DOI:10.11918/202108092

转子分布不平衡和轴承特性参数同时辨识方法

董惠敏,张安师,舒 浩,张 楚

(大连理工大学 机械工程学院,辽宁 大连,116024)

摘 要:针对转子模态动平衡的关键参数转子不平衡量和轴承特性参数难以确定的问题,提出一种基于轴承处振动响应的轴承特性参数和转子分布不平衡参数的同时辨识方法。以多项式函数描述转子质量偏心曲线,表征转子连续分布的不平衡质量;以有限元法建立转子/轴承子结构运动微分方程;采用虚功原理将连续分布的广义不平衡力转化为节点处的集中不平衡力并建立其与偏心曲线系数的关系,从而推导出轴承特性参数及质量偏心曲线系数的同时辨识方程,进而实现基于不同转速下轴承处的振动响应辨识出轴承特性参数和分布不平衡参数。以一个转子轴承系统为例进行了偏心曲线阶次对参数辨识的敏感度仿真,结果表明:偏心曲线阶次对参数辨识结果影响较小。以实测轴承处响应辨识得到的参数进行一阶模态动平衡实验,平衡后轴承处振动明显降低,验证了提出的辨识方法及其在模态动平衡中的有效性。

关键词:转子轴承系统;分布不平衡;有限元法;参数辨识;模态动平衡

中图分类号:O347.6　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:0367-6234(2022)07-0128-08

Simultaneous identification method of rotor distributed unbalance and bearing characteristic parameters

DONG Huimin, ZHANG Anshi, SHU Hao, ZHANG Chu

(School of Mechanical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, Liaoning, China)

Abstract: Aiming at the problem that the key parameters of rotor modal dynamic balance, which are rotor imbalance and bearing characteristic parameters, are difficult to determine, a method for simultaneous identification of bearing characteristic parameters and rotor distribution unbalance parameters based on the vibration response at the bearing was proposed. This method used a polynomial function to describe the eccentricity curve of the rotor mass for characterizing the continuously distributed unbalanced mass of the rotor; established the motion differential equations of substructures in the system with the finite element method; converted the continuously distributed generalized unbalanced force into the concentrated generalized unbalanced force of nodes through the principle of virtual work and established the relationship between concentrated unbalanced force and eccentric curve coefficients, thereby deduced the simultaneous identifying equation of bearing characteristic parameters and mass eccentricity curve coefficients, and then realized the identification of bearing characteristic parameters and distribution unbalance parameters based on the vibration response of the bearings at different speeds. Taking a rotor-bearing system as an example, the sensitivity of the eccentric curve order to parameter identification was simulated, the results show that the order of the eccentric curve has little effect on the parameter identification results. The first-order modal dynamic balance experiment was carried out with the parameters identified from the response of the measured bearings and vibration at the bearings significantly reduced after balancing, which verifies the proposed identification method and its effectiveness in model dynamic balance.

Keywords: rotor bearing system; distributed unbalance; finite element method; parameter identification; modal dynamic balance

转子不平衡是旋转机械振动的主要激振源,导致的剧烈振动会降低机器使用寿命和效率,甚至造成安全事故,因此转子的动平衡非常重要。常用的平衡方法有影响系数法和模态平衡法,与影响系数法相比,模态平衡法无需添加试重,但其前提是需要先识别转子不平衡参数和轴承特性参数,包括转子不平衡量的大小和位置信息以及轴承的刚度、阻尼信息。转子不平衡参数和轴承特性参数的辨识方法主要有基于集中不平衡模型和分布不平衡模型两大类。基于集中不平衡模型的参数辨识方法认为不平衡质量存在于转子的某几个平面上,在已知轴承特性参数的基础上辨识转子的集中不平衡参数[1-6]。通常,轴承特性参数是未知的,对此有学者提出了轴承特性参数和集中不平衡参数同时辨识的方法,郑

收稿日期:2021-08-24
基金项目:国家重点研发计划(2018YFB2001504)
作者简介:董惠敏(1958—),女,教授,博士生导师
通信作者:董惠敏,donghm@dlut.edu.cn

钢铁[7]和毕世华等[8]基于有限元模型，以实测轴承处振动响应辨识转子集中不平衡参数和轴承特性参数；姚伟[9]提出了微调转速四测点频域融合辨识方法，实现了对滑动轴承-转子系统、滚动轴承-转子系统的刚度阻尼系数和集中不平衡参数的同时辨识；Tiwari 等[10]采用有限元子结构法同时辨识轴承特性参数和集中不平衡参数。针对转子任意位置都可能存在不平衡的情况，Lee 等[11]首次提出了转子“连续不平衡”的概念，认为转子的不平衡质量是任意分布的，并用傅里叶级数表征；随后 Yang 等[12]提出采用多项式曲线表征分布的不平衡质量，并结合有限元法通过轴承处振动响应完成了多项式曲线系数的辨识；Deepthikumar 等[13]完成了转子分布不平衡参数的辨识和一阶模态动平衡，并通过实验进行了验证。但上述方法只能辨识分布不平衡参数，无法辨识轴承特性参数。后来 Lee 等[14]将傅里叶级数表征的分布不平衡与传递矩阵法结合，完成转子分布不平衡参数和轴承特性参数的分别辨识，但此方法需要获取轴的各段连接处及圆盘处的振动数据，实际实施比较困难。

针对上述问题，本文引入转子集中不平衡参数和轴承特性参数同时辨识的思想，采用有限元法建立转子/轴承子结构运动微分方程，以多项式曲线表征转子的分布不平衡，通过虚功原理将连续的广义不平衡力转化为节点处集中的广义不平衡力；把子结构运动微分方程转换至频域，建立轴承特性参数和多项式曲线系数的同时辨识方程，根据轴承处振动响应即可同时辨识转子分布不平衡参数与轴承特性参数。以一转子轴承系统为例进行仿真和实验，验证了该参数辨识方法的有效性。

1　转子/轴承子结构运动微分方程

以 Timoshenko 梁单元、点单元和经典轴承单元分别模拟转轴、圆盘和轴承。其中，转轴和圆盘组成转子子结构，所有轴承组成轴承子结构，采用有限元法建立转子/轴承子结构运动微分方程。

对于转轴，采用如图 1 所示的两节点 Timoshenko 梁单元等效，每个节点考虑沿 X 和 Y 方向的平移自由度 u、v 和绕 X 和 Y 轴的旋转自由度 θ_x、θ_y 等 4 个自由度。

