

DOI:10.11918/202312039

# 火箭发动机推力与红外辐射关联特性数值分析

高文强<sup>1</sup>, 孟夏莹<sup>2</sup>, 苏慕萍<sup>3</sup>, 董士奎<sup>4</sup>, 牛青林<sup>1</sup>

(1. 中北大学 机电工程学院, 太原 030051; 2. 散射辐射全国重点实验室, 上海 200438; 3. 北京空间飞行器总体设计部, 北京 100094; 4. 空天热物理工业和信息化部重点实验室(哈尔滨工业大学), 哈尔滨 150001)

**摘要:**为实现火箭发动机目标分类与识别,提取发动机推力大小与尾喷焰红外辐射强度间关联关系成为必要环节。本研究以高氮高能 GAP/Cl<sub>2</sub>O/Al(GCA)和高氮无烟 GAP/ADN/DAAOF(GAD)两种新型推进剂为研究对象,从影响发动机推力的主要型谱参数入手,基于尾喷焰内流、反应流场和红外辐射的全链路计算方法,设计燃烧室压力、喷管膨胀比和推进剂配方谱系,数值分析了发动机推力与欠膨胀尾喷焰在2.7、4.3 μm波段的辐射强度的关联性。结果表明:在燃烧室压力和喷管膨胀比变化下,发动机推力与尾喷焰辐射强度均呈对数线性关系;在同推力下,GAD较GCA推进剂的尾喷焰辐射强度偏低3~5倍;燃烧室压力和喷管膨胀比作为推力主导因素下,两种推进剂在不同来流动压下的发动机推力与红外辐射强度近似遵循统一的对数分布关系;推进剂配比变化引起的发动机推力变化较弱,在不同来流动压两种高氮推进剂对应的尾喷焰辐射强度沿发动机推力呈现出明显的“聚集”现象,且在4.3 μm波段内的辐射强度随来流动压差异呈现出分层现象。

**关键词:** 固体火箭发动机;尾喷焰;推力;红外辐射;关联关系

中图分类号: V435;TN219

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2024)12-0010-10

## Numerical analysis of correlation characteristics between rocket motor thrust and infrared radiation signatures

GAO Wenqiang<sup>1</sup>, MENG Xiaying<sup>2</sup>, SU Muping<sup>3</sup>, DONG Shikui<sup>4</sup>, NIU Qinglin<sup>1</sup>

(1. School of Mechanical and Electrical Engineering, North University of China, Taiyuan 030051, China; 2. National Key Laboratory of Scattering and Radiation, Shanghai 200438, China; 3. Beijing Institute of Spacecraft System Engineering, Beijing 100094, China; 4. Key Laboratory of Aerospace Thermophysics, Ministry of Industry and Information Technology (Harbin Institute of Technology), Harbin 150001, China)

**Abstract:** To achieve the classification and recognition of rocket engine targets, it becomes necessary to extract the correlation between engine thrust and the infrared radiation intensity of the rocket exhaust plume. The High-Nitrogen, High-Energy GAP/Cl<sub>2</sub>O/Al (GCA) and High-Nitrogen, Smokeless GAP/ADN/DAAOF (GAD) propellants are taken as the research objects of this study. Three parameters affecting motor thrust are numerically designed including combustion chamber pressure, nozzle expansion ratio and propellant formulation. A full-link computational method consisting of the motor internal flow, reacting flow field and infrared radiation is used to predict plume infrared signatures. On basis of this method, the correlation between the in-band radiation in the 2.7 μm and 4.3 μm bands of the under-expanded plume and motor thrust is established. Results show that motor thrust is log-linearly correlated with the radiant intensity under the variations of combustion chamber pressure and nozzle expansion ratio. At the same thrust level, the radiant intensity of the exhaust plume of GAD propellant is about 3~5 times lower than that of GCA. The combustion chamber pressure and nozzle expansion ratio can also be the dominant factors for thrust. For two types of propellant motors with different ambient conditions, the thrust and plume infrared radiation intensity approximately follow a unified logarithmic distribution relationship. The change in propellant formulation causes a weaker degree of change in motor thrust. Under different ambient pressures, the plume radiation intensity distribution of both high nitrogen propellants exhibits “aggregation” as the motor thrust changes. The radiation intensity in the 4.3 μm band exhibits a layered distribution phenomenon with ambient pressure as a function.

**Keywords:** solid rocket motors; rocket exhaust plume; thrust; infrared radiation; correlation relationship

收稿日期: 2023-12-13; 录用日期: 2024-03-28; 网络首发日期: 2024-10-24

网络首发地址: <https://link.cnki.net/urlid/23.1235.t.20241023.1819.002>

基金项目: 国家自然科学基金(52006203, U22B2045); 山西省回国留学人员科研资助项目(2021-113); 山西省基础研究计划面上项目(202403021211078)

作者简介: 高文强(1999-),男,博士研究生;董士奎(1972-),男,教授,博士生导师

通信作者: 牛青林, niuql@nuc.edu.cn

火箭发动机尾喷焰因其强烈的红外辐射特征成为天基预警系统重点关注的目标辐射源<sup>[1]</sup>。对红外预警系统而言,由探测到的辐射信号推演发动机原型参数,更为关心推进剂种类接近而推力不同的“同类不同型”发动机的目标辨识问题。然而,喷焰光学信号是发动机型谱参数、环境参数和探测参数高度耦合的综合表征量,且沿参数传递链路原型参数信息呈现出高度退化的特点,因此,对推进剂配方接近推力不同的发动机的目标辨识一直是一个挑战性工作。

从国内外固体火箭发动机推进剂的发展,特别是北约军事委员会推进剂发展规划<sup>[2]</sup>来看,推进剂性能不仅仅追求高比冲,亦要兼顾低光学、弱电磁和少污染的特性。其中,高氮高能推进剂和高氮无烟推进剂在高比冲性能和低目标特性方面备受关注,典型代表为含铝缩水甘油叠氮聚醚推进剂(GAP/Cl2O/Al, GCA)<sup>[3]</sup>和无烟推进剂(GAP/ADN/DAAOF, GAD)<sup>[4]</sup>。由于上述两种推进剂性能接近,主要燃烧气体产物相似,作为新型推进剂的代表,在清洁性、高比冲和低特性等方面极具潜力<sup>[4-5]</sup>。另外,考虑到在攻防对抗领域中对低目标特性的苛刻要求,以 GCA 和 GAD 推进剂为代表的发动机尾喷焰红外辐射特性规律研究也已被关注<sup>[6-8]</sup>。

工程实际中,发动机推力大小可反映发动机的类型和属性差异。从尾喷焰辐射生成角度来看,推进剂配方决定尾喷焰燃气成分和比冲性能,是尾喷焰光谱结构(波段)的关键因素<sup>[9]</sup>;推力反映了单位时间内燃气喷射的数量,在一定程度上预示着尾喷焰所具有辐射组分的多少,与辐射能量水平正相关<sup>[10]</sup>。然而,同一发动机又会因飞行条件差异引起大气卷吸程度和来流背压不同,进而通过影响尾喷焰复燃温度和组分的质量分数及空间分布来影响辐射能量水平<sup>[11-12]</sup>。由于发动机推力是发动机型谱参数的一个综合性能指标,与推进剂类型/配方、喷管结构、燃烧室压力等参数密切相关,因此探究发动机推力与尾喷焰红外辐射信号间的关联关系,则需要从直接影响推力特性的发动机型谱参数入手开展喷焰红外辐射强度特征规律研究。

虽然,许多学者已开展了推进剂种类、飞行条件、发动机类型、探测器类型等因素对尾喷焰红外辐射信号的影响规律、机制等方面的研究,但多数力图揭示燃烧机理、流动特征规律、红外辐射特性产生机制等<sup>[13-15]</sup>,从现象学角度研究发动机推力与尾喷焰辐射信号特征规律的报道少见。一些具有潜在指向性的报道有:Simmons<sup>[16]</sup>指出不同推力发动机对应

