

DOI:10.11918/202312033

# 板柱节点考虑弯剪相关性的受冲切承载力计算方法

郑文忠<sup>1,2</sup>, 吕盛先<sup>1,2</sup>, 郑博文<sup>1,2</sup>, 王英<sup>1,2</sup>

(1. 结构工程灾变与控制教育部重点实验室(哈尔滨工业大学), 哈尔滨 150090;  
2. 土木工程智能防灾减灾工业和信息化部重点实验室(哈尔滨工业大学), 哈尔滨 150090)

**摘要:** 对于同时受到竖向荷载和不平衡弯矩作用的板柱节点, 目前已有方法大多将不平衡弯矩等效为竖向荷载, 从而给出其受冲切承载力计算方法。但该方法所涉及的不平衡弯矩比例系数的计算还存在较大争议, 且没有考虑竖向荷载与不平衡弯矩耦合的影响。因此, 本文首先通过推导给出仅有竖向荷载作用的板柱节点受冲切承载力计算公式和仅有不平衡弯矩作用的板柱节点受弯承载力计算公式, 并与试验结果进行对比, 验证了所提公式的合理性。然后基于板柱节点在竖向荷载和不平衡弯矩共同作用下的试验结果, 拟合得到板柱节点考虑弯剪相关性的受冲切承载力计算公式。最后对所提计算方法与不同规范计算方法进行对比, 结果表明本文计算方法能够更加准确地预测板柱节点受冲切承载力。

**关键词:** 板柱节点; 竖向荷载; 不平衡弯矩; 受冲切承载力; 计算方法

中图分类号: TU375 文献标志码: A 文章编号: 0367-6234(2025)01-0065-12

## Calculation method for punching capacity of slab-column connections considering bending shear correlation

ZHENG Wenzhong<sup>1,2</sup>, LYU Shengxian<sup>1,2</sup>, ZHENG Bowen<sup>1,2</sup>, WANG Ying<sup>1,2</sup>

(1. Key Lab of Structures Dynamic Behavior and Control (Harbin Institute of Technology), Ministry of Education, Harbin 150090, China;  
2. Key Lab of Smart Prevention and Mitigation of Civil Engineering Disasters (Harbin Institute of Technology), Ministry of Industry and Information Technology, Harbin 150090, China)

**Abstract:** For slab-column connections subjected to vertical loads and unbalanced bending moments, the unbalanced bending moment is typically equated to vertical loads in most existing methods for calculating their punching capacity. However, there is significant controversy regarding the calculation of the unbalanced bending moment ratio coefficient in existing methods, and the coupling effect between vertical loads and unbalanced bending moments has not been adequately considered. Therefore, this paper first proposes a new equation for calculating the punching capacity of slab-column connections under vertical loads only and validates it through comparison with experimental results. Additionally, a novel equation for calculating the flexural capacity of slabs under unbalanced bending moments is proposed. Based on experimental results and considering the bending-shear correlation, an equation for calculating the punching capacity of slab-column connections under the combined action of vertical loads and unbalanced bending moments is then derived. Finally, the proposed method is compared with various design code methods. The results indicate that the proposed method can more accurately predict the punching capacity of slab-column connections.

**Keywords:** slab-column connections; vertical load; unbalanced bending moment; punching capacity; calculation method

钢筋混凝土板柱结构是由楼板和柱组成承重体系的结构, 具有可有效提高楼层净高, 降低建造成本等优势。但板柱结构的板柱节点易发生脆性的冲切破坏。某处板柱节点发生破坏, 会使得相邻的板柱节点所承担的荷载增大, 随后更多处板柱节点可能相继破坏, 最终整个板柱结构倒塌或坍塌。因此, 开

展竖向荷载和不平衡弯矩共同作用下的板柱节点受力机理和承载力计算方法研究, 具有十分重要的意义。

多年来各国学者进行了大量的板柱节点冲切试验研究和受力机理分析, 提出了板柱节点在竖向荷载和不平衡弯矩共同作用下的受冲切承载力计算

模型。如:1960年 Stasio 等<sup>[1]</sup>基于弹性应力叠加提出了偏心剪应力模型;2001年马云昌等<sup>[2]</sup>在塑性铰理论的基础上,通过极限分析得到了板柱节点受冲切承载力计算公式;2007年 Tian<sup>[3]</sup>提出以拟梁法为基础的模型;2018年易伟建等<sup>[4]</sup>提出了考虑板弯曲变形和剪切变形的受力机理模型,并给出了偏心荷载作用下的板柱节点受冲切承载力计算公式。以上国内外不同学者提出的竖向荷载和不平衡弯矩共同作用下的板柱节点计算模型有着较大差异,且目前尚未形成统一的计算方法。

这是因为仅竖向荷载作用下的板柱节点受冲切计算已较为复杂。在竖向荷载作用下,板与柱相交处既承受剪力作用又承受弯矩作用。因此,受压区混凝土对受冲切承载力的贡献受到混凝土剪应力和压应力的共同影响。此外,板柱节点冲切斜裂缝上的混凝土骨料咬合作用和板受拉纵筋销栓作用也对其受冲切承载力有一定的贡献。而板柱节点在竖向荷载和不平衡弯矩共同作用下,由于发生冲切破坏时已进入塑性阶段,因此不能分开考虑竖向荷载和不平衡弯矩,需考虑竖向荷载与不平衡弯矩的耦合对板柱节点受冲切承载力的影响。

本文首先通过推导给出了仅承受竖向荷载作用的板柱节点受冲切承载力计算公式和仅承受不平衡弯矩作用的板柱节点受冲切承载力计算公式。然后基于竖向荷载和不平衡弯矩共同作用下的板柱节点试验结果,考虑竖向荷载与不平衡弯矩的相互影响,从而提出了竖向荷载和不平衡弯矩共同作用下的板柱节点受冲切承载力计算公式。

## 1 竖向荷载作用下的板柱节点受冲切承载力计算

### 1.1 计算模型

假设竖向荷载作用下的板柱节点达到受冲切承载力极限状态时,其承载力由板受压区混凝土的贡献、冲切斜裂缝上的混凝土骨料咬合作用的贡献和与冲切斜裂缝相交的板受拉纵筋销栓作用的贡献组成,即受冲切承载力为三部分贡献之和。因此,竖向荷载作用下的板柱节点受冲切承载力计算公式为

$$V_u = V_1 + V_2 + V_3 \quad (1)$$

式中: $V_u$ 为竖向荷载作用下的板柱节点受冲切承载力,N; $V_1$ 为板受压区混凝土对受冲切承载力的贡献,N; $V_2$ 为冲切斜裂缝上的混凝土骨料咬合作用对受冲切承载力的贡献,N; $V_3$ 为与冲切斜裂缝相交的板受拉纵筋的销栓作用对受冲切承载力的贡献,N。

为计算竖向荷载作用下的板柱节点受冲切承载力,采用了图1所示的受力模型。图1中: $c$ 为方形柱截面边长; $V$ 为竖向荷载; $x_0$ 为板受压区高度; $\alpha$ 为冲切斜裂缝与竖直方向的夹角; $h$ 为板厚; $h_0$ 为板有效高度,按板两个方向有效高度的平均值考虑; $\delta$ 为冲切锥体的虚位移; $\psi$ 为板的转角。

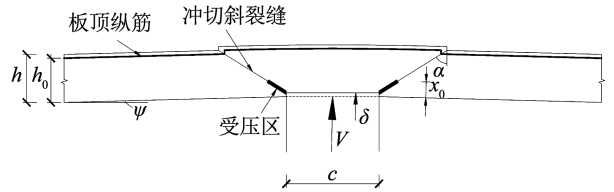


图1 板柱节点冲切计算模型示意

Fig. 1 Schematic diagram of punching calculation model for slab-column connections

板柱节点达到受冲切承载力极限状态时,其冲切斜裂缝上的应力分布见图2。 $\sigma_n$ 和 $\tau_{nt}$ 分别为板受压区混凝土受到的正应力和剪应力, $\tau_2$ 为板柱节点冲切斜裂缝上的混凝土骨料咬合作用所产生的剪应力。



