

DOI:10.11918/202310032

# 非均质软土加筋路基三维稳定性极限上限分析

李林<sup>1</sup>, 孙砖芹<sup>1</sup>, 张浩<sup>2</sup>, 朱云波<sup>3</sup>

(1. 长安大学公路学院, 西安 710064; 2. 东华大学环境科学与工程学院, 上海 201620;  
3. 云南交通科学研究院有限公司, 昆明 650032)

**摘要:** 非均质软土地区路基的稳定性问题是岩土工程中的关键技术难点, 为提升对其三维稳定性问题的评估能力, 基于极限上限定理构建了非均质软土加筋路基的三维基底破坏机制, 并依据虚功原理建立了相应的能量守恒方程。通过引入遗传算法, 开发了一种用于高效求解三维上限解的搜索方法。该三维破坏模式可退化为边坡的三维坡趾破坏形式, 并与已有边坡三维上限解进行对比, 以验证遗传算法的准确性与计算效率。在此基础上, 开展了参数敏感性分析, 考察了路基分层特征、非饱和强度特性、抗剪强度非均质性、筋材抗拉强度、铺设层数以及基质吸力等因素对加筋路基三维稳定性的影响。结果表明: 在三维基底破坏模式下, 非饱和软土地基与路基之间的非均质系数比对稳定性具有提升作用, 且该系数比越大, 路基越稳定; 在筋材抗拉强度不变的条件下, 减小筋材间距会削弱基质吸力对稳定性的有利影响; 当铺设层数一定时, 非均质性越强, 筋材增强稳定性的效果越显著。该三维稳定性分析方法可为加筋参数的优化配置和复杂地基条件下的路基设计提供可靠的计算工具和理论依据。

**关键词:** 加筋路基; 非均质; 遗传算法; 上限分析; 抗拉强度; 铺设层数

**中图分类号:** TU432 **文献标志码:** A **文章编号:** 0367-6234(2025)07-0070-11

## A three-dimensional upper-bound limit analysis of inhomogeneous and reinforced embankment stability

LI Lin<sup>1</sup>, SUN Zhuanqin<sup>1</sup>, ZHANG Hao<sup>2</sup>, ZHU Yunbo<sup>3</sup>

(1. School of Highway, Chang'an University, Xi'an 710064, China; 2. College of Environmental Science and Engineering, Donghua University, Shanghai 201620, China; 3. Yunnan Transportation Research Institute Co., Ltd., Kunming 650032, China)

**Abstract:** The stability of embankments in regions with heterogeneous soft soils presents a key technical challenge in geotechnical engineering. To enhance the assessment of their three-dimensional (3D) stability, a 3D basal failure mechanism for reinforced embankments on heterogeneous soft soils is developed based on the upper bound limit analysis theorem, and the corresponding energy conservation equation is formulated using the principle of virtual work. A genetic algorithm is introduced to construct an efficient optimization strategy for solving the upper bound solution of 3D stability. The proposed failure mechanism is further degenerated into a 3D toe failure mode of slopes and compared with existing upper bound solutions for slopes, thereby verifying the accuracy and computational efficiency of the genetic algorithm. On this basis, a series of parametric analyses are conducted to investigate the influence of stratification characteristics, unsaturated strength properties, heterogeneous shear strength distribution, tensile strength of reinforcement, number of reinforcement layers, and matric suction on the 3D stability of reinforced embankments. The results indicate that under the 3D basal failure mechanism, a larger ratio of heterogeneity coefficients between the unsaturated subsoil and the embankment significantly improves overall stability. For a fixed reinforcement tensile strength, reducing the reinforcement spacing weakens the stabilizing effect of matric suction. When the number of reinforcement layers remains constant, the stabilizing contribution of reinforcement becomes more pronounced with increasing soil heterogeneity. The proposed 3D stability analysis method offers a reliable computational tool for optimizing reinforcement configurations and supports rational embankment design under complex foundation conditions.

**Keywords:** reinforced embankment; inhomogeneity; genetic algorithm; upper-bound limit analysis; tensile strength; number of laying spacing

收稿日期: 2023-10-16; 录用日期: 2023-12-01; 网络首发日期: 2025-01-21

网络首发地址: <https://link.cnki.net/urlid/23.1235.T.20250121.1658.002>

基金项目: 国家自然科学基金(41272288); 中国博士后基金特别资助(2023T160560); 中央高校基本科研业务费资助(300102212301, 300102214303)

作者简介: 李林(1986—), 男, 副教授, 硕士生导师

通信作者: 张浩, zhanghaotumu@163.com

中国东南沿海地区高等级公路建设面临软土层问题,因其含水量高、压缩性大、抗剪强度低,直接填筑易引发滑坡和失稳,威胁道路安全<sup>[1]</sup>。土工合成材料加筋可有效限制侧向变形、均化应力、减少沉降,提高路基稳定性<sup>[2]</sup>。研究方法包括:1)极限平衡法,常用条分法,计算简便但忽略本构关系,非严格解<sup>[3]</sup>;2)极限分析法,包括上限和下限法<sup>[4]</sup>;3)数值方法,如有限元与有限差分法,能模拟复杂路基失稳过程,但建模复杂,依赖参数准确性,推广受限<sup>[5-7]</sup>。

极限上限分析法因其理论严谨性和计算简便性,已广泛用于路基稳定性评估,相关研究从二维边坡稳定分析<sup>[8]</sup>逐步拓展至三维破坏机制<sup>[9-10]</sup>,并涵盖了加筋路基的参数分析和安全性评估<sup>[11-16]</sup>。然而,多数研究假设土体均质且饱和,未充分考虑实际工程中土体因异质性、施工差异及环境因素导致的非均质与非饱和特性,这可能引发局部强度不足和动态稳定性问题。因此,需结合实际条件优化设计路基结构,确保其稳定性和安全性。

国内外学者针对非均质和非饱和路基的稳定性开展了大量研究,揭示了土体非均质性和对承载力的影响规律,分析了滑动面假设对计算结果的偏差,并对不同基础形状的承载力进行了对比研究<sup>[17-19]</sup>。部分研究提出了新的破坏机制,推导了承载力系数的闭合解,研究了加筋边坡的稳定性以及吸力和降雨渗流对路基稳定性的影响<sup>[20-24]</sup>。另有研究发现,土体水分特性受含水率和干密度的综合作用<sup>[25]</sup>。然而,多数研究集中于二维分析,未充分反映实际三维特征,可能导致理论结果与实际情况存在偏差。

本文基于非饱和土抗剪强度理论和极限上限分析,构建非均质软土加筋路基的三维破坏模型,利用遗传算法优化计算,分析关键参数对路基稳定性的影响,为路基设计与稳定性提供理论和工程参考。

## 1 路基土的非饱和与非均质特性

在实际工程中,路基土体往往呈非饱和状态。本文采用 Fredlund 等<sup>[26]</sup>提出的非饱和土 Mohr-Coulomb 强度准则,利用基质吸力来描述非饱和路基土体的抗剪强度,其表达式为

$$\tau = c' + (\sigma - u_a) \tan \varphi' + (u_a - u_w) \tan \varphi^b \quad (1)$$

