ABAQUS 数值计算结果与对应工况下的水头及水压力解析结果进行对比如图 4 所示。

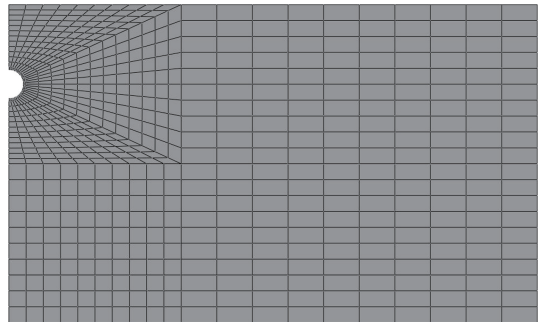


图 3 含衬砌及注浆圈隧道全断面渗漏的 ABAQUS 模型

Fig. 3 ABAQUS model of a full sectional leakage lined tunnel with grouting ring

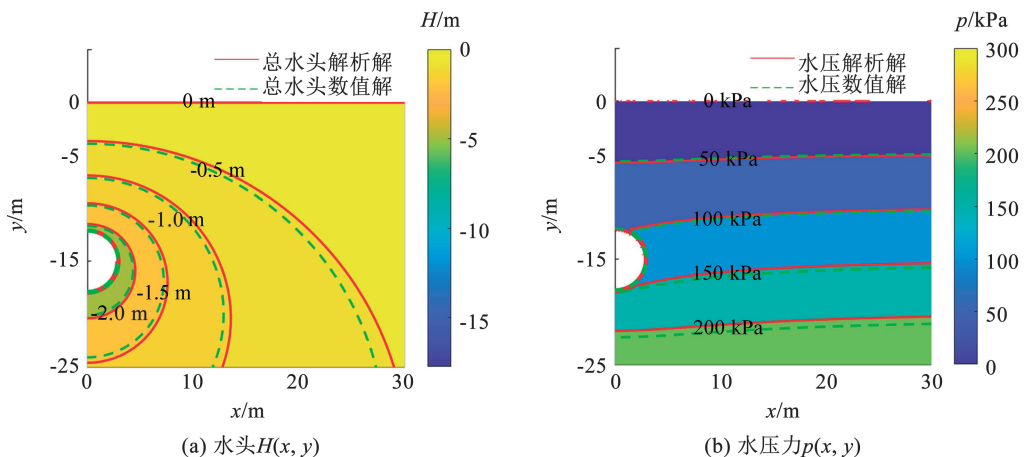


图 4 水头及水压力解析结果与 ABAQUS 数值结果对比

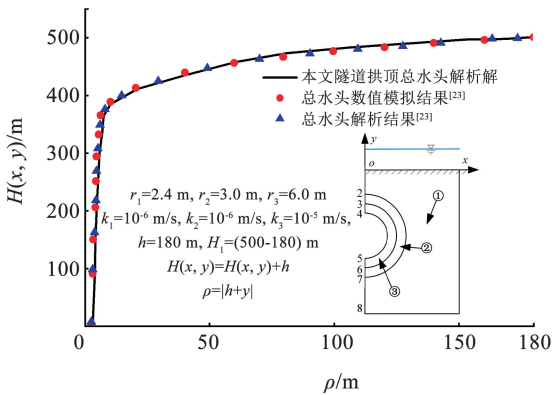
Fig. 4 Comparison results between this analytical solution and numerical data by ABAQUS

由图 4 可知, 水头及水压力的解析结果与 ABAQUS 数值模拟结果吻合较好, 验证了解析解的正确性。对比点越远离隧道衬砌内边界或者距离地表越远, 水头的相对误差越大, 其中在距离隧道拱底 5 m 处的水头相对误差达到了 1.2%。而对比点距离地表越远, 水压力对比的相对误差越大, 其中在距离隧道拱底 5 m 处的水头相对误差达到了 1.6%。该误差是由于图 3 模型的边界效应引起的, 因本文解析解是将达西定律应用在隧道渗流场中的严格显式解析解, 且水头解析结果式 (30) ~ (32) 及水压力解析结果式 (34) 并未包含无穷级数, 不存在级数误差截取精度的问题。