的尾喷焰特征尺度与飞行高度存在一定的近似关系;Jarvinen 等<sup>[17]</sup>给出了发动机尾喷焰特征直径与推力的  $D^* = \sqrt{2F/\rho_\infty u_\infty^2}$  近似表达;文献<sup>[18]</sup>给出了发动机推力与低度欠膨胀射流特征长度的  $L = 0.046\sqrt{F}$  关系;Davis<sup>[19]</sup>和 Wilson 等<sup>[20]</sup>均指出发动机推力和特征尺度与喷焰辐射强度的“缩比律”关系;Freeman<sup>[21]</sup>和 Slack<sup>[10]</sup>采用 CHARM 高空尾喷焰红外辐射计算模型发现了尾喷焰核心区 2.7、4.3  $\mu\text{m}$  辐射强度与发动机推力的指数线性关系。上述研究均潜在表明发动机推力与尾喷焰红外辐射强度之间存在一定的关联关系,但均未给出具体分布及表达关系。

鉴于工程应用中发动机“推力与辐射强度”关联关系对指导低特性发动机设计意义重大,本文在 GCA 和 GAD 推进剂配方体系下,基于喷焰红外辐射全链路计算模型<sup>[22-24]</sup>,从直接影响推力的发动机关键型谱参数入手,分别开展燃烧室压力、喷管膨胀比、推进剂配方下的尾喷焰红外辐射强度数值计算分析,以探明固体发动机推力与尾喷焰红外辐射强度的关联关系。

## 1 物理模型

### 1.1 推进剂燃烧室燃烧计算

推进剂在燃烧室内的燃烧是极其复杂的非稳态传热传质过程,与药柱型面、燃烧速率、燃烧室温度、压力等系列因素有关。在化学平衡假设下,在已知推进剂各组元热力化学特性参数,如元素组成、焓、生成焓等基础上,通过质量守恒方程与化学平衡方程可计算获得特定压强和温度下推进剂燃烧产物的组成成分。采用最小吉布斯自由能法<sup>[25]</sup>计算燃烧产物平衡组分,对应的质量守恒方程式如下:

$$\sum_{j=1}^n a_{jk} n_{jg} + \sum_{h=1}^p a_{hk} n_{hs} = N_k \quad (1)$$

式中: $a_{jk}$ 、 $a_{hk}$ 分别为燃烧产物中 1 mol 第  $j$  种气相和第  $h$  种凝相组分中含有  $k$  元素的原子数, $n_{jg}$ 、 $n_{hs}$ 、 $N_k$ 分别为 1 kg 燃烧产物中第  $j$  种气相组分、第  $h$  种凝相组分的摩尔数和  $k$  元素的摩尔原子数, $n$ 、 $p$ 分别为燃烧产物中气相和凝相组分数目。

将推进剂燃烧产物视为理想气体,燃烧产物总的自由能等于产物中气相与凝相组分的自由能之和:

$$G = \sum_{j=1}^n g_j n_{jg} + \sum_{k=1}^p g_k n_{ks} \quad (2)$$

式中: $g_j$ 为 1 mol 第  $j$  种气体的标准自由能, $g_h$ 为 1 mol 第  $h$  种组分凝相产物的标准自由能, $g_j$ 可由下式计算:

$$g_j = g_j^0 + R_0 T \ln p_j \quad (3)$$

式中:  $g_j^0$  为标准压强下单位摩尔气体的标准自由能,  $R_0 = 8.314 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$  为理想气体常数,  $T$  为混合气体温度,  $p_j$  为组分  $j$  的分压。取  $G(n) = G/R_0 T$ , 则有

$$G(n) = \sum_{j=1}^n \left( \frac{g_j^0}{R_0 T} + \ln p + \ln \frac{n_{jg}}{n_g} \right) n_{jg} + \sum_{j=1}^n \frac{g_h^0}{R_0 T} n_{hs} \quad (4)$$

计算平衡组分  $n_i$  只需  $G(n)$  取极小值且满足式(1), 可通过拉格朗日法将多元函数的条件极值问题转化为无条件极值问题<sup>[26]</sup>以计算平衡组分  $n_i$ , 再根据燃烧室平衡组分的能量守恒方程确定燃烧温度即可得到任意状态下的燃烧产物热力特性参数。

## 1.2 喷焰反应流场参数计算

为分析喷焰反应流场特性, 需在 Navier-Stokes (N-S) 方程组中增加组分控制方程来描述尾喷焰组分与大气组分的扩散和混合过程。在笛卡儿坐标系下, 尾喷焰流场控制方程如下:

质量方程为

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0 \quad (5)$$

动量方程为

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho u_i u_k) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial \tau_{ik}}{\partial x_k} \quad (6)$$

能量方程为

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (E u_k + p u_k) = \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j \tau_{ij} + q_i) \quad (7)$$

组分控制方程为

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho F_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho F_i u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho D_i \frac{\partial F_i}{\partial x_j}) + \dot{\omega}_i \quad (8)$$

式中:  $t$  为时间,  $\rho$ 、 $p$ 、 $u$ 、 $E$  分别为流体密度、压强、速度与内能,  $\tau$  为流体黏性应力,  $F$ 、 $D$  分别为组分的质量分数和扩散系数,  $q_i$  为热流项,  $\dot{\omega}_i$  为复燃反应过程中组分  $i$  所引起的质量变化率。本文通过 9 组分、10 反应  $\text{H}_2/\text{CO}/\text{O}_2$  反应体系下的有限速率化学反应模型<sup>[27]</sup>对尾喷焰复燃反应过程进行计算。

当推进剂中含有铝粉时, 燃气中含有的  $\text{Al}_2\text{O}_3$  颗粒, 作为一种重要的辐射介质会影响喷焰的红外辐射强度<sup>[28]</sup>。 $\text{Al}_2\text{O}_3$  颗粒在喷焰流场中的速度、温度与空间分布等特性可通过颗粒轨道模型<sup>[29]</sup>进行计算。喷焰流场中  $\text{Al}_2\text{O}_3$  颗粒运动方程为

$$\frac{du_p}{dt} = F_D (u - u_p) \quad (9)$$

式中:  $u_p$  为颗粒运动速度,  $F_D$  为气体对  $\text{Al}_2\text{O}_3$  颗粒的拖曳作用力,  $u$  为燃气运动速度。

本文基于有限体积法对流动控制方程进行离散

化处理并采用雷诺平均方法求解, 湍流模型选用 RNG  $k - \varepsilon$ <sup>[30]</sup> 模型对方程组进行封闭处理, 并使用基于密度的隐式求解器, 壁面附近采用标准壁面函数。

## 1.3 喷焰红外辐射特性计算

### 1.3.1 辐射物性参数计算方法

基于喷焰流场温度与组分的空间分布, 需确定流场单元上气体分子与  $\text{Al}_2\text{O}_3$  颗粒的辐射物性参数。采用统计窄谱带模型<sup>[31]</sup>计算高温混合气体的平均透过率。平均透过率分别为 3 个谱带模型参数的函数, 即平均吸收率系数  $\bar{\kappa}$ 、谱线平均半宽  $\bar{\gamma}$  和谱线平均间距  $\bar{\delta}$ 。气体的平均透过率  $\bar{\psi}$  可由下式计算:

$$\bar{\psi} = \exp \left[ - \frac{2\pi\bar{\gamma}}{\bar{\delta}} \left( \sqrt{1 + \frac{\bar{\kappa}\bar{\delta}XPL}{\pi\bar{\gamma}}} - 1 \right) \right] \quad (10)$$