式中: $\tau$ 为土体的抗剪强度; $c'$ 为土体的有效黏聚力; $\varphi'$ 为土体的有效内摩擦角; $\sigma$ 为土体的总正应力; $u_a$ 为土体内的孔隙气压力; $u_w$ 为土体内的孔隙水压力; $u_a - u_w$ 为非饱和土的基质吸力; $\varphi^b$ 为基质吸力内摩擦角<sup>[27]</sup>(基质吸力的斜率),一般地, $\varphi^b = 15^\circ$ 。非饱和路基中的吸力效应增大了土颗粒间的接触面积,产生毛细黏聚力,可在一定程度上提高其稳定性。故而,引入  $c_{app}$  来表征毛细水表面张力所形成的毛细黏聚力,即

$$c_{app} = (u_a - u_w) \tan \varphi^b \quad (2)$$

将式(2)代入式(1)可得毛细黏聚力与非饱和路基土体抗剪强度的关系:

$$\tau_f = c' + c_{app} + (\sigma - u_a) \tan \varphi' \quad (3)$$

研究表明,非饱和路基压实后,土体在重力作用下沉降固结,颗粒重新排列,含水率逐渐稳定;地下水位线以下土体饱和,孔隙被水填满,基质吸力为零<sup>[28]</sup>。静水条件下,基质吸力从地下水位线开始,沿非饱和路基填土高度线性增加,如图1所示。

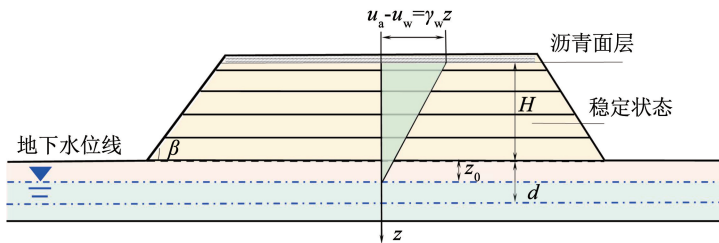


图1 基质吸力随着深度分布

Fig. 1 Matrix suction is distributed with depth

在图1中,非饱和路基土体达到稳定状态,即土体的含水率与吸附力基本平衡。因此,基质吸力随着路基深度呈线性分布,即

$$u_a - u_w = \gamma_w z \quad (4)$$

路基压实通常采用分层压实,导致土体强度存在不均匀性,黏聚力通常随深度增加<sup>[8]</sup>。本文将非饱和土基质吸力和非均质因素考虑在内,扩展了这

一假设用于软土加筋路基的三维稳定性分析。

地基与路基土体的黏聚力都随深度呈线性增加,设非饱和路基上部由基质吸力引起的毛细黏聚力为  $c_{01}$ ,非饱和地基顶部由基质吸力引起的毛细黏聚力为  $c_{02}$ 。 $c_{01}$ 与  $c_{02}$ 分别沿着深度以非均质系数  $\lambda_1$ 和  $\lambda_2$ 的比例线性增加,黏聚力随深度的分布形式如图2所示。

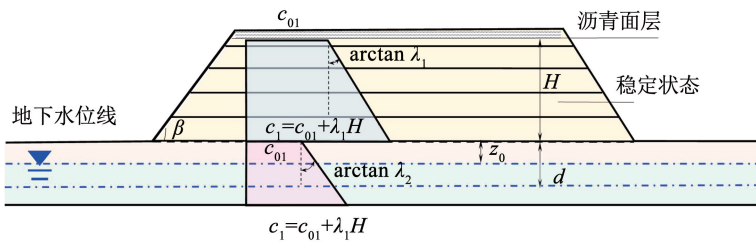


图 2 黏聚力随着深度分布

Fig. 2 Cohesion is distributed with depth

在图 2 中,非饱和地基与路基土体的黏聚力随着深度呈线性增加,并且增加的速率受非均质系数的影响,可分别定义为

$$c_1 = c_{01} + \lambda_1 H \quad (5)$$

$$c_2 = c_{02} + \lambda_2 d \quad (6)$$

式中: $c_{0i}$  ( $i=1,2$ ) 为土体黏聚力; $\lambda_i$  ( $i=1,2$ ) 为非均质系数,描述土体性质差异程度之比,取值为 0 ~ 1,  $\lambda_i$  越大,土体的非均质性越强,当  $\lambda_i = 1$  时,土体可视为均质土; $H$  为路基填土高度; $d$  为基底破坏深度。

基于以上分析,非饱和路基土体的抗剪强度不仅和有效黏聚力相关,还与基质吸力所引起的毛细黏聚力有关。

## 2 非均质软土加筋路基三维基底破坏机制

路基在实际工程中通常发生局部三维破坏<sup>[9]</sup>。本文基于其提出的三维坡趾破坏机制,考虑路基土压实、非均质性、非饱和性及均匀布筋等因素,建立了适用于非均质软土加筋路基的三维基底破坏机

制。土体中的基质吸力与孔隙水压力相互作用,基质吸力随水压力减小而增大,进而影响土体孔隙结构和体积压缩耗能<sup>[29-31]</sup>。

本文假定非均质软土加筋路堤为理想弹塑性材料,忽略体积压缩耗能,仅考虑筋材、基质吸力和自重引起的能量耗散,建立能量守恒方程:

$$\int_A T_i u_i^* dA + \int_V F_i u_i^* dV = \int_V \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}^* dV \quad (7)$$

式中: $T_i$  和  $F_i$  分别为滑动土体所受的面力和体力, $A$  和  $V$  分别为机动允许破坏机构的面积和体积, $\varepsilon_{ij}^*$  为运动许可速度场中的应变率张量, $\sigma_{ij}$  为应变率对应的应力张量, $u_i^*$  为运动许可速度场。

在实际工程中,路基与地基具有分层特性,破坏机制由两个对称的螺旋线组成,与顶角为  $2\varphi$  的圆锥相切,表示路基和地基的破坏面。滑裂面曲线为圆形扇形,由对数螺旋线定义,破坏机构围绕旋转轴形成。考虑路基的分层、非均质性 & 非饱和特性,建立适用于非均质软土加筋路基的三维破坏机制,如图 3 所示。

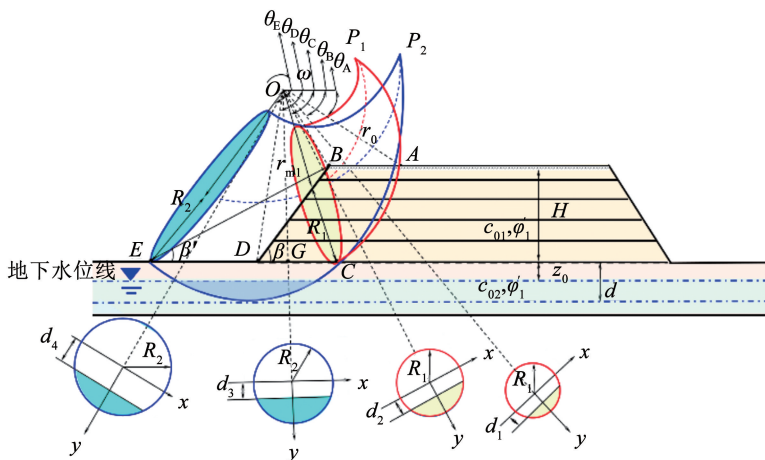


图 3 非均质软土路基三维基底破坏机制

Fig. 3 Three-dimensional rotation mechanism of inhomogeneous soil embankment

该非均质软土加筋路基三维基底破坏机制中,土块 ABDECA 为滑动块体,围绕旋转轴转动,路基倾角  $\beta$  为坡面 BD 与水平面 CD 的角度。引入辅助坡角  $\beta'$  以保证破坏模式为三维基底破坏, $H$  为路基高

度, $d$  为滑动深度。该破坏机制与路基相交部分形成三维滑裂面,如图 3 所示。

$$r_1 = r_{01} e^{\tan(\theta - \theta_A) \tan \varphi_1} \quad (8)$$



### 3.2 内能耗散

基于极限上限分析定理的破坏机制中,土体沿滑裂面发生滑动破坏,当剪应力与正应力之比达到最大时,非饱和土体的内摩擦角达到临界值,路基破坏,能量损耗最大。考虑非均质与非饱和特性时,体积压缩耗能的计算复杂,难以解答。