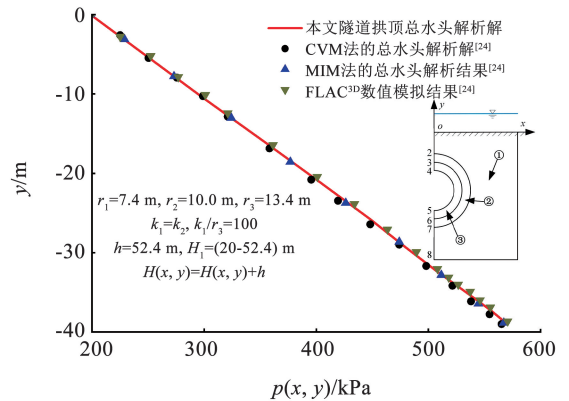
3.2 解析结果与已有文献数据对比验证

将本文隧道竖直中轴线处水头或水压力解析解分别与文献[23]、文献[24]及文献[25]中隧道模型

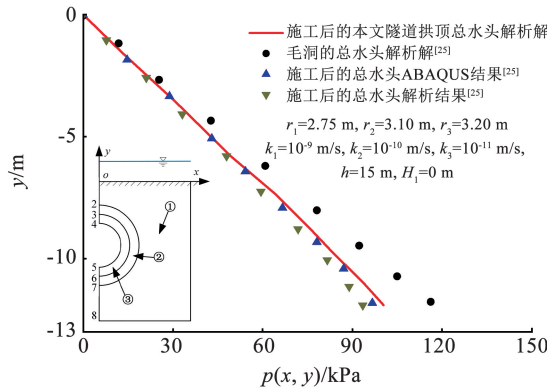
特定区域的水头或水压力解析结果进行对比, 如图 5 所示。对比所用到的隧道模型数据均已在图 5(a) ~ 5(c) 中进行了标注, 其中文献[23]中分析的是深埋各向异性渗流隧道, 且其隧道内衬砌处总水头为 0 m, 为进行对比, 选取本文隧道模型的埋深为 $h = 180$ m, 并在本文解析计算过程中用地表水头减去隧道中心的位置水头, 并在最后的每处计算结果加上隧道中心的位置水头以便于对比分析; 文献[24]则运用镜像法针对厦门翔安海底隧道 F4 号风化通道进行了 CVM 及 MIM 两种方法的渗流场解析, 其隧道衬砌内边界处总水头仍为 0 m, 故采取和处理文献[23]中水头相似的处理方式; 文献[25]针对隧道支护施加前后的工况分别进行了水土耦合计算, 其隧道衬砌内边界水头均为隧道中心位置水头。



(a) 与文献[23]的水头对比 $H(x, y)$



(b) 与文献[24]的水压力对比 $p(x, y)$



(c) 与文献[25]的水压力对比 $p(x, y)$

图 5 本文解析结果与已有文献数据对比

Fig. 5 Comparison results between this analytical solution and existing literature data

在图 5(a) 的对比过程中, 已选取文献[23]中土体竖直和水平方向渗透系数相等的工况对应的数据来进行对比。由图 5(a) ~ 5(c) 的对比结果可知, 解析结果与对应文献工况下的数据吻合较好, 这验证了解析解的正确性及适用性。其中图 5(a) 中衬砌及注浆圈内的水力梯度远远大于外部土体的水力梯

度, 图 5(b)、5(c) 中隧道拱顶水压力与埋深近似为线性关系, 其中图 5(c) 中隧道衬砌及注浆圈施工前拱顶的初始孔隙水压力均大于开挖后的孔隙水压力, 随着埋深的增加, 孔隙水压力差值越大, 而隧道开挖后本文的水压解析结果均略微大于文献[25]中的水压解析结果及 ABAQUS 水压数值模拟结果。

4 参数分析

4.1 模型几何参数的影响

在文献[25]中隧道模型数据的基础上,分别将

不同隧道埋深 h 、不同隧道衬砌厚度($r_2 - r_1$)及不同注浆圈厚度($r_3 - r_2$)对应的隧道衬砌外部水压进行对比如图 6(a)~6(c)所示,同时将不同自变量变化时对应的隧道衬砌涌水量 Q 进行对比如图 7 所示。