根据经典梁单元理论建立轴单元运动微分方程，将所有轴单元微分方程组装得到转轴的运动微分方程[15]为

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{a}}\ddot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{a}} - \Omega\boldsymbol{G}_{\mathrm{a}}\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{a}} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{a}}\boldsymbol{q}_{\mathrm{a}} = \boldsymbol{f}_{\mathrm{a}} \tag{1}$$

式中：$\boldsymbol{M}$、$\boldsymbol{G}$ 和 $\boldsymbol{K}$ 分别为质量阵、陀螺阵和刚度阵，下同；下标 a 表示转轴，Ω 为转子角速度；$\boldsymbol{q} = \{u_1 \quad v_1 \quad \theta_{x1} \quad \theta_{y1} \cdots u_{n+1} \quad v_{n+1} \quad \theta_{x(n+1)} \quad \theta_{y(n+1)}\}^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{f} = \{f_{x1}\, f_{y1} \quad M_{x1} \quad M_{y1} \cdots f_{x(n+1)} \quad f_{y(n+1)} \quad M_{x(n+1)} \quad M_{y(n+1)}\}^{\mathrm{T}}$ 分别为节点处广义位移和广义不平衡力向量，n 为轴单元数。

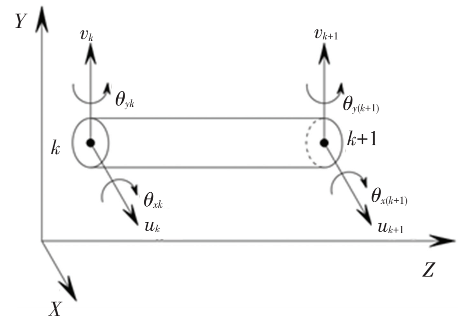


图 1　轴单元的 Timoshenko 梁单元等效示意图

Fig. 1　Schematic diagram of Timoshenko beam element for a shaft unit

对于圆盘单元，以具有 4 个自由度的点单元等效，其运动微分方程为

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{d}}\ddot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{d}} - \Omega\boldsymbol{G}_{\mathrm{d}}\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{d}} = \boldsymbol{f}_{\mathrm{d}} \tag{2}$$

式中下标 d 表示圆盘，当不考虑圆盘偏心时 $\boldsymbol{f}_{\mathrm{d}} = 0$。

对于转子子结构，其运动微分方程由式(1)和式(2)组合得到

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{R}}\ddot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{R}} - \Omega\boldsymbol{G}_{\mathrm{R}}\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{R}} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{R}}\boldsymbol{q}_{\mathrm{R}} = \boldsymbol{f}_{\mathrm{R}} \tag{3}$$

式中 $\boldsymbol{f}_{\mathrm{R}}$ 为转子的广义不平衡力，下标 R 代表转子子结构。

对于系统中的轴承，以具有 4 个刚度系数和 4 个阻尼系数的经典模型等效，建立轴承单元的运动微分方程。将所有轴承单元运动微分方程组合，得到轴承子结构运动微分方程：

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{B}}\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{B}} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{B}}\boldsymbol{q}_{\mathrm{B}} = \boldsymbol{f}_{\mathrm{B}} \tag{4}$$

式中：$\boldsymbol{C}_{\mathrm{B}} = diag(\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}}^{1} \cdots \boldsymbol{C}_{\mathrm{b}}^{p})$，$\boldsymbol{K}_{\mathrm{B}} = diag(\boldsymbol{K}_{\mathrm{b}}^{1} \cdots \boldsymbol{K}_{\mathrm{b}}^{p})$；$\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}}^{p} = \begin{bmatrix} c_{xx}^{p} & c_{xy}^{p} \\ c_{yx}^{p} & c_{yy}^{p} \end{bmatrix}$，$\boldsymbol{K}_{\mathrm{b}}^{p} = \begin{bmatrix} k_{xx}^{p} & k_{xy}^{p} \\ k_{yx}^{p} & k_{yy}^{p} \end{bmatrix}$ 为轴承单元的阻尼阵和刚度阵，下标 b 和 B 代表轴承单元和轴承子结构，p 为轴承数。

通过有限元法建立单元运动微分方程，将其组合成转子/轴承子结构的运动微分方程，用于建立轴承处振动响应与分布不平衡参数和轴承特性参数的关系。

2　转子分布不平衡力向节点集中力的转换

以 λ 次多项式表征转子沿轴向连续分布的不平衡质量，称为全局质量偏心曲线，如图 2 所示，其在全局坐标系 $\{O;XYZ\}$ 中的 XOZ 和 YOZ 平面表达为

$$X(Z)=\sum_{m=0}^{\lambda}A_mZ^m,\ \ Y(Z)=\sum_{m=0}^{\lambda}B_mZ^m \tag{5}$$

式中 A_m 和 B_m 分别为 XOZ 和 YOZ 平面的偏心曲线系数。

考虑到连续分布的广义不平衡力难以确定，将全局质量偏心曲线按轴单元划分，离散为局部质量偏心曲线，以便通过虚功原理将轴单元分布的广义不平衡力转换为节点处集中的广义不平衡力。局部质量偏心曲线在各单元局部坐标系 $\{o_i;x_iy_iz_i\}$（随转子以角速度 Ω 旋转）中的 $x_io_iz_i$ 和 $y_io_iz_i$ 平面表达为

$$x_i(s)=\sum_{m=0}^{\lambda}a_{mi}\left(\frac{s}{l}\right)^m,\quad y_i(s)=\sum_{m=0}^{\lambda}b_{mi}\left(\frac{s}{l}\right)^m \tag{6}$$

式中：i 代表第 i 段轴单元，a_{mi} 和 b_{mi} 为 $x_io_iz_i$ 和 $y_io_iz_i$ 平面的偏心曲线系数，l 表示轴单元长度，s 为轴单元中任意一点到该单元局部坐标系原点的距离。

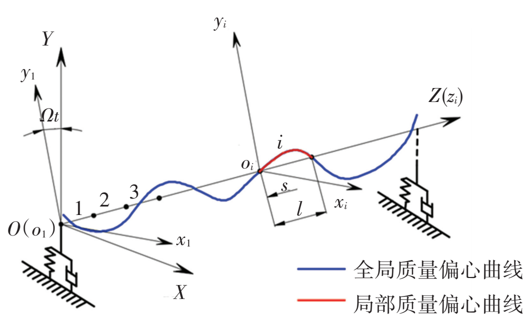


图 2 转轴偏心曲线示意图

Fig.2 Schematic diagram of shaft eccentricity curve

基于局部质量偏心曲线，利用虚功原理将轴单元连续分布的不平衡力转换为该单元节点的集中不平衡力。当轴单元具有分布的偏心距 $x_i(s)$ 和 $y_i(s)$，微元不平衡力在 X 和 Y 轴上的投影为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{f}_i=\gamma\Omega^2\left(\begin{Bmatrix}-y_i(s)\\x_i(s)\\0\\0\end{Bmatrix}\sin\Omega t+\begin{Bmatrix}x_i(s)\\y_i(s)\\0\\0\end{Bmatrix}\cos\Omega t\right)\mathrm{d}s \tag{7}$$