假设滑动块体不可压缩,能量耗散仅发生在滑裂面处,并计算了滑裂面上的能量耗散率。滑裂面能量耗散从  $\theta_A$  到  $\theta_B$  的变化,以及从  $\theta_B$  到  $\theta_C$  的能量扩展,分别表示为  $D_{c_{app}}^{3D}$ 、 $D_{c_{app}}^{2D}$ 、 $D_{c'}^{3D}$  和  $D_{c'}^{2D}$ ,其中涉及的能量散布可通过有效黏聚力与基础吸力引起的能量散布计算。

$$D = D_{c_{app}}^{3D} + D_{c'}^{3D} + D_{c_{app}}^{2D} + D_{c'}^{2D} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} D_{c_{app}}^{3D} = & -2\omega c_{01} \cot \varphi_1' \left[ (r_{01} \sin \theta_A)^2 \int_{\theta_A}^{\theta_B} \frac{\cos \theta}{\sin^3 \theta} \sqrt{R_1^2 - d_1^2} d\theta + \right. \\ & r_1^2 \frac{\sin^2(\theta_D + \beta) \sin \theta_E}{\sin^2 \theta_D} \int_{\theta_B}^{\theta_C} \frac{\cos \theta}{\sin^3 \theta} \sqrt{R_1^2 - d_2^2} d\theta + \\ & \left. r_2^2 \frac{\sin^2(\theta_D + \beta) \sin \theta_E}{\sin^2 \theta_D} \int_{\theta_C}^{\theta_D} \frac{\cos(\theta + \beta)}{\sin^3(\theta + \beta)} \sqrt{R_2^2 - d_3^2} d\theta \right] - \\ & 2\omega c_{02} \cot \varphi_2' r_2^2 \sin^2 \theta_E \int_{\theta_D}^{\theta_E} \frac{\cos \theta}{\sin^3 \theta} \sqrt{R_2^2 - d_4^2} d\theta - \\ & 2\omega r_1^2 \sin^2 \theta_C \left[ c_{01} \cot \varphi_1' \int_{\theta_C}^{\theta_D} \frac{\cos(\theta + \beta)}{\sin^3(\theta + \beta)} \sqrt{R_2^2 - d_3^2} d\theta - \right. \\ & \left. c_{02} \cot \varphi_2' \int_{\theta_C}^{\theta_D} \frac{\cos(\theta + \beta)}{\sin^3(\theta + \beta)} \sqrt{R_2^2 - d_3^2} d\theta \right] \quad (25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_{c'}^{3D} = & -2\omega c_1' \cot \varphi_1' \left[ (r_{01} \sin \theta_A)^2 \int_{\theta_A}^{\theta_B} \frac{\cos \theta}{\sin^3 \theta} \sqrt{R_1^2 - d_1^2} d\theta + \right. \\ & r_1^2 \frac{\sin^2(\theta_D + \beta) \sin \theta_E}{\sin^2 \theta_D} \int_{\theta_B}^{\theta_C} \frac{\cos \theta}{\sin^3 \theta} \sqrt{R_1^2 - d_2^2} d\theta + \\ & \left. r_2^2 \frac{\sin^2(\theta_D + \beta) \sin \theta_E}{\sin^2 \theta_D} \int_{\theta_C}^{\theta_D} \frac{\cos(\theta + \beta)}{\sin^3(\theta + \beta)} \sqrt{R_2^2 - d_3^2} d\theta \right] - \\ & 2\omega c_2' \cot \varphi_2' r_2^2 \sin^2 \theta_E \int_{\theta_D}^{\theta_E} \frac{\cos \theta}{\sin^3 \theta} \sqrt{R_2^2 - d_4^2} d\theta - \\ & 2\omega r_1^2 \sin^2 \theta_C \left[ c_1' \cot \varphi_1' \int_{\theta_C}^{\theta_D} \frac{\cos(\theta + \beta)}{\sin^3(\theta + \beta)} \sqrt{R_2^2 - d_3^2} d\theta - \right. \end{aligned}$$

$$\left. c_2' \cot \varphi_2' \int_{\theta_C}^{\theta_D} \frac{\cos(\theta + \beta)}{\sin^3(\theta + \beta)} \sqrt{R_2^2 - d_3^2} d\theta \right] \quad (26)$$

$$\begin{aligned} D_{c_{app}}^{2D} = & -2\omega b c_{01} \cot \varphi_1' \left[ (r_{01} \sin \theta_A)^2 \int_{\theta_A}^{\theta_B} \frac{\cos \theta}{\sin^3 \theta} d\theta + \right. \\ & r_1^2 \frac{\sin^2(\theta_D + \beta) \sin \theta_E}{\sin^2 \theta_D} \int_{\theta_B}^{\theta_C} \frac{\cos \theta}{\sin^3 \theta} d\theta + \\ & \left. r_2^2 \frac{\sin^2(\theta_D + \beta) \sin \theta_E}{\sin^2 \theta_D} \int_{\theta_C}^{\theta_D} \frac{\cos(\theta + \beta)}{\sin^3(\theta + \beta)} d\theta \right] - \\ & 2\omega c_{02} b \cot \varphi_2' r_2^2 \sin^2 \theta_E \int_{\theta_D}^{\theta_E} \frac{\cos \theta}{\sin^3 \theta} d\theta - \\ & 2b \omega r_1^2 \sin^2 \theta_C \left[ c_{01} \cot \varphi_1' \int_{\theta_C}^{\theta_D} \frac{\cos(\theta + \beta)}{\sin^3(\theta + \beta)} d\theta - \right. \\ & \left. c_{02} \cot \varphi_2' \int_{\theta_C}^{\theta_D} \frac{\cos(\theta + \beta)}{\sin^3(\theta + \beta)} d\theta \right] \quad (27) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_{c'}^{2D} = & -2\omega b c_1' \cot \varphi_1' \left[ (r_{01} \sin \theta_A)^2 \int_{\theta_A}^{\theta_B} \frac{\cos \theta}{\sin^3 \theta} d\theta + \right. \\ & r_1^2 \frac{\sin^2(\theta_D + \beta) \sin \theta_E}{\sin^2 \theta_D} \int_{\theta_B}^{\theta_C} \frac{\cos \theta}{\sin^3 \theta} d\theta + \\ & \left. r_2^2 \frac{\sin^2(\theta_D + \beta) \sin \theta_E}{\sin^2 \theta_D} \int_{\theta_C}^{\theta_D} \frac{\cos(\theta + \beta)}{\sin^3(\theta + \beta)} d\theta \right] - \\ & 2b \omega c_2' \cot \varphi_2' r_2^2 \sin^2 \theta_E \int_{\theta_D}^{\theta_E} \frac{\cos \theta}{\sin^3 \theta} d\theta - \\ & 2b \omega r_1^2 \sin^2 \theta_C \left[ c_1' \cot \varphi_1' \int_{\theta_C}^{\theta_D} \frac{\cos(\theta + \beta)}{\sin^3(\theta + \beta)} d\theta - \right. \\ & \left. c_2' \cot \varphi_2' \int_{\theta_C}^{\theta_D} \frac{\cos(\theta + \beta)}{\sin^3(\theta + \beta)} d\theta \right] \quad (28) \end{aligned}$$

### 3.3 筋材剪切破坏引起的能量耗散

非均质软土加筋路基通过均匀布置筋材提高抗剪强度和稳定性,可简化为平面应变问题。在三维破坏机制中,滑裂面为应力集中区域,与筋材平面成夹角  $\theta$ ,筋材提供抗拉强度  $T$ 。筋材与滑裂面土体的相互作用引发局部应变集中,导致剪切破坏,滑裂面运动速度  $v$  与筋材平面成  $\theta - \varphi'$  夹角,如图 5 所示。

