

DOI:10.11918/202402028

# 组合梁斜拉桥主梁虚拟双层梁模型

陈常松, 卢风越, 黄 蓁, 颜东煌, 余勤聪, 许 巧

(长沙理工大学 土木工程学院, 长沙 410114)

**摘要:** 为准确模拟钢混组合斜拉桥混凝土桥面板和钢主梁的相互作用和二者之间因混凝土收缩徐变而导致的内力重分配, 首先根据组合截面的内力分配特点和基于混凝土收缩徐变的增量递推算算法开发了一种连续组合的新型组合梁单元-虚拟双层梁单元, 然后采用三跨连续梁和赤壁长江公路大桥工程对该新型单元进行了验证分析和工程应用, 并与工程常用的实际双层梁单元进行了比较研究。结果表明: 虚拟双层梁模型计算结果与实测数据吻合较好, 且相较于实际双层梁模型, 单元数量可减少约 67%, 计算速度提高约 40%。该新型单元既具有较高的计算精度又能够减少主梁单元数量, 实现了钢梁与桥面板界面之间的连续组合, 不仅能精确模拟混凝土桥面板的收缩徐变效应, 还可模拟钢梁与桥面板的分阶段施工过程, 为组合结构提供了一种精度较高的改进钢混组合梁模拟方法。

**关键词:** 组合梁; 斜拉桥; 收缩徐变; 有限元; 虚拟双层梁单元

中图分类号: U441

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2025)07-0119-13

## Virtual double-layer beam element model of main beam of composite beam cable-stayed bridge

CHEN Changsong, LU Fengyue, HUANG Gen, YAN Donghuang, SHE Qincong, XU Qiao

(School of Civil Engineering, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410114, China)

**Abstract:** In order to accurately simulate the interaction between concrete deck slabs and steel girders of steel-concrete cable-stayed bridges and the redistribution of internal forces between the two due to the shrinkage and creep of concrete, according to the internal force distribution characteristics of the composite cross-section and the concrete shrinkage and creep recursive algorithm, a new type of continuous composite girder virtual double-layer beam element was developed. Then the new element was validated and analyzed by using three-span continuous girders and the Chibi Yangtze River Highway Bridge project, with a comparative study conducted against the actual double-layer element commonly used in engineering. The results show that the calculation results of the virtual double-layer beam model are in good agreement with the measured data, and the number of elements can be reduced by about 67% and the calculation speed can be improved by about 40% compared with the actual double-layer model. The new element exhibits high computational accuracy while significantly reducing main girder elements count. It realizes the continuous composition between the interface of steel girder and bridge deck, accurately simulates the shrinkage and creep effects of concrete bridge deck, and also simulates the construction process of steel girder and bridge deck in stages, which provides an improved steel-concrete composite beam simulation method of high accuracy for the composite structure.

**Keywords:** composite girder; cable-stayed bridge; shrinkage and creep; finite element; virtual double-layer beam element

钢混组合梁结构由于充分利用了混凝土的抗压性能以及钢材的抗拉性能, 具有自重轻、造价低、跨越能力大等优点<sup>[1-2]</sup>, 因此, 在中小跨径桥梁结构中被大量使用<sup>[3-4]</sup>, 在大跨度斜拉桥中也应用越来越广泛<sup>[5]</sup>。

由于组合梁斜拉桥的主梁构造特点与形成过程

比较复杂, 且桥面板与钢主梁的受力与变形会互相影响, 导致钢混组合梁的受力状态非常复杂。因此, 准确模拟桥面板和钢梁的相互作用是组合梁斜拉桥计算中的一个关键问题。不少学者针对组合梁的有限元计算理论进行了研究, 文献[6]提出了一种双层梁的有限元分析方法, 并考虑了剪力连接件的滑

收稿日期: 2024-02-28; 录用日期: 2024-03-29; 网络首发日期: 2025-06-04

网络首发地址: <https://link.cnki.net/urlid/23.1235.T.20250605.1553.004>

基金项目: 国家自然科学基金(52278143, 52278141)

作者简介: 陈常松(1972—), 男, 教授, 博士生导师

通信作者: 黄 蓁, 37679609@qq.com

移效应;文献[7]提出了一种基于力的组合梁单元,该单元由两个梁单元组成,其横截面内力近似于三次插值函数;文献[8]提出了一种基于位移的钢-混凝土柔性剪切连接组合梁有限元分析模型。目前对组合梁的有限元计算比较多的是采用所谓实际双层梁的模型,即将桥面板和钢梁分别模拟成带刚臂的上下两层单元连接在共同的首末结点上(可称为实际双层梁模型)<sup>[9-11]</sup>。实际双层梁模型的实现比较简单,但该模型也有其固有缺陷,首先由于实际双层模型中桥面板和钢梁仅在结点处进行离散式组合而非界面连续组合,仅当结点密集时离散组合才接近于连续组合<sup>[12]</sup>,其计算精度会受到单元长度大小的影响,所以当采用实际双层梁模型计算组合梁斜拉桥时为提高计算精度需要大量的单元,而这将非常严重地影响组合梁斜拉桥的计算效率和限制其计算规模;其次其结点之间组合界面上的剪力为零而理论上该界面上是有剪力传递的;最后上下层单元之间的内力分配规律也与换算截面理论不完全相符。另外,在计入混凝土收缩徐变效应时,该荷载效应的计算更是差异显著。因此,实际双层单元模型的精度存在一些无法弥补的缺陷。当然在不计混凝土收缩徐变效应时,也可采用以换算截面计算单元参数的换算单元来模拟组合梁,但这种模型在模拟组合梁分阶段形成时也不方便。文献[13]建立了一种单元,将表征结构受力状态的量值具体到结合部的混凝土板和钢主梁上,并在软件中采用“分-合-分”的输入输出方式,能较准确地考虑组合梁的结构特点和施工过程,但其对混凝土收缩徐变荷载的计算并没有采用高效的增量递推算法。传统的商业软件如 ANSYS 和 MIDAS,也不能采用收缩徐变递推算法计入组合梁桥面板的收缩徐变,甚至模拟钢梁和桥面板分阶段施工过程也不简单方便。

本文针对上述问题,根据组合截面的内力分配特点和混凝土收缩徐变递推算法研制了一种连续组合的新型组合梁单元模型(以下简称“虚拟双层梁单元”)。该组合梁单元模型的基本思路是:在输入和输出组合梁单元信息时按上下两层单元分别进行,上下两层单元共用首末结点;在建立和求解总刚度方程时,将钢混凝土组合梁换算为具有同一材料单元,在得到换算截面的杆端抗力后再根据内力分配理论分配到上下两层单元上,然后分别计算上下两层单元的累计内力和应力。混凝土收缩徐变荷载计算部分则是将混凝土徐变系数化为指数函数形式并采用递推方式得到混凝土收缩徐变等效荷载。在本文最后采用三跨连续梁模型和赤壁长江公路大桥工程实例对该新型单元的计算精度及准确性进行验证,并

与工程常用的实际双层单元进行对比计算,比较二者在工程计算中的差别。

## 1 虚拟双层梁单元计算理论

### 1.1 计算基本假定

本文提出的虚拟双层梁单元基本假定如下:1)组合梁的钢材和混凝土均为线弹性材料;2)桥面板与钢梁之间具有可靠的连接,相对滑移很小,可忽略不计,即上下层之间为刚性连续组合;3)桥面板与钢梁组成的组合截面变形符合平截面假定;4)桥面板与钢梁之间的结合面只有剪力而无横向正应力。

对于施工与运营阶段的组合梁斜拉桥,上述假定基本符合实际情况。

### 1.2 组合梁内力分配理论

设组合梁的上层为混凝土桥面板,下层为钢梁,则钢混凝土组合梁横截面如图 1 所示。设  $A_c$ 、 $A_s$  分别为桥面板和钢梁截面的面积, $I_c$ 、 $I_s$  分别为截面惯性矩, $E_c$ 、 $E_s$  分别为混凝土和钢材的弹性模量。如果把混凝土截面用等效的钢截面代替,则组合截面成为材料性质一致的截面,此时称为换算截面,其面积和惯性矩分别为  $A_i$ 、 $I_i$ 。

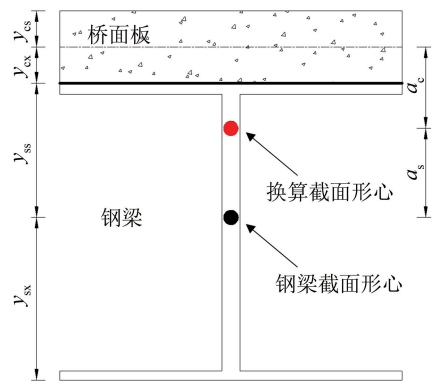


图 1 钢-混组合梁截面示意图

Fig. 1 Section diagram of steel-concrete composite beams

$$\begin{cases} A_i = A_s + \frac{A_c}{n} \\ I_i = I_s + \frac{A_c}{n} a_s^2 + A_i a_s a_c \end{cases} \quad (1)$$