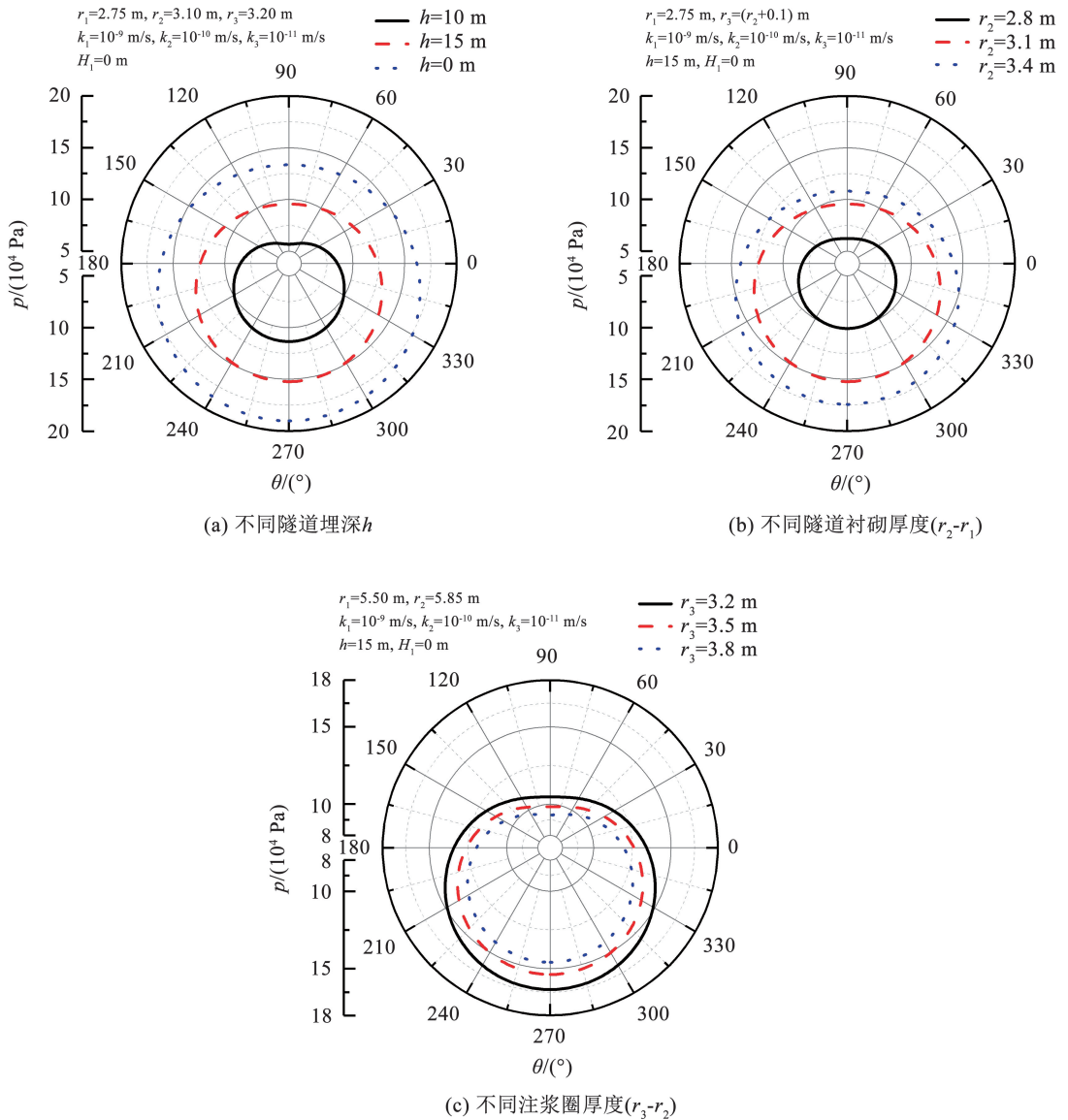


图 6 本文解析解的几何参数对隧道衬砌外部水压力分布的影响

Fig. 6 Influence of geometrical parameters of this analytical solution on distribution pattern of water pressure outside tunnel lining

由图 6 可知,随着隧道埋深的增加、衬砌厚度的增加以及注浆圈厚度的减小,隧道衬砌外部水压全方位增加,其中隧道衬砌外部拱顶的水压一直最小,衬砌外部拱底的水压一直最大,随着通过衬砌外部分析点与隧道中心的直线与通过隧道中心的竖线的夹角增加,水压力单调递增。其中,隧洞衬砌外部孔隙水压力对隧道埋深的敏感性最强,隧道埋深与隧道衬砌内径的比值 h/r_1 每增加 1 倍,隧道拱顶水压力增加 $0.73\gamma_w r_1$ 左右;而隧洞衬砌外部孔隙水压力对隧道注浆圈厚度的敏感性最低,隧道注浆圈外径与衬砌内径的比值 r_3/r_1 每增加 0.1 倍,隧道拱顶水

压力增加 $0.15\gamma_w r_1$ 左右。故针对于埋深大高压的隧道,合理地增加注浆圈的厚度及减小隧道衬砌的厚度能有效降低隧道衬砌外部的高水压。

由图 7 可知,随着隧道埋深的增加、隧道衬砌厚度的减小以及注浆圈厚度的减小,隧道衬砌涌水量均不断增加,其中隧道衬砌涌水量 Q 与埋深 h 之间近似呈现线性关系,隧道埋深与隧道衬砌内径的比值 h/r_1 每增加 1 倍, $Q/(k_1 r_1)$ 增加 0.07 左右。而随着隧道衬砌厚度及注浆圈厚度的不断减小,衬砌涌水量 Q 的增加速率逐渐变大。