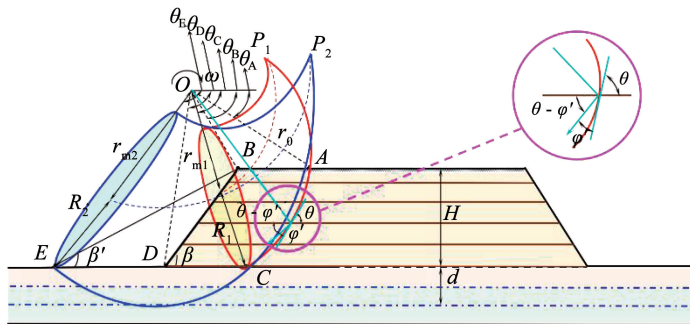


图 5 剪切破坏条件下筋材和三维滑裂面的位置关系

Fig. 5 The position relationship between the reinforcement and 3D slip surfaces

路基在均匀布筋情况下, 筋材的抗拉强度沿着路基高度和宽度均匀分布, 筋材的平均抗拉强度  $k_0$  与路基高度的函数关系可表示为

$$k_0 = \frac{T}{s} = \frac{Tn}{H} \quad (29)$$

$$D_{r-UD} = 2k_0 \omega r_{01}^2 \left[ \int_{\theta_A}^{\theta_B} e^{2(\theta-\theta_A)\tan\varphi'_1} \sin\theta \frac{\cos(\theta-\varphi'_1)}{\cos\varphi'_1} \sqrt{R_1^2 - d_1^2} d\theta + \int_{\theta_B}^{\theta_C} e^{2(\theta-\theta_B)\tan\varphi'_1} \sin\theta \frac{\cos(\theta-\varphi'_1)}{\cos\varphi'_1} \sqrt{R_1^2 - d_2^2} d\theta \right] + 2k_0 \omega r_C^2 \int_{\theta_C}^{\theta_D} e^{2(\theta-\theta_B)\tan\varphi'_1} \sin\theta \frac{\cos(\theta-\varphi'_1)}{\cos\varphi'_1} \sqrt{R_1^2 - d_3^2} d\theta \quad (30)$$

根据能量守恒原理, 滑动块体自重所做的外力功率等于筋材及非饱和路基滑裂面处由基质吸力引起的能量耗散率, 因此非均质软土加筋路基的最小上限解可表示为<sup>[32-33]</sup>:

$$F_s = \frac{D + D_r - UD}{W_\gamma^{3D} + W_\gamma^{2D}} \quad (31)$$

本文利用 MATLAB 编程和遗传算法(GA)优化计算, 获取非均质软土加筋路基的最小上限解及对应的三维滑裂面。为确保破坏机制为三维基底破坏, 优化变量需满足特定几何约束条件:

$$\begin{cases} 0 < \theta_A < \theta_B < \theta_C < \theta_w < \theta_D < \theta_E \\ 0 < r'_{01}/r_{01} < 1 \\ 0 < r'_{02}/r_{02} < 1 \\ 0 < b/H < B/H \end{cases} \quad (32)$$

### 4 对比验证

为了验证本文路基三维基底破坏上限解及遗传算法的准确性和高效性, 结果与 Gao 等<sup>[34]</sup>的边坡三维基底破坏机制及 Yang 等<sup>[35]</sup>的非均质边坡循环解进行了对比。边坡几何参数及土体强度参数的取值如下: 基底的重度  $\gamma$  为 18.5 kN/m<sup>3</sup>, 抗剪强度参数  $c$  为 20 kPa, 边坡高度  $H$  为 10 m, 土体摩擦角  $\varphi$  取 15°。

遗传算法是一种基于自然选择和遗传机制的优化方法, 相较于传统循环算法, 具有更高的适应性与效率<sup>[36]</sup>。本文构建目标函数:  $F_s = f(\theta_A, \theta_E, r'_{01}/r_{01}, r'_{02}/r_{02}, \beta', z_0, B/H, \lambda)$ 。通过输入约束条件, 分别计算筋材拉力、滑裂面基质吸力及重力功率的能量耗散率, 生成初始变量集合:  $x = (\theta_A, \theta_E, r'_{01}/r_{01}, r'_{02}/r_{02}, \beta', z_0, B/H, \lambda)$ 。对每个个体进行适应度评价, 并通过遗传和变异优化, 最终输出非均质软土加筋路基三维稳定性的最小上限值, 如图 6 所示。

为比较不同算法的计算效率和精度, 程序计算均在 LAPTOP-963B4ORT 设备上运行, 设备处理器为

式中:  $T$  为筋材单位宽度的抗拉强度;  $s$  为筋材的竖向间距, 对于均匀布筋,  $s = H/n$ ;  $n$  为铺设的层数。

在不考虑体积应变的情况下, 均匀加筋层失效引起的能量耗散率可表示为

11th Gen Intel(R) Core(TM) i7-11370H @ 3.30 GHz。对比遗传算法与循环算法计算不同条件下边坡的最小上限解, 结果如图 7 所示。

由图 7 可知, 对于不同倾角(如  $\beta = 45^\circ$  和  $\beta = 30^\circ$ )或非均质系数(如  $\lambda = 0.3$  和  $\lambda = 0.1$ )的边坡, 遗传算法计算的安全系数均略小于循环算法, 差异约为 4.1% ~ 4.4%, 表明遗传算法更接近真实值。遗传算法通过优化目标函数  $F_s$ , 结合遗传、变异和交叉机制, 能有效剔除次优解并保留优解, 从而提高精确性。此外, 遗传算法计算效率显著高于循环算法, 所需时间仅为其 1/7.5 (243 s vs. 1 930 s)。结果表明, 遗传算法在三维稳定性分析中更高效且准确。

