

DOI:10.11918/202005085

非饱和双重孔隙介质的势函数本构方程及应用

胡亚元

(浙江大学 滨海和城市岩土工程研究中心, 杭州 310058)

摘要: 为了分析复杂岩土工程多场多相耦合效应, 需要建立非饱和双重孔隙介质的一般本构理论框架。把双重孔隙介质视为两个单重孔隙介质的嵌套叠加, 利用各组分应变与孔隙变形之间的内在联系, 从经典混合物理论出发推导了非饱和双重孔隙介质的能量守恒方程。通过功共轭对之间的力学性质建立了小应变条件下非饱和双重孔隙介质的一般势函数本构方程。作为一般势函数本构方程的应用, 把势函数取为应变量的二次多项式, 假定各共轭量之间相互独立, 获得了非饱和双重孔隙介质的各向同性线弹性模型, 并根据试验数据确定了模型参数。当非饱和双重孔隙介质退化为饱和双重孔隙介质或非饱和单重孔隙介质时, 本文模型退化为已有的相应模型。本文获得的一般势函数本构方程可以指导非饱和双重孔隙介质的具体建模工作, 线弹性本构方程可用于建立相应的固结控制方程。

关键词: 非饱和双重孔隙介质; 嵌套结构; 能量守恒方程; 势函数本构模型; 线弹性模型

中图分类号: O331 **文献标志码:** A **文章编号:** 0367-6234(2021)04-0160-10

Potential constitutive equation of unsaturated double-porosity media and its application

HU Yayuan

(Research Center of Coastal and Urban Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China)

Abstract: To analyze the multi-physical field and multi-phase coupling effects in complex geotechnical engineering, it is necessary to construct a general constitutive theoretical framework for unsaturated double-porosity media. First, double-porosity media was regarded as the nested superposition of two single-porosity media, and an energy conservation equation for unsaturated double-porosity media was derived from classical mixture theory based on the internal relations between strain and pore deformation of each component. Then, the general potential constitutive equations were established under small strain condition for unsaturated double-porosity media on the basis of the mechanical behaviors of conjugate quantity pair. As an application of the general potential constitutive equation, the potential function was adopted as a quadratic polynomial of strains, and it was supposed that each conjugate quantity was independent of each other. Thus, an isotropic linear elastic model of unsaturated double-porosity media was established, and model parameters were determined by experimental data. When unsaturated double-porosity media was degenerated into saturated double-porosity or unsaturated single-porosity media, the proposed model was degenerated into corresponding existing model. The general potential constitutive equation obtained in this paper can provide guidance for the specific modeling of unsaturated double-porosity media, and the linear elastic constitutive model can be used to formulate corresponding consolidation governing equation.

Keywords: unsaturated double-porosity media; nested structure; energy conservation equation; potential constitutive equation; linear elastic model

随着对岩土孔隙尺度分布特征的深入了解, 发现许多岩土材料具有明显的双重孔隙结构特征^[1-2]。岩土工程界把较小尺寸的孔隙仍称为孔隙, 把较大尺寸的孔隙称为裂隙, 把具有双重孔隙结构的岩土材料统称为双重孔隙介质。混合物理论是

非饱和双重孔隙介质常用的建模方法之一^[3-8]。Borja等^[3]推导了非饱和双重孔隙介质的能量守恒方程, 并根据功共轭量的力学性质提出采用Skempton型有效应力、孔隙内修正吸力和孔隙间平均修正吸力作为应力状态变量来构建非饱和双重孔隙介质的本构模型。Zhang等^[4]基于Borja等^[3]的建议, 创建了非饱和双重孔隙土的横观各向同性线弹性方程。Li等^[5-6]假定固相和吸附水之间存在质量交换, 通过变形功公式中的功共轭对来选择应力

收稿日期: 2020-05-19

基金项目: 国家自然科学基金(51178419)

作者简介: 胡亚元(1968—), 男, 副教授, 硕士生导师

通信作者: 胡亚元, huyayuan@zju.edu.cn

和应变变量,建立非饱和和双重孔隙膨胀土的弹塑性模型,较好地揭示了 Alonso 等^[1]试验呈现出的变形和持水特性。Sanchez 等^[7]把土应变拆分成两个独立的固相应变之和,通过组合这两个固相应变的本构模型来建立非饱和和双重孔隙土的弹塑性模型。Guo 等^[8]把 Borja 等^[3]建立的能量守恒方程转化为采用两个固相应变和两个有效应力相共轭表示的形式,建立了非饱和和双重孔隙土的双有效应力弹塑性模型。上述研究有力地推动了非饱和和双重孔隙介质力学理论和本构模型的发展。