综合图 6、7 的分析可知,隧道埋深的增加及注

浆圈厚度的减小会增加衬砌外部水压力,同时会增加衬砌涌水量,而衬砌厚度的减小则会降低衬砌外部孔隙水压力,但是会增加衬砌涌水量,这为控制衬

砌水压及涌水量的隧道工程提供了衬砌和注浆圈的尺寸参考。

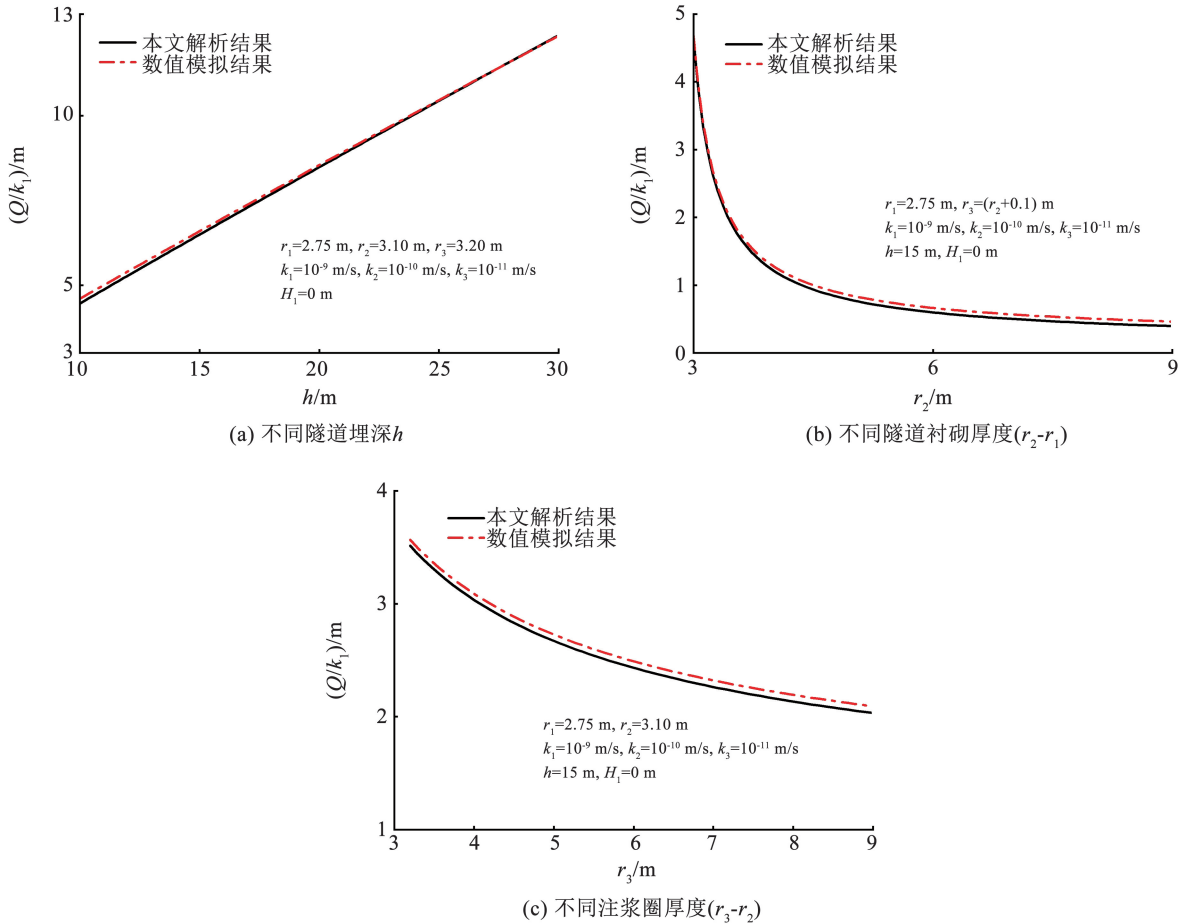


图 7 本文解析解的几何参数对隧道衬砌渗流量的影响

Fig. 7 Influence of geometrical parameters of this analytical solution on water influx of tunnel lining

4.2 不同介质渗透性的影响

在文献[25]中隧道模型数据的基础上,分别将不同土体渗透系数 k_1 、不同注浆圈渗透系数 k_2 及不同衬砌渗透系数 k_3 对应的隧道衬砌外部水压进行对比,如图 8 所示,同时将不同自变量变化时对应的隧道衬砌涌水量 Q 进行对比,如图 9 所示。