式中 γ 为对应轴单元单位长度的质量。广义不平衡力 $\boldsymbol{f}_i$ 在虚位移 $\delta\boldsymbol{q}_i$ 上的虚功为

$$\begin{aligned}\delta\boldsymbol{q}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{f}_i=&\int_0^l\gamma\Omega^2(x_i(s)\cos\Omega t-y_i(s)\sin\Omega t)(N_v\delta q_i)^{\mathrm{T}}\mathrm{d}s+\\&\int_0^l\gamma\Omega^2(x_i(s)\sin\Omega t+y_i(s)\cos\Omega t)\ (\boldsymbol{N}_w\delta\boldsymbol{q}_i)^{\mathrm{T}}\mathrm{d}s=\\&\delta\boldsymbol{q}_i^{\mathrm{T}}\int_0^l\gamma\Omega^2(x_i(s)\cos\Omega t-y_i(s)\sin\Omega t)\,\boldsymbol{N}_v^{\mathrm{T}}\mathrm{d}s+\\&\delta\boldsymbol{q}_i^{\mathrm{T}}\int_0^l\gamma\Omega^2(x_i(s)\sin\Omega t+y_i(s)\cos\Omega t)\,\boldsymbol{N}_w^{\mathrm{T}}\mathrm{d}s\end{aligned} \tag{8}$$

将式(8)化简得

$$\begin{aligned}\boldsymbol{f}_i=&\int_0^l\gamma\Omega^2\boldsymbol{\Psi}^{\mathrm{T}}\left(\begin{Bmatrix}-y_i(s)\\x_i(s)\end{Bmatrix}\sin\Omega t+\begin{Bmatrix}x_i(s)\\y_i(s)\end{Bmatrix}\cos\Omega t\right)\mathrm{d}s=\\&\boldsymbol{f}_{si}\sin\Omega t+\boldsymbol{f}_{ci}\cos\Omega t\end{aligned} \tag{9}$$

式中：$\boldsymbol{\Psi}^{\mathrm{T}}=\begin{Bmatrix}\boldsymbol{N}_v\\\boldsymbol{N}_w\end{Bmatrix}^{\mathrm{T}}$ 为 *Timoshenko* 梁单元形函数[15]；$\boldsymbol{f}_{si}$ 和 $\boldsymbol{f}_{ci}$ 为轴单元广义不平衡力的正弦项和余弦项分量系数，$\boldsymbol{f}_{si}=\Omega^2\boldsymbol{QD}_{si}\begin{Bmatrix}\boldsymbol{\varphi}_{\lambda ix}\\\boldsymbol{\varphi}_{\lambda iy}\end{Bmatrix}$，$\boldsymbol{f}_{ci}=\Omega^2\boldsymbol{QD}_{ci}\begin{Bmatrix}\boldsymbol{\varphi}_{\lambda ix}\\\boldsymbol{\varphi}_{\lambda iy}\end{Bmatrix}$；$\boldsymbol{QD}_{si}$ 和 $\boldsymbol{QD}_{ci}$ 为不平衡力正余弦分量系数与该单元偏心曲线系数之间的关系矩阵；$\boldsymbol{\varphi}_{\lambda ix}$ 和 $\boldsymbol{\varphi}_{\lambda iy}$ 为局部偏心曲线系数组成的向量（具体形式将在下面给出）。

根据局部和全局质量偏心曲线在节点处的值与 $(\lambda-1)/2$ 阶导数值相同[12]，局部与全局质量偏心曲线系数的关系为

$$\boldsymbol{\varphi}_\lambda=\boldsymbol{T\Phi}_\lambda \tag{10}$$

式中：$\boldsymbol{\varphi}_\lambda$ 为所有局部质量偏心曲线系数构成的向量，$\boldsymbol{\Phi}_\lambda$ 为全局质量偏心曲线系数构成的向量，且 $\boldsymbol{\varphi}_\lambda=\{\boldsymbol{\varphi}_{\lambda 1x}\quad\boldsymbol{\varphi}_{\lambda 1y}\cdots\boldsymbol{\varphi}_{\lambda nx}\quad\boldsymbol{\varphi}_{\lambda ny}\}^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\varphi}_{\lambda nx}=\{a_{\lambda n}\ \cdots\ a_{1n}\quad a_{0n}\}$，$\boldsymbol{\varphi}_{\lambda ny}=\{b_{\lambda n}\ \cdots\ b_{1n}\quad b_{0n}\}$，$\boldsymbol{\Phi}_\lambda=\{A_\lambda\ \cdots\ A_1\quad A_0\quad B_\lambda\cdots B_1\quad B_0\}^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{T}$ 为局部与全局质量偏心曲线系数之间的关系矩阵。

将式(9)推广至所有的轴单元即可将全局的分布不平衡力转换为节点的集中不平衡力，并将式(10)代入式(9)（去下标 i）得

$$\boldsymbol{f}_{\mathrm{s}}=\Omega^2\boldsymbol{QD}_{\mathrm{s}}\boldsymbol{T\Phi}_\lambda,\quad \boldsymbol{f}_{\mathrm{c}}=\Omega^2\boldsymbol{QD}_{\mathrm{c}}\boldsymbol{T\Phi}_\lambda \tag{11}$$

3 偏心曲线系数和轴承参数同时辨识方法

3.1 偏心曲线系数和轴承特性参数同时辨识方程

基于前面建立的转子/轴承子结构运动微分方程和节点集中不平衡力与全局偏心曲线系数的关系，引入转子集中不平衡参数和轴承特性参数同时辨识思想，在频域中建立全局偏心曲线系数和轴承特性参数与轴承处振动响应的关系，并推导出同时辨识方程。

广义位移和不平衡力在频域中可表示为：

$$\boldsymbol{q}=\boldsymbol{Q}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\Omega t},\ \boldsymbol{f}=\boldsymbol{F}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\Omega t} \tag{12}$$