式中: $n = E_s/E_c$ ,即钢材与混凝土的弹性模量比; $a_s$ 、 $a_c$ 分别为换算截面形心至钢梁和桥面板形心之间的距离。

根据上述假定及截面内力合成原理可得钢-混组合梁各截面的内力分配关系。若已知整个换算截面上的轴向力  $N$  和弯矩  $M$ ,则可将其分配为作用在钢梁形心处的钢梁轴力  $N_s$  与桥面板形心处的桥面板轴力  $N_c$ ,以及混凝土单元两端的剪力  $Q_c$  和弯矩  $M_c$  与钢梁单元两端的剪力  $Q_s$  和弯矩  $M_s$ 。由此,桥

面板和钢梁分配的轴力、剪力和弯矩分别为

$$\begin{cases} N_c = N \frac{A_c}{nA_i} + M \frac{A_i a_c a_s}{I_i a} \\ N_s = N \frac{A_s}{A_i} - M \frac{A_i a_c a_s}{I_i a} \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} Q_{ci} = \frac{M_{ci} + M_{cj} - (N_{ci} + N_{cj}) y_{cx}}{L} \\ Q_{si} = \frac{M_{si} + M_{sj} - (N_{si} + N_{sj}) y_{ss}}{L} \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} M_c = M \times \frac{I_c}{nI_i} \\ M_s = M \times \frac{I_s}{I_i} \end{cases} \quad (4)$$

式中:  $N_{ci}$ 、 $N_{cj}$ 、 $N_{si}$ 、 $N_{sj}$ 、 $Q_{ci}$ 、 $Q_{si}$ 、 $M_{ci}$ 、 $M_{cj}$ 、 $M_{si}$ 、 $M_{sj}$  分别

为桥面板和钢梁单元两端内力,  $L$  为单元长度。

在组合梁斜拉桥的施工全过程模拟计算中, 桥面板和钢梁的每个工况的内力由之前每个计算工况分配到的内力增量而累加形成的。

### 1.3 组合截面的混凝土收缩徐变等效荷载

#### 1.3.1 组合梁上下两层单元的受力模型

根据前述组合梁的计算假设, 上层混凝土桥面板可视为在结点力和界面剪力共同作用下的梁, 并将界面剪力当成作用在桥面板上的纵向均布荷载处理。假设某一时刻结构的内力已知, 设桥面板单元两端的内力分别为  $N_{ci}$ 、 $Q_{ci}$ 、 $M_{ci}$ 、 $N_{cj}$ 、 $Q_{cj}$ 、 $M_{cj}$ , 则由桥面板单元的纵向平衡可得界面之间的切向力  $Q_{ij} = N_{ci} + N_{cj}$ , 如图 2 所示。

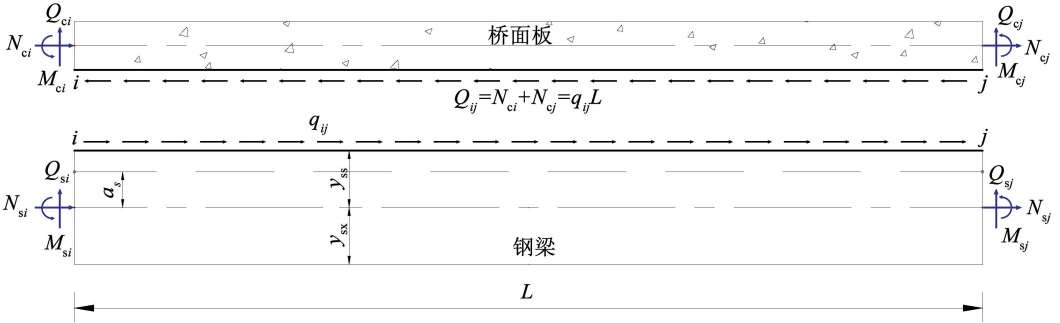


图 2 上层单元(桥面板)和下层单元(钢梁)的受力平衡图

Fig. 2 Force equilibrium of upper element (bridge deck) and lower element (steel girder)

#### 1.3.2 混凝土桥面板的徐变等效结点荷载的递推公式

将混凝土徐变系数化为指数函数形式采用递推方式得到混凝土收缩徐变等效荷载可以避免记录梁单元的应力历程, 节省大量的计算存储空间, 是一种比较高效而精确的混凝土收缩徐变算法, 在大跨度斜拉桥的施工全过程计算中尤其适用<sup>[14-15]</sup>。基于初应变原理,  $\Delta\varepsilon_i$  在  $\Delta t_{n+1}$  ( $t_n \sim t_{n+1}$ ) 时间内产生的徐变应变  $\Delta\varepsilon_{ci}$  为

$$\Delta\varepsilon_{ci} = \Delta\varepsilon_i \Delta\varphi(t_{n+1}, \tau_i) = \mathbf{D}^{-1} \Delta\sigma_i \Delta\varphi(t_{n+1}, \tau_i) \quad (5)$$

在  $\Delta t_{n+1}$  时间内, 忽略结构的应力和材料常数变化的影响, 则  $\Delta t_{n+1}$  时间内徐变增量为

$$\Delta\varepsilon_{ci} = \sum_{i=0}^n \Delta\varepsilon_{ci} = \sum_{i=0}^n \mathbf{D}^{-1} \Delta\sigma_i \Delta\varphi(t_{n+1}, \tau_i) \quad (6)$$

将  $\Delta\varepsilon_c^{n+1}$  作为初应变, 计算其等效结点荷载增量, 将其作用在时段  $\Delta t_{n+1}$  末, 由初应变等效结点荷载公式, 单元的等效结点荷载增量有:

$$\Delta\mathbf{P}_{n+1}^{e_c} = \iiint \mathbf{B}^T \mathbf{D} \Delta\varepsilon_c^{n+1} dv = \sum_{i=0}^n \left( \iiint \mathbf{B}^T \Delta\sigma_i dv \right) \Delta\varphi(t_{n+1}, \tau_i) \quad (7)$$

$$\iiint \mathbf{B}^T \Delta\sigma_i dv = \iiint \mathbf{B}^T \mathbf{D} (\Delta\varepsilon_i - \Delta\varepsilon_{0i}) dv = \Delta\mathbf{F}_i^{e_c} \quad (8)$$

由式(7)和式(8)可得, 在  $\Delta t_{n+1}$  时段内上层单元因徐变而导致的固端杆端力增量为

$$\Delta\mathbf{P}_{n+1}^{e_c} = [\Delta\mathbf{N}_{ci}^{cr} \quad \Delta\mathbf{Q}_{ci}^{cr} \quad \Delta\mathbf{M}_{ci}^{cr} \quad \Delta\mathbf{N}_{cj}^{cr} \quad \Delta\mathbf{Q}_{cj}^{cr} \quad \Delta\mathbf{M}_{cj}^{cr}]^T \cdot \sum_{i=0}^n \Delta\mathbf{F}_i^{e_c} \Delta\varphi(t_{n+1}, \tau_i) \quad (9)$$

式中:  $\Delta\varepsilon_i$  为  $t_i$  时刻的应变增量,  $\tau_i$  为加载龄期,  $t_{n+1}$ 、 $t_n$  为计算龄期,  $\varphi(t, \tau)$  为徐变系数,  $\mathbf{D}$  为弹性矩阵,  $\Delta\varepsilon_{0i}$  为  $t_i$  时刻与应力无关的应变增量,  $\Delta\mathbf{F}_i^{e_c}$  为  $t_i$  时刻单元的杆端力的部分增量。

混凝土徐变在  $\Delta t_{n+1}$  时段内, 组合界面的剪切力会产生固端力增量  $\Delta q_{ij}$ , 计算公式为

$$\Delta q_{ij} = \Delta\mathbf{N}_{ci}^{cr} + \Delta\mathbf{N}_{cj}^{cr} \quad (10)$$