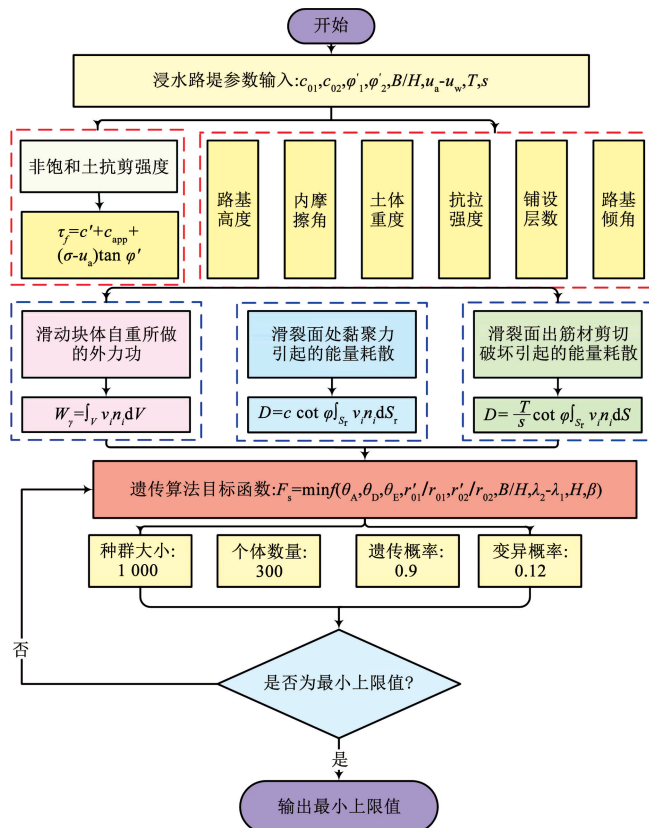


图 6 遗传算法计算流程

Fig. 6 Calculation optimization process of genetic algorithm

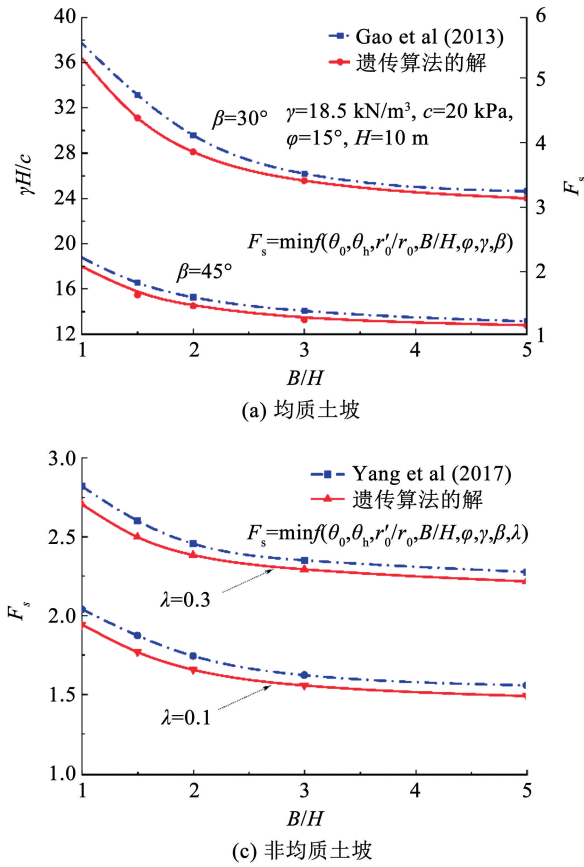


图 7 数据对比

Fig. 7 The comparison of data

### 5 非均质软土加筋路基稳定性影响因素研究

本节研究筋材抗拉强度  $T$ 、铺设层数  $L = H/s$ 、非均质系数比  $\lambda_2/\lambda_1$ 、有效内摩擦角比  $\varphi_1'/\varphi_2'$ 、非饱和基质吸力  $u_a - u_w$  等因素对非均质软土加筋路基三维稳定性的影响, 并利用遗传算法搜索精确上限解。土体参数见表 2。

表 2 软土地基上非饱和加筋路基相关参数取值

Tab. 2 Values of relevant parameters for unsaturated reinforced embankment on soft soil foundation

层数 $i$	$\gamma / (\text{kN} \cdot \text{m}^{-3})$	$c' / \text{kPa}$	$H / \text{m}$	$\beta / (^\circ)$	$\varphi_1' / (^\circ)$
1	18.5	20	15	60	20
2	18.5	10	15	60	20

#### 5.1 宽高比 $B/H$ 对路基稳定性的影响

图 8 显示, 三维基底破坏机制的宽高比  $B/H$  对路基稳定性影响显著, 安全系数  $F_s$  随  $B/H$  增大先快速后缓慢减小,  $B/H > 4$  后趋于稳定。抗拉强度较大的筋材在路基三维效应较强时更能增强稳定性。随着非均质系数比  $\lambda_2/\lambda_1$  增大(软土地基非均质性增强),  $F_s$  逐渐增大, 这是由于基底土黏聚力随

深度增加, 提升抗剪强度。对比图 8 可知, 铺设层数减少或筋材抗拉强度增加均有助于增强非饱和路基的稳定性。

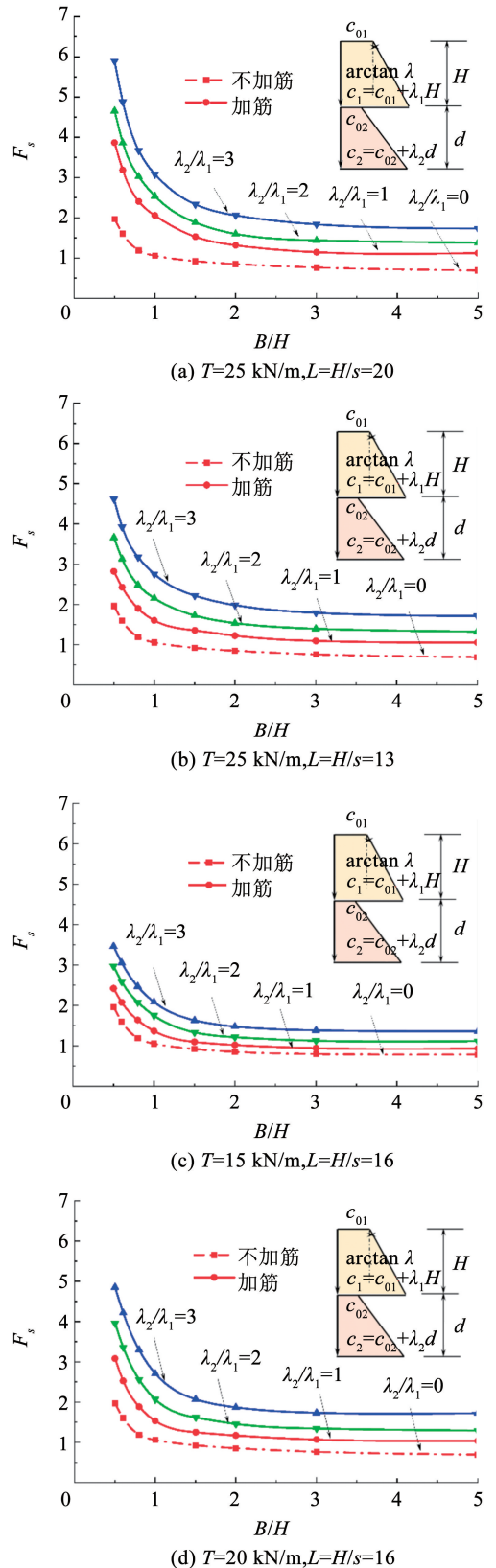
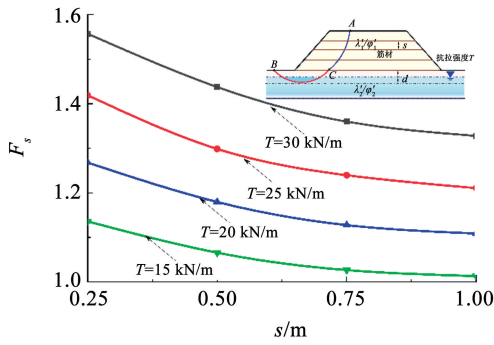


图 8 宽高比  $B/H$  对非饱和和加筋路基稳定性的影响

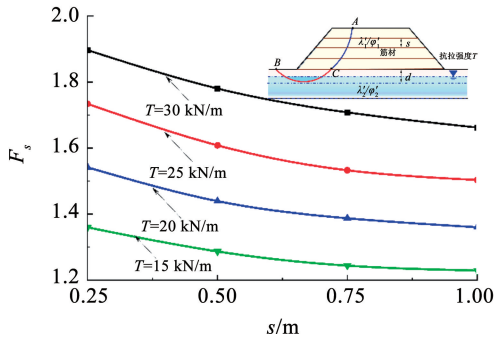
Fig. 8 Effect of ratio  $B/H$  on stability of inhomogeneous and reinforced embankment

### 5.2 筋材铺设间距 $s = L/H$ 对路基稳定性的影响

图9显示铺设间距  $s = L/H$  对非均质软土路基稳定性的影响。在相同宽高比  $B/H$  条件下,随着间距增大,安全系数  $F_s$  减小。对于  $\lambda_2/\lambda_1 = 2$ ,当  $T = 15 \text{ kN/m}$ ,间距从  $s = 0.25 \text{ m}$  增加到  $s = 1.00 \text{ m}$ ,安全系数降低约 12.8%;对于  $\lambda_2/\lambda_1 = 3$ ,当  $T = 30 \text{ kN/m}$ ,间距从  $s = 0.25 \text{ m}$  增加到  $s = 1.00 \text{ m}$ ,安全系数降低约 14.1%。铺设间距减小可增加滑裂面筋材能量耗散,提高土体抗剪强度和路基稳定性。因此,布筋密度越高,非均质路基稳定性越强。