图2 冲切锥体上的应力示意

Fig. 2 Schematic diagram of stresses on the punching cone

### 1.2 板受压区混凝土的贡献

本文认为当板受压区混凝土在压应力和剪应力共同作用下达到临界应力状态时,板柱节点达到受冲切承载力极限状态。假设板受压区混凝土在压应力和剪应力共同作用下的强度准则符合抛物线形的摩尔-库伦准则,该准则包络线见图3。抛物线形的摩尔-库伦准则:

$$\frac{\sigma_n}{f'_c} + \frac{1}{K} \left( \frac{\tau_{nt}}{f'_t} \right)^2 = 1 \quad (2)$$

$$K = m + 2 - 2\sqrt{m + 1} \quad (3)$$

$$m = \frac{f'_c}{f'_t} = \frac{v_c f_c}{v_t f_t} \quad (4)$$

式中: $\sigma_n$ 和 $\tau_{nt}$ 分别为混凝土所受到的正应力和剪应力,MPa; $f'_c$ 和 $f'_t$ 分别为混凝土轴心抗压强度和轴心抗拉强度,MPa; $f'_c$ 和 $f'_t$ 分别为混凝土进入塑性状态后的有效抗压强度和有效抗拉强度,MPa; $v_c$ 和 $v_t$ 分别为混凝土轴心抗压强度和轴心抗拉强度的强度折减系数,根据文献[5], $v_c$ 取为0.35;与板柱节点试验数据对比分析后, $m$ 取为 $f'_c$ 。

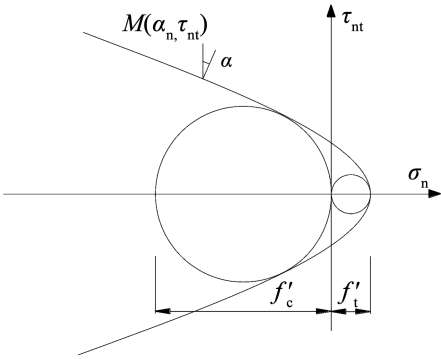


图 3 抛物线形的摩尔-库伦准则

Fig. 3 Parabolic Mohr-Coulomb criterion

抛物线形的摩尔-库伦准则抛物线的外法线方向和  $\tau_m$  轴方向的夹角即为板柱节点冲切斜裂缝与垂直方向的夹角  $\alpha$ , 从而对式(2)求导可以得到:

$$\tan \alpha = -\frac{d\tau_m}{d\sigma_n} = \frac{Kf'_t}{2\tau_m} \quad (5)$$

将式(5)代入式(2), 得到板受压区混凝土的正应力和剪应力分别为:

$$\sigma_n = f'_t \left( 1 - \frac{K}{4} \cot^2 \alpha \right) \quad (6)$$

$$\tau_m = \frac{1}{2} K f'_t \cot \alpha \quad (7)$$

当板柱节点冲切锥体产生向上的虚位移  $\delta$  时, 根据虚功原理有

$$V_1 \delta = \int_A (\sigma_n \delta \sin \alpha + \tau_m \delta \cos \alpha) dA \quad (8)$$

式中  $A$  为板受压区的面积,  $\text{mm}^2$ 。

为计算板受压区高度, 首先将板受拉纵筋面积等效换算成混凝土面积(图 4)。然后利用换算后截面的受拉区对中性轴的面积矩等于受压区对中性轴的面积矩, 求得板受压区高度。图 4 中,  $b$  为板柱节点冲切锥体的上口边长, 其计算公式为  $b = c + 2h_0 \tan \alpha$ 。

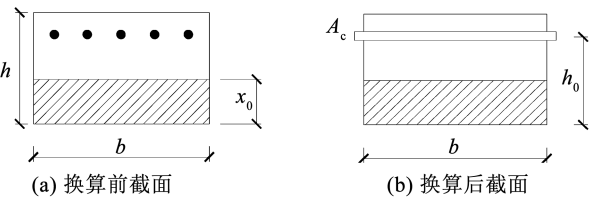


图 4 钢筋面积换算成混凝土面积

Fig. 4 Equivalent conversion of steel reinforcement area to concrete area

根据合力相等和应变相同, 可以得到板受拉纵筋面积  $A_s$  换算后的混凝土面积  $A_c$ :

$$A_c = A_s \frac{E_s}{E_c} \quad (9)$$

将板受拉纵筋面积换算为混凝土面积后, 截面

中性轴通过换算后截面的重心, 由此得到:

$$\frac{E_s}{E_c} A_s (h_0 - x_0) = \frac{1}{2} b x_0^2 \quad (10)$$

将板受拉纵筋配筋率  $\rho = A_s / (b h_0)$  代入上式, 即可得到:

$$\left( \frac{x_0}{h_0} \right)^2 + 2 \frac{E_s}{E_c} \rho \frac{x_0}{h_0} - 2 \frac{E_s}{E_c} \rho = 0 \quad (11)$$

从而得到板受压区高度为

$$x_0 = \frac{E_s}{E_c} \rho h_0 \left( \sqrt{1 + \frac{2E_c}{\rho E_s}} - 1 \right) \quad (12)$$

式中:  $x_0$  为板受压区高度,  $\text{mm}$ ;  $E_s$  为板受拉纵筋弹性模量,  $\text{MPa}$ ;  $E_c$  为混凝土弹性模量,  $\text{MPa}$ ;  $h_0$  为板截面有效高度,  $\text{mm}$ 。

混凝土弹性模量的计算采用中国 GB 50010—2010《混凝土结构设计规范》<sup>[6]</sup> (中国规范) 中的建议公式:

$$E_c = \frac{10^5}{2.2 + 34.7/f_{cu}} \quad (13)$$

式中  $f_{cu}$  为混凝土标准立方体抗压强度,  $\text{MPa}$ 。

根据文献[7], 板柱节点冲切斜裂缝与垂直方向的夹角为  $30^\circ$  到  $61.2^\circ$ , 且主要集中在  $60^\circ$  附近。为简化计算, 本文取板柱节点冲切斜裂缝与竖向方向的夹角  $\alpha$  为  $60^\circ$ , 从而得到受压区的贡献为

$$V_1 = (2.02 + 0.144f_c - 0.289\sqrt{f_c + 1}) \times (4.64cx_0 + 8.04x_0^2) = \beta(4.64cx_0 + 8.04x_0^2) \quad (14)$$

式中:  $c$  为方形柱截面边长,  $\text{mm}$ ;  $\beta$  为计算系数。

### 1.3 混凝土骨料咬合作用的贡献

采用 Vecchio 等<sup>[8]</sup> 基于考察混凝土骨料咬合作用试件的试验数据拟合得到的公式, 计算板柱节点冲切斜裂缝上的混凝土骨料咬合作用所产生的剪应力:

$$\tau_2 = \frac{0.18\sqrt{f'_c}}{0.31 + \frac{24\omega}{a_g + 16}} \quad (15)$$

式中:  $a_g$  为混凝土最大骨料的粒径,  $\text{mm}$ ;  $\omega$  为冲切斜裂缝宽度,  $\text{mm}$ , 按下式计算:

$$\omega = \psi (h_0 - x_0) \quad (16)$$

板的转角  $\psi$  采用模式规范 MC 2010<sup>[9]</sup> 的近似计算方法:

$$\psi = \frac{1.5r_s}{h_0 E_s} \quad (17)$$

式中  $r_s$  为柱边到板边的距离,  $\text{mm}$ 。

由虚功原理, 得到板柱节点冲切斜裂缝上的混凝土骨料咬合作用的贡献:

$$V_2 \delta = \int_A \tau_2 \delta \cos \alpha dA \quad (18)$$

由式(15)~(18)可得:

$$V_2 = \tau_2(h_0 - x_0)[4c + 4\sqrt{3}(h_0 + x_0)] \quad (19)$$

#### 1.4 板受拉纵筋销栓作用的贡献

板柱节点冲切斜裂缝发展到板受拉纵筋时,板受拉纵筋类似于插在混凝土中的销栓,从而对板柱节点受冲切承载力产生贡献。采用 Philippe<sup>[10]</sup> 基于考察纵筋销栓作用试件的试验数据得到的受拉纵筋销栓作用计算公式,来量化板受拉纵筋销栓作用的贡献:

$$V_3 = \frac{1}{2}(\sum d^2) \sqrt{0.8f_{cu}f_y(1-\eta^2)} \cos \alpha \quad (20)$$