式中:  $X$  为气体摩尔分数,  $P$  为压力,  $L$  为透过路径长度。参照 NASA-3080 气体辐射物性数据库<sup>[31]</sup>所提供的高温燃气组分在 300 ~ 3 000 K 温度范围内 OH、NO、CO、 $\text{CO}_2$ 、 $\text{H}_2\text{O}$ 、HCl 等组分的统计窄谱带参数, 可计算得到尾喷焰中主要气体组分的辐射物性参数。尾喷焰中  $\text{Al}_2\text{O}_3$  粒子的直径在 1 ~ 20  $\mu\text{m}$ , 与红外光谱的波长范围接近。本文  $\text{Al}_2\text{O}_3$  颗粒所采用的直径为 5.71  $\mu\text{m}$ ,  $\text{Al}_2\text{O}_3$  颗粒数密度为  $5.01 \times 10^{12} \text{ m}^{-3}$ 。根据 Reed 等<sup>[32]</sup>提供的计算公式获取到  $\text{Al}_2\text{O}_3$  颗粒的复折射率  $m$  后, 基于 Lorentz-Mie 理论<sup>[33]</sup>使用颗粒的复折射率数据迭代得到 Mie 系数  $a_n$  和  $b_n$ , 由下式可计算颗粒衰减因子  $Q_{e,\lambda}$  和散射因子  $Q_{s,\lambda}$  分别为:

$$Q_{e,\lambda} = \frac{2}{\chi^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \text{Re}[a_n + b_n] \quad (11)$$

$$Q_{s,\lambda} = \frac{2}{\chi^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) (|a_n|^2 + |b_n|^2) \quad (12)$$

式中:  $\chi$  为颗粒的尺寸因子, Re 表示取复数实部。颗粒的吸收因子  $Q_{a,\lambda} = Q_{e,\lambda} - Q_{s,\lambda}$ 。

单个粒子的吸收系数  $\kappa_\lambda$  和散射系数  $\sigma_\lambda$  分别为:

$$\kappa_\lambda = \pi r^2 Q_{a,\lambda} \quad (13)$$

$$\sigma_\lambda = \pi r^2 Q_{s,\lambda} \quad (14)$$

式中  $r$  为颗粒半径。

在球形粒子假设下,  $\text{Al}_2\text{O}_3$  颗粒间为独立散射, 粒子系的衰减、散射与吸收系数可表征为单个粒子的代数和, 即:

$$\kappa_\lambda = \pi \sum_{i=1}^n N_i r_i^2 Q_{a,i,\lambda} \quad (15)$$

$$\sigma_\lambda = \pi \sum_{i=1}^n N_i r_i^2 Q_{s,i,\lambda} \quad (16)$$

根据布格尔定律,  $\text{Al}_2\text{O}_3$  颗粒在厚度  $l$  下的光谱

透过率  $\tau_p$  和光谱发射率  $\varepsilon_p$  分别为:

$$\tau_p = e^{-(\kappa_\lambda + \sigma_\lambda)l} \quad (17)$$

$$\varepsilon_p = 1 - e^{-\kappa_\lambda l} \quad (18)$$

### 1.3.2 辐射传输计算方法

尾喷焰燃气介质的辐射由发射、衰减、散射和折射过程组成,对应的辐射传输方程的微分-积分表达式为<sup>[34]</sup>

$$\frac{dI_\lambda(s,s)}{ds} = -(\kappa_\lambda + \sigma_\lambda)I_\lambda(s,s) + \kappa_\lambda I_{b\lambda}(s) + \frac{\sigma_\lambda}{4\pi} \int_{\Omega_i=4\pi} I_\lambda(s,s_i) \Phi_\lambda(s_i,s) d\Omega_i \quad (19)$$

式中: $I_\lambda(s,s)$ 为某光谱 $\lambda$ 内光线传输方向 $s$ 上光谱辐射强度(其中 $s$ 为位置), $\kappa_\lambda$ 为喷焰的介质吸收系数, $\sigma_\lambda$ 为喷焰的介质散射系数, $I_{b\lambda}(s)$ 为介质的黑体光谱辐射, $I_\lambda(s,s_i)$ 为 $4\pi$ 空间各方向在当前计算点的光谱辐射, $\Phi_\lambda(s_i,s)$ 为散射相函数。对于含固体 $Al_2O_3$ 颗粒的火箭发动机尾喷焰中粒子辐射散射问题,本文采用了弱散射经验模型进行计算,形成了基于视在光线(line of sight, LOS)<sup>[35]</sup>法计算含粒子尾喷焰流场的红外辐射传输问题的手段。

### 1.4 发动机推力与主要型谱参数关联关系

工程实际中,最能直接反映出发动机类型差异的型谱参数为推进剂配方和推力。推力不仅与发动机装药、喷管结构有关,同时还受当地环境压强影响,推力计算公式为

$$F = \dot{m}u_e + A_e(P_e - P_\infty) \quad (20)$$

式中: $\dot{m}$ 为喷管质量流率, $u_e$ 为喷气速度, $A_e$ 为喷管出口截面的面积, $P_e$ 、 $P_\infty$ 分别为喷口和环境压力。结合等熵过程和气体状态方程,可得喷管质量流率为

$$\dot{m} = \frac{\Gamma}{\sqrt{RT_f}} P_c A_t \quad (21)$$

式中: $\Gamma = \sqrt{k} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}}$ ,仅与比热比有关; $T_f$ 为推

进剂绝热燃烧温度。喷气速度计算公式为

$$u_e = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{R_0}{\bar{m}} T_f \left[ 1 - \left( \frac{P_e}{P_c} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \quad (22)$$

式中: $\bar{m}$ 为燃气平均分子量, $k$ 为燃气比热比。结合式(20)~(22)可推得

$$F = P_c A_t C_f \quad (23)$$

式中: $P_c$ 为发动机燃烧室总压, $A_t$ 为喉部面积, $C_f$ 为推力系数。 $C_f$ 是表征喷管性能的无因次系数,且有

$$C_f = \left[ \Gamma \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left[ 1 - \left( \frac{P_e}{P_c} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} + \frac{A_e}{A_t} \left( \frac{P_e}{P_c} - \frac{P_\infty}{P_c} \right) \right] \quad (24)$$

式中:固体推进剂的燃气比热比 $k$ 主要依赖于推进剂配方,而通常情况下, $P_\infty \ll P_c$ ,则易知影响 $C_f$ 的主要因素为推进剂配方、膨胀比大小和喷管出口压力与燃烧室压力比;又由于 $A_t$ 与膨胀比可通过喷口面积直接关联,则结合推力计算式(23)可知,影响推力大小的发动机型谱参数可归结为喷管膨胀比、燃烧室压力和推进剂配方。

## 2 模型方法验证

### 2.1 内流计算模型验证

为验证发动机内流计算模型的可靠性,以法国航天局公布的 Black Brant 固体火箭发动机燃烧室出口截面热力数据<sup>[36]</sup>为基准,该发动机喷管出口截面面积为 $0.0871 \text{ m}^2$ ,喷管喉部截面面积为 $0.0111 \text{ m}^2$ ,推进剂配方为 61% 高氯酸铵(AP)、19% 铝粉(Al)和 20% 聚氨酯(PU),燃烧室压力和温度分别为 4.52 MPa 和 3 290.8 K,喷管膨胀比为 7.85。文献<sup>[36]</sup>给出了 Black Brant 固体火箭发动机燃烧室出口热力特性和组分参数,在表 1 中给出了燃烧室出口的推进剂燃气组分质量分数计算与文献<sup>[36]</sup>所提供数据的对照,可以看出二者在组分质量分数预估方面的最大差异低于 8%。

表 1 燃烧室出口截面燃气组分质量分数结果对比

Tab. 1 Comparison of component mass fractions at combustion chamber exit section

组分质量分数	H	OH	H <sub>2</sub>	H <sub>2</sub> O	CO	CO <sub>2</sub>	HCl	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>
参考文献	0.12	0.22	2.88	6.59	28.95	1.52	16.45	34.34
计算值	0.12	0.22	2.71	6.18	27.75	1.40	16.52	33.18
相对误差/%	0	0	6.0	6.0	4.0	7.8	0.4	3.4