由图 8 可知,随着土体渗透系数的增加、注浆圈渗透系数的增加以及衬砌渗透系数的减小,隧道衬砌外部水压全方位增加。其中,隧洞衬砌外部孔隙水压力对土体渗透系数 k_1 的敏感性最高, k_1 每增加 1 倍,隧道拱顶水压力增加 $0.36\gamma_w r_1$ 左右;而隧洞衬砌外部孔隙水压力对注浆圈渗透系数 k_2 的敏感性最低, k_2 每增加 1 倍,隧道拱顶水压力只增加 $0.04\gamma_w r_1$ 左右。故针对衬砌外部处于高水压状态的隧道,合理地选取渗透系数低的注浆圈材料、选取渗透系数高的衬砌材料及通过注浆加固、夯实等工程措施加固土体以减小其渗透系数能有效降低隧道衬砌外

部的高水压。

由图 9 可知,随着土体渗透系数的增加、注浆圈渗透系数的增加以及衬砌渗透系数的增加,隧道衬砌涌水量均不断增加,其中随着衬砌渗透系数数量级的增加,衬砌涌水量 Q 的增加速率变大,而随着土体渗透系数及注浆圈渗透系数数量级的增加,衬砌涌水量 Q 的增速逐渐变小。由图 9(a) ~ 9(c) 的对比可知,在数量级减小相同的情况下,衬砌渗透系数的减小对衬砌涌水量 Q 的控制效果更为显著。

综合图 8、9 的分析可知,土体渗透系数的增加及注浆圈渗透系数的增加均会增加隧道衬砌外部水压及衬砌涌水量,而衬砌渗透系数的增加则会降低衬砌外部孔隙水压力,但会增加衬砌涌水量,这为隧道工程的防渗减压设计提供了衬砌、注浆圈及土体的渗透特性影响参考。

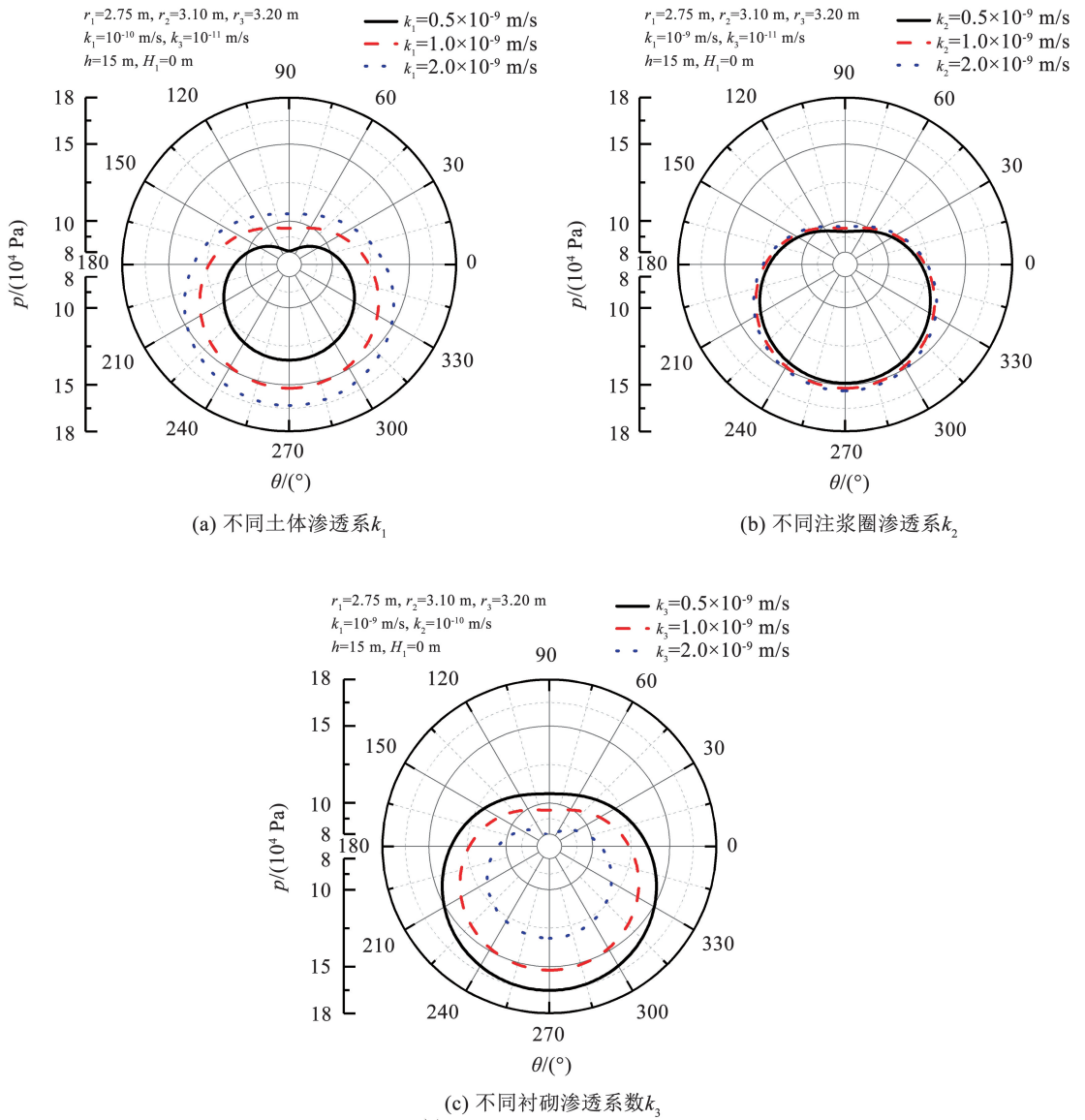
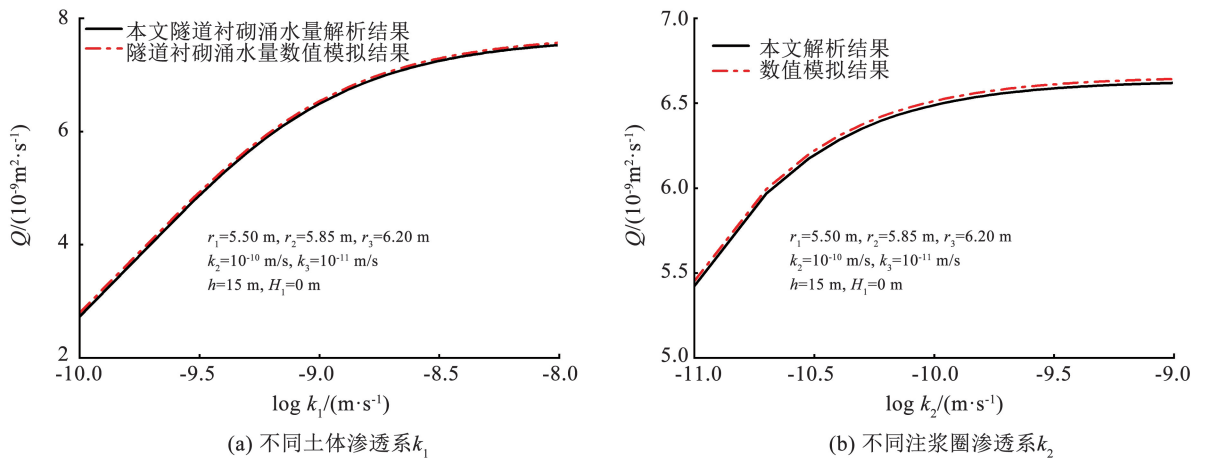