将此增量  $\Delta q_{ij}$  反作用于下层单元上而导致下层单元产生固端力增量。如图 3 所示, 接触面之间的剪切力增量可以转换为在换算主梁形心轴位置处的轴向均布力  $\Delta q_{ij}$  与均布弯矩  $m_0$ , 将在换算主梁两端截面上产生固端力, 由两端固支梁的固端力公式可知

$$\Delta P_{E,n+1} = \begin{bmatrix} \Delta N_i & \Delta Q_i & \Delta M_i & \Delta N_j & \Delta Q_j & \Delta M_j \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \Delta q_{ij} & -m_0 & 0 & -\frac{\Delta q_{ij}L}{2} & -m_0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (11)$$

式中： $m_0 = \Delta q_{ij} a_c$ ，其中  $a_c$  为桥面板形心至换算截面形心之间的距离。

### 1.3.3 混凝土收缩

对于平面梁单元，若已知  $\Delta t_{n+1}$  时段内 ( $t_n \sim t_{n+1}$ ) 单元上任一点产生的混凝土收缩应变增量为  $\Delta \epsilon_{n+1}^{sh}$ ，由于混凝土梁单元的收缩应变沿截面高度是

一致的，截面上任一点应变分量只有轴向线应变，没有弯曲应变。因此，组合梁上层单元桥面板因混凝土收缩而产生的固端力增量为

$$N_{ij}^{sh} = -\Delta N_{ci}^{sh} = E_c A_c \Delta \epsilon_{n+1}^{sh} \quad (12)$$

式中  $E_c A_c$  为上层单元的轴向刚度。

由式(12)和图 4 可知，在  $\Delta t_{n+1}$  时段内界面上的剪切力增量  $\Delta q_{ij} = 0$ ，因此在  $\Delta t_{n+1}$  时段内，上层单元的收缩应变只会引起上层单元的固端力而不会引起下层单元的固端力。

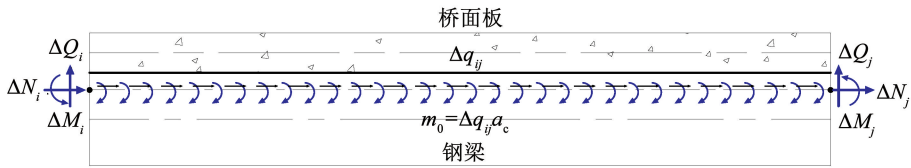


图 3 组合界面混凝土徐变剪切力增量产生的固端力增量

Fig. 3 Solid end force increment generated by concrete creep shear increment at the combined interface

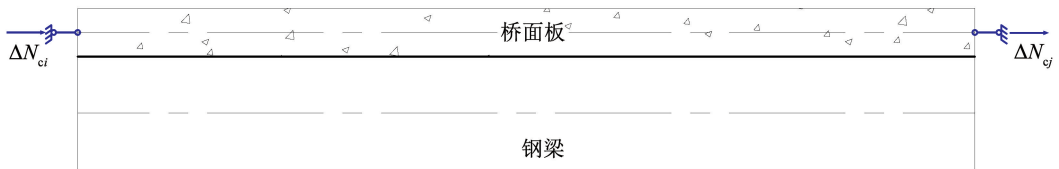


图 4 上层单元(桥面板)收缩产生的固端力增量

Fig. 4 Increment of solid end force due to shrinkage of the upper element (bridge deck slab)

最后将上述所有固端力增量按照内力分配关系进行分配，求得上下层单元因混凝土桥面板收缩徐变而产生的最后固端力增量。

### 1.4 有限元算法设计

采用虚拟双层梁单元在有限元程序中的算法设计关键：1) 建立有限元模型时，先将钢梁与桥面板分层进行单元划分，并赋予上下层单元各自的截面特性与材料特性，但双层单元的首末结点共结点；2) 建立和求解总刚方程时，当桥面板与钢梁已经组合采用换算截面的单刚(当组合梁尚未组合只有钢梁时则以钢梁单元的单刚)参与组建总刚，最后求解出换算截面的结点位移，再由结点位移求出换算截面的杆端抗力；3) 将换算截面上的各内力分量分配到钢梁单元与桥面板单元上并累加，再由钢梁和桥面板截面累积得到的内力分别求解各截面的应力与应变。

综上所述，虚拟双层梁单元在数据的输入和输

出阶段与实际双层梁模型非常相似，但在进行刚度方程的求解时却只采用换算截面的单元，因此在组合梁有限元计算时的单元数量相对实际双层梁模型减少了一半，所以该新型单元实际上是一种假想的双层梁模型，故称为虚拟双层梁单元。计算流程如图 5 所示。

## 2 验证分析

### 2.1 模型验证

为了验证上述虚拟双层梁理论与算法的准确性与可行性，首先编制成软件，然后建立三跨连续梁模型，采用虚拟双层梁单元和实际双层梁单元进行计算。连续梁的跨径布置为 24 m + 36 m + 24 m，下层为钢梁单元，上层为桥面板单元，模型的几何参数和材料等参数如表 1 所示，单元长度为 2 m，受 1 000 kN/m 的满布均布荷载作用，计算网格图如图 6 所示。

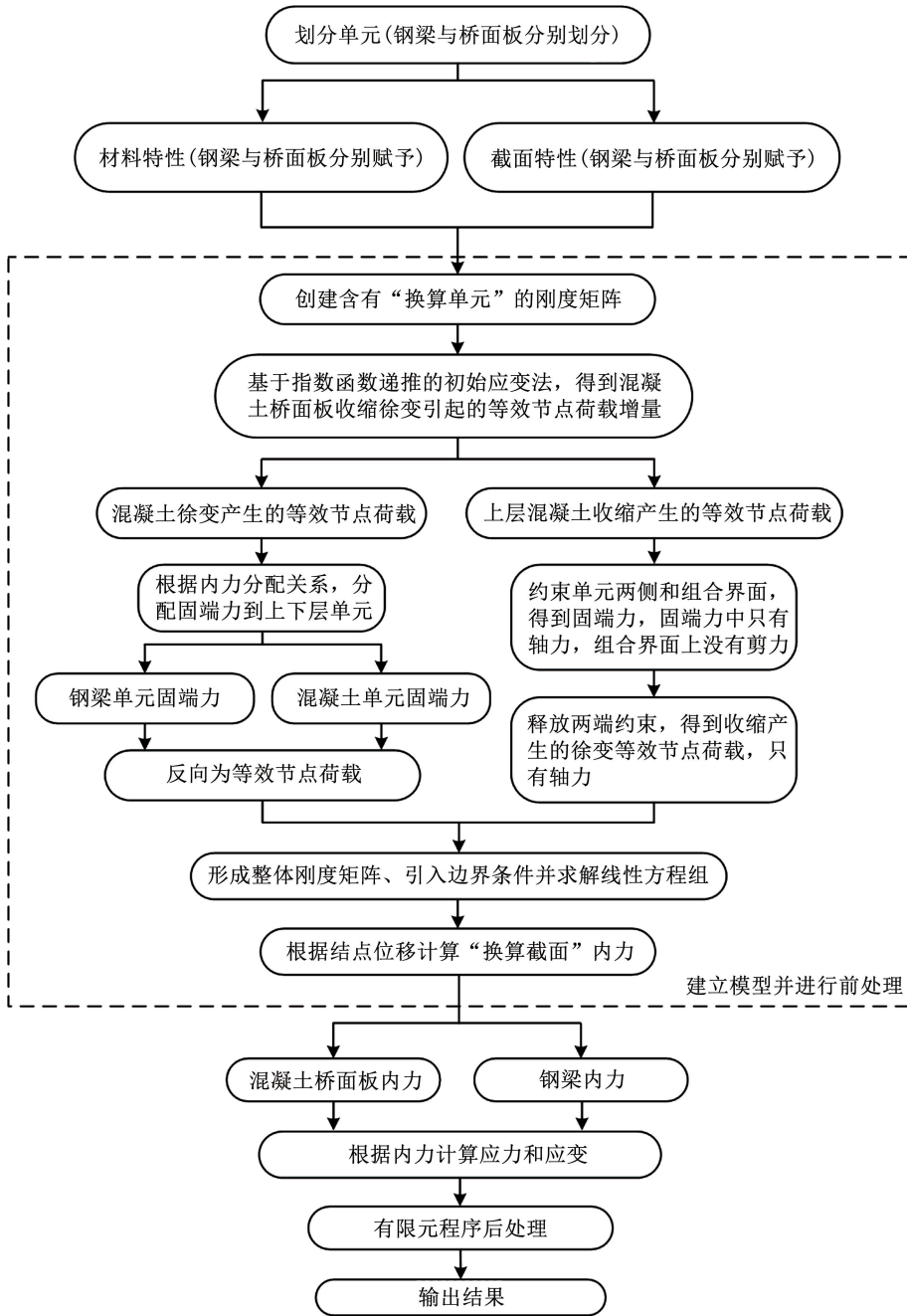


图 5 虚拟双层梁模型计算流程

Fig. 5 Flowchart of virtual double-layer beam model calculation

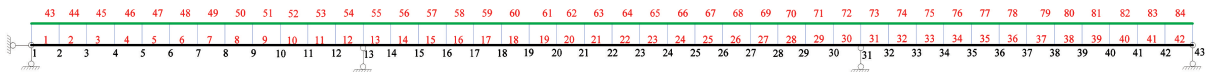


图 6 连续梁计算网格

Fig. 6 Mesh diagram for continuous beam calculation

表 1 几何特性和材料特性参数表

Tab. 1 Parameters of geometrical and material properties

单元	材料号	$E/\text{GPa}$	$A/\text{m}^2$	$I/\text{m}^4$	$y_s/\text{m}$	$y_s/\text{m}$
钢梁	Q420q	210	0.786 352	1.250 628	1.832 353	1.392 647
桥面板	C60	36	9.490 000	0.053 460	0.130 000	0.130 000
换算主梁	Q420q	210	2.413 209	3.301 181	—	—