### 2.2 喷焰反应流场计算验证

文献<sup>[36]</sup>在不考虑湍流、化学和辐射交互效应下,采用雷诺平均 RANS 和  $k-\varepsilon$  湍流模型结合的方法

计算二维轴对称喷焰流场,其中  $Al_2O_3$  颗粒采用  $5.71 \mu\text{m}$  的单一球形粒径并采用欧拉离散相处理,化学反应采用 17 步 10 组分反应动力模型。图 1 给

出了采用本文流场模型所计算的喷焰流场轴线温度与  $w(\text{H}_2\text{O})$  分布与文献[36]结果的对比。结果表明本文流场计算结果与文献[36]计算结果基本一致,误差在 10% 以内,验证了流场计算模型的可靠性。

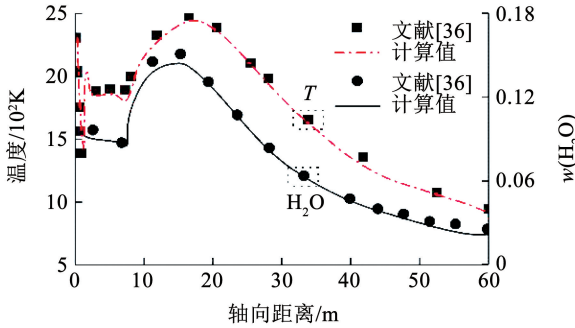


图 1 喷焰流场轴线温度和水质量分数曲线对比

Fig. 1 Comparison of axial temperature and  $\text{H}_2\text{O}$  mass fraction profiles in the plume flow field

### 2.3 红外计算模型验证

Black Brant 固体火箭发动机飞行试验提供了  $1\ 500 \sim 5\ 000\ \text{cm}^{-1}$  波段喷焰量纲一的光谱数据以及喷焰红外计算专业代码 RGM3000 与 SHDOM 的计算结果对比。结果表明,两型代码的计算结果与飞行试验结果十分接近,校验了 RGM3000 与 SHDOM 的准确性。图 2 给出了采用本文尾喷焰辐射计算模型与 RGM3000 和 SHDOM 代码计算 Black Brant 固体火箭发动机 7.9 km 高度下在  $1\ 500 \sim 5\ 000\ \text{cm}^{-1}$  波段内光谱分辨率为  $5\ \text{cm}^{-1}$  的喷焰辐射光谱结果对比。结果表明,本文红外辐射计算模型计算的光谱强度均介于二者之间,验证了红外辐射计算模型计算的可靠性。

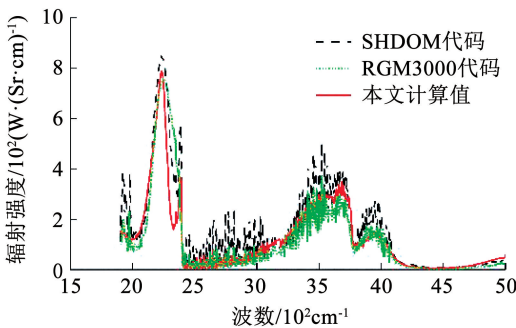


图 2 Black Brant 尾喷焰红外辐射光谱对照

Fig. 2 Comparison of infrared radiation spectra of Black Brant exhaust plume

## 3 计算条件

### 3.1 发动机型谱参数数值实验设计

基于影响发动机推力的主要型谱参数,以 GCA 和 GAD 推进剂为研究对象,分别分析不同欠膨胀程

度下发动机推力与尾喷焰红外辐射信号间的关联关系。两种推进剂的基础配比设定为  $\text{GAP}/\text{Cl}_2\text{O}/\text{Al} = 13\%/80\%/7\%$  和  $\text{GAP}/\text{ADN}/\text{DAAOF} = 14\%/68\%/18\%$ ,其中  $\text{Cl}_2\text{O}$  与 ADN 分别为两种推进剂的氧化剂。在符合固体火箭发动机设计准则基础上,设定燃烧室压力在  $3 \sim 15\ \text{MPa}$ 、喷管膨胀比在  $2 \sim 14$  范围内变化,氧化剂在基础配比的  $\pm 10\%$  范围内波动,同时将该部分变化引起的盈余量归结到黏合剂 GAP 当中。具体设计见表 2。

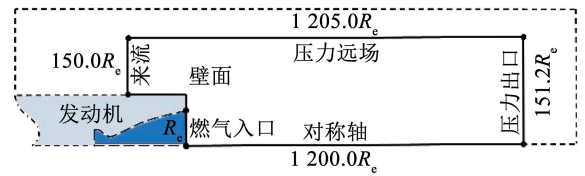
表 2 数值实验工况设计

Tab. 2 Design of numerical experiments

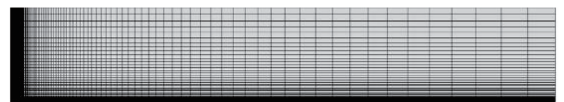
参量	燃烧室压力/MPa	膨胀比大小	氧化剂 $\text{Cl}_2\text{O}$ 配比/%	氧化剂 ADN 配比/%
范围	3 ~ 15	2 ~ 14	72.0 ~ 88.0	61.2 ~ 74.8
间隔	1	1	1.33	1.13

### 3.2 网格与边界条件

考虑到喷管的轴对称性,在不计喷焰流场不均匀涡量分布的简化下,采用二维轴对称模型计算尾喷焰流场。流场计算域和网格分布分别如图 3(a)、(b)所示,喷口半径为  $R_e = 0.166\ 5\ \text{m}$ ,竖直沿喷口方向壁面长度约为  $0.2R_e$ ,水平轴向壁面长度约为  $5.0R_e$ ,对于本文所研究的欠膨胀喷焰,数值计算过程中径向计算域长度为  $150.0R_e$ ,轴向计算域大小为  $1\ 200.0R_e$ 。网格均采用四边形结构网格,在喷口与近壁面区域对网格进行加密,并以等比分布的方式沿喷焰轴向与径向进行离散,比值取 1.05;采用轴向和径向网格数目分别为  $150 \times 60$ 、 $300 \times 120$  和  $600 \times 200$  的 3 套网格验证网格无关性。以文中燃烧室压力  $3\ \text{MPa}$  计算条件为基础工况进行发动机喷焰流场计算,并将对应的沿轴线的温度曲线绘制于图 4 中。可以看出 3 种数量网格计算精度相差甚微,在满足网格无关性的基础上选取了网格数  $300 \times 120$  的网格展开喷焰流场计算。



(a) 计算域大小



(b) 网格分布

图 3 计算域与网格分布

Fig. 3 Computational domain and grid distribution

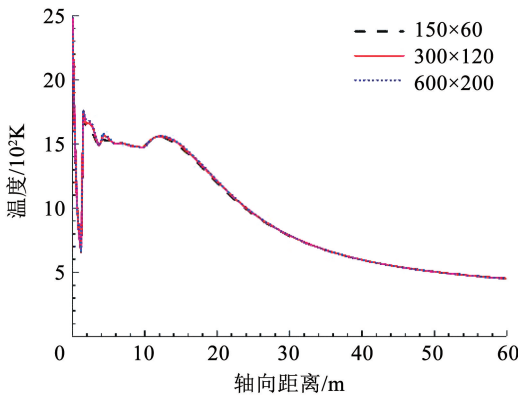


图 4 不同网格数下尾喷焰轴线温度图

Fig. 4 Temperature of exhaust plume axis under different grid numbers

在图 3(a) 所示的尾喷焰流场计算域中, 喷口边界采用多组分燃气入口边界条件, 壁面边界采用绝热壁面条件, 来流入口和远场条件采用压力、速度边界, 参数与来流条件一致, 数据参考标准大气环境数据库<sup>[37]</sup>, 出口边界施加压力出口条件。鉴于环境压力和来流速度会影响尾喷焰的欠膨胀程度, 本文来流速度以 1 000 m/s 计, 来流动压以近似成倍数关系选取来计算尾喷焰流场, 对应的来流雷诺数见表 3。