图 8 本文解析解的渗透性参数对隧道衬砌外部水压力分布的影响

Fig. 8 Influence of permeability parameters of this analytical solution on water influx of tunnel lining



(a) 不同土体渗透系 k_1

(b) 不同注浆圈渗透系 k_2

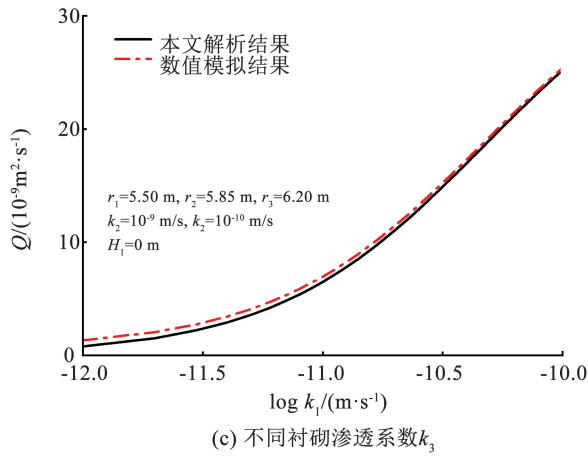


图 9 本文解析解的渗透性参数对隧道衬砌渗流量的影响

Fig. 9 Influence of permeability parameters of this analytical solution on water influx of tunnel lining

5 结 论

本文提出了一种新的适用于衬砌和注浆圈的保角变换方法,并结合分离变量法及三角函数的正交性得出了含衬砌及注浆圈隧道全断面渗漏的总水头及水压力显式解析解。以下是本研究的主要结论:

1) 将本文解析结果与 ABAQUS 数值模拟结果及已有文献数据进行了对比验证,发现均吻合较好,验证了解析解的正确性。该解析解可用于地表不同水位时隧道运营阶段的围岩水头及水压力预测。