式中：$\boldsymbol{Q}$ 和 $\boldsymbol{F}$ 分别为广义位移和广义力向量，包含幅值和相位。

转子/轴承子结构运动微分方程在频域中表达为

$$\begin{cases}\boldsymbol{H}_{\mathrm{R}}\boldsymbol{Q}_{\mathrm{R}}=\boldsymbol{F}_{\mathrm{R}}=\boldsymbol{f}_{\mathrm{c}}-\mathrm{j}\boldsymbol{f}_{\mathrm{s}}=\Omega^2\boldsymbol{QD}_{\mathrm{cs}}\boldsymbol{T\Phi}_\lambda,\\\boldsymbol{H}_{\mathrm{B}}\boldsymbol{Q}_{\mathrm{B}}=\boldsymbol{F}_{\mathrm{B}}\\\boldsymbol{H}_{\mathrm{R}}=\boldsymbol{K}_{\mathrm{R}}-\Omega^2\boldsymbol{M}_{\mathrm{R}}-\mathrm{j}\Omega^2\boldsymbol{G}_{\mathrm{R}},\\\boldsymbol{H}_{\mathrm{B}}=\boldsymbol{K}_{\mathrm{B}}+\mathrm{j}\Omega\boldsymbol{C}_{\mathrm{B}}\end{cases} \tag{13}$$

式中：$\boldsymbol{QD}_{cs}=\boldsymbol{QD}_{c}-\mathrm{j}\boldsymbol{QD}_{s}$,$\boldsymbol{H}$ 为广义刚度阵,下同。

为实现以轴承处振动响应同时辨识不平衡参数和轴承特性参数,首先基于子结构法将轴承处节点的 X、Y 向平移自由度记为连接自由度 J, 其余为内部自由度 I, 然后将内部自由度振动响应用连接自由度振动响应等量替换,构造同时辨识方程。

根据连接自由度和内部自由度的划分,转子/轴承子结构在频域中运动方程可表达为:

$$\begin{cases}\begin{bmatrix}\boldsymbol{H}_{R,II} & \boldsymbol{H}_{R,IJ}\\ \boldsymbol{H}_{R,JI} & \boldsymbol{H}_{R,JJ}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\boldsymbol{Q}_{R,I}\\ \boldsymbol{Q}_{R,J}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\boldsymbol{F}_{R,I}\\ \boldsymbol{F}_{R,J}\end{Bmatrix},\\ \begin{bmatrix}\boldsymbol{H}_{B,JJ} & \boldsymbol{H}_{B,JI}\\ \boldsymbol{H}_{B,IJ} & \boldsymbol{H}_{B,II}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\boldsymbol{Q}_{B,J}\\ \boldsymbol{Q}_{B,I}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\boldsymbol{F}_{B,J}\\ \boldsymbol{0}\end{Bmatrix}\end{cases}\tag{14}$$

式中:$\boldsymbol{Q}_{R,J}=\boldsymbol{Q}_{B,J}$,$\boldsymbol{F}_{R,I}=\Omega^2\boldsymbol{QD}_{csI}\boldsymbol{T\Phi}_{\lambda}$,$\boldsymbol{F}_{R,J}=-\boldsymbol{F}_{B,J}+\boldsymbol{F}_{J}=-\boldsymbol{F}_{B,J}+\boldsymbol{QD}_{csJ}\boldsymbol{T\Phi}_{\lambda}$, $\boldsymbol{F}_{R,I}$ 和 $\boldsymbol{F}_{R,J}$ 分别为内部自由度与连接自由度处的集中不平衡力, $\boldsymbol{QD}_{csI}$ 和 $\boldsymbol{QD}_{csJ}$ 分别为 $\boldsymbol{QD}_{cs}$ 中内部自由度与连接自由度对应的行构成的矩阵。

将式(14)中两个运动方程组合:

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{H}_{R,II} & \boldsymbol{H}_{R,IJ} & 0\\ \boldsymbol{H}_{R,JI} & \boldsymbol{H}_{R,JJ}+\boldsymbol{H}_{B,JJ} & \boldsymbol{H}_{B,JI}\\ 0 & \boldsymbol{H}_{B,IJ} & \boldsymbol{H}_{B,II}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\boldsymbol{Q}_{R,I}\\ \boldsymbol{Q}_{R,J}\\ \boldsymbol{Q}_{B,I}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\boldsymbol{F}_{R,I}\\ \boldsymbol{F}_{J}\\ 0\end{Bmatrix}\tag{15}$$

忽略轴承内部自由度,则式(15)缩减为

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{H}_{R,II} & \boldsymbol{H}_{R,IJ}\\ \boldsymbol{H}_{R,JI} & \boldsymbol{H}_{R,JJ}+\boldsymbol{H}_{B,JJ}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\boldsymbol{Q}_{R,I}\\ \boldsymbol{Q}_{R,J}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\boldsymbol{F}_{R,I}\\ \boldsymbol{F}_{J}\end{Bmatrix}\tag{16}$$

将式(16)展开, $\boldsymbol{Q}_{R,I}$ 用 $\boldsymbol{Q}_{R,J}$ 等量替换,整理得到轴承特性参数和全局质量偏心曲线系数的同时辨识方程:

$$\boldsymbol{U\beta}+\boldsymbol{V\Phi}_{\lambda}=\boldsymbol{P}\tag{17}$$

式中:
$$\boldsymbol{P}=(\boldsymbol{H}_{R,JI}\boldsymbol{H}_{R,II}^{-1}\boldsymbol{H}_{R,IJ}-\boldsymbol{H}_{R,JJ})\boldsymbol{Q}_{R,J}$$
$$\boldsymbol{V}=\Omega^2(\boldsymbol{H}_{R,JI}\boldsymbol{H}_{R,II}^{-1}\boldsymbol{QD}_{csI}-\boldsymbol{QD}_{csJ})\boldsymbol{T}$$
$$\boldsymbol{\beta}=\{\boldsymbol{\beta}_k\quad\boldsymbol{\beta}_c\}^{\mathrm{T}}$$
$$\boldsymbol{\beta}_k=\{k_{xx}^1\quad k_{xy}^1\quad k_{yx}^1\quad k_{yy}^1\quad k_{xx}^2\quad k_{xy}^2\quad k_{yx}^2\quad k_{yy}^2\}^{\mathrm{T}}$$
$$\boldsymbol{\beta}_c=\{c_{xx}^1\quad c_{xy}^1\quad c_{yx}^1\quad c_{yy}^1\quad c_{xx}^2\quad c_{xy}^2\quad c_{yx}^2\quad c_{yy}^2\}^{\mathrm{T}}$$
$$\boldsymbol{U}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{U}_{k1} & 0 & \boldsymbol{U}_{c2} & 0\\ 0 & \boldsymbol{U}_{k2} & 0 & \boldsymbol{U}_{c2}\end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{U}_{k1}=\begin{bmatrix}u_{1b} & v_{1b} & 0 & 0\\ 0 & 0 & u_{1b} & v_{1b}\end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{U}_{k2}=\begin{bmatrix}u_{2b} & v_{2b} & 0 & 0\\ 0 & 0 & u_{2b} & v_{2b}\end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{U}_{c1}=\begin{bmatrix}\mathrm{j}\Omega u_{1b} & \mathrm{j}\Omega v_{1b} & 0 & 0\\ 0 & 0 & \mathrm{j}\Omega u_{1b} & \mathrm{j}\Omega v_{1b}\end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{U}_{c2}=\begin{bmatrix}\mathrm{j}\Omega u_{2b} & \mathrm{j}\Omega v_{2b} & 0 & 0\\ 0 & 0 & \mathrm{j}\Omega u_{2b} & \mathrm{j}\Omega v_{2b}\end{bmatrix}$$

根据建立的辨识方程,只需测量轴承处振动响应,即可对全局质量偏心曲线系数及轴承特性参数同时辨识。当系统中存在多个轴承时,式(17)中的 $\boldsymbol{\beta}$ 和 $\boldsymbol{U}$ 需进行相应改变。假定轴承特性参数不随转速变化,为保证式(17)有解,可通过增加转速数来增加方程数。由于偏心曲线系数和轴承特性参数数量级相差较大导致方程的病态问题,可通过共轭梯度法结合列处理进行求解。

3.2　偏心曲线系数和轴承特性参数同时辨识流程

偏心曲线系数与轴承特性参数同时辨识流程如图 3 所示。

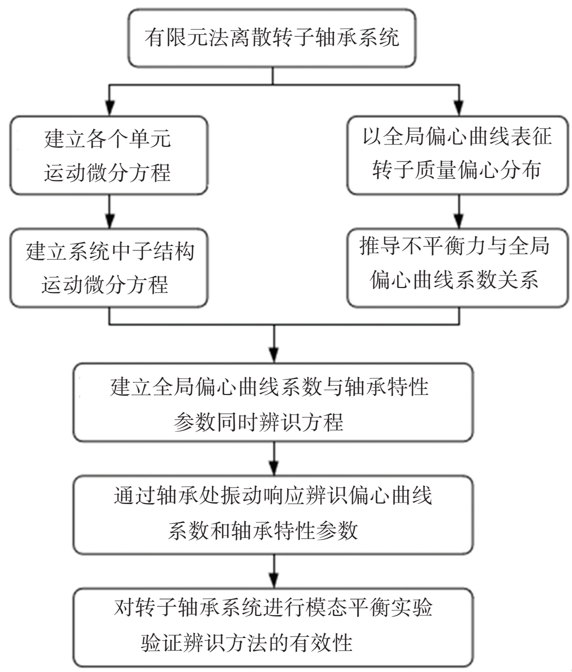


图 3　全局质量偏心曲线系数与轴承特性参数同时辨识流程

Fig.3　Process for simultaneous identification of global mass eccentricity curve coefficients and bearing characteristic parameters

基于辨识结果,可采用模态平衡方法将转子连续的分布不平衡质量分解至各阶模态后逐阶平衡。以第 i 阶为例,其平衡配重大小和相位可由下式计算[17]:

$$\begin{cases}P_x m(c)\,\Gamma_{xi}(c)=-\int_0^L m^2(Z)\,X(Z)\,\Gamma_{xi}(Z)\,\mathrm{d}Z,\\ P_y m(c)\,\Gamma_{yi}(c)=-\int_0^L m^2(Z)\,Y(Z)\,\Gamma_{yi}(Z)\,\mathrm{d}Z\\ P=\sqrt{P_x^{\ 2}+P_y^{\ 2}},\ \alpha=\tan^{-1}(P_y/P_x)\end{cases}\tag{18}$$

式中:L 为转子长度, $m(Z)$ 为转子沿轴向质量分布函数, P_x 和 P_y 分别为位置 c 处在 XOZ 和 YOZ 平面配重的大小, Γ_{xi} 和 Γ_{yi} 分别为 XOZ 和 YOZ 平面第 i

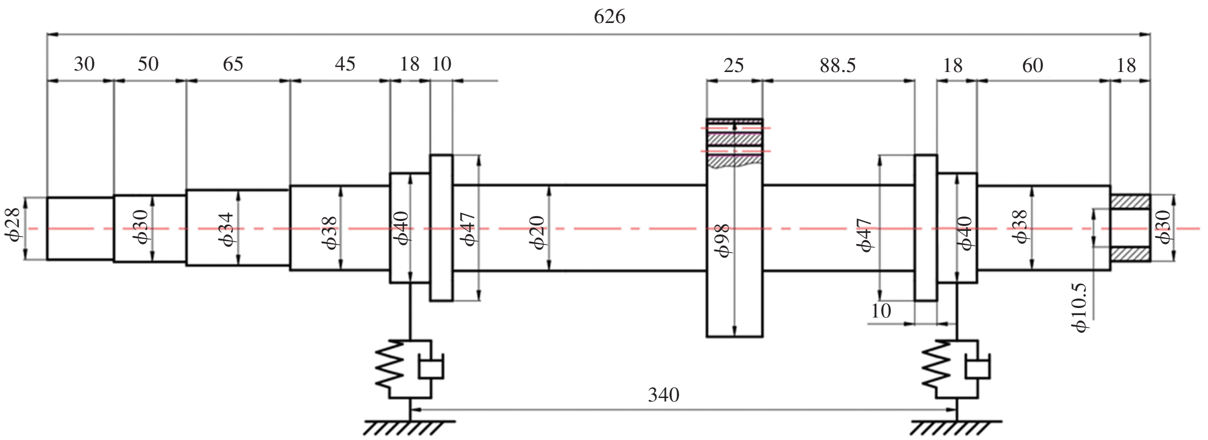
阶振型函数, P 为位置 c 处总配重大小, α 为位置 c 处配重相位。

4 参数辨识仿真与实验

首先分析转子偏心曲线阶次对参数辨识精度的影响。以一转子轴承系统为例(图 4 所示),给定轴承特性参数与偏心曲线系数,模拟不同转速下轴承处的不平衡响应,然后采用本文提出的参数辨识方法辨识转子分布不平衡参数和轴承特性参数,比较相同振动响应下不同偏心曲线阶次的辨识效果。