式中: $d$  为板受拉纵筋直径,mm; $f_y$  为板受拉纵筋屈服强度,MPa;系数  $\eta$  为板受拉纵筋的应力水平,按

0.8 考虑。

对式(20)进行变换,可以得到板受拉纵筋销栓作用的贡献为

$$V_3 = 0.25\rho(c + 2\sqrt{3}h_0)h_0\sqrt{f_c f_y} \quad (21)$$

#### 1.5 建议公式的评价

将板受压区混凝土的贡献、混凝土骨料咬合作用的贡献和板受拉纵筋销栓作用的贡献代入式(1),可得到竖向荷载作用下的板柱节点受冲切承载力计算公式:

$$V_u = \beta(4.64cx_0 + 8.04x_0^2) + 4\tau_2(h_0 - x_0)[c + \sqrt{3}(h_0 + x_0)] + 0.25\rho(ch_0 + 2\sqrt{3}h_0^2)\sqrt{f_c f_y} \quad (22)$$

通过收集相关试验数据,建立了包含 157 组竖向荷载作用下的板柱节点试验数据库,见表 1。

表 1 竖向荷载作用下的板柱节点试验数据库

Tab.1 Punching database of slab-column connections under vertical loads

数据来源	试件编号	$L/mm$	$h_0/mm$	$c/mm$	$\rho/\%$	$f_y/MPa$	$f_c/MPa$	$f_t/MPa$	$V_u/kN$
	S74	1 500	120	100	0.99	343.2	17.9	2.24	190.0
	S74'	1 500	120	100	0.99	343.2	22.4	2.54	240.0
	S62	1 500	170	300	0.79	343.0	41.8	3.43	660.0
	S63	1 500	170	300	1.19	473.6	35.4	3.23	750.0
	S64	1 500	170	300	1.19	473.6	39.3	3.35	750.0
	S65	1 500	170	300	1.09	384.4	39.3	3.35	635.0
	S66	1 500	170	300	1.09	384.4	39.3	3.35	600.0
	S69	1 500	120	300	2.11	384.4	39.2	3.35	540.0
	S72	1 500	120	300	1.12	384.4	44.7	3.52	600.0
	S75	1 500	120	100	0.99	343.2	42.8	3.46	312.0
	S76	1 500	120	100	0.99	343.2	41.8	3.43	341.0
角田史雄等 <sup>[11]</sup>	S89	1 000	80	100	1.12	343.2	26.8	2.80	174.0
	S90	1 000	80	100	1.12	343.2	25.5	2.73	165.0
	SA4-S24	2 000	75	100	1.17	384.4	34.1	3.17	160.0
	SH3-S28	1 000	120	100	1.17	384.4	29.0	2.93	301.0
	SH3-S29	1 000	120	100	1.17	384.4	31.1	3.04	292.0
	SB1-S2	1 000	75	50	1.17	384.4	35.0	3.21	130.0
	SB3-S7	1 000	75	150	1.17	384.4	32.2	3.09	220.0
	SB4-S9	1 000	75	200	1.17	384.4	28.9	2.92	235.0
	SC1-S16	1 000	75	100	1.18	347.1	32.3	3.09	170.0
	SC4-S18	1 000	75	100	0.92	384.4	28.0	2.87	169.0
	SC4-S19	1 000	75	100	0.92	384.4	28.8	2.91	160.0
	SP1-S10	1 000	75	100	0.47	384.4	29.1	2.93	118.0
	SP3-S12	1 000	75	100	1.55	384.4	31.9	3.08	210.0
	C4	1 200	96	250	1.21	256.4	18.5	2.29	249.0
	C5	1 200	94	250	1.65	251.0	19.2	2.33	278.0
	D3a	1 200	128	250	0.98	282.4	17.8	2.23	393.0
李定国等 <sup>[12]</sup>	D4a	1 200	126	250	1.21	291.2	18.9	2.31	446.0
	D4y	1 200	123	250	1.22	299.5	22.3	2.53	460.0
	D7	1 200	121	250	1.74	453.5	20.7	2.43	550.0
	D8	1 200	119	250	1.60	256.6	28.2	2.88	600.0

表 1(续)

数据来源	试件编号	$L/\text{mm}$	$h_0/\text{mm}$	$c/\text{mm}$	$\rho/\%$	$f_y/\text{MPa}$	$f_c/\text{MPa}$	$f_t/\text{MPa}$	$V_u/\text{kN}$
Regan <sup>[13]</sup>	I/1	1 830	77	200	2.40	500.0	24.5	2.67	194.0
	I/2	1 830	77	200	1.20	500.0	22.3	2.53	176.0
	I/3	1 830	77	200	1.40	500.0	26.1	2.76	194.0
	I/5	1 830	79	200	1.50	480.0	26.8	2.80	165.0
	I/6	1 830	79	200	0.80	480.0	20.8	2.44	165.0
	I/7	1 830	79	200	0.80	480.0	28.9	2.92	186.0
	V/4	1 500	118	102	0.80	628.0	33.8	3.16	285.0
赵晋 <sup>[14]</sup>	S5-1	1 750	150	250	0.86	459.0	23.7	2.62	517.0
	S5-2	1 750	150	250	1.28	459.0	24.9	2.69	612.0
	S7-1	2 350	150	250	0.86	459.0	23.1	2.58	535.0
	S7-2	2 350	150	250	1.28	459.0	21.4	2.48	556.0
Park 等 <sup>[15]</sup>	S1	1 500	90	250	1.06	453.0	24.6	2.67	230.0
	S2	1 500	90	250	2.00	466.0	26.0	2.76	316.8
	S3	1 500	130	250	0.98	485.0	24.6	2.67	443.2
彭检 <sup>[16]</sup>	C5-30-2	1 750	150	250	1.28	604.0	25.8	2.74	692.0
	C5-30-1	1 750	150	250	0.86	604.0	26.4	2.78	678.0
	C5-50-2	1 750	150	250	1.28	604.0	34.0	3.17	855.0
	C5-50-1	1 750	150	250	0.86	604.0	34.8	3.20	691.0
	C7-30-1	2 350	150	250	0.86	604.0	24.5	2.67	473.0
	C7-30-2	2 350	150	250	1.28	604.0	22.6	2.55	600.0
	C7-50-1	2 350	150	250	0.86	604.0	39.4	3.35	723.0
	C7-50-2	2 350	150	250	1.28	604.0	35.9	3.25	801.0
Gosav 等 <sup>[17]</sup>	C7-70-1	2 350	150	250	0.86	453.6	48.6	3.63	610.0
	C7-70-2	2 350	150	250	1.28	453.6	50.1	3.67	785.0
Gosav 等 <sup>[17]</sup>	AG1	2 000	157	300	1.25	583.0	26.7	2.80	495.0
易伟建等 <sup>[18]</sup>	C7-30-3	2 350	150	250	1.71	453.6	27.0	2.82	690.0
	C7-50-3	2 350	150	250	1.71	453.6	36.1	3.26	805.0
	SH1	2 350	150	250	1.28	453.6	20.9	2.45	533.0
	SL1	2 350	150	250	0.86	453.6	22.8	2.56	537.0
郑建岚等 <sup>[19]</sup>	J-1	1 200	125	250	1.06	298.2	26.0	2.76	450.4
	J-3	1 200	125	250	0.96	298.2	26.0	2.76	427.0
	J-4	1 200	80	250	1.32	289.1	43.1	3.44	302.4
	J-5	1 200	95	250	1.32	289.0	27.5	2.84	307.0
	J-6	1 200	95	250	1.06	278.0	27.5	2.84	306.4
Guandalini 等 <sup>[20]</sup>	PG-1	2 760	210	260	1.50	573.0	27.7	2.85	1 023.0
	PG-2b	2 760	210	260	0.25	552.0	38.4	3.32	440.0
	PG-4	2 760	210	260	0.25	541.0	32.0	3.08	408.0
	PG-6	1 380	96	130	1.50	526.0	34.1	3.17	238.0
	PG-7	1 380	100	130	0.75	550.0	34.1	3.17	241.0
	PG-10	2 760	210	260	0.33	577.0	28.5	2.90	540.0
	PG-11	2 760	210	260	0.75	570.0	34.1	3.17	763.0
Hawkins 等 <sup>[21]</sup>	S2150-1	2 032	127	254	1.54	331.0	28.1	2.88	463.0
	S2150-2	2 032	127	254	1.56	331.0	28.6	2.90	440.0
	S4150-1	2 286	127	508	1.52	331.0	33.2	3.13	579.0
Birkle 等 <sup>[22]</sup>	10	3 800	260	350	1.10	524.0	28.9	2.92	1 046.0
	7	3 000	190	300	1.30	531.0	32.0	3.08	825.0
安玉杰等 <sup>[23]</sup>	A-1	1 200	93	200	1.24	325.5	29.5	2.95	274.0
	A-2	1 200	93	200	1.32	325.5	31.4	3.05	277.0
	A-3	1 200	93	200	1.32	325.5	21.2	2.46	249.0
	A-4	1 200	93	200	0.91	325.5	29.5	2.95	240.0