2) 对解析解进行参数分析,发现隧道埋深的增加及注浆圈厚度的减小均会增加衬砌外部水压力,同时会增加衬砌涌水量,而衬砌厚度的减小则会降低衬砌外部孔隙水压力,但是会增加衬砌涌水量。土体渗透系数的增加及注浆圈渗透系数的增加均会增加隧道衬砌外部水压及衬砌涌水量,而衬砌渗透系数的增加则会降低衬砌外部孔隙水压力,但会增加衬砌涌水量。

3) 衬砌外部水压力对土体渗透性及渗流量对隧道埋深的敏感性均不可忽视。土体渗透系数每增加 1 倍,隧道拱顶水压力增加 0.36 倍水重度与衬砌内径的乘积;而隧道埋深与隧道衬砌内径的比值每增加 1 倍,单位纵向长度的隧道衬砌渗流量与土体渗透系数和衬砌内径乘积的比值增加 0.07 左右。

此外,该解析解不含无穷级数,且在 MATLAB 软件上编程后实现只需 0.5 s 左右的时间,计算效率较高。该解析思路同时可以为类似边界条件下的隧道温度场分析及相应渗流工况下的渗流应力耦合分析提供参考,具有一定的科研价值及工程应用价值。本研究也存在一定的不足之处,如只考虑了衬

砌内边界零孔压的渗流工况,无法考虑多个衬砌内壁上排水孔布置及隧道非稳态渗流场演变的工况。

参考文献

- [1] RUSSELL H A, BRAIN P E, ISKE J. The control of groundwater in underground structures[J]. North American Tunneling, 2000, 10: 589
- [2] 余俊, 李东凯. 隧道拱顶渗漏稳态渗流场的解析研究[J]. 浙江大学学报(工学版), 2024, 58(4): 838
YU Jun, LI Dongkai. Analytical study of steady state seepage field of tunnel vault leakage[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2024, 58(4): 838
- [3] SHIN H S, YOUN D J, CHAE S E, et al. Effective control of pore water pressures on tunnel linings using pin-hole drain method[J]. Tunneling and Underground Space Technology, 2009, 24: 555
- [4] MI Bo, XIANG Yanyong. Model experiment and calculation analysis of excavation-seepage stability for shallow shield tunneling in sandy ground[J]. Rock and Soil Mechanics, 2020, 41(3): 837
- [5] SHI Chenghua, CAO Chengyong, LEI Mingfeng, et al. Sealant performance test and stress-seepage coupling model for tunnel segment joints[J]. Arabian Journal for Science and Engineering, 2019, 44: 4201
- [6] IVARS D M. Water inflow into excavations in fractured rock—a three-dimensional hydro-mechanical numerical study[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2006, 43(5): 705
- [7] WU Chuangzhou, HONG Yi, CHEN Qingsheng, et al. A modified optimization algorithm for back analysis of properties for coupled stress-seepage field problems [J]. Tunneling and Underground Space Technology, 2019, 94: 103040
- [8] ZHOU Wenfeng, LIAO Shaoming, MEN Yangqing. A fluid-solid coupled modeling on water seepage through gasketed joint of segmented tunnels [J]. Tunneling and Underground Space Technology incorporating Trenchless Technology Research, 2021, 114: 104008
- [9] WONGSAROJ J, SOGA K, MAIR R J. Tunneling-induced consolidation settlements in London Clay[J]. Geotechnique, 2013, 63(13), 1103
- [10] LEE I M, NAM S W. Effect of tunnel advance rate on seepage