给定 5 次多项式描述转子在 XOZ、YOZ 平面的全局质量偏心曲线:

$$\begin{cases} X(Z) = 0.000\,89Z^5 - 0.000\,88Z^4 - 0.004\,24Z^3 + 0.004\,26Z^2 + 0.001\,88Z - 0.000\,57 \\ Y(Z) = 0.001\,54Z^5 + 0.001\,14Z^4 - 0.008\,04Z^3 + 0.006\,53Z^2 + 0.004\,51Z - 0.001\,11 \end{cases} \tag{19}$$



$k_{xx} = k_{yy} = 4\times10^7$ N/m, $k_{xy} = k_{yx} = 6\times10^5$ N/m, $c_{xx} = c_{yy} = 500$ N · s/m, $c_{xy} = c_{yx} = 40$ N · s/m, $\rho = 7\,870$ kg/m^3, $\mu = 0.27$, $E = 2.11\times10^{11}$ Pa, $m_d = 1.357$ kg, $J_d = 9.067\text{e}{-4}$ kg · m^2

图 4 转子轴承系统示意图

Fig.4 Schematic diagram of rotor bearing system

在不考虑陀螺效应的影响的情况下,结合式(3)及式(4)在 MATLAB 中编程计算轴承在2 800、2 700… …2 000 r/min下的振动响应。以此振动响应分别辨识 3 次、5 次、7 次偏心曲线系数及对应阶次下轴承特性参数。随机选取 50 个点,以辨识得到曲线与给定偏心曲线(式(19))纵坐标的平均误差来判断辨识出的偏心曲线与给定偏心曲线的相似度,辨识结果如表 1 所示。结果表明:偏心曲线阶次的选取对参数辨识结果影响较小,但是对于高次的偏心曲线需要通过增加选定转速数量以保证其辨识精度。

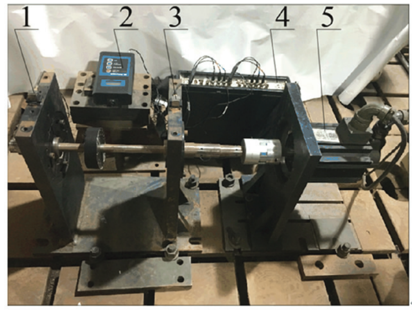
表 1 转速数量和偏心曲线阶次对辨识结果的影响

Tab.1 Influence of number of rotation speed and order of eccentric curve on identification results

偏心曲线阶次/次	选定不同转速数量	刚度辨识误差/%	阻尼辨识误差/%	偏心曲线辨识误差/%	偏心曲线阶次/次	选定不同转速数量	刚度辨识误差/%	阻尼辨识误差/%	偏心曲线辨识误差/%
	4	7.254e-4	7.881e-4	0.070		7	0.004	0.004	0.075
3	5	0.001	0.001	0.071	3	8	0.006	0.006	0.077
	6	0.003	0.003	0.073		9	0.007	0.007	0.078
	4	3.375e-5	0.001	13.582		7	3.686e-6	2.425e-4	3.184
5	5	1.408e-5	6.103e-4	9.743	5	8	1.039e-5	1.952e-4	1.459
	6	1.220e-5	5.520e-4	4.710		9	3.376e-5	3.606e-4	1.326
	4	0.020	0.736	1.178e5		7	7.945e-6	1.621e-4	1.196
7	5	1.071e-5	5.909e-4	4.505	7	8	1.406e-4	5.631e-4	0.868
	6	4.572e-5	5.192e-4	6.777		9	7.472e-5	1.453e-4	1.948

为验证该辨识方法的有效性，进行了参数辨识实验。转子实验台如图 5 所示。该实验台所用转子与图 4 所示转子相同。采用 B & K4506 型三向加速度传感器测量左右轴承处不平衡响应的振幅；采用转速传感器测量左右轴承处不平衡响应的相位，通过 PULSE 数据采集器将测量数据传输至计算机。

由于病态方程对数据的精确性要求较高，为保证辨识结果的准确性，需要尽可能降低由于单次测量导致的随机误差。因此，以 2 502、2 599、2 702、2 805 r/min下多次测量平均后的轴承处不平衡响应(表 2 所示)进行参数辨识。全局质量偏心曲线和轴承特性参数辨识结果如式(20)(图 6)和表 3 所示。



1、3—三向加速度传感器；2—转速传感器；4—PULSE 数据采集器；5—电机

图 5　转子轴承系统实验台

Fig.5　Rotor bearing system test bench

表 2　不同转速下轴承处不平衡响应

Tab.2　Unbalanced response of bearings at different speeds

转速/(r · min^{-1})	左轴承振幅/m		左轴承相位/(°)		右轴承振幅/m		右轴承相位/(°)	
	X 方向	Y 方向	X 方向	Y 方向	X 方向	Y 方向	X 方向	Y 方向
2 502	3.881 735e-7	1.926 986e-7	310.874 626	200.534 210	7.262 146e-7	2.110 052e-7	331.430 807	226.481 834
2 599	4.173 930e-7	2.073 177e-7	310.774 292	200.457 393	7.872 104e-7	2.288 179e-7	331.289 185	226.387 992
2 702	4.493 450e-7	2.233 171e-7	310.663 625	200.371 463	8.552 199e-7	2.486 870e-7	331.136 926	226.286 148
2 805	4.822 020e-7	2.397 835e-7	310.548 306	200.280 658	9.266 762e-7	2.695 712e-7	330.982 673	226.181 980

$$\begin{cases} X(Z) = -0.041\ 504Z^3 + 0.035\ 030Z^2 - 0.006\ 882Z + 0.000\ 296 \\ Y(Z) = 0.010\ 978Z^3 - 0.006\ 631Z^2 + 0.000\ 091Z + 0.000\ 047 \end{cases} \tag{20}$$