表 3 来流参数

Tab. 3 Parameters of freestream conditions

来流工况	密度/( $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ )	动压/MPa	来流雷诺数
1	0.74	0.54	$3.96 \times 10^7$
2	0.41	0.26	$2.19 \times 10^7$
3	0.19	0.12	$1.02 \times 10^7$

### 3.3 计算流程

基于本文建立的物理模型编制的尾喷焰红外辐射全链路计算工具计算与分析发动机推力与尾喷焰红外辐射特性的关联关系。该工具是 IRSAT<sup>[22]</sup> 的拓展版本, 包含发动机内流计算模块、喷焰反应流场计算模块与红外辐射传输计算模块。以发动机型谱参数作为初始条件, 依据发动机内流环节获得的喷口参量结合喷口尺寸, 由式(23)可计算获得推力大小。在经由该型谱参数下对应的喷焰反应流场环节和红外辐射传输计算环节可获得对应的谱带内积分强度, 本文仅关注  $2.7 \mu\text{m} \pm 0.3 \mu\text{m}$  和  $4.3 \mu\text{m} \pm 0.3 \mu\text{m}$  波段。计算流程见图 5。

## 4 结果分析

### 4.1 典型工况下的尾喷焰流场与辐射特性

为分析燃烧室压力、喷管膨胀比和推进剂配比 3 种因素影响下的推力与尾喷焰辐射强度的关系,

以 GCA 推进剂为例, 从表 2 所示的 3 组参量中各选取两个代表性工况作流场参数差异对照, 分别为燃烧室压力  $P_c = 3 \text{ MPa}$ 、 $P_c = 15 \text{ MPa}$ , 膨胀比  $A_e/A_1 = 2$ 、 $A_e/A_1 = 14$  和氧化剂质量分数  $w(\text{Oxidant}) = 72\%$ 、 $w(\text{Oxidant}) = 88\%$ 。对应动压为  $q = 0.26 \text{ MPa}$  下的流场温度分布、 $\text{H}_2\text{O}$  摩尔分数和  $\text{CO}_2$  摩尔分数分布分别在图 6~8 中给出, 其中图 6~图 8 中(a)、(b)和(c)分别对应燃烧室压力、喷管膨胀比和推进剂氧化剂质量分数下的典型工况。可以明显看出,  $P_c = 15 \text{ MPa}$  下的尾喷焰流场整体温度、 $\text{H}_2\text{O}$  摩尔分数和  $\text{CO}_2$  摩尔分数高于  $P_c = 3 \text{ MPa}$  的工况, 且前者较后者轴向与径向尺寸增大 2~3 倍。 $A_e/A_1 = 14$  工况相较于  $A_e/A_1 = 2$  的工况, 尾喷焰流场的复燃区域明显减小, 且分布范围缩小 20% 左右。在基础配方下, 由图 6(c) 可知, 氧化剂降低 10% 较增加 10% 引起尾喷焰复燃区域和空间分布范围均缩小约 25%, 在图 7(c) 和图 8(c), 氧化剂降低 10% 较增加 10% 下虽然  $\text{H}_2\text{O}$  摩尔分数和  $\text{CO}_2$  摩尔分数分布范围偏小 30% 左右, 但核心区域内浓度水平更高。显然, 燃烧室压力、喷管膨胀比和推进剂配比三因素对尾喷焰反应流场参数影响显著。

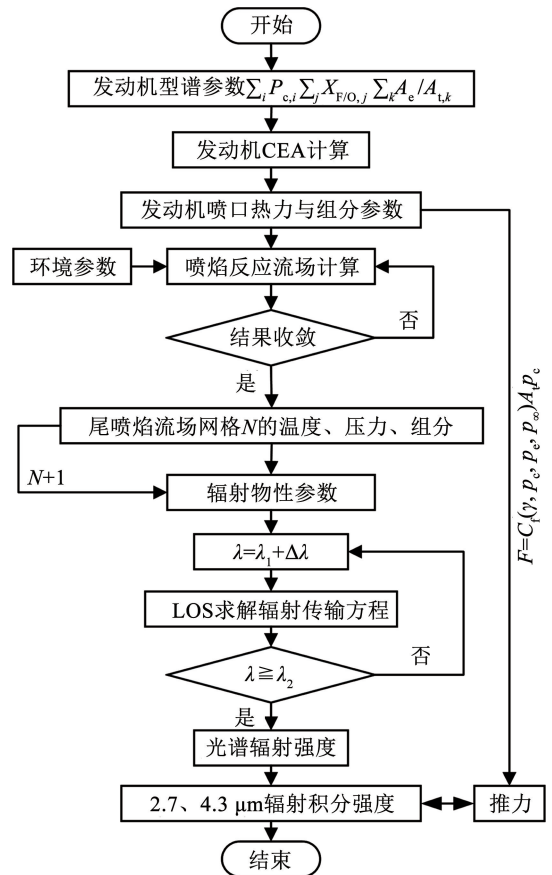


图 5 发动机推力与喷焰红外辐射计算流程

Fig. 5 Computational procedure for engine thrust and plume infrared radiation

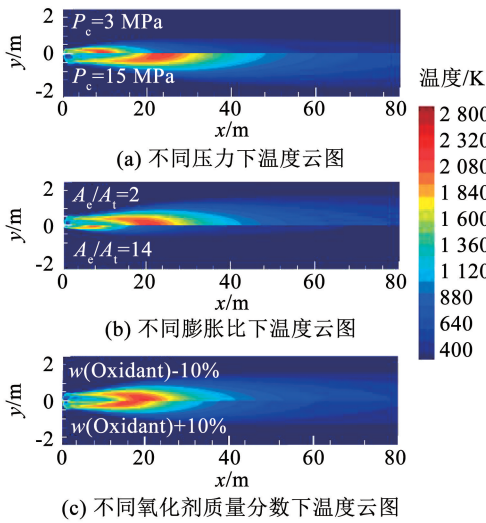


图 6 代表性工况下 GCA 推进剂的尾喷焰温度云图

Fig. 6 Temperature contours of GCA propellant under typical operating conditions

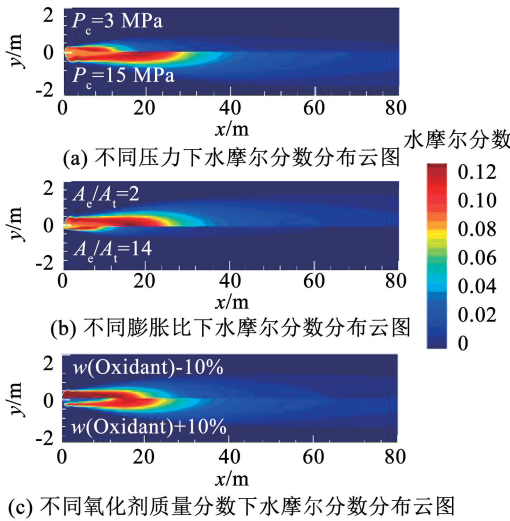


图 7 典型工况下 GCA 推进剂的水摩尔分数云图

Fig. 7 H<sub>2</sub>O mole fraction contours of GCA propellant under typical operating conditions

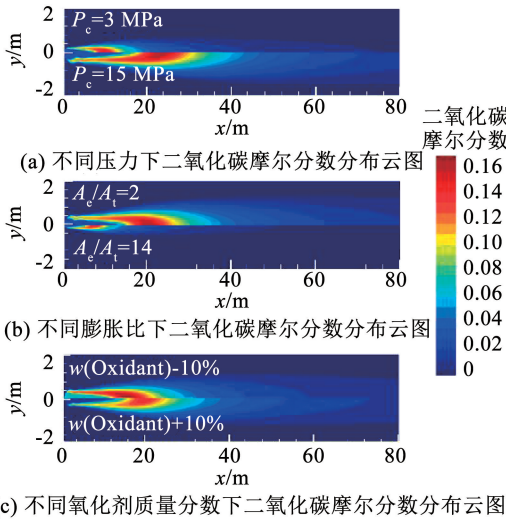


图 8 典型工况下 GCA 推进剂的二氧化碳摩尔分数云图

Fig. 8 CO<sub>2</sub> mole fraction contours of GCA propellant under typical operating conditions