表 1(续)

数据来源	试件编号	$L/mm$	$h_0/mm$	$c/mm$	$\rho/%$	$f_y/MPa$	$f_c/MPa$	$f_t/MPa$	$V_u/kN$
Theodorakopoulos 等 <sup>[24]</sup>	FS-19	1 690	100	150	0.37	460.0	29.5	2.95	136.5
毛明傑等 <sup>[25]</sup>	20-1/2As-2	1 300	95	150	0.55	294.0	29.9	2.98	164.6
	20-As-1	1 300	95	150	0.55	294.0	22.9	2.57	176.0
	20-As-2	1 300	95	150	0.55	294.0	22.9	2.57	166.6
	40-1/2As-3	1 300	95	150	0.55	294.0	28.6	2.90	216.0
	40-As-1	1 300	95	150	0.55	294.0	22.5	2.55	186.3
	40-As-2	1 300	95	150	0.55	294.0	22.5	2.55	201.0
	40-1/2As-1	1 300	95	150	0.55	294.0	25.2	2.71	176.6
	40-1/2As-2	1 300	95	150	0.55	294.0	25.2	2.71	162.0
黄小坤等 <sup>[26]</sup>	BAN105	2 000	168	200	0.50	490.0	30.2	3.00	586.6
	BAN105(1)	2 000	168	200	0.50	490.0	28.3	2.89	522.3
	BAN113	2 000	164	200	1.30	507.0	29.8	2.97	805.3
	BAN113(1)	2 000	164	200	1.30	507.0	26.7	2.80	796.8
Sistonen 等 <sup>[27]</sup>	L1	1 570	172	202	0.46	621.0	31.0	3.03	503.0
	L2	1 570	176	202	0.45	621.0	31.0	3.03	537.0
	L3	1 570	173	201	0.45	621.0	31.0	3.03	530.0
	L4	1 770	170	402	0.67	612.0	31.0	3.03	686.0
	L5	1 770	172	399	0.66	612.0	31.0	3.03	696.0
	L7	1 770	177	201	0.64	586.0	22.9	2.57	478.0
	L8	2 270	174	899	1.16	576.0	22.9	2.57	1 111.0
	L9	2 270	172	897	1.17	576.0	22.9	2.57	1 107.0
	L10	2 270	173	901	1.16	576.0	22.9	2.57	1 079.0
	Talbot <sup>[28]</sup>	P 1/1-0.8	1 600	95	200	0.83	414.0	32.9	3.12
Pd 1/1-0.8		1 600	104	320	0.76	414.0	34.3	3.18	280.0
Pd 1/1-1.5		1 600	92	320	1.36	416.0	31.1	3.04	360.0
Einpaal 等 <sup>[29]</sup>	PE4	1 413	197	260	1.59	517.0	32.9	3.12	985.0
	PE3	3 560	204	260	1.54	517.0	32.2	3.09	961.0
张元伟 <sup>[30]</sup>	A20-1	1 200	98	250	1.57	458.4	32.2	3.09	356.0
	A20-2	1 200	128	250	1.20	458.4	32.9	3.12	470.0
	A20-3	1 200	158	250	0.97	458.4	34.3	3.18	646.0
	A35-1	1 200	98	250	1.57	458.4	37.8	3.30	357.0
	A35-2	1 200	99	250	1.14	371.0	37.8	3.30	357.0
	A50-1	1 200	98	250	1.57	458.4	44.3	3.51	412.0
	A50-2	1 200	99	250	1.14	371.0	44.7	3.52	354.0
Rizk 等 <sup>[31]</sup>	NSC1	1 830	163	250	0.52	435.0	31.2	3.04	479.0
	NSC2	1 830	158	250	2.17	433.0	32.8	3.12	678.0
	NSC3	1 830	105	250	0.40	450.0	32.3	3.11	228.0
	HSC5	1 830	138	250	2.48	433.0	56.4	3.81	788.0
Birkle 等 <sup>[32]</sup>	1	2 000	124	250	1.54	488.0	32.9	3.12	483.0
Almeida 等 <sup>[33]</sup>	SNSC	1 530	105	200	1.00	523.0	33.6	3.15	289.2
Ospina 等 <sup>[34]</sup>	SR-1	1 670	120	250	0.87	430.0	34.3	3.18	365.1
Caldentey 等 <sup>[35]</sup>	1	2 500	200	450	1.07	575.0	34.6	3.19	974.0
	2	2 500	200	450	1.07	575.0	34.9	3.21	956.0
Ghannoum <sup>[36]</sup>	S1-U	2 000	109	225	0.96	445.0	34.6	3.19	301.0
	S2-U	2 000	109	225	0.96	445.0	48.5	3.63	363.0
Lips <sup>[37]</sup>	PL1	2 760	193	130	1.63	583.0	35.3	3.23	682.0
	PL3	2 760	197	520	1.59	583.0	35.5	3.24	1 324.0
	PV1	2 760	210	260	1.50	709.0	33.5	3.15	974.0

表 1(续)

数据来源	试件编号	$L/mm$	$h_0/mm$	$c/mm$	$\rho/%$	$f_y/MPa$	$f_c/MPa$	$f_t/MPa$	$V_u/kN$
Dam 等 <sup>[38]</sup>	So8C	2 817	219	305	0.87	459.0	38.2	3.31	1 030.0
Bartolac 等 <sup>[39]</sup>	S2-3	1 500	96	130	1.50	560.0	39.4	3.35	385.2
Marzouk 等 <sup>[40]</sup>	NS2	1 500	120	150	0.94	450.0	28.5	2.90	396.0
	HS13	1 500	70	150	2.00	450.0	55.7	3.80	267.0
	HS17	1 830	120	250	1.09	490.0	55.8	3.80	590.1
	HS8	1 500	120	150	1.11	450.0	56.4	3.81	436.0
	HS6	1 500	120	150	0.94	450.0	57.1	3.83	489.0
	HS3	1 500	95	150	1.47	450.0	57.2	3.83	356.0
	HS9	1 500	120	150	1.61	450.0	59.3	3.91	543.0
	HS7	1 500	95	150	1.19	450.0	60.3	3.95	356.0
	HS10	1 500	120	150	2.33	450.0	64.1	4.08	645.0
	Guidotti <sup>[41]</sup>	PT22	2 760	196	260	0.82	552.0	57.5	3.84
PT31		2 760	212	260	1.48	552.0	56.7	3.82	1 433.0
PG20		2 760	201	260	1.56	551.0	46.5	3.57	1 094.0
PG19		2 760	206	260	0.78	510.0	43.4	3.48	860.0
PG23		2 760	199	260	0.81	510.0	38.9	3.34	839.0
PG24		2 760	194	260	1.61	551.0	37.8	3.30	1 102.0
Tomaszewicz <sup>[42]</sup>	ND65-1-1	2 500	275	200	1.49	500.0	55.3	3.79	2 050.0
	ND65-2-1	2 200	200	150	1.75	500.0	60.1	3.94	1 200.0
	ND95-2-3D	2 200	200	150	2.62	500.0	67.6	4.20	1 250.0
	ND95-1-1	2 500	275	200	1.49	500.0	70.4	4.30	2 250.0
	ND95-3-1	1 100	88	100	1.84	500.0	71.6	4.34	330.0
	ND95-2-1D	2 200	200	150	1.75	500.0	73.0	4.38	1 300.0
	ND95-2-1	2 200	200	150	1.75	500.0	74.2	4.42	1 100.0
	ND95-2-3	2 200	200	150	2.62	500.0	75.3	4.46	1 450.0
	ND95-2-3D +	2 200	200	150	2.62	500.0	82.5	4.69	1 450.0
	ND115-2-3	2 200	200	150	2.62	500.0	91.0	4.95	1 550.0