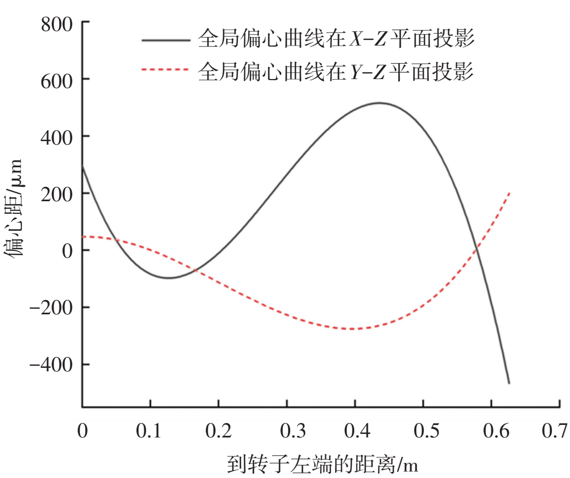


图 6　全局质量偏心曲线辨识结果

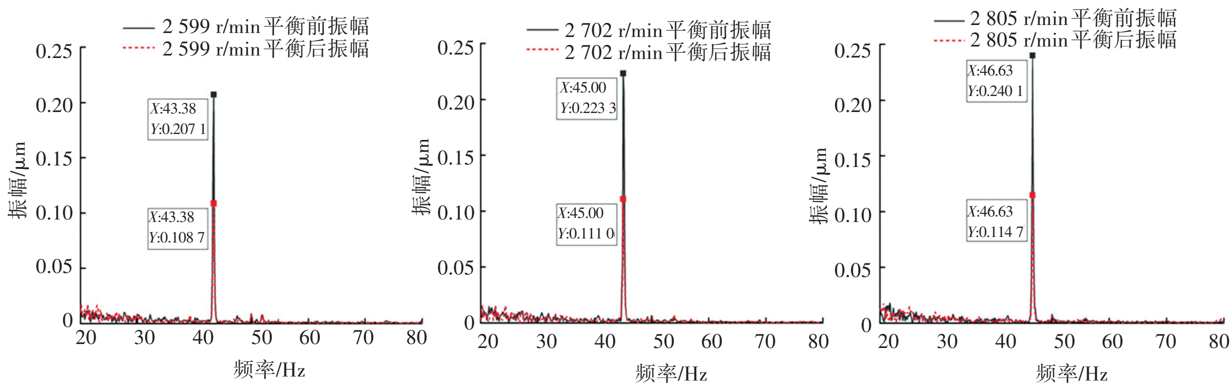
Fig.6　Identification results of global mass eccentric curve

基于上述参数辨识结果，根据式(18)计算该转子轴承系统在圆盘处添加的一阶平衡配重的质径积为 4.442 9 e-4 kg · m，相位为 147.301°。动平衡后轴承处振动明显降低，在 2 599、2 702 和 2 805 r/min 转速下左/右轴承 y 方向的平衡效果如图 7 和 8 所示，平衡后左轴承 y 方向的降振幅度在 50%左右；右轴承 y 方向的降振幅度在 55%左右，验证了该参数辨识方法的有效性。

表 3　轴承特性参数辨识结果

Tab.3　Identification results of bearing characteristic parameters

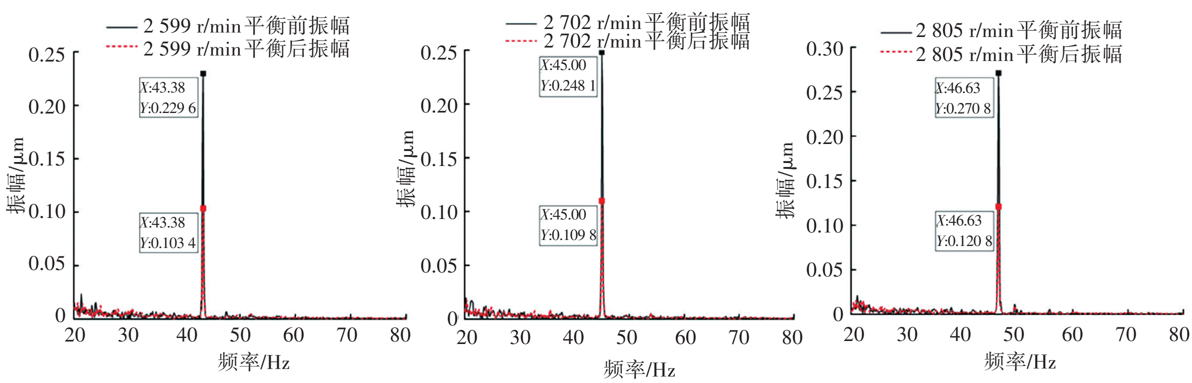
参数	辨识值/(N · m^{-1})	参数	辨识值/(N · s · m^{-1})
k_{xx}^1	3.042 56e7	c_{xx}^1	3.508 49e3
k_{xy}^1	8.400 45e6	c_{xy}^1	2.286 89e3
k_{yx}^1	7.313 72e6	c_{yx}^1	2.305 82e3
k_{yy}^1	6.352 91e7	c_{yy}^1	4.318 56e3
k_{xx}^2	2.267 36e7	c_{xx}^2	4.386 63e3
k_{xy}^2	5.055 02e6	c_{xy}^2	1.959 80e3
k_{yx}^2	5.116 71e6	c_{yx}^2	2.110 89e3
k_{yy}^2	8.094 60e7	c_{yy}^2	8.580 66e3



(a) 2 599 r/min (b) 2 702 r/min (c) 2 805 r/min

图 7 不同转速下左轴承 y 方向平衡效果

Fig.7 Balance effect of left bearing in y direction at different speeds



(a) 2 599 r/min (b) 2 702 r/min (c) 2 805 r/min

图 8 不同转速下右轴承 y 方向平衡效果

Fig.8 Balance effect of right bearing in y direction at different speeds

5 结 论

1)本文采用有限元方法建立了系统的运动微分方程，考虑转子存在连续分布的不平衡质量并用偏心曲线表征，同时将转子集中不平衡参数和轴承特性参数同时辨识思想发展到具有分布不平衡质量的转子轴承系统中，推导出分布不平衡参数(偏心曲线系数)和轴承特性参数同时辨识方程。

2)以一转子轴承系统为例进行分布不平衡参数和轴承特性参数同时辨识的仿真，讨论了偏心曲线阶次对参数辨识结果的影响，仿真结果表明偏心曲线阶次的选择对辨识结果影响较小。

3)搭建转子轴承实验台，采用本文提出的方法进行现场参数辨识实验，基于辨识结果进行了动平衡。一阶模态动平衡后左、右轴承处 y 方向振幅分别降低约 50%、55%，验证了本文提出的辨识方法及其在模态动平衡中的有效性。