基于尾喷焰流场参数计算垂向观测条件下尾喷焰的红外辐射强度,分别在图 9、10 中给出了代表工况下的光谱强度和辐射强度云图分布。由图 9 可知,在 2 ~ 8 μm 波段内,  $P_c = 15$  MPa 下的尾喷焰光谱辐射强度较  $P_c = 3$  MPa 工况高出约 5 倍。其中,前者较后者在特征峰值 2.7 μm 波段内的辐射强度高出近一个量级,在 4.3 μm 内高出 5 倍。在图 9 中,膨胀比  $A_c/A_t$  从 2 增大到 14,尾喷焰光谱辐射强度和特征峰值谱带内辐射强度均降低了约一个量级。然而,推进剂氧化剂质量分数的 ±10% 变化,引起尾喷焰红外光谱辐射强度变化约为 35%。三因素在代表工况下的辐射强度分布在图 10 中给出。图 10 中辐射强度的分布规律与图 6 中的温度分布相似,即在数值试验设计范围内,通过型谱参数的上、下限值比较来看,燃烧室压力和膨胀比对尾喷焰辐射强度影响显著,推进剂配方变化影响较弱。

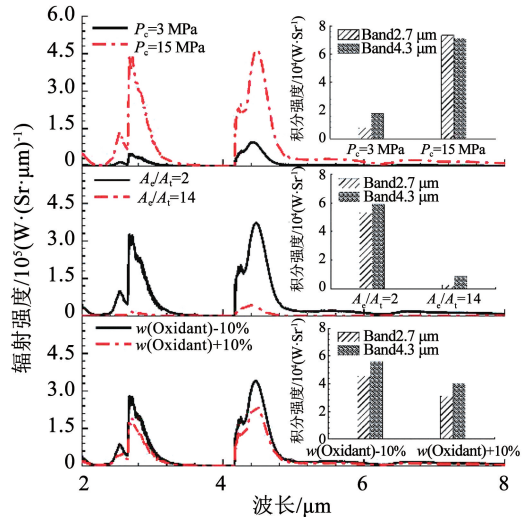


图 9 典型工况下 GCA 推进剂尾喷焰光谱辐射曲线对比

Fig. 9 Comparison of spectral intensity for GCA propellant under typical operating conditions

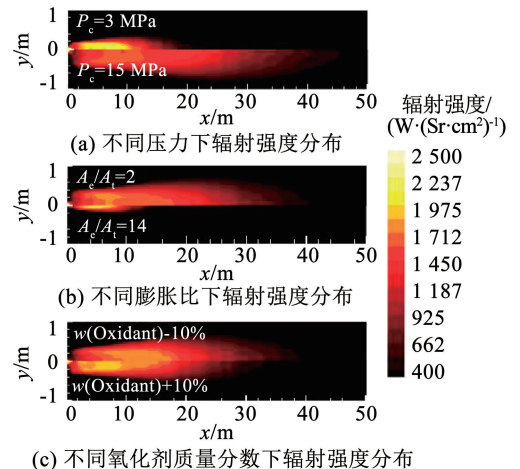


图 10 典型工况下 GCA 推进剂发动机尾喷焰 4.3 μm 波段内辐射强度分布云图

Fig. 10 Synthetic IR images of plume in the 4.3 μm band for GCA propellant under typical operating conditions

### 4.2 燃烧室压力变化下推力与辐射特征

为分析燃烧室压力引起发动机推力变化下的谱带内辐射积分强度的变化规律,在图 11、12 中给出了 GCA 与 GAD 推进剂燃烧室压力变化下的推力 - 辐射强度  $\log_2(F) - \lg(I)$  图,共包含 156 个工况点,推力范围为 30 ~ 150 kN。

从图 11 中给出的 2.7  $\mu\text{m}$  波段辐射强度与推力大小关系来看,同推力下 GCA 推进剂尾喷焰辐射强度高出 GAD 推进剂 3 倍以上。两种推进剂发动机的推力大小与尾喷焰辐射强度均近似服从双对数线性关系,统一形式为

$$\lg(I_{2.7\mu\text{m}}) = a \log_2(F) + b \quad (25)$$

式中: $I$  为喷焰辐射强度大小, $F$  为推力大小, $a$ 、 $b$  为常数。其中:对 GCA 推进剂, $a = 0.41$ , $b = 3.10$ ;对 GAD 推进剂, $a = 0.29$ , $b = 0.84$ 。上述结果表明同推力情况下 GAD 较 GCA 推进剂辐射强度低,且在 2.7  $\mu\text{m}$  波段内辐射强度对环境差异不敏感。

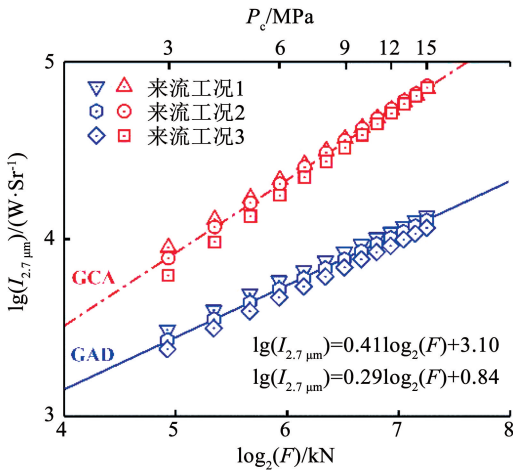


图 11 两种推进剂推力与 2.7  $\mu\text{m}$  波段辐射强度分布

Fig. 11 Thrust and 2.7  $\mu\text{m}$  wavelength radiation intensity distribution of two propellants

图 12 为在不同环境动压(来流工况)下尾喷焰 4.3  $\mu\text{m}$  波段辐射强度与发动机推力的分布关系。可以看出,同推力下 GCA 推进剂尾喷焰辐射强度高出 GAD 推进剂 3 倍以上。两种推进剂对应的尾喷焰辐射强度与发动机推力和来流雷诺数间存在一定的关联关系,近似服从如下关系:

$$\lg(I_{4.3\mu\text{m}}) = c \log_2(F) + d \left( \sqrt{\frac{Re_\infty}{10^7}} - 1 \right) \quad (26)$$

式中: $Re_\infty$  为来流雷诺数, $c$ 、 $d$  为常数。其中:对 GCA 推进剂, $c = 0.26$ , $d = 0.24$ ;对 GAD 推进剂, $c = 0.23$ , $d = 0.18$ 。

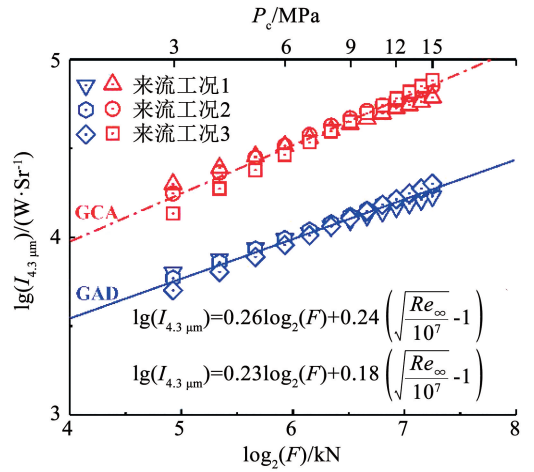


图 12 两种推进剂推力与 4.3  $\mu\text{m}$  波段辐射强度分布

Fig. 12 Thrust and 4.3  $\mu\text{m}$  wavelength radiation intensity distribution of two propellants

### 4.3 膨胀比变化下推力与辐射信号特征

喷管膨胀比是发动机推力大小的关键影响因素之一。在图 13、14 中分别给出了喷管膨胀比变化下的发动机推力与尾喷焰典型波段下(2.7  $\mu\text{m}$  和 4.3  $\mu\text{m}$ ) 的辐射强度关系,其中 GCA 和 GAD 推进剂采用基础配方,膨胀比变化范围见表 2。