(a)  $\lambda_2/\lambda_1=2, B/H=5$



(b)  $\lambda_2/\lambda_1=3, B/H=5$

图9 非均质系数比对路基稳定性的影响

Fig. 9 Effect of inhomogeneous coefficient ratio on the stability of embankment

### 5.3 非均质路基与软土地基的有效内摩擦角之比 $\varphi'_1/\varphi'_2$ 对路基稳定性的影响

图10显示有效内摩擦角比  $\varphi'_1/\varphi'_2$  对非均质加筋路基稳定性的影响。随着  $\varphi'_2$  减小 ( $\varphi'_1/\varphi'_2$  增大),安全系数  $F_s$  减小。当  $\varphi'_1/\varphi'_2 = 1$  时,抗拉强度  $T = 15 \text{ kN/m}$  对应  $F_s = 1.012$ ,而  $T = 30 \text{ kN/m}$  对应  $F_s = 2.125$ 。当  $\varphi'_1/\varphi'_2 = 6$  时,安全系数显著降低。筋材抗拉强度越大,抗剪强度和路基稳定性越高;内摩擦角较小时,路基稳定性下降。因此,筋材抗拉强度和内摩擦角越高,路基稳定性越强,加筋效果在内摩擦角差异较小时更明显。

### 5.4 地基与路基的非均质系数比 $\lambda_2/\lambda_1$ 对路基稳定性的影响

图11显示非均质系数比  $\lambda_2/\lambda_1$  对非饱和和加筋

路基稳定性的影响。在固定宽高比  $B/H$  下,随着  $\lambda_2/\lambda_1$  增大(软土地基非均质性增强),安全系数  $F_s$  逐渐提高。例如,当  $T = 15 \text{ kN/m}$ 、 $\lambda_2/\lambda_1 = 0$  时,  $F_s = 0.964$ ;而  $\lambda_2/\lambda_1 = 4$  时,  $F_s = 1.502$ 。此外,筋材抗拉强度增大同样提高稳定性,增强效果随  $\lambda_2/\lambda_1$  增强更显著。当  $T$  从  $15 \text{ kN/m}$  提高到  $30 \text{ kN/m}$  时,  $\lambda_2/\lambda_1 = 4$  的安全系数提高约 25.8%,而  $\lambda_2/\lambda_1 = 0$  提高约 21.9%。由此可见,非均质性与筋材抗拉强度越大,路基稳定性越高,且增强效果在非均质性较强时更为显著。

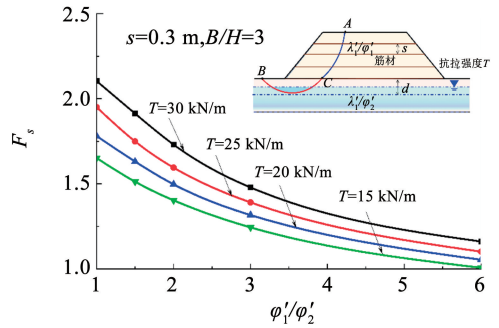


图10 有效内摩擦角之比对路基稳定性的影响

Fig. 10 Effect of effective internal friction angle ratio on stability of embankment

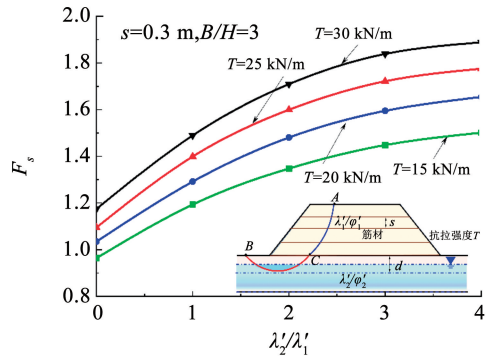


图11 非均质系数比对非饱和加筋路基稳定性的影响

Fig. 11 Effect of inhomogeneous coefficient ratio on stability of inhomogeneous and reinforced embankment

### 5.5 基质吸力 $u_a - u_w$ 对路基稳定性的影响

图12显示,基质吸力  $u_a - u_w$  增大可显著提高非均质软土加筋路基的稳定性,而宽高比  $B/H$  和筋材间距增大则降低稳定性。例如,当  $B/H = 0.5$ 、 $u_a - u_w = 0 \text{ kPa}$  时,安全系数  $F_s = 2.992$ ;当  $u_a - u_w = 60 \text{ kPa}$  时,  $F_s = 5.308$ 。筋材间距增大削弱基质吸力对稳定性的提升效果,而间距减小时则增强。例如,在  $T = 25 \text{ kN/m}$ 、 $B/H = 0.5$  条件下,间距从  $s = 0.4 \text{ m}$  降至  $s = 0.25 \text{ m}$ ,基质吸力的稳定性提升效果显著增强。因此,非饱和基质吸力是提高路基稳定性的重要因素,铺设层数的增加可进一步增强其作用。

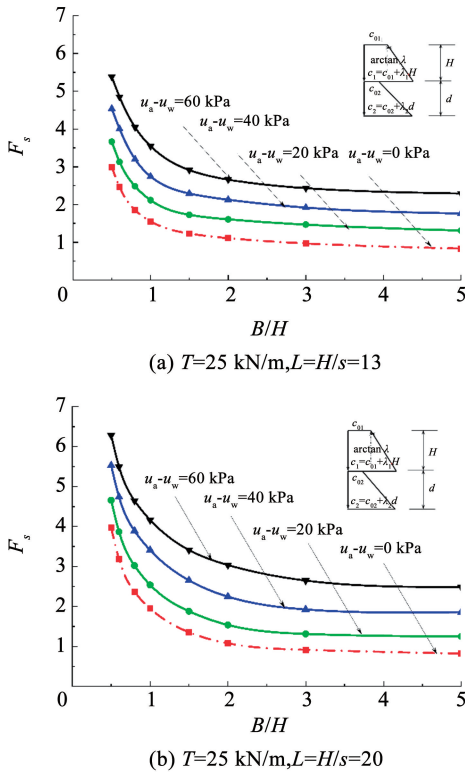


图 12 基质吸力对路基稳定性的影响

Fig. 12 Effect of matrix suction on stability of embankment

### 5.6 加筋对非均质软土路基三维滑裂面的影响

图 13 展示了不同条件下非均质软土加筋路基三维滑裂面的投影,以路基倾角  $\beta$  为  $60^\circ$ 、水重度  $\gamma_w = 10 \text{ kN/m}^3$ 、填土高度  $H = 15 \text{ m}$ 。对比加筋与不加筋情况下的三维滑裂面投影,研究加筋对潜在滑裂面的影响,如图 13(a) 和 13(b) 所示。

图 13(a) 展示了不同宽高比  $B/H$  对非均质软土加筋路基三维滑裂面的影响 ( $\phi_1'/\phi_2' = 1.5$ 、 $c_1' = 20 \text{ kPa}$ 、 $c_2' = 10 \text{ kPa}$ 、 $T = 25 \text{ kN/m}$ 、 $\lambda_2/\lambda_1 = 2$ )。滑裂面深度随  $B/H$  增大而加深,特别是在不加筋情况下。此外,地基破坏深度也随  $B/H$  增大而增加,表明宽度约束和筋材强度对基底破坏深度有显著影响。