参考文献

[1] SEKHAR A S. Identification of unbalance and crack acting simultaneously in a rotor system: modal expansion versus reduced basis dynamic expansion[J]. Journal of Vibration & Control, 2005, 11(9): 1125. DOI:10.1177/1077546305042531

[2] SUDHAKAR G N D S, SEKHAR A S. Identification of unbalance in a rotor bearing system[J]. Journal of Sound and Vibration, 2011, 330(10): 2299. DOI:10.1016/j.jsv.2010.11.028

[3] 刘亮. 旋转机械转子系统不平衡参数识别及优化方法研究[D]. 北京:北京化工大学, 2018

LIU Liang. Study on unbalance parameters identification and optimization method in rotating machinery[D]. Beijing: Beijing University of Chemical Technology, 2018

[4] SHRIVASTAVA A, AMIYA R M. Identification of unbalance in a rotor system using a joint input-state estimation technique[J]. Journal of Sound and Vibration, 2019, 442: 414. DOI:10.1016/j.jsv.2018.11.019

[5] SHRIVASTAVA A, MOHANTY A R. Identification of unbalance in a rotor-bearing system using Kalman filter-based input estimation technique[J]. Journal of Vibration & Control, 2020, 26(11/12): 1081. DOI:10.1177/1077546319891642

[6] MAO Wengui, LIU Guiping, LI Jianhua. An identification method for the unbalance parameters of a rotor-bearing system[J]. Shock & Vibration, 2015, 2016(1): 1. DOI:10.1155/2016/8284625

[7] 郑钢铁, 黄文虎, 邵成勋. 利用振动参数识别进行转子的现场动平衡[J]. 哈尔滨工业大学学报, 1989(3): 32

ZHENG Gangtie, HUANG Wenhu, SHAO Chengxun. Field dynamic balancing of a rotor by the identification of vibration parameters[J].

Journal of Harbin Institute of Technology, 1989(3): 32

[8] 毕世华，李乃宏，郑钢铁. 油膜轴承动态特性参数及转子不平衡的现场识别[J]. 航空学报，1998(3): 378
BI Shihua, LI Naihong, ZHENG Gangtie. Field identification of the dynamic characteristic parameters of journal bearings and the unbalances of rotors[J]. Acta Aeronauticaet Astronautica Sinica, 1998(3): 378

[9] 姚伟. 转子不平衡量和轴承系数同时识别方法研究[D]. 北京：中国矿业大学(北京)，2019
YAO Wei. Study on simultaneous identification of rotor unbalance and bearing coefficients of a rotor[D]. Beijing: China University of Mining and Technology-Beijing, 2019

[10] TIWARI R, CHAKRAVARTHY V. Simultaneous identification of residual unbalances and bearing dynamic parameters from impulse responses of rotor-bearing systems[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2006, 20(7): 1590. DOI:10.1016/j.ymssp.2006.01.005

[11] LEE A C, SHIH Y P, KANG Y. The analysis of linear rotor-bearing systems: a general transfer matrix method[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 1993,115(4): 490. DOI:10.1115/1.2930377

[12] YANG T, LIN C. Estimation of distributed unbalance of rotors[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2002, 124(4): 976.DOI:10.1115/1.1479336

[13] DEEPTHIKUMAR M B, SEKHAR A S, SRIKANTHAN M R. Modal balancing of flexible rotors with bow and distributed unbalance[J]. Journal of Sound and Vibration, 2013, 332(24): 6216. DOI:10.1016/j.jsv.2013.04.043

[14] LEE A C, SHIH Y P. Identification of the unbalance distribution and dynamic characteristics of bearings in flexible rotors[J]. Journal of Mechanical Engineering Science, 1996, 210(5): 409. DOI:10.1243/PIME_PROC_1996_210_216_02

[15] 费钟秀. 复杂转子耦合系统有限元建模及其动力特性研究[D]. 杭州：浙江大学，2013
FEI Zhongxiu. Research on finite element modeling and dynamic behaviors of complex multi-rotor coupled systems[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2013

[16] 王奇斌.斜齿轮耦合转子系统动力学特性研究[D].沈阳：东北大学，2012
WANG Qibin. Research on dynamic characteristics of a helical gear coupling rotor system[D]. Shenyang: Northeastern University, 2012

[17] HUNDAL M S, HARKER R J. Balancing of flexible rotors having arbitrary mass and stiffness distribution[J]. Journal of Engineering for Industry, 1966, 88(2): 221. DOI:10.1115/1.3670934

（编辑 杨 波）

(上接第 127 页)

[15] SZEGEDY C, VANHOUCKE V, IOFFE S, et al. Rethinking the inception architecture for computer vision[C]//2016 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. New York: IEEE, 2016: 2820. DOI:10.1109/CVPR.2016.308

[16] TZENG E, HOFFMAN J, ZHANG N, et al. Deep domain confusion: Maximizing for domain invariance[Z]. arXiv: 1412.3474, 2014

[17] LAURENSV D M, HINTON G. Visualizing data using t-SNE[J]. Journal of Machine Learning Research, 2008, 9(2605): 2580

[18] LU Weining, LIANG Bin, CHENG Yu, et al. Deep model based domain adaptation for fault diagnosis[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(99): 2297. DOI: 10.1109/TIE.2016.2627020

[19] WANG Zheng, LIU Qingxiu, CHEN Hansi, et al. A deformable CNN-DLSTM based transfer learning method for fault diagnosis of rolling bearing under multiple working conditions[J]. International Journal of Production Research, 2020: 13. DOI: 10.1080/00207543.2020.1808261

[20] WEN Long, GAO Liang, LI Xinyu. A new deep transfer learning based on sparse auto-encoder for fault diagnosis[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2019, 49(1): 137. DOI: 10.1109/TSMC.2017.2754287

[21] 赵小强，梁浩鹏. 使用改进残差神经网络的滚动轴承变工况故障诊断方法[J]. 西安交通大学学报，2020, 54(9): 25
ZHAO Xiaoqiang, LIANG Haopeng. Fault diagnosis method for rolling bearing under variable working conditions using improved residual neural network[J]. Journal of Xi´an Jiaotong University, 2020, 54(9): 25. DOI: 10.7652/xjtuxb202009002

[22] 陈超，沈飞，严如强. 改进 LSSVM 迁移学习方法的轴承故障诊断[J]. 仪器仪表学报，2017, 38(1): 35
CHEN Chao, SHEN Fei, YAN Ruqiang. Enhanced least squares support vector machine-based transfer learning strategy for bearing fault diagnosis[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2017, 38(1): 35. DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.2017.01.005

（编辑 杨 波）