- forces acting on the underwater tunnel face [J]. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2004, 19(3): 273
- [11] HARR M E. *Groundwater and Seepage* [M]. New York: McGraw-Hill, 1962
- [12] PARK K H, OWATSIRIWONG A, LEE J G. Analytical solution for steady-state groundwater inflow into a drained circular tunnel in a semi-infinite aquifer: a revisit [J]. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2008, 23(2): 206
- [13] ARJNOI P, JEONG J H, KIM C Y, et al. Effect of drainage conditions on porewater pressure distributions and lining stresses in drained tunnels [J]. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2009, 24(4): 367
- [14] EI T M. Circular tunnel in a semi-infinite aquifer [J]. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2003, 18(1): 4
- [15] 贺志军, 莫海强, 邹金锋, 等. 水下椭圆形隧道稳定渗流的近似解 [J]. *铁道科学与工程学报*, 2019, 16(9): 2265
HE Zhijun, MO Haiqiang, ZOU Jinfeng, et al. Approximate analytical solutions for steady seepage into an underwater elliptical tunnel [J]. *Journal of Railway Science and Engineering*, 2019, 16(9): 2265
- [16] LI L, CHEN H H, LI J P, et al. A semi-analytical solution to steady-state groundwater inflow into a circular tunnel considering anisotropic permeability [J]. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2021, 116: 104115
- [17] HUANGFU M, WANG M S, TAN Z S. Analytical solutions for steady seepage into an underwater circular tunnel [J]. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2010, 25(4): 391
- [18] 潘以恒, 罗其奇, 周斌, 等. 半无限平面含注浆圈深埋隧道渗流场解析研究 [J]. *浙江大学学报(工学版)*, 2018, 52(6): 1114
PAN Yiheng, LUO Qiqi, ZHOU Bin, et al. Analytical study on seepage field of deep tunnel with grouting circle in half plane [J]. *Journal of Zhejiang University (Engineering Science)*, 2018, 52(6): 1114
- [19] 应宏伟, 朱成伟, 龚晓南. 考虑注浆圈作用水下隧道渗流场解析解 [J]. *浙江大学学报(工学版)*, 2016, 50(6): 1018
YING Hongwei, ZHU Chengwei, GONG Xiaonan. Analytical solution on seepage field of underwater tunnel considering grouting circle [J]. *Journal of Zhejiang University (Engineering Science)*, 2016, 50(6): 1018
- [20] 朱成伟, 应宏伟, 龚晓南. 任意埋深水下隧道渗流场解析解 [J]. *岩土工程学报*, 2017, 39(11): 1984
ZHU Chengwei, YING Hongwei, GONG Xiaonan. Analytical solutions for seepage fields of underwater tunnels with arbitrary burial depth [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2017, 39(11): 1984
- [21] 李杰, 莫海强. 考虑注浆圈情况下的任意形状隧道渗流场研究 [J]. *铁道科学与工程学报*, 2020, 17(5): 1228
LI Jie, MO Haiqiang. Study on seepage into arbitrary shape tunnel considering grouting ring [J]. *Journal of Railway Science and Engineering*, 2020, 17(5): 1228
- [22] 梁昆森. *数学物理方法* [M]. 北京: 高等教育出版社, 2020
- [23] CHEN Qizhi, LIANG Luju, ZOU Baoping, et al. Analytical solutions of a steady seepage field for deep-buried tunnel with grouting ring considering anisotropic flow [J]. *Marine Science and Engineering*, 2022, 10: 1861
- [24] LI Pengfei, WANG Fan, LONG Yingying, et al. Investigation of steady water inflow into a subsea grouted tunnel [J]. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2018, 80: 92
- [25] ZHANG D M, HUANG Z K, YIN Z Y, et al. Predicting the grouting effect on leakage-induced tunnels and ground response in saturated soils [J]. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2017, 65: 76

(上接第 32 页)

- [29] LEONG E C, HE L, RAHARDJO H. Factors affecting the filter paper method for total and matric suction measurements [J]. *Geotechnical Testing Journal*, 2002, 25(3): 326. DOI: 10.1520/GTJ11094J
- [30] FREDLUND D G, RAHARDJO H. *Soil mechanics for unsaturated soils* [M]. New York: John Wiley & Sons, 1993
- [31] NG C W W, SADEGHI H, HOSSEN S K B, et al. Water retention and volumetric characteristics of intact and re-compacted loess [J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2016, 53(8): 1262. DOI: 10.1139/cgj-2015-0364
- [32] NG C W W, ZHAN Liantong, CUI Yujun. A new simple system for measuring volume changes in unsaturated soils [J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2002, 39(3): 761. DOI: 10.1139/t02-015
- [33] CHEN Ke, LIANG Fayun, WANG Chen. A fractal hydraulic model for water retention and hydraulic conductivity considering adsorption and capillarity [J]. *Journal of Hydrology*, 2021, 602: 126763. DOI: 10.1016/j.jhydrol.2021.126763
- [34] NG C W W, AKINNIYI D B, ZHOU Chao. Experimental study of hydromechanical behaviour of a compacted lateritic sandy lean clay [J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2020, 57(11): 1698. DOI: 10.1139/cgj-2019-0301
- [35] ALONSO E E, ITURRALDE E F O, ROMERO E E. *Dilatancy of coarse granular aggregates* [C]//*Experimental Unsaturated Soil Mechanics*. Berlin: Springer Heidelberg, 2007: 126
- [36] HIGO Y, OKA F, KIMOTO S, et al. Study of strain localization and microstructural changes in partially saturated sand during triaxial tests using microfocus X-ray CT [J]. *Soils and Foundations*, 2011, 51(1): 103. DOI: 10.3208/sandf.51.95
- [37] ALSHERIF N A, MCCARTNEY J S. Thermal behaviour of unsaturated silt at high suction magnitudes [J]. *Géotechnique*, 2015, 65(9): 710. DOI: 10.1680/geot.14.P.049
- [38] LUO Ting, CHEN Dong, YAO Yangping, et al. An advanced UH model for unsaturated soils [J]. *Acta Geotechnica*, 2020, 15(1): 147. DOI: 10.1007/s11440-019-00882-y