### 2.1.1 均布荷载作用

不计入混凝土桥面板的收缩徐变效应,首先根据换算单元内力分配理论可得到连续组合梁在均布荷载作用下的内力与变形的理论解,然后分别采用虚拟双层单元和实际双层单元模型计算相应的有限元解。不计混凝土收缩徐变时,部分关键截面的计算结果如表 2 所示。

由表 2 可知,在单元长度为 2 m 且不计混凝土收缩徐变的前提下,均布荷载作用下虚拟双层梁的计算结果与理论解完全一致,而实际双层梁的计算结果与理论解存在差异,且在支座截面处差值较大,表明虚拟双层梁单元的计算结果是精确的,高于实

际双层梁模型的计算精度。

### 2.1.2 单元长度的影响

由于实际双层模型是以在结点处离散组合的方式模拟组合梁,因此为探讨单元长度对计算精度的影响,将单元长度分别设置成 6 m、3 m、1 m、0.5 m 和 0.2 m 进一步分析。

首先不计入混凝土的收缩徐变效应进行计算。当虚拟双层单元模型的单元长度发生变化时,计算结果不变且与理论解保持一致;而实际双层单元模型的单元长度发生变化时,计算结果与理论解有所不同,采用实际双层梁模型计算所得结果如表 3 所示,计算结果百分比差值如图 7 所示。

表 2 均布荷载作用下连续梁模型计算结果对比

Tab. 2 Comparison of calculation results of continuous beam model under distributed load

类别	跨中挠度/mm	钢梁上缘应力/ MPa		钢梁下缘应力/ MPa		桥面板上缘应力/ MPa		桥面板下缘应力/ MPa		钢梁弯矩/ (kN·m)		桥面板弯矩/ (kN·m)	
		跨中	支座	跨中	支座	跨中	支座	跨中	支座	跨中	支座	跨中	支座
实际双层梁	9.0	-10.94	34.93	53.78	-84.02	-2.59	3.52	-1.69	1.89	25 099.5	-46 128.4	186.1	-336.0
虚拟双层梁	8.9	-10.04	14.96	53.53	-79.73	-2.60	3.87	-1.72	2.56	24 653.9	-36 718.6	180.7	-269.1
理论解	8.9	-10.04	14.96	53.53	-79.73	-2.60	3.87	-1.72	2.56	24 653.9	-36 718.6	180.7	-269.1

表 3 均布荷载作用下不同单元长度的实际双层单元模型计算结果

Tab. 3 Calculated results of virtual double-layer element model with different element lengths under distributed load

单元长度 划分/m	跨中挠度/mm	钢梁上缘应力/ MPa		钢梁下缘应力/ MPa		桥面板上缘应力/ MPa		桥面板下缘应力/ MPa		钢梁弯矩/ (kN·m)		桥面板弯矩/ (kN·m)	
		跨中	支座	跨中	支座	跨中	支座	跨中	支座	跨中	支座	跨中	支座
6	10.2	-17.96	69.51	55.81	-91.03	-2.54	2.86	-1.43	0.74	28 607.4	-62 256.2	229.5	-436.4
3	9.2	-12.04	44.25	54.10	-85.97	-2.59	3.35	-1.65	1.58	25 647.9	-50 497.2	192.9	-365.3
2	9.0	-10.94	34.93	53.78	-84.02	-2.59	3.52	-1.69	1.89	25 099.5	-46 128.4	186.1	-336.0
1	8.9	-10.29	25.16	53.59	-81.95	-2.60	3.70	-1.71	2.22	24 770.5	-41 537.3	182.0	-303.9
0.5	8.9	-10.12	20.12	53.54	-80.86	-2.60	3.78	-1.72	2.39	24 688.3	-39 158.9	180.9	-286.9
0.2	8.9	-10.00	17.30	53.50	-80.20	-2.60	3.80	-1.72	2.48	24 644.9	-37 821.5	180.7	-276.7

由表 3 和图 7 可知,不计收缩徐变的情况下,采用实际双层梁模型计算所得结果与理论值相比,当单元长度划分为 6 m 时,钢梁支座截面上缘应力差值达到 364%,钢梁跨中上缘应力及桥面板支座截面下缘应力差值均达到了 70% 以上;当单元长度划分为 3 m 时,钢梁支座截面上缘应力差值达到 195%,桥面板支座截面下缘应力及钢梁和桥面板的支座位置弯矩差值均达到了 30% 以上;当单元长度划分为 2 m 时,钢梁支座截面上缘应力差值达到 133%,桥面板支座截面下缘应力及钢梁和桥面板的支座位置弯矩差值均达到了 20% 以上;当单元长度划分为 1 m 时,钢梁支座截面上缘应力差值达到 68%,桥面

板支座截面下缘应力差值及钢梁和桥面板的支座位置弯矩差值达到 10% 以上;当单元长度划分为 0.5 m 时,钢梁支座截面上缘应力差值达到 34%,其余差值百分比均在 7% 以内;当单元长度划分为 0.2 m 时,钢梁支座截面上缘应力差值达 15%,其余差值百分比均在 3% 以内。

在上述单元长度划分的基础上,考虑混凝土的收缩徐变,采用虚拟双层梁单元模型和实际双层梁模型计算所得结果分别如表 4 和表 5 所示,以虚拟双层梁模型单元长度 0.2 m 计算所得结果为基准值,所得差值百分比如图 8 和图 9 所示。

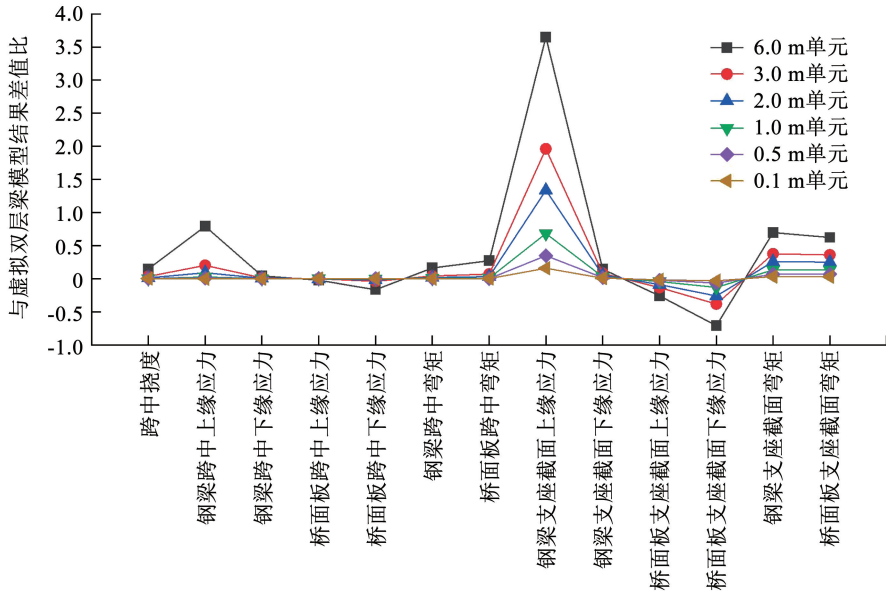


图7 不同单元长度的实际双层单元模型与虚拟双层单元模型的差值

Fig. 7 Difference between actual and virtual double-layer element models for different element lengths

表4 均布荷载作用下不同单元长度的虚拟双层单元模型计算结果

Tab. 4 Calculation results of virtual double-layer element model with different element lengths under distributed load