注: $L$ 为方板的边长; $h_0$ 为板有效高度,取板两个方向有效高度的均值; $c$ 为方形柱边长; $\rho$ 为板受拉纵筋配筋率, $\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y}$ , $\rho_x$ 、 $\rho_y$ 分别为 $x$ 、 $y$ 方向的板受拉纵筋配筋率; $f_y$ 为板受拉纵筋屈服强度; $f_c$ 为混凝土轴心抗压强度; $f_t$ 为混凝土轴心抗拉强度; $V_u$ 为破坏时的竖向荷载。

基于试验数据,对各规范的受冲切承载力公式和本文建议公式进行评价。表 2 给出了板柱节点受冲切承载力试验值与计算值的对比。中国规范<sup>[6]</sup>和美国 ACI 318-19《房屋建筑用结构混凝土规范要求及解释》<sup>[43]</sup>(美国规范)的公式计算结果整体过于保守,且离散性相对较大。板柱节点受冲切承载力试验值与中国规范和美国规范的公式计算值之比

的均值分别为 1.20 和 1.31,变异系数分别为 0.23 和 0.22。按本文建议公式计算得到的变异系数与 EN1992-1-1《欧盟混凝土结构设计规范》<sup>[44]</sup>(欧盟规范)接近,分别为 0.18 和 0.16,而本文建议公式相较于欧盟规范更接近试验结果。综上,可以说明本文建议公式能够更加准确地预测竖向荷载作用下的板柱节点受冲切承载力。

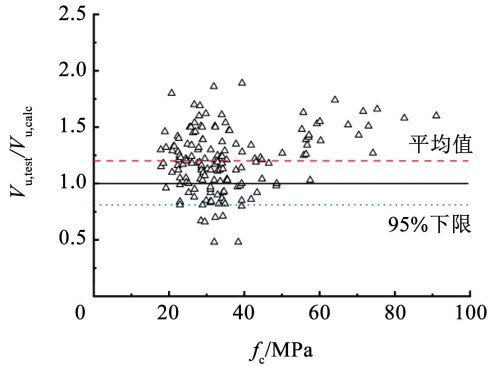
表 2 竖向荷载作用下的板柱节点受冲切承载力试验结果与各计算方法预测结果的对比

Tab.2 Comparison between the test results of punching capacity and the predicted results of various calculation methods for slab-column connections under vertical loads

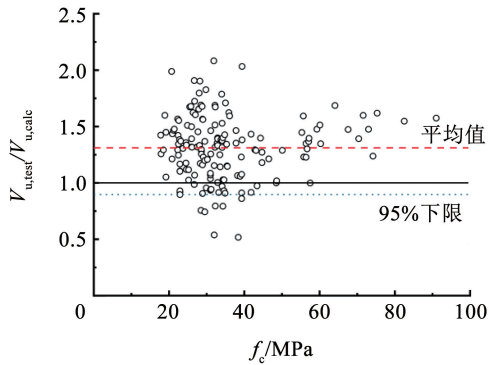
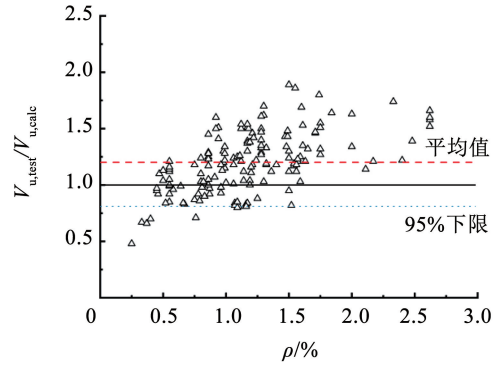
计算方法	破坏时的竖向荷载试验值与计算值之比的相关统计量						
	平均值	标准差	变异系数	最大值	最小值	5% 分位数	95% 分位数
中国规范	1.20	0.27	0.23	1.89	0.48	0.81	1.64
美国规范	1.31	0.28	0.22	2.08	0.52	0.90	1.79
欧盟规范	1.19	0.19	0.16	1.66	0.73	0.89	1.54
本文公式	1.07	0.19	0.18	1.63	0.72	0.79	1.46

图 5 给出了板柱节点受冲切承载力试验值与各公式计算值之比随混凝土轴心抗压强度和板受拉纵筋配筋率的变化。可以看出:板柱节点受冲切承载力试验值与中国规范和美国规范公式计算值之比随

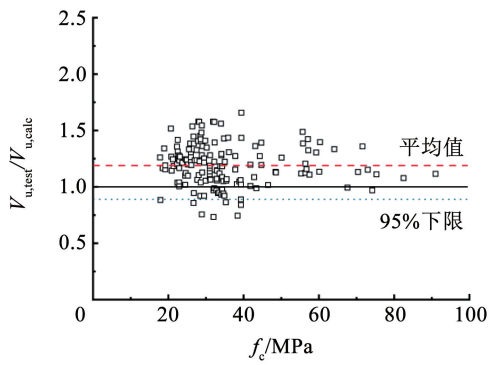
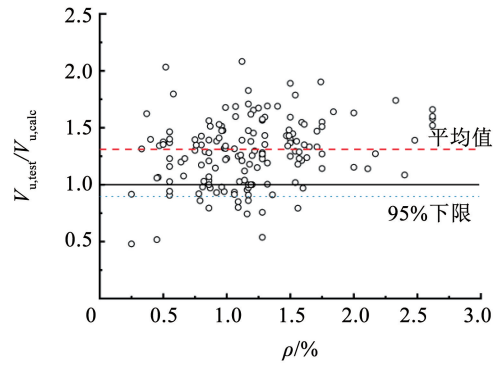
板受拉纵筋配筋率的提高有上升趋势,致使中国规范和美国规范公式偏于保守。欧盟规范和本文公式合理地反映了混凝土轴心抗压强度和板受拉纵筋配筋率对板柱节点受冲切承载力的影响。



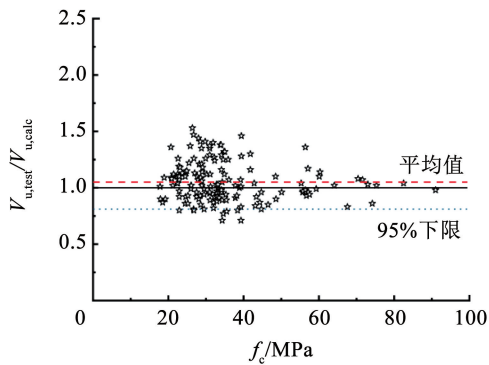
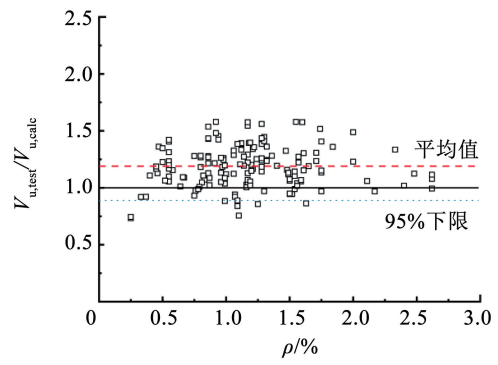
(a) 中国规范



(b) 美国规范



(c) 欧盟规范



(d) 本文公式

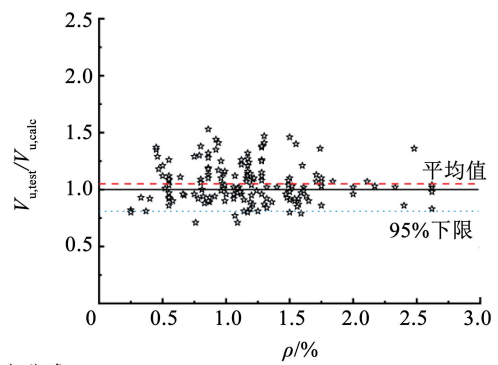
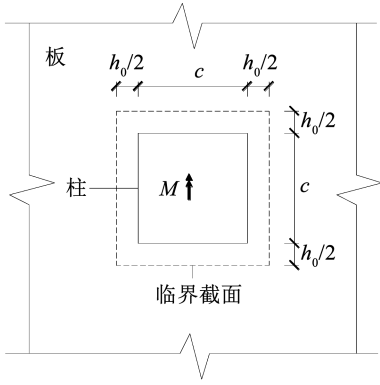