图 13(b) 显示不同非均质系数比对三维滑裂面的影响 ( $\phi_1'/\phi_2' = 1.5$ 、 $c_1' = 20 \text{ kPa}$ 、 $c_2' = 10 \text{ kPa}$ 、 $T = 25 \text{ kN/m}$ 、 $B/H = 5$ 、 $L = 25$ )。随着非均质系数比增大,滑裂面逐渐变浅,表明地基非均质性增强可减少路基破坏范围和地基破坏深度。此外,相同非均质系数下,加筋显著减小破坏范围,增强路基稳定性并减少失效范围。

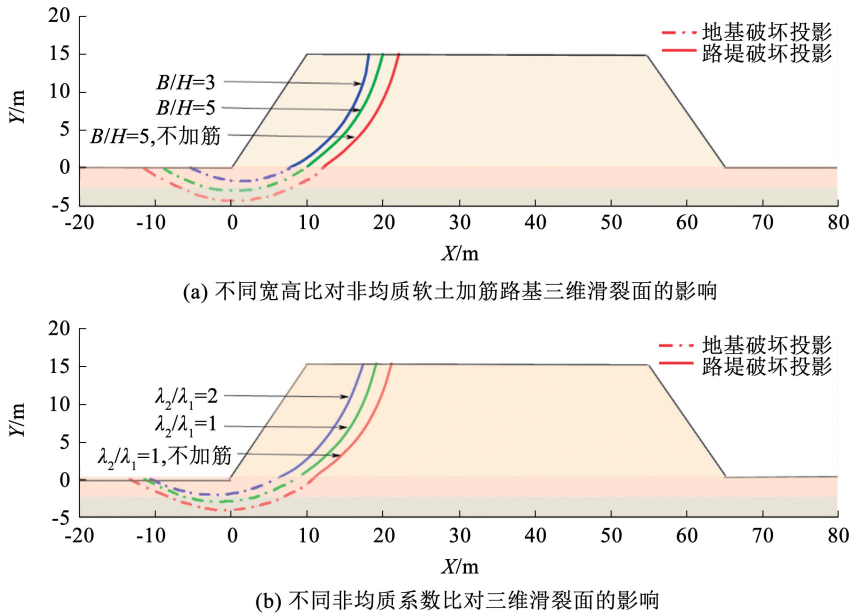


图 13 非均质软土加筋路基三维滑裂面投影

Fig. 13 3D projections of the slip surface of inhomogeneous and reinforced embankment

## 6 结 论

本文基于极限上限分析定理,构建了非均质软土加筋路基的三维基底破坏机制,并建立了能量守恒方程。继而利用遗传算法,编写了搜索非均质软土加筋路基三维稳定性最小上限解的高效算法,并

对非均质系数比、抗拉强度、铺设层数、有效内摩擦角以及非饱和基质吸力等关键因素进行了系统分析,并得到如下结论:

1) 与传统循环算法相比,本文所编写的遗传算法在计算非均质软土加筋路基上限解时表现出更高的计算效率,且计算结果更接近真实值。

2)在铺设层数一定的条件下,非均质软土路基的安全系数随着筋材抗拉强度的增大而增大,随着宽高比的增大而减小,且减小趋势不受抗拉强度变化的影响;在抗拉强度一定的条件下,铺设层数越少安全系数越大;在宽高比一定的情况下,抗拉强度越大,路基的安全系数越大。

3)非均质软土加筋路基的稳定性依赖于布筋密度,铺设层数越小,非均质软土路基的稳定性越高。此外,非饱和和软土地基的非均质特性越强,筋材的抗拉强度越大,非均质软土加筋路基越稳定,且筋材对路基的加固效果在非饱和软土地基非均质性较强时更明显。

4)非饱和路基中的基质吸力对软土加筋路基稳定性具有一定的增强效果,并且筋材间距的减小,会使基质吸力对路基稳定性的增强效果减弱;反之,筋材间距的增大,会使基质吸力对路基稳定性的增强效果增强。

5)三维基底破坏机制的宽度约束及加筋强度,会影响加筋路基的破坏深度,随着宽高比的增加,破坏深度逐渐增大,特别是对于不加筋的非均质路基;非均质软土加筋路基的筋材抗拉强度越大,三维滑裂面的破坏范围越小。此外,非均质系数比越大,软土加筋路基的三维滑裂面失效范围也会更小,相应的破坏深度越浅。

## 参考文献

[1]王珍,曹兰柱,王东.非均质边坡稳定性上限分析评价研究[J].岩土力学,2019,40(2):737  
WANG Zhen, CAO Lanzhu, WANG Dong. Analysis and evaluation study on the upper limit of stability of heterogeneous slopes[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, 40(2): 737

[2]宋广,边学成,蒋建群,等.公路加筋路基的变形和承载力分析[J].上海交通大学学报,2011,45(5):653  
SONG Guang, BIAN Xuecheng, JIANG Jianqun, et al. Deformation and bearing capacity analysis of roadbed reinforcement[J]. Journal of Shanghai Jiao Tong University, 2011, 45(5): 653

[3]黄梦宏,丁桦.边坡稳定性分析极限平衡法的简化条件[J].岩石力学与工程学报,2006,25(12):2529  
HUANG Menghong, DING Hua. Simplifying conditions for the limit equilibrium method for slope stability analysis[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(12): 2529

[4]温静杰,李铀.基于最小势能原理的路基稳定性分析方法[J].路基工程,2009(5):36  
WEN Shujie, LI You. Subgrade stability analysis method based on the principle of minimum potential energy[J]. Subgrade Engineering, 2009(5): 36

[5]丁静声,吴国雄,刘先义,等.冲沟路基稳定性影响因素的三维有限元分析[J].昆明理工大学学报(理工版),2010,35(3):57  
DING Jingsheng, WU Guoxiong, LIU Xianyi, et al. Three-

dimensional finite element analysis of influencing factors of trench subgrade stability[J]. Journal of Kunming University of Science and Technology (Science and Engineering Edition), 2010, 35(3): 57

[6]张丹.路基高陡边坡稳定性有限元分析[J].长春工程学院学报(自然科学版),2002(2):22  
ZHANG Dan. Finite element analysis of subgrade high and steep slope stability[J]. Journal of Changchun Institute of Technology (Natural Science Edition), 2002(2): 22

[7]陈建峰,石振明,孙红.加筋路堤稳定性综合分析方法[J].岩土力学,2004(增刊2):433  
CHEN Jianfeng, SHI Zhenming, SUN Hong. Comprehensive analysis method for the stability of reinforced embankment[J]. Rock and Soil Mechanics, 2004(Sup. 2): 433

[8]CHEN W F, GIGER M W, FANG H Y. On the limit analysis of stability of slopes[J]. Soils and Foundations, 1969, 9(4): 23

[9]MICHALOWSKI R L, DRESCHER A. Three-dimensional stability of slopes and excavations[J]. Géotechnique, 2009, 59(10): 839

[10]JIANG G L, MAGNAN J P. Stability analysis of embankments: comparison of limit analysis with methods of slices[J]. Géotechnique, 1997, 47(4): 857

[11]CLARKE S D, SMITH C C, GILBERT M. Modelling discrete soil reinforcement in numerical limit analysis[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2013, 50(7): 705

[12]SMITH C C, TATARI A. Limit analysis of reinforced embankments on soft soil[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2016, 44(4): 504

[13]侯超群,邓欣,孙志彬,等.非线性准则下三维加筋边坡稳定性的上限分析[J].中国公路学报,2018,31(2):124  
HOU Chaoqun, DENG Xin, SUN Zhibin, et al. Upper limit analysis of three-dimensional reinforced slope stability under nonlinear criteria[J]. China Highway Journal, 2018, 31(2): 124