单元长度 划分/m	跨中挠 度/mm	钢梁上缘应力/ MPa		钢梁下缘应力/ MPa		桥面板上缘应力/ MPa		桥面板下缘应力/ MPa		钢梁弯矩/ (kN·m)		桥面板弯矩/ (kN·m)	
		跨中	支座	跨中	支座	跨中	支座	跨中	支座	跨中	支座	跨中	支座
6	9.5	-27.49	14.08	42.32	-94.72	-1.27	4.39	-0.75	3.53	27 069.4	-42 194.4	106.8	-176.5
3	9.5	-27.46	14.95	42.32	-94.90	-1.28	4.36	-0.74	3.51	27 062.6	-42 598.8	109.6	-175.5
2	9.5	-27.46	15.23	42.32	-94.97	-1.28	4.35	-0.74	3.50	27 061.3	-42 732.6	110.1	-175.6
1	9.5	-27.46	15.51	42.32	-95.03	-1.28	4.35	-0.74	3.49	27 060.6	-42 865.8	110.4	-175.9
0.5	9.5	-27.46	15.65	42.32	-95.06	-1.28	4.34	-0.74	3.49	27 060.4	-42 932.2	110.5	-176.1
0.2	9.5	-27.46	15.74	42.32	-95.07	-1.28	4.34	-0.74	3.48	27 060.3	-42 970.9	110.5	-176.3

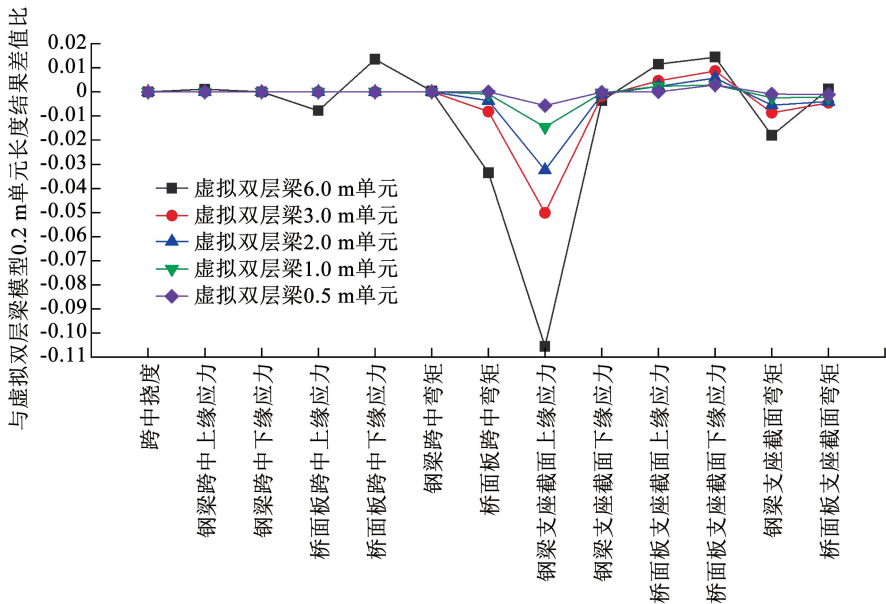


图8 不同单元长度的虚拟双层梁单元模型的差值

Fig. 8 Difference plots of virtual double-layer beam element models with different element lengths

由表 4 和图 8 可以看出,考虑收缩徐变的情况下,采用虚拟双层梁所得不同单元长度计算结果逐渐收敛于单元长度为 0.2 m 时的计算结果。与单元长度划分为 0.2 m 时相比,当单元长度划分为 6 m 时,钢梁支座截面上缘应力差值为 -11%,其余差值在 3% 以内;当单元长度划分为 3 m 时,钢梁支座上缘应力差值为 -5%,其余差值在 1% 以内;当单元长度为 2 m、1 m 或 0.5 m 时,全部差值均在 3% 以内。

由表 5 和图 9 可知,考虑收缩徐变的情况下,采用实际双层梁模型所得不同单元长度计算结果与虚拟双层梁 0.2 m 单元长度计算结果相比,当单元长度划分为 6 m 时,钢梁支座截面上缘应力差值达到

338%,钢梁跨中上缘应力及桥面板支座截面下缘应力差值均达到了 50% 以上;当单元长度划分 3 m 时,钢梁支座截面上缘应力差值达到 181%,桥面板支座截面下缘应力及钢梁和桥面板的支座位置弯矩差值均达到 30% 及以上;当单元长度划分为 2 m 时,钢梁支座截面上缘应力差值达到 124%,桥面板支座截面下缘应力及钢梁和桥面板的支座位置弯矩差值均达到了 20% 以上;当单元长度划分为 1 m 时,钢梁支座截面上缘应力差值达到 63%,桥面板支座截面下缘应力差值及钢梁和桥面板的支座位置弯矩差值达到 10% 以上;当单元长度划分为 0.5 m 及 0.2 m 时,钢梁支座截面上缘应力差值达到 30% 左右,其余差值百分比均在 6% 以内。

表 5 均布荷载作用下不同单元长度的实际双层梁模型计算结果

Tab. 5 Calculated results of actual double-layer beam model with different element lengths under distributed load

单元长度 划分/m	跨中挠 度/mm	钢梁上缘应力/ MPa		钢梁下缘应力/ MPa		桥面板上缘应力/ MPa		桥面板下缘应力/ MPa		钢梁弯矩/ (kN·m)		桥面板弯矩/ (kN·m)	
		跨中	支座	跨中	支座	跨中	支座	跨中	支座	跨中	支座	跨中	支座
6	10.7	-34.81	68.6	44.48	-106.08	-1.18	3.19	-0.52	1.89	30 748.3	-67 741.0	136.2	-266.1
3	9.8	-29.31	44.07	42.86	-101.14	-1.25	3.74	-0.68	2.63	27 986.0	-56 311.4	116.9	-227.9
2	9.6	-28.29	35.06	42.56	-99.25	-1.27	3.93	-0.72	2.90	27 474.1	-52 082.9	113.4	-212.1
1	9.5	-27.68	25.63	42.38	-97.24	-1.28	4.13	-0.73	3.19	27 167.0	-47 647.2	111.2	-194.9
0.5	9.5	-27.53	20.77	42.33	-96.18	-1.28	4.24	-0.74	3.33	27 090.3	-45 352.1	110.6	-185.9
0.2	9.5	-27.48	20.1	42.32	-93.00	-1.28	4.29	-0.74	3.42	27 070.0	-43 837.5	110.6	-179.3

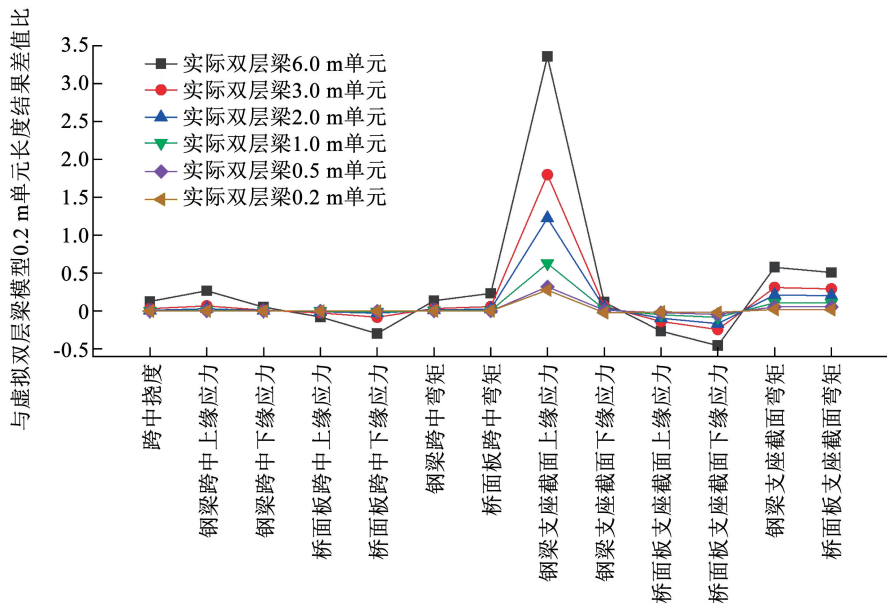


图 9 不同单元长度的实际双层梁单元与虚拟双层梁单元计算结果的差值

Fig. 9 Difference between the actual double-layer beam element and the virtual double-layer beam element calculation results for different element lengths

2.2 验证结论

根据上述模型的计算结果分析可得:

1) 无论是否计入混凝土的收缩徐变效应,实际

双层梁模型的计算精度都会受到单元长度的影响,采用的单元长度越小则计算结果与虚拟双层梁单元越接近,而且越收敛于虚拟双层梁单元的计算结果。

2) 不计入混凝土的收缩徐变效应时, 虚拟双层梁单元的计算结果与理论值保持一致; 在计入收缩徐变效应时, 其计算结果受单元长度的影响很小, 当单元长度为 6 m 时最大百分比差值为 11%, 约为实际双层梁模型差值的 1/33。

3) 当单元长度较大时(如 6 m), 虚拟双层梁单元模型计算精度要明显优于实际双层梁模型; 当单元长度较小时(如 0.2 m、0.5 m), 两种模型计算得出的表中结果相差无几, 但是其他未展示的内力分量(如上下层的轴力)还是有区别的。从计算原理角度分析, 虚拟双层梁模型采用的是基于混凝土桥面板与钢梁之间的连续组合假定而将组合截面上的内力分配到二者上的计算方法, 更贴近实际受力情况, 而实际双层梁模型中桥面板和钢梁仅在结点处进行离散式组合, 其结点之间组合界面上的剪力为零, 与实际并不完全相符。

### 3 实桥应用

#### 3.1 工程简介

赤壁长江公路大桥是一座主跨为 720 m 的双塔双索面半漂浮体系的组合梁斜拉桥, 桥跨布置为 90 m + 240 m + 720 m + 240 m + 90 m, 桥型立面布置如图 10 所示。

赤壁桥主梁采用钢 - 混凝土组合梁, 钢主梁横断面采用双边箱形式, 每个节段主梁均由钢主梁、横梁、小纵梁和桥面板组成。主塔结构横桥向为 H 型

结构, 斜拉索采用双索面布置, 采用直径 7 mm 高强度锌铝合金镀层平行钢丝拉索。

#### 3.2 计算模型

在赤壁桥实际施工分析时, 采用的是实际双层单元模型, 建成后又研发了虚拟双层单元模型, 为了验证虚拟双层梁单元的应用情况及其与实际双层梁模型计算结果的差异, 以赤壁桥为应用工程, 首先通过实测成桥线形与成桥索力验证虚拟双层梁的准确性, 然后对两种模型的计算结果进行了对比分析。

赤壁桥的施工全过程有限元计算模型中塔、墩均采用平面梁单元进行模拟, 斜拉索采用两端带刚臂的悬链线索单元进行模拟, 主梁采用的虚拟双层梁单元和实际双层梁模型的单元长度均取为 2 m。全桥模型中主梁采用实际双层梁时的单元数为 1 712 个, 采用虚拟双层梁时的单元数为 856 个。全过程计算分成计混凝土收缩徐变和不计收缩徐变两种情况, 考虑混凝土徐变时索塔初始加载龄期取为 10 d, 桥面板单元初始加载龄期设为 180 d。施工全过程计算工况为索塔施工到成桥后混凝土收缩徐变完成, 其中营运期混凝土收缩徐变完成时间设为 15 a。

#### 3.3 计算结果与讨论

首先为了验证虚拟双层梁模型的准确性, 采用虚拟双层梁模型计算出二期恒载施工完成后的成桥线形和成桥索力, 并与实测数据进行对比。对比结果如图 11、12 所示。

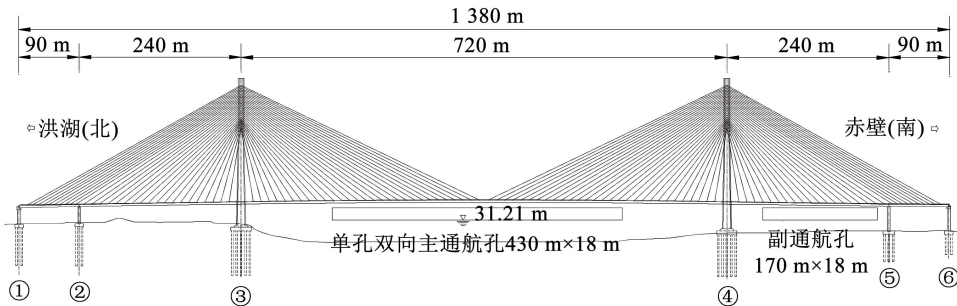


图 10 赤壁桥桥型立面布置  
Fig. 10 Layout of Chibi Bridge

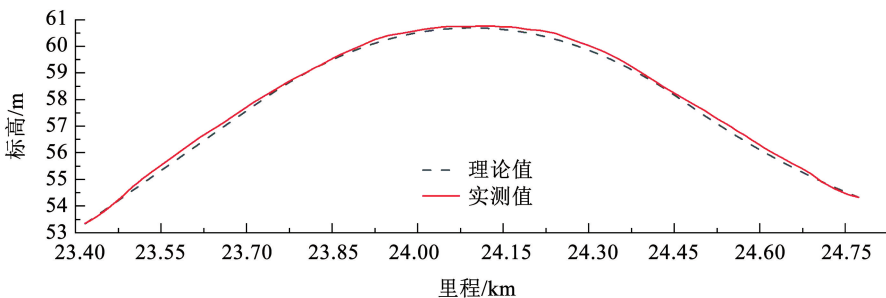


图 11 成桥线形对比

Fig. 11 Comparison of bridge alignment

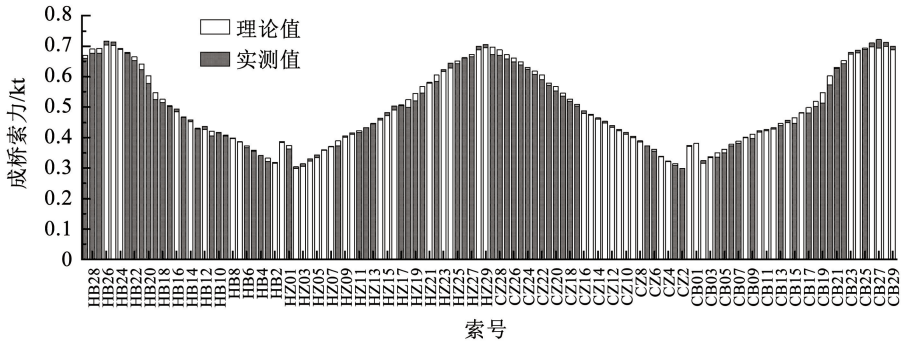


图 12 成桥索力对比

Fig. 12 Comparison of the cable strength

由图 11、12 可知,虚拟双层梁模型计算结果与实测数据吻合较好,成桥线形标高最大差值为 22 cm,成桥索力最大百分误差满足设计要求。由此可以证明,虚拟双层梁模型具有较高的准确性,是一种可靠的有限元计算模型。

从计算效率来讲,虚拟双层梁模型相对实际双层梁模型具有更高的计算效率。在只有主梁单元数和类型不同、其他模型条件和计算设备条件完全相同的情况下,对赤壁桥分别采用两种主梁模型进行了施工全过程计算,两种模型的计算时间分别为:采用实际双层梁模型的计算时间是 59 min 45 s,而采用虚拟双层梁模型的计算时间是 35 min 52 s,计算速度提高了 40%,由此可知,相对工程常用的实际双层梁模型,虚拟双层梁模型的计算效率显著提高。

为了便于进一步分析两种主梁模型在赤壁桥上计算结果的差别,将斜拉桥二期恒载施加完成后

(营运开始时刻)的结构状态命名为成桥状态 1,而将混凝土收缩徐变完成后的结构状态命名为成桥状态 2,后述主要以这种两种状态下的计算结果进行对比分析。

### 3.3.1 成桥状态 2 主要结果

图 13 ~ 17 为成桥状态 2 的主梁挠度和组合截面上下缘的应力。由图 13 可知,由虚拟双层梁单元计算得到的主梁竖向累计位移、钢梁应力和桥面板应力的分布形状与实际双层梁模型的计算结果比较相似。其中,结点累计位移最大差值达 75 mm,最大百分比偏差达到 50%;由图 14 ~ 17 可知,由虚拟双层梁单元得到的钢梁应力总体上大于实际双层梁模型计算应力,最大差值约为 40 MPa;而桥面板应力总体上小于实际双层梁模型的计算应力,最大应力差约为 -2 MPa。