图 5 竖向荷载作用下的板柱节点受冲切承载力计算公式评价

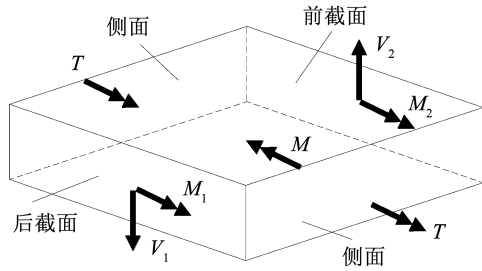
Fig. 5 Evaluation of different formulas for predicting the punching capacity of slabs under vertical loads

## 2 不平衡弯矩作用下的板柱节点受弯承载力计算

板柱节点仅承受由水平荷载作用产生的单向不平衡弯矩作用时,其受力见图 6。为推导不平衡弯矩作用下的板柱节点受弯承载力,考虑图 6 所示的



(a) 计算截面示意



(b) 计算截面上的内力

图 6 受单向不平衡弯矩作用的板柱节点计算模型

Fig. 6 Calculation model for slabs under unidirectional unbalanced bending moments

为简化计算,假设板柱节点破坏时计算截面上受弯、受剪和受扭同时达到其极限承载力。由此,不平衡弯矩作用下的板柱节点受弯承载力  $M_u$  可按下式计算:

$$M_u = M_1 + M_2 + M_{v1} + M_{v2} + 2T \quad (23)$$

式中:  $M_1$  和  $M_2$  分别为后截面和前截面所能提供的抵抗弯矩,  $N \cdot mm$ ;  $M_{v1}$  和  $M_{v2}$  分别为后截面和前截面所能提供的剪力引起的弯矩,  $N \cdot mm$ ;  $T$  为侧面所能提供的抵抗扭矩,  $N \cdot mm$ 。计算  $M_1$  时考虑  $(c + h_0)$  范围内的板顶纵筋, 计算  $M_2$  时考虑  $(c + h_0)$  范围内的板底纵筋, 其计算公式:

$$M_1 = \rho f_y h_0^2 (c + h_0) \left( 1 - 0.5 \frac{\rho f_y}{f_c} \right) \quad (24)$$

$$M_2 = \rho' f_y h_0^2 (c + h_0) \left( 1 - 0.5 \frac{\rho' f_y}{f_c} \right) \quad (25)$$

假设后截面和前截面所能抵抗的剪力  $V_1$  和  $V_2$ , 可按竖向荷载作用下的板柱节点受冲切承载力计算:

$$V_1 = V_u / 4 \quad (26)$$

$$V_2 = V_u / 4 \quad (27)$$

从而可得剪力所引起的弯矩:

$$M_{v1} = V_u (c + h_0) / 8 \quad (28)$$

$$M_{v2} = V_u (c + h_0) / 8 \quad (29)$$

文献[45]表明:由于周围板的约束作用,按中国规范中的纯扭构件承载力公式计算侧面能够提供的抵抗扭矩时,会低估侧面能够提供的抵抗扭矩。因此,采用文献[46]的公式来计算侧面能够提供的抵抗扭矩:

计算截面(距柱边  $0.5h_0$  处的截面)。计算截面由以下 4 个部分组成:水平荷载作用方向上的前截面和后截面,以及另一个方向(正交于水平荷载作用方向)上的两个侧面。前截面和后截面上存在弯矩和剪力,侧面上有扭矩。

$$T = 2.28 W_t f_t \quad (30)$$

式中  $W_t$  为截面的塑性抵抗矩,

$$W_t = \frac{h_0^2}{6} [3(c + h_0) - h_0]。$$

将计算得到的各部分代入式(23),即可得到仅受不平衡弯矩作用的板柱节点受弯承载力  $M_u$ :

$$M_u = \rho f_y h_0^2 (c + h_0) \left( 1 - 0.5 \frac{\rho f_y}{f_c} \right) + \rho' f_y h_0^2 (c + h_0) \times \left( 1 - 0.5 \frac{\rho' f_y}{f_c} \right) + V_u \frac{c + h_0}{4} + 2.28 W_t f_t \quad (31)$$

## 3 竖向荷载和不平衡弯矩共同作用下的板柱节点受冲切承载力计算

### 3.1 考虑弯剪相关性的拟合公式

对于竖向荷载和不平衡弯矩共同作用下的板柱节点,根据文献[47-49]可知竖向荷载对其抵抗不平衡弯矩的能力有着显著影响。因此,参考文献[50],采用弯剪相关性的拟合公式的形式为

$$\left( \frac{V}{V_u} \right)^B + C \left[ 1 - \left( \frac{V}{V_u} \right)^D \right] \left( \frac{M}{M_u} \right)^E = 1 \quad (32)$$

式中:  $V$  为板柱节点所受到的竖向荷载剪力,  $N$ ;  $M$  为板柱节点所受到的单向不平衡弯矩,  $N \cdot mm$ ;  $V_u$  为仅受竖向荷载作用时的板柱节点受冲切承载力,按式(22)计算;  $M_u$  为仅受单向不平衡弯矩作用时的板柱节点受弯承载力,按式(31)计算;  $B$ 、 $C$ 、 $D$  和  $E$  为待拟合系数。经过多次尝试,发现  $B = 1$ 、 $C = 0.9$ 、 $D = 3/2$  和  $E = 1/4$  时,与试验结果吻合较好,见图 7。

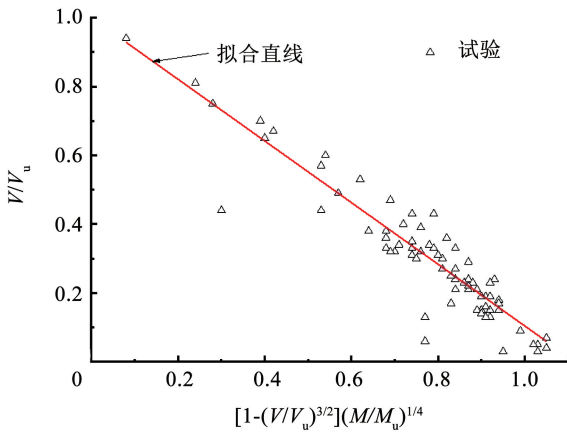


图 7 弯矩-剪力相关性公式的拟合

Fig. 7 Fitting of formulas related to bending moment and shear force

最终给出了考虑弯剪相关性的竖向荷载和不平衡弯矩共同作用下的板柱节点受冲切承载力计算公式:

$$\frac{V}{V_u} + 0.9 \left[ 1 - \left( \frac{V}{V_u} \right)^{3/2} \right] \left( \frac{M}{M_u} \right)^{1/4} = 1 \quad (33)$$

### 3.2 建议公式计算结果与试验结果比较

对于竖向荷载和不平衡弯矩共同作用下的板柱

表 3 不同计算方法等效集中反力试验值与受冲切承载力计算值的比较

Tab. 3 Comparison of equivalent concentrated reaction test values and punching capacity calculation results using different methods

计算方法	等效集中反力试验值与计算值之比的相关统计量						
	平均值	标准差	变系数	最大值	最小值	5% 分位数	95% 分位数
中国规范	1.28	0.31	0.24	1.91	0.71	0.98	1.70
美国规范	1.26	0.23	0.18	2.24	0.72	0.94	1.76
欧盟规范	1.10	0.22	0.19	1.78	0.43	0.77	1.48
本文公式	1.02	0.07	0.07	1.13	0.74	0.90	1.09