从图 13 中可以看出,两种推进剂在不同来流动压条件下推力大小与 2.7  $\mu\text{m}$  波段辐射强度均近似遵循一致的双对数线性分布:

$$\lg(I_{2.7\mu\text{m}}) = a \log_2(F) + b \quad (27)$$

式中  $a$ 、 $b$  为常数。其中:对 GCA 推进剂而言, $a = 0.54$ , $b = 3.20$ ;对 GAD 推进剂, $a = 0.51$ , $b = 0.66$ 。值得注意的是,该表达与描述燃烧室压力变化下推力与 2.7  $\mu\text{m}$  波段辐射强度关联关系式(25)一致。

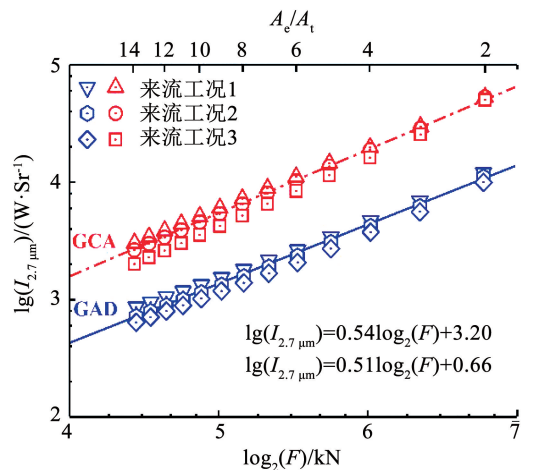


图 13 两种推进剂推力与 2.7  $\mu\text{m}$  波段辐射强度分布

Fig. 13 Thrust and 2.7  $\mu\text{m}$  wavelength radiation intensity distribution of two propellants

图 14 中给出了发动机推力大小与 4.3  $\mu\text{m}$  波段尾喷焰辐射强度的分布关系。对于两种推进剂而

言,分布关系近似服从以下统一形式:

$$\lg(I_{4.3\mu\text{m}}) = c \log_2(F) + d \left( \sqrt{\frac{Re_\infty}{10^7}} - 1 \right) \quad (28)$$

式中: $Re_\infty$  为来流雷诺数, $c$ 、 $d$  为常数。其中:对 GCA 推进剂, $c = 0.36$ , $d = 0.17$ ;对 GAD 推进剂, $c = 0.35$ , $d = 0.13$ 。

与 GCA 推进剂比较,同推力下 GAD 推进剂对应工况下的尾喷焰辐射强度均偏低。从式(27)、(28)可以看出,与喷管膨胀比关联的发动机推力与尾喷焰辐射强度在  $2.7 \mu\text{m}$  波段受来流参数影响较小,在  $4.3 \mu\text{m}$  波段与来流参数高度关联。在两个波段内,推力与辐射强度均呈现出对数关系,意味着在推力随膨胀比变化的情况下,可由小推力发动机预估较大推力发动机的红外辐射强度。

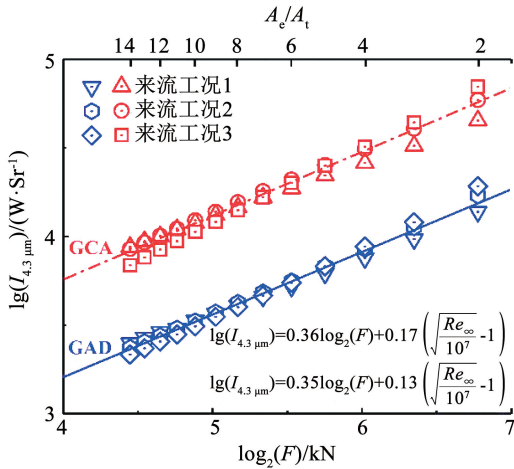


图 14 两种推进剂推力与  $4.3 \mu\text{m}$  波段辐射强度分布

Fig. 14 Thrust and  $4.3 \mu\text{m}$  wavelength radiation intensity distribution of two propellants

#### 4.4 推进剂组元变化下推力与辐射特征

在图 15、16 中分别给出了 GCA 与 GAD 两种推进剂氧化剂变化时尾喷焰在  $2.7 \mu\text{m}$  波段和  $4.3 \mu\text{m}$  波段的辐射强度分布。从图 15、16 中可以看出,在设计配比变化范围内,氧化剂 Cl20 和 ADN 变化范围为 10% (见表 2),发动机推力变化范围仅有 1% 左右,表明在一定范围内发动机推力对推进剂配比不敏感。

由图 15、16 可知,在推进剂配比差异引起的推力变化极小,但尾喷焰辐射强度变化程度可达 60%,反映了尾喷焰红外辐射强度对推进剂配比变化较为敏感。对 GAD 推进剂而言,在推进剂配方变化下,随着发动机推力的增大,不同来流动压下的尾喷焰辐射强度均增强;对 GCA 推进剂而言,在推进剂配方变化下,不同来流动压下的发动机推力与尾喷焰辐射强度存在不同的分布。上述推力与辐射强度的分布关系是由于氧化剂 Cl20 质量分数在 72.00% ~ 88.00% 变化过程中,辐射强度均增强,然

而 Cl20 质量分数在 76.67% 附近推力出现先增大后减小的趋势所引起的。

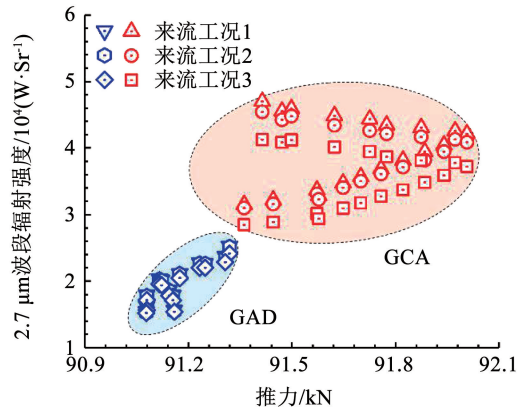


图 15 推力与  $2.7 \mu\text{m}$  波段辐射强度分布

Fig. 15 Thrust and  $2.7 \mu\text{m}$  wavelength radiation intensity distribution

对于不同波段内的积分强度, $F-I$  分布呈现出显著的差异性。在不同来流动压下,GAD 与 GCA 推进剂在两个波段的辐射强度均沿发动机推力呈现出明显的“聚集”现象。其中:GCA 推进剂发动机在  $2.7 \mu\text{m}$  波段内的辐射强度均高于 GAD 推进剂,且分界明显;在  $4.3 \mu\text{m}$  波段内,两种推进剂对应尾喷焰的辐射强度亦存在类似于  $2.7 \mu\text{m}$  波段的分界现象,但随着来流动压的不同,辐射强度分布呈现出明显的分层现象,该现象预示着尾喷焰  $4.3 \mu\text{m}$  波段辐射强度对来流参数敏感。上述结果表明推进剂配方变化下的推力微小变化过程也会引起辐射强度的明显差异和典型特征分布,意味着对基于辐射强度反演发动机型谱参数应重点关注该情况下的推力与辐射强度的关联关系。

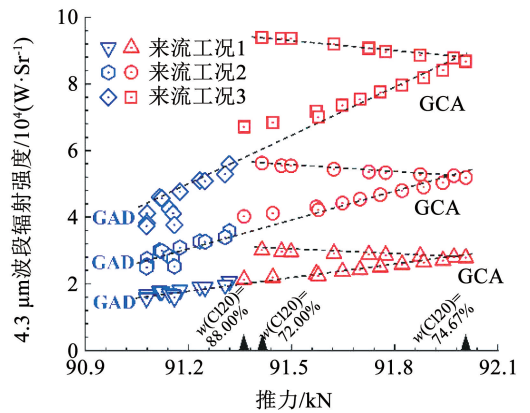


图 16 发动机推力与尾喷焰  $4.3 \mu\text{m}$  波段辐射强度分布

Fig. 16 Thrust and  $4.3 \mu\text{m}$  wavelength radiation intensity distribution