[14]李雨浓,赵巍,刘畅,等.基于修正拟动力法的抗滑桩加固边坡的三维地震稳定性分析[J].中国公路学报,2024,37(1):44  
LI Yunong, ZHAO Wei, LIU Chang, et al. 3D seismic stability analysis of slopes reinforced with stabilizing piles based on modified pseudo-dynamic method[J]. China Highway Journal, 2024, 37(1): 44

[15]阙云,凌建明,袁燕.加筋土路堤稳定的极限分析[J].同济大学学报(自然科学版),2008,36(8):1079  
QUE Yun, LING Jianming, YUAN Yan. Limit analysis of reinforced soil embankment stability[J]. Journal of Tongji University(Natural Science Edition), 2008, 36(8): 1079

[16]唐高朋,李亮,赵炼恒,等.非线性破坏准则下边坡稳定性极限分析斜条分法[J].岩土力学,2015,36(7):2063  
TANG Gaopeng, LI Liang, ZHAO Lianheng, et al. Limit analysis of slope stability using nonlinear failure criteria and the strip method[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, 36(7): 2063

[17]DAVIS E H, BOOKER J R. The effect of increasing strength with depth on the bearing capacity of clays[J]. Géotechnique, 1973, 23(4): 551

[18]REDDY A S, RAO K N. Bearing capacity of strip footing on anisotropic and nonhomogeneous clays[J]. Soils and Foundations, 1981, 21(1): 1

[19]GOURVENEC S, RANDOLPH M. Effect of strength non-homogeneity on the shape of failure envelopes for combined loading

- of strip and circular foundations on clay[J]. *Géotechnique*, 2003, 53(6): 575
- [20] AL-SHAMRANI M A. Upper-bound solutions for bearing capacity of strip footings over anisotropic nonhomogeneous clays[J]. *Soils and Foundations*, 2005, 45(1): 109
- [21] NIAN T K, CHEN G Q, LUAN M T, et al. Limit analysis of the stability of slopes reinforced with piles against landslide in nonhomogeneous and anisotropic soils[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2008, 45(8): 1092
- [22] AL-SHAMRANI M, MOGHAL A. Upper bound solutions for bearing capacity of footings on anisotropic cohesive soils[C]//The International Conference on Geotechnical Engineering 2012: State of the Art and Practice in Geotechnical Engineering. Oakland: American Society of Civil Engineers, 2012: 1
- [23] 李守德, 王保田, 许永振, 等. 路基非饱和土水分运移及其对边坡稳定性的影响[J]. *中南公路工程*, 2005, 30(4): 53  
LI Shoude, WANG Baotian, XU Yongzhen, et al. Moisture migration in unsaturated soil of roadbed and its influence on slope stability[J]. *Central-South Highway Engineering*, 2005, 30(4): 53
- [24] 李亮, 刘兴旺, 赵炼恒, 等. 降雨入渗对路基稳定性影响因素分析[J]. *铁道科学与工程学报*, 2007, 4(2): 19  
LI Liang, LIU Xingwang, ZHAO Lianhen, et al. Analysis of factors affecting the stability of roadbeds under rainfall infiltration[J]. *Journal of Railway Science and Engineering*, 2007, 4(2): 19
- [25] 王铁行. 非饱和黄土路基水分场的数值分析[J]. *岩土工程学报*, 2008, 30(1): 41  
WANG Tiexing. Numerical analysis of water content field in unsaturated loess subgrade[J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 2008, 30(1): 41
- [26] FREDLUND D G, XING A. Equations for the soil-water characteristic curve[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1994, 31(4): 521
- [27] ESCARIO V, SAEZ J. The shear strength of partly saturated soils[J]. *Géotechnique*, 1986, 36(3): 453
- [28] 孙德安. 非饱和土的水力和力学特性及其弹塑性描述[J]. *岩土力学*, 2009, 30(11): 3217  
SUN Dean. Hydro-mechanical behaviors of unsaturated soils and their elastoplastic modelling[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2009, 30(11): 3217
- [29] 陈正汉, 秦冰. 非饱和土的应力状态变量研究[J]. *岩土力学*, 2012, 33(1): 1  
CHEN Zhenghan, QIN Bing. On stress state variables of unsaturated soils[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2012, 33(1): 1
- [30] 徐筱, 赵成刚, 蔡国庆. 区分毛细和吸附作用的非饱和土抗剪强度模型[J]. *岩土力学*, 2018, 39(6): 1001  
XU Xiao, ZHAO Chenggang, CAI Guoqing. Shear strength with capillary and adsorptive mechanisms for unsaturated soils[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2018, 39(6): 1001
- [31] LI Y L, LIU C, WANG L W, et al. Stability analysis of inhomogeneous slopes in unsaturated soils optimized by a genetic algorithm[J]. *International Journal of Geomechanics*, 2022, 22(9): 1
- [32] KANG L, JIAN Y, FAN Y. Analytical analysis of infinite heterogeneous slope stability considering suction influence[J]. *Geofluids: An International Journal of Earth Science and Engineering*, 2022, 2022: 109
- [33] YANG G Y, SHANG T, HAN L, et al. Numerical study on the influence of profile shape on the stability of a nonhomogeneous slope[J]. *Advances in Civil Engineering*, 2021, 2021: 1
- [34] GAO Y F, ZHANG F, LEI G H, et al. An extended limit analysis of three-dimensional slope stability[J]. *Géotechnique*, 2013, 63(6): 518
- [35] YANG X L, XU J. Three-dimensional stability of two-stage slope in inhomogeneous soils[J]. *International Journal of Geomechanics*, 2017, 17(7): 06016045
- [36] HOLLAND J H. Genetic algorithms[J]. *Scientific American*, 1992, 267(1): 66

## (上接第 69 页)

- CHEN Liang, FENG Liu, LI Qiaoru. Bus departure interval model considering on-bus perceived value[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2018, 50(3): 150
- [20] 罗玉芳, 陈梦微, 王殿海. 出行方式链的转换成本估计[J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2020, 52(3): 11  
LUO Yufang, CHEN Menghui, WANG Dianhai. Estimation of cost in travel mode chain conversion[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2020, 52(3): 11
- [21] HE D, GUAN W, LIU T, et al. Coordinated operation of fixed-route and demand-responsive feeder transit services in a travel corridor[J]. *Journal of Transportation Engineering, Part A: Systems*, 2023, 149(2): 04022142
- [22] KIM J, TAK S, LEE J, et al. Integrated design framework for on-demand transit system based on spatiotemporal mobility patterns[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2023, 150: 104087
- [23] CHORUS C G, ROSE J M, HENSHER D A. Regret minimization or utility maximization: it depends on the attribute[J]. *Environment and Planning B: Planning and Design*, 2013, 40(1): 154
- [24] WANG Z, AN S, WANG J, et al. Evacuation travel behavior in regret minimization or utility maximization rules? Evidence from emergency context[J]. *KSCSE Journal of Civil Engineering*, 2017, 21(1): 440
- [25] 关宏志. 非集计模型—交通行为分析的工具[M]. 北京: 人民交通出版社, 2004: 39  
GUAN Hongzhi. Disaggregate model—A tool of traffic behavior analysis[M]. Beijing: China Communication Press, 2004: 39
- [26] 北京交通发展研究院. 北京市 2023 年交通发展年报[M]. 北京: 北京交通发展研究院, 2024  
Beijing Transport Institute. Beijing transportation development annual report 2023[M]. Beijing: Beijing Transport Institute, 2024
- [27] BIERLAIRE M. A short introduction to Biogeme: TRANSP-OR 230620[R]. Lausanne: Transport and Mobility Laboratory, ENAC, EPFL, 2023
- [28] MCFADDEN D L. Conditional logit analysis of qualitative choice analysis[M]. New York: Cambridge University Press, 1974: 105