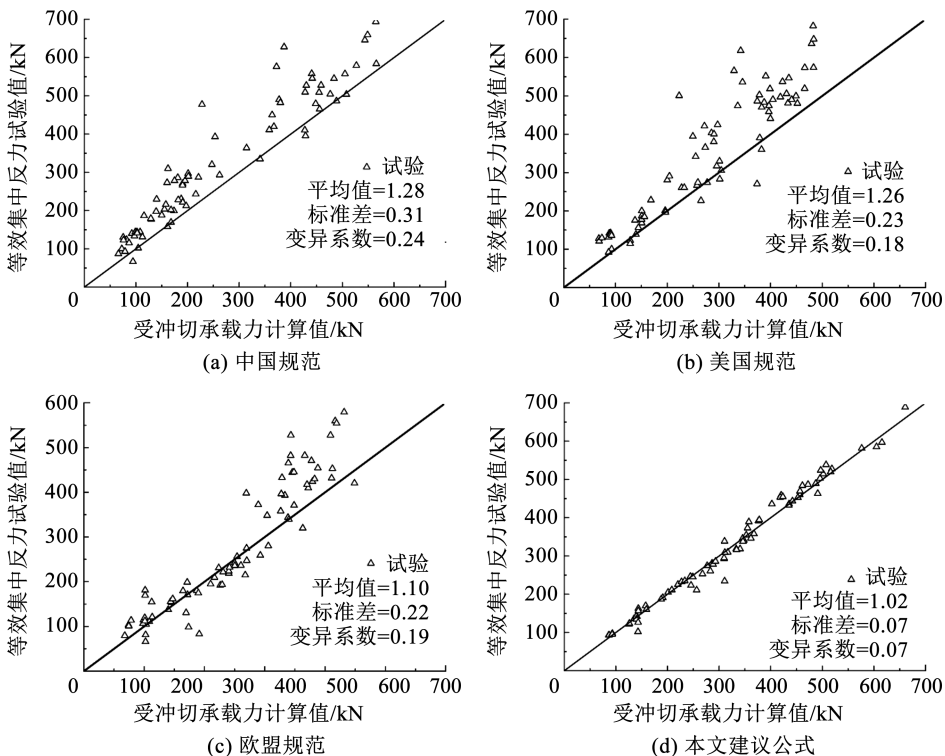


图 8 竖向荷载和不平衡弯矩共同作用下的板柱节点受冲切承载力计算公式评价

Fig. 8 Evaluation of different formulas for the punching capacity of slabs under vertical load and unbalanced moment

节点,各国规范均按竖向荷载作用下的板柱节点承载力公式计算其承载力,而冲切荷载采用等效集中反力。因此为便于比较各规范公式与本文建议公式的计算结果,将本文建议的弯矩相关性公式(33)乘以  $V_u$  得到了基于建议公式的等效集中反力计算公式  $F_{l,eq}$ :

$$F_{l,eq} = V + 0.9V_u \left[ 1 - \left( \frac{V}{V_u} \right)^{3/2} \right] \left( \frac{M}{M_u} \right)^{1/4} \quad (34)$$

通过收集相关试验数据,建立了包含 76 组竖向荷载和不平衡弯矩共同作用下的板柱节点的试验数据库,该数据库见文献[51]。根据不同公式,得到的竖向荷载与不平衡弯矩共同作用下的板柱节点等效集中反力试验结果和仅竖向荷载作用下的板柱节点受冲切承载力计算结果的比较,如表 3 和图 8 所示。可以看出:中国规范、美国规范和欧盟规范的离散程度均较大,且中国规范和美国规范计算公式较为保守;本文建议公式优于其他公式,板柱节点等效集中反力试验值与受冲切承载力计算值的比值的平均值为 1.02,变系数为 0.07。

## 4 结 论

1) 考虑板受压区混凝土、冲切斜裂缝上的混凝土骨料咬合作用和板受拉纵筋销栓作用对板柱节点受冲切承载力的贡献,推导给出了仅竖向荷载作用下的板柱节点受冲切承载力计算公式。对比了仅竖向荷载作用下的板柱节点受冲切承载力试验结果与中国规范、美国规范、欧盟规范和本文建议公式计算结果。结果表明:中国规范和美国规范过于保守,本文建议公式与试验结果最为吻合。

2) 对于仅受单向不平衡弯矩作用的板柱节点,通过合理假设,推导给出了计算截面上的弯矩、剪力和扭矩,从而给出了仅承受不平衡弯矩作用的板柱节点受弯承载力计算公式。

3) 对于同时承受竖向荷载作用和不平衡弯矩作用的板柱节点,考虑弯剪相关性,拟合给出了其承载力计算公式。对根据不同公式得到的等效集中反力试验结果和受冲切承载力计算结果进行了比较,结果表明本文建议公式可以更加准确地预测竖向荷载和不平衡弯矩共同作用下的板柱节点极限荷载。

## 参 考 文 献

- [1] STASIO D J, VAN BUREN M P. Transfer of bending moment between flat plate floor and column[J]. *ACI Structural Journal*, 1960, 57(9): 299
- [2] 马云昌, 吕西林. 钢筋混凝土板柱节点的抗震性能研究[J]. *建筑结构学报*, 2001, 22(4): 49  
MA Yunchang, LYU Xilin. Seismic behavior of reinforced concrete slab-column system[J]. *Journal of Building Structures*, 2001, 22(4): 49. DOI:10.14006/j.jzjgxb.2001.04.009
- [3] TIAN Y. Behavior and modeling of reinforced concrete slab-column connections[M]. Austin: The University of Texas at Austin, 2007: 146
- [4] 易伟建, 刘彪. 混凝土板柱节点偏心冲切极限分析[J]. *西安建筑科技大学学报(自然科学版)*, 2018, 50(2): 162  
YI Weijian, LIU Biao. Ultimate strength analysis of punching shear capacity under eccentric load of concrete slab-column connections[J]. *Journal of Xi'an University of Architecture & Technology*. (Natural Science Edition), 2018, 50(2): 162. DOI:10.15986/j.1006-7930.2018.02.002
- [5] JIANG Dahua, SHEN Jinghua. Strength of concrete slabs in punching shear[J]. *Journal of Structural Engineering*, 1986, 112(12): 2578
- [6] 混凝土结构设计规范: GB 50010—2010[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2010  
Code for design of concrete structures: GB 50010—2010[S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2010
- [7] 郑文忠, 王刚, 王英. 板柱节点承载力计算方法研究进展[J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2022, 54(10): 1  
ZHENG Wenzhong, WANG Gang, WANG Ying. Research progress in bearing capacity calculation methods of research progress in bearing capacity calculation methods of slab-column connections[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2022, 54(10): 1. DOI: 10.11918/202112116
- [8] VECCHIO F J, COLLINS M P. The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear[J]. *ACI Journal Proceedings*, 1986, 83(2): 219
- [9] Model Code for Concrete Structures: MC 2010[S]. Lausanne: International Federation for Structural Concrete, 2013
- [10] PHILIPPE M. Analytical computation of the punching strength of reinforced concrete[J]. *ACI Structural Journal*, 1996, 93(5): 503
- [11] 角田史雄, 井藤昭夫, 藤田嘉夫. 鉄筋コンクリートスラブの押抜きせん断耐力に関する実験的研究[J]. *土木學會論文報告集*, 1974, 229: 105
- [12] 李定国, 舒兆发, 余志武. 无抗冲切钢筋的钢筋混凝土板柱连接冲切强度的试验研究[J]. *湖南大学学报*, 1986, 13(3): 22  
LI Dingguo, SHU Zhaofa, YU Zhiwu. Experimental investigation of punching strength of reinforced concrete slab-column connections without shear reinforcement[J]. *Journal of Hunan University*, 1986, 13(3): 22
- [13] REGAN P E. Symmetric punching of reinforced concrete slabs[J]. *Magazine of Concrete Research*, 1986, 38(136): 115
- [14] 赵晋. 钢筋混凝土板柱节点冲切破坏后性能研究[D]. 长沙: 湖南大学, 2016  
ZHAO Jin. The Study on post-punching performance of RC slab-column connections[D]. Changsha: Hunan Institute of Science and Technology, 2016
- [15] PARK H G, AHN K S, CHOI K K, et al. Lattice shear reinforcement for slab-column connections[J]. *ACI Structural journal*, 2007, 104(3): 294
- [16] 彭检. 钢筋混凝土板柱节点抗冲切试验研究[D]. 长沙: 湖南大学, 2013  
PENG Jian. Experimental study on punching shear failure of reinforced concrete slabs-column connections[D]. Changsha: Hunan Institute of Science and Technology, 2013
- [17] GOSAV A V, KISS Z I, ONET T, et al. Failure assessment of flat slab-to-column members[J]. *Magazine of Concrete Research*, 2016, 68(17): 887
- [18] 易伟建, 洪枫, 彭检. 钢筋混凝土板柱节点抗冲切试验研究[J]. *建筑结构*, 2016, 46(15): 11  
YI Weijian, Hong Feng, PENG Jian. Experimental investigation of punching shear failure of reinforced concrete slab-column connections[J]. *Journal of Building Structures*, 2016, 46(15): 11. DOI: 10.19701/j.jzjg.2016.15.003
- [19] 郑建岚, 郑作樵. 钢筋混凝土板冲切强度的试验研究[J]. *福州大学学报(自然科学版)*, 1992, 20(2): 65  
ZHENG Jianlan, ZHENG Zuoqiao. Research on the test results of punching strength of reinforced concrete slabs[J]. *Journal of Fuzhou University(Natural Science)*, 1992, 20(2): 65
- [20] GUANDALINI S, BURDET O L, MUTTONI A. Punching tests of slabs with low reinforcement ratios[J]. *ACI Structural Journal*, 2009, 106(1): 87
- [21] HAWKINS N M, MITCHELL D, SHEU M S. Cyclic behavior of six reinforced concrete slab-column specimens transferring moment and shear[D]. Seattle: University of Washington, 1974
- [22] BIRKLE G, DILGER W H. Influence of slab thickness on punching shear strength[J]. *ACI Structural Journal*, 2008, 105(2): 180