## 5 结 论

1) 在火箭发动机燃烧室压力和喷管膨胀比变化下,同推力的 GCA 高氮高能推进剂尾喷焰辐射强度

较 GAD 高氮无烟推进剂高出 3 倍以上,且  $2.7 \mu\text{m}$  波段尾喷焰辐射强度受来流影响微弱, $4.3 \mu\text{m}$  波段则需考虑来流因素的影响。

2) 在燃烧室压力和喷管膨胀比变化下,火箭发动机推力大小与辐射强度近似遵循对数线性关系:在  $2.7 \mu\text{m}$  波段服从  $\lg(I_{2.7\mu\text{m}}) = a \lg_2(F) + b$  的关联关系,在  $4.3 \mu\text{m}$  波段服从  $\lg(I_{4.3\mu\text{m}}) = c \lg_2(F) + d(10^{-3.5} Re_z^{0.5} - 1)$  的关联关系。

3) GCA 和 GAD 推进剂配方下,火箭发动机推力对推进剂配比不敏感,但尾喷焰红外辐射强度因推进剂配比变化显著,推进剂配比变化范围为 10%,辐射强度变化范围可达 60%。

4) 在不同来流流动压下,GAD 与 GCA 推进剂在两个波段的辐射强度均沿火箭发动机推力呈现出明显的“聚集”现象。但随着来流流动压的不同, $4.3 \mu\text{m}$  波段尾喷焰辐射强度分布呈现出明显的分层现象。

## 参考文献

- [1] PAIVA C, SLUSHER H. Space-based missile exhaust plume sensing: strategies for DTIC of liquid and solid IRBM systems [C]//Space 2005. Reston: AIAA, 2005: AIAA2005-6820. DOI:10.2514/6.2005-6820
- [2] Defense Technical Information Center. Terminology and assessment methods of solid propellant rocket exhaust signatures; AGARD-AR-287 [R]. Essex: NATO, 1993
- [3] WANG Yiyao, WEN Junjie, YANG Junsen, et al. Investigations on the thermal response of a solid rocket motor with complex charge structure using CL-20/GAP propellant [J]. Case Studies in Thermal Engineering, 2022, 37: 102257. DOI:10.1016/j.csite.2022.102257
- [4] WINGBORG N, ANDREASSON S, DE FLON J, et al. Development of ADN-based minimum smoke propellants [C]//46th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit. Reston: AIAA, 2010: 6586. DOI:10.2514/6.2010-6586
- [5] 田德余. 固体推进剂配方优化设计 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2013  
TIAN Deyu. Optimization and design of solid propellant formulations [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2013
- [6] 李上文, 赵凤起, 徐司雨. 低特征信号固体推进剂技术 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2013  
LI Shangwen, ZHAO Fengqi, XU Siyu. Low signature solid rocket propellant technology [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2013
- [7] CHAN M L, REED R, TURNER A D, et al. Properties of ADN propellants [J]. International Journal of Energetic Materials and Chemical Propulsion, 2002, 5 (1/2/3/4/5/6): 492. DOI:10.1615/IntJEnergeticMaterialsChemProp.v5.i1-6.530
- [8] SETIANI W S, TRIHARJANTO R H, HAFIZAH M A E, et al. Study of the potency of reducing smoke on composite propellant with high specific impulse [J]. United International Journal for Research & Technology, 2022, 3 (7): 42
- [9] CALHOON W H Jr, KENZAKOWSKI D C. Assessment of turbulence-chemistry interactions in missile exhaust plume signature analysis [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2003, 40 (5): 694. DOI:10.2514/2.6895
- [10] SLACK M W. Infrared measurements and predictions for simulated

- rocket exhaust plumes [C]//Proceedings of the 8th JANNAF Plume Tecnology Meeting. California: NMC, 1974
- [11] STOWE R, RINGUETTE S, FOURNIER P, et al. Effect of flight and motor operating conditions on infrared signature predictions of rocket exhaust plumes [J]. International Journal of Energetic Materials and Chemical Propulsion, 2015, 14 (1): 29. DOI:10.1615/intjenergeticmaterialschemprop.2015011502
- [12] NIU Qinglin, DUAN Xinhui, MENG Xiaying, et al. Numerical analysis of point-source infrared radiation phenomena of rocket exhaust plumes at low and middle altitudes [J]. Infrared Physics & Technology, 2019, 99: 28. DOI:10.1016/j.infrared.2019.04.005
- [13] 李霞, 刘建国, 王俊, 等. 固体火箭发动机喷焰复燃及其对红外辐射的影响 [J]. 红外与激光工程, 2018, 47 (9): 0904003  
LI Xia, LIU Jianguo, WANG Jun, et al. Afterburning and infrared radiation effects of exhaust plumes for solid rocket motors [J]. Infrared and Laser Engineering, 2018, 47 (9): 0904003. DOI:10.3788/IRLA201847.0904003
- [14] WANG Weichen, WEI Zhijun, ZHANG Qiao, et al. Study on infrared signature of solid rocket motor afterburning exhaust plume [C]//46th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit. Reston: AIAA, 2010: 6847. DOI:10.2514/6.2010-6847
- [15] KIM M T, SONG S, YIM Y J, et al. Comparative study on infrared irradiance emitted from standard and real rocket motor plumes [J]. Propellants, Explosives, Pyrotechnics, 2015, 40 (5): 779. DOI:10.1002/prep.201400213
- [16] SIMMONS F S. Rocket exhaust plume phenomenology [M]. El Segundo: Aerospace Press, 2000
- [17] JARVINEN P O, HILL J A F. Universal model for underexpanded rocket plumes in hypersonic flow [C]//Proceedings of the 12th JANNAF Liquid Meeting. San Francisco: [s. n.], 1970
- [18] 赵承庆, 姜毅. 气体射流流体力学 [M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1998: 131  
ZHAO Chengqing, JIANG Yi. Gas jet dynamics [M]. Beijing: Beijing University of Science and Engineering Press, 1998: 131
- [19] DAVIS P. Analytic models of high-altitude plume radiation [J]. IDA Paper, 1974
- [20] WILSON K, WALIAN P. A rapid IR prediction tool applicable to sensor system studies; U. S. Army Missile Command Special Report; RD-82-6 [R]. Houston: [s. n.], 1982
- [21] FREEMAN G N. Nonequilibrium infrared emission from amine-fueled engines exhausting to vacuum; The Aerospace Corporation Report; TOR-0073 (3409-01)-67 [R]. California: [s. n.], 1973
- [22] NIU Qinglin, HE Zhihong, DONG Shikui. IR radiation characteristics of rocket exhaust plumes under varying motor operating conditions [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2017, 30 (3): 1101. DOI:10.1016/j.cja.2017.04.003
- [23] 肖智茹, 牛青林, 王振华, 等. 来流导致的火箭发动机喷焰红外辐射强度不确定度量化分析 [J]. 红外与激光工程, 2023, 52 (4): 49  
XIAO Zhiru, NIU Qinglin, WANG Zhenhua, et al. Quantitative analysis of the uncertainty of infrared radiation signature of rocket exhaust plume caused by incoming flow [J]. Infrared and Laser Engineering, 2023, 52 (4): 49. DOI:10.3788/IRLA20220621
- [24] NIU Qinglin, GAO Wenqiang, SUN Yiqiang, et al. Investigation on infrared radiation signatures of under-expanded rocket exhaust plumes due to angle of attack [J]. IEEE Access, 2021, 9: 113156. DOI:10.1109/ACCESS.2021.3103898
- [25] WHITE W B, JOHNSON S M, DANTZIG G B. Chemical equilibrium in complex mixtures [J]. The Journal of Chemical Physics, 1958, 28 (5): 751. DOI:10.1063/1.1744264