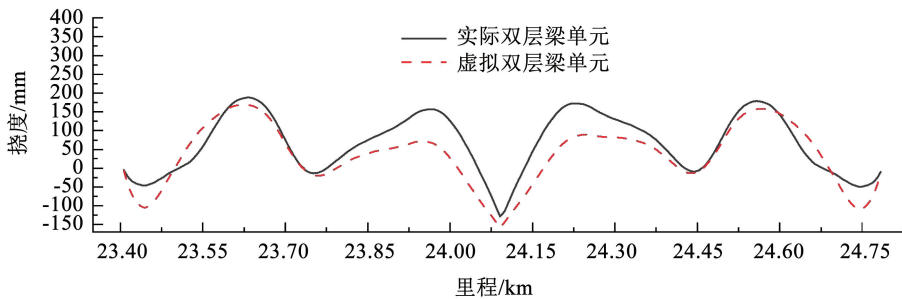


图 13 成桥状态 2 时主梁挠度

Fig. 13 Structural deformation in the completed bridge state 2

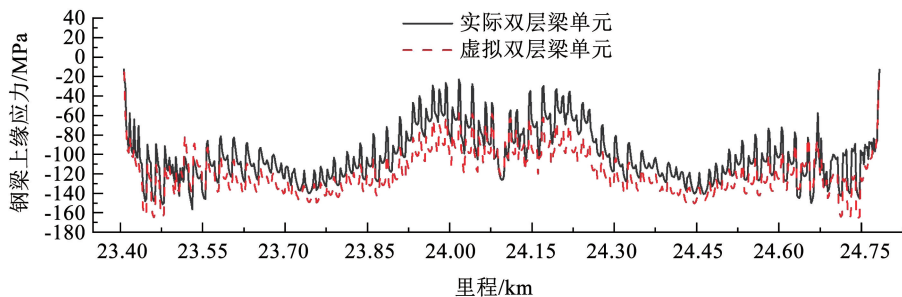


图 14 成桥状态 2 钢梁上缘应力

Fig. 14 Stresses on the upper edge of steel girder at bridge completed state 2

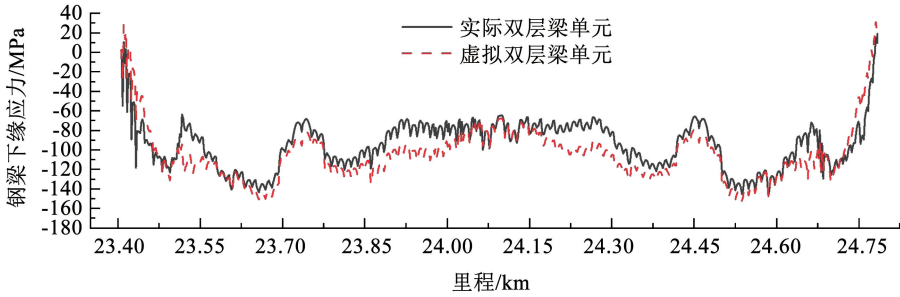


图 15 成桥状态 2 钢梁下缘应力

Fig. 15 Stresses on the lower edge of steel girder at bridge completed state 2

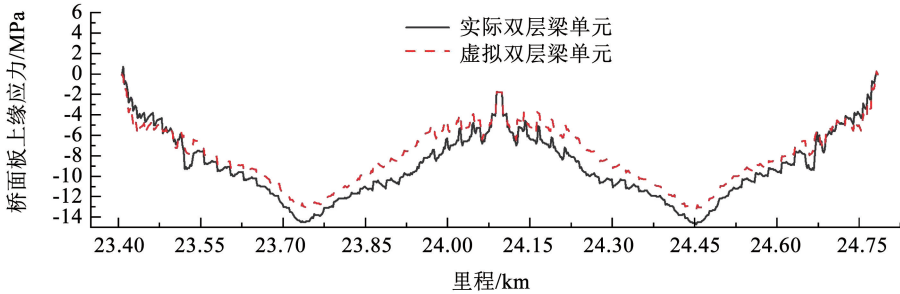


图 16 成桥状态 2 桥面板上缘应力

Fig. 16 Stresses on the upper edge of deck slab at bridge completed state 2

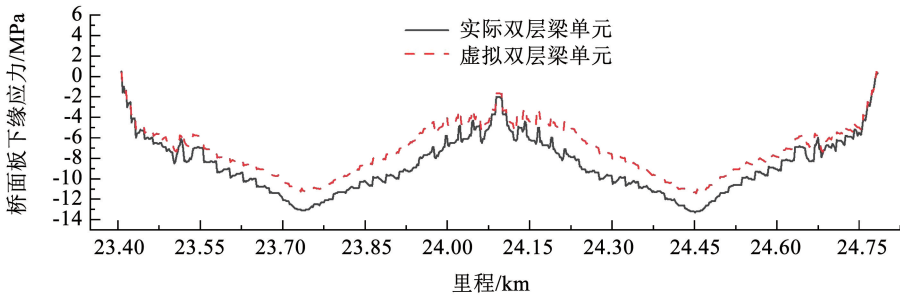


图 17 成桥状态 2 桥面板下缘应力

Fig. 17 Stresses on the lower edge of deck slab at bridge completed state 2

### 3.3.2 营运期混的混凝土收缩徐变效应

组合梁斜拉桥二期恒载施工完后, 营运期内混凝土的收缩徐变对组合梁挠度和应力的影响比较大, 为此在两个主梁模型计算时均计入混凝土收缩

徐变效应, 计算得到成桥状态 1 与成桥状态 2 的各项主要参数, 计算结果列于图 18 ~ 22 中下面所列图中。图中差值均为成桥状态 2 与成桥状态 1 的计算结果差值。

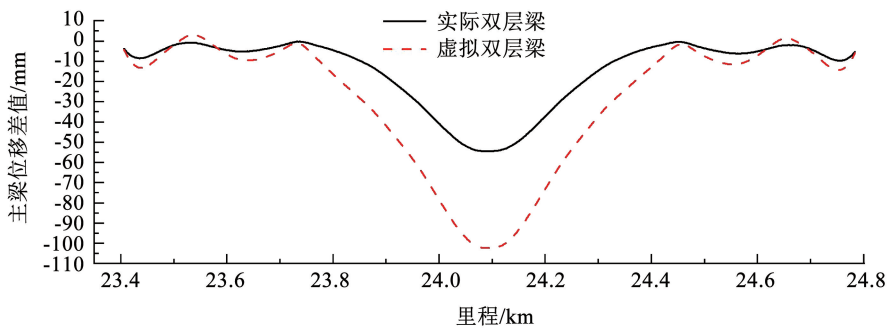


图 18 两个成桥状态位移差值

Fig. 18 Displacement difference between two bridge states

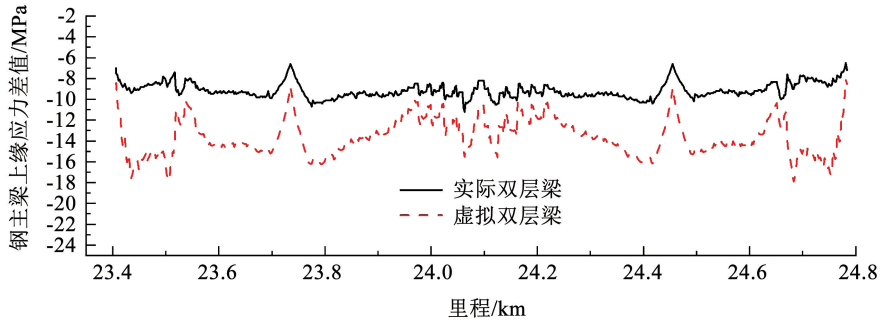


图 19 两个成桥状态钢梁上缘应力差值

Fig. 19 Difference in stresses at the upper edge of steel girder in two states of bridge formation

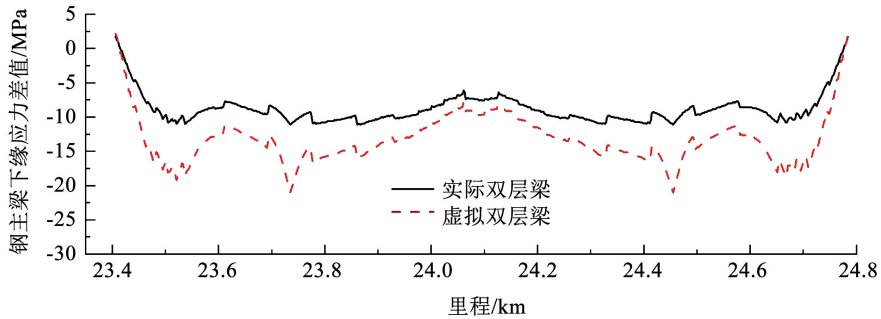


图 20 两个成桥状态钢梁下缘应力差值

Fig. 20 Difference in stresses at the lower edge of the steel girder in two states of bridge formation