- [23] 安玉杰, 赵国藩. 配筋碳纤维砼板抗冲切性能的试验研究(上) [J]. 建筑结构学报, 1994, 15(2): 6  
AN Yujie, ZHAO Guofan. Experimental study on punching shear resistance of SFRC slabs with steel bars [J]. Journal of Building Structures, 1994, 15(2): 6
- [24] THEODORAKOPOULOS D D, SWAMY N. Contribution of steel fibers to the strength characteristics of lightweight concrete slab column connections failing in punching shear [J]. ACI Structural Journal, 1993, 90(4): 342
- [25] 毛明傑, 楊秋寧, 江上真介. 圧縮側補強による RC 床版のせん断強度への影響 (スラブ) [J]. 工学年次論文集, 2007, 29(3): 385
- [26] 黄小坤, 刘立渠, 陶学康. 考虑纵筋率及加载面边长比影响的板受冲切承载力试验研究 [J]. 土木工程学报, 2008, 41(7): 21  
HUANG Xiaokun, LIU Liqu, TAO Xuekang. Experimental study on the punching shear capacity of slabs considering the influences of tension reinforcement and column aspect ratios [J]. China Civil Engineering Journal, 2008, 41(7): 21. DOI: 10.15951/j.tmgx.2008.07.009
- [27] SISTONEN E, LYDAMN M, HUOVINEN S. The geometrical model of the calculation formula of the punching shear capacity of the reinforced concrete slab [D]. Helsinki: Helsinki University of Technology, 1997
- [28] TALBOT A N. Reinforced concrete wall footings and column footings [D]. Urbana-Champaign: University of Illinois at Urbana Champaign, 1925
- [29] EINPAUL J, BUJNAK J, RUIZ M F, et al. Study on influence of column size and slab slenderness on punching strength [J]. ACI Structural Journal, 2016, 113(1): 135
- [30] 张元伟. 钢筋混凝土板抗冲切试验研究 [D]. 长沙: 湖南大学, 2009  
ZHANG Yuanwei. Punching shear research on reinforced concrete slabs [D]. Changsha: Hunan Institute of Science and Technology, 2009
- [31] RIZK E, MARZOUK H. Experimental validation of minimum flexural reinforcement for thick high-strength concrete plates [J]. ACI Structural Journal, 2011, 108(3): 332
- [32] BIRKLE G, DILGER W H. Influence of slab thickness on punching shear strength [J]. ACI Structural Journal, 2008, 105(2): 180
- [33] ALMEIDA A F O, INACIO M M G, LUCIO V J G, et al. Punching behaviour of RC flat slabs under reversed horizontal cyclic loading [J]. Engineering Structures, 2016, 117: 204
- [34] CARLOS E, OSPINA SCOTT D B, ALEXANDER J J. Punching of two way concrete slabs with fiber reinforced polymer reinforcing bars or grids [J]. ACI Structural Journal, 2001, 100(61): 589
- [35] CALDENTEY A P, LAVASELI P P, PEIRETTI H G, et al. Influence of stirrup detailing on punching shear strength of flat slabs [J]. Engineering Structures, 2013, 49(4): 855
- [36] GHANNOUM C M. Effect of high-strength concrete on the performance of slab-column specimens [D]. Montreal: McGill University, 1998
- [37] LIPS S. Punching of flat slabs with large amounts of shear reinforcement [D]. Lausanne: École Polytechnique Fédérale de Lausann, 2012
- [38] DAM T X, WIGHT J K. Flexurally-triggered punching shear failure of reinforced concrete slab-column connections reinforced with headed shear studs arranged in orthogonal and radial layouts [J]. Engineering Structures, 2016, 110: 258. DOI: 10.1016/j.engstruct.2015.11.050
- [39] BARTOLAC M, DAMJANOVIC D, DUVNJAK I. Punching strength of flat slabs with and without shear reinforcement [J]. Gradeninar, 2015, 67(8): 771. DOI: 10.14256/JCE.1361.2015
- [40] MARZOUK H, HUSSEIN A. Punching shear analysis of reinforced high-strength concrete slabs [J]. Canadian Journal of Civil Engineering, 1991, 18(6): 954
- [41] GUIDOTTI R. Poinçonnement des planchers-dalles avec colonnes superposées fortement sollicitées [D]. Lausanne: École Polytechnique Fédérale de Lausann, 2010
- [42] TOMASZEWICZ A. Report punching shear capacity of reinforced concrete slabs [J]. SINTEF Structures and Concrete, 1993, 42(3): 55
- [43] Building code requirements for structural concrete and commentary: ACI 318-19 [S]. Farmington Hills: American Concrete Institute, 2019
- [44] Design of concrete structures-Part 1-1: general rules and rules for buildings: EN 1992-1-1 [S]. Brussel: European Committee for Standardization, 2004
- [45] 周军, 吕西林. 混凝土平板结构中柱节点在剪力与不平衡弯矩共同作用下的分析研究 [J]. 建筑结构学报, 1997(5): 32  
ZHOU Jun, LYU Xilin. Analysis of interior slab-column connection RC flat slab structures under shear and unbalanced moment [J]. Journal of Building Structures, 1997(5): 32. DOI: 10.14006/j.jzjgxb.1997.05.004
- [46] 戴琨. 基于拟梁法的板柱节点承载力分析 [D]. 南京: 南京航空航天大学, 2012  
DAI Kun. The strength analysis of slab-column connection [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2012
- [47] MORRISON D G, HIRASAWA I, SOZEN M A. Lateral-load tests of RC slab-column connections [J]. Journal of Structural Engineering, 1983, 109(11): 2698
- [48] PAN A, MOEHLE J P. Lateral displacement ductility of reinforced concrete flat plates [J]. ACI Structural Journal, 1989, 86(3): 250
- [49] 唐明, 易伟建, 刘力维. 低周往复荷载下板柱中节点抗震性能研究 [J]. 地震工程与工程振动, 2019, 39(3): 109  
TANG Ming, YI Weijian, LIU Liwei. Investigation on seismic performance of interior slab-column connections subjected to reversed cyclic loading [J]. Earthquake Engineering and Engineering Dynamics, 2019, 39(3): 109. DOI: 10.13197/j.eeev.2019.03.109.tangm.011
- [50] 唐明. 钢筋混凝土板柱节点抗震性能研究 [D]. 长沙: 湖南大学, 2021  
TANG Ming. Study on seismic behavior of RC slab-column connections [D]. Changsha: Hunan Institute of Science and Technology, 2021
- [51] 郑文忠, 吕盛先, 郑博文, 等. 承受竖向荷载和不平衡弯矩的板柱节点受冲切计算方法 [J/OL]. 哈尔滨工业大学学报. Zheng Wenzhong, LYU Shengxian, Zheng Bowen, et al. A calculation method for punching failure of slab-column connections subjected to vertical loads and unbalanced bending moments [J/OL]. Journal of Harbin Institute of Technology. DOI: 10.11918/202312032