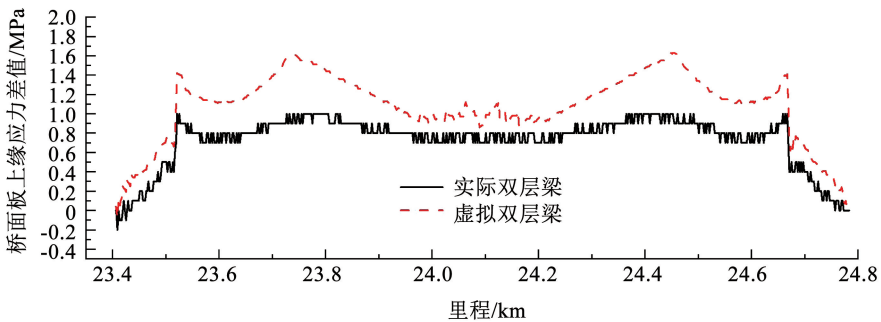


图 21 两个成桥状态桥面板上缘应力差值

Fig. 21 Difference in stresses at the upper edge of the deck slab for two states of bridge formation

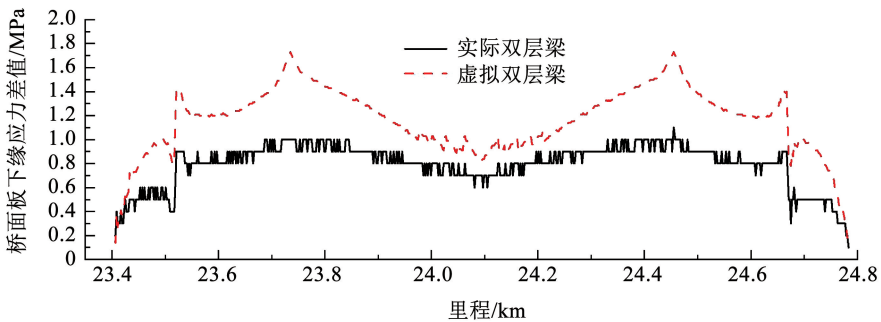


图 22 两个成桥状态桥面板下缘应力差值

Fig. 22 Difference in stresses at the lower edge of the deck slab for two states of bridge formation

由图 18 ~ 22 可知,采用虚拟双层梁单元计算得到的成桥后因混凝土收缩徐变导致的主梁挠度、钢截面和桥面板上下缘应力的变化量和实际双层梁模

型计算的变化量的分布规律基本一致,但均大于实际双层梁模型计算的变化量,其中跨中主梁挠度的变化量虚拟双层梁达到  $-105\text{ mm}$ ,是实际双层梁计

算结果的2倍;钢梁截面压应力变化的最大差值约为-10 MPa,桥面板压应力变化的最大差值约为0.7 MPa。

## 4 结 论

本文主要针对在钢-混组合梁有限元分析中如何准确地模拟桥面板和钢主梁的相互作用和准确计入混凝土收缩徐变效应这一关键问题进行研究并提出了虚拟双层梁单元模型,通过模型验证分析与工程应用得到如下结论:

1) 相对工程常用的实际双层梁单元,虚拟双层单元是一种更准确的钢混组合梁模拟方法。该模型既可实现混凝土桥面板和钢梁之间的连续组合,又能够方便地模拟钢梁和桥面板分阶段施工过程,更适用于组合梁斜拉桥多工况的斜拉桥施工全过程计算。

2) 通过在计算组合梁混凝土的收缩徐变效应时引入增量递推算法并按换算截面进行等效荷载的分配,能较精确地模拟混凝土桥面板的收缩和徐变效应,提高了计算速度和减少了对计算机内存的要求,具有很好的计算效率。

3) 通过与实测数据对比,验证了虚拟双层梁模型的准确性,同时虚拟双层梁模型与实际双层梁模型的计算结果虽然具有相似分布规律,但是在某些关键计算结果还是存在明显的差别,因此在组合梁斜拉桥的设计或施工计算时需对主梁模型的选择引起高度重视。

## 参 考 文 献

- [1] DENG Shuwen, ZHAO Xudong, LIU Qiong, et al. Design and experimental study of hot rolled shape steel-ultrahigh performance concrete composite beam[J]. *Engineering Structures*, 2022, 52: 1. DOI:10.1016/j.engstruct.2021.113612
- [2] 邵长宇, 陈亮, 汤虎. 大跨径组合梁斜拉桥试设计及力学性能研究[J]. *桥梁建设*, 2017, 47(4): 101  
SHAO Changyu, CHEN Liang, TANG Hu. Study of trial design and mechanical performance of long span composite girder cable-stayed bridges[J]. *Bridge Construction*, 2017, 47(4): 101
- [3] DENG Yaohua, MORCOUS G. Efficient prestressed concrete-steel composite girder for medium-span bridges. II: finite-element analysis and experimental investigation [J]. *Journal of Bridge Engineering*, 2013, 18(12): 1358. DOI:10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0000479
- [4] 成立涛, 郝磊, 魏学军, 等. 钢-混凝土组合梁施工阶段钢梁稳定性实用计算方法及参数分析[J]. *公路交通科技*, 2023, 40(7): 121  
CHENG Litao, XI Lei, WEI Xuejun, et al. Practical design method and parameter analysis on steel beam stability of steel-concrete composite beam in construction stage [J]. *Journal of Highway and Transportation Research and Development*, 2023, 40(7): 121
- [5] WU Huanling, ZHAO Canhui, LIU Jiaping, et al. Steel-concrete composite cable-stayed bridge—main bridge of the Jiangxinzhou Yangtze River Bridge at Nanjing [J]. *Structural Engineering International*, 2023, 33(1): 107. DOI:10.1080/10168664.2021.1999191
- [6] 邱文亮, 张哲, 黄才良. 钢-混凝土组合梁双层梁有限元分析方法[J]. *大连理工大学学报*, 2003, 43(1): 101  
QIU Wenliang, ZHANG Zhe, HUANG Cailiang. Finite-element method of double-layer beam model for analysis of composite steel-concrete beams [J]. *Journal of Dalian University of Technology*, 2003, 43(1): 101
- [7] SALARI M R, SPACONE E, SHING P B, et al. Nonlinear analysis of composite beams with deformable shear connectors[J]. *Journal of Structural Engineering*, 1998, 124(10): 1148. DOI:10.1061/(ASCE)0733-9445(1998)124:10(1148)
- [8] FAELLA C, MARTINELLI E, NIGRO E. Steel and concrete composite beams with flexible shear connection: "exact" analytical expression of the stiffness matrix and applications [J]. *Computers and Structures*, 2002, 80(11): 1001
- [9] HAN Qinghua, LIU Mingjie, LU Yan. Progressive collapse analysis of large-span reticulated domes [J]. *International Journal of Steel Structures*, 2015, 15(2): 261. DOI:10.1007/s13296-014-1102-5
- [10] FENG Fu, PARKE G A R. Assessment of the progressive collapse resistance of double-layer grid space structures using implicit and explicit methods [J]. *International Journal of Steel Structures*, 2018, 18(3): 831. DOI:10.1007/s13296-018-0030-1
- [11] 肖鹏程. 钢-混组合梁桥不同模型精度分析研究[J]. *黑龙江交通科技*, 2023, 46(1): 73  
XIAO Pengcheng. Analysis and research on different model precision of steel-concrete composite girder bridge [J]. *Communications Science and Technology Heilongjiang*, 2023, 46(1): 73
- [12] SEBASTIAN W M, MCCONNELL R E. Nonlinear FE analysis of steel-concrete composite structures [J]. *Journal of Structural Engineering*, 2000, 126(6): 662. DOI:10.1061/(ASCE)0733-9445(2000)126:6(662)
- [13] 马润平, 李正仁. 结合梁计算软件(COMA)的编制[J]. *桥梁建设*, 2003(3): 75  
MA Runping, LI Zhengren. Method for compiling composite girder computation software[J]. *Bridge Construction*, 2003(3): 75
- [14] 杨雅勋, 王成之, 柴文浩, 等. 断索对曲线斜拉桥力学性能的影响[J]. *郑州大学学报(工学版)*, 2023, 44(5): 101  
YANG Yaxun, WANG Chengzhi, CHAI Wenhao, et al. Effect of broken cable on mechanical properties of curved cable-stayed bridge [J]. *Journal of Zhengzhou University (Engineering Science)*, 2023, 44(5): 101
- [15] 陈常松, 颜东煌, 李学文. 混凝土收缩徐变分析的虚功增量方程及应用[J]. *工程力学*, 2010, 27(10): 139  
CHEN Changsong, YAN Donghuang, LI Xuewen. The incremental virtual work equation for concrete shrinkage and creep analysis and its applications[J]. *Engineering Mechanics*, 2010, 27(10): 139