在非饱和多孔介质中,固液气相的赋存空间均与孔隙状态密切相关。孔隙变形同时影响固液气三相的应变变量,协调、传递和制约流固之间的耦合作用,在多相耦合机制中处于举足轻重的关键纽带地位^[9]。然而在以往的混合物理论研究中,却没有把孔隙变形当做一个独立的应变变量来对待,从而忽略了孔隙变形与各相应变之间的内在关系,难以揭示多孔介质流固耦合作用的力学本质,限制了多孔介质力学理论的进一步深入发展。胡亚元^[9]把孔隙变形作为一个独立的应变变量来对待,较好地解决了非饱和和单重孔隙介质流固两相本构关系之间的耦合问题。非饱和和双重孔隙介质存在两种尺度的孔隙类型,需要两个反映孔隙变形的应变来度量。为了实现这一目的,本文把双重孔隙介质视为两个单重孔隙介质的嵌套叠加。如在双重孔隙土中,内含孔隙的团聚体是一个单重孔隙介质;把内含孔隙的团聚体整体视为基质,把团聚体间裂隙视为单重孔隙,又构成单重裂隙介质。双重孔隙土可视为单重裂隙介质的基质中嵌套单重孔隙介质而成。又例如,孔隙-裂隙岩体可视为由含有单重孔隙的完整岩块作为基质,以裂隙作为单重裂隙的裂隙岩体。前一个单重孔隙介质(含孔隙的完整岩块)作为基质嵌套在后一个单重孔隙介质(裂隙岩体)之中。根据上述嵌套思路,本文首先把固相变形拆分为固相基质变形和每个孔隙率变化引起的固相骨架应变之和,然后从混合物理论出发推导非饱和和双重孔隙介质的能量平衡方程,建立了非饱和和双重孔隙介质的一般自由能势函数本构理论框架。

线性弹性模型是岩土工程固结和波动理论中必不可少的本构模型,如陈正汉^[10]、Fredlund 等^[11]、周万欢等^[12]、胡亚元^[13]和 Moradi 等^[14]运用线性弹性本构模型建立了非饱和和单重孔隙土的波动和固结理论,用于建筑场地的波动和固结特性分析。Berryman 等^[15]、Khalili 等^[16]和 Yang 等^[17]利用线性弹性本构模型研究了饱和和双重孔隙场地的波动和固结特性。本文的另一项研究工作是从自由能势函数本构方程出

发,推导了非饱和和双重孔隙介质的线弹性本构方程,并运用它建立了膨润土的固结控制方程。根据本文研究成果,能够较方便地建立非饱和和双重孔隙介质波动和固结方程。

1 质量、动量和动量矩守恒方程

1.1 双重孔隙介质的组分占比指标

双重孔隙介质由固相基质(在土力学中也称为土颗粒),孔隙(或小孔隙)和裂隙(或大孔隙)组成,在孔隙和裂隙中各含有液体和气体。设固相用 S 表示,孔隙用 P 表示,裂隙用 F 表示,液相用 L 表示,气相用 G 表示。PL 和 PG 分别表示孔隙中的液相和气相;而 FL 和 FG 分别表示裂隙中的液相和气相。把裂隙视为广义的孔隙,令 β 为孔隙类别指标, $\beta \in \{P, F\}$, 当 $\beta = P$ 时为孔隙,而 $\beta = F$ 时为裂隙; γ 为流相类别指标, $\gamma \in \{L, G\}$, 当 $\gamma = L$ 时为液相,而 $\gamma = G$ 时为气相。 φ 表示体积分数,有:

$$\varphi_s + \sum_{\beta=P}^F \varphi_\beta = \varphi_s + \sum_{\beta=P}^F \sum_{\gamma=L}^G \varphi_{\beta\gamma} = 1, \varphi_\beta = \sum_{\gamma=L}^G \varphi_{\beta\gamma} \quad (1)$$

令 $S_{rF} = \varphi_{FL}/\varphi_F$ 和 $S_{rP} = \varphi_{PL}/\varphi_P$ 分别为裂隙和孔隙中液相饱和度。 ρ_{RS} 和 $\rho_{R\beta\gamma}$ 分别是固相和 β 孔隙中 γ 相的真实(材料)密度,则固相和 β 孔隙中 γ 流相的平均密度分别为 $\rho_s = \varphi_s \rho_{RS}$ 和 $\rho_{\beta\gamma} = \varphi_{\beta\gamma} \rho_{R\beta\gamma}$, 混合物总密度为 $\rho = \rho_s + \sum_{\beta=P}^F \sum_{\gamma=L}^G \rho_{\beta\gamma}$ 。

从嵌套视角看,双重孔隙介质可视为先由固相基质与孔隙组成单重孔隙介质,再以单重孔隙介质整体作为基质与裂隙一起组成单重裂隙介质,即双重孔隙介质可视为把固相基质与孔隙组成的单重孔隙介质作为高级基质嵌套在单重裂隙介质之中。非饱和和孔隙介质作为非饱和和裂隙介质的基质是低一级层次单重孔隙介质,而非饱和和裂隙介质是高级层次单重孔隙介质。用 SP 表示非饱和和孔隙介质,它在双重孔隙介质中的体积分数为 $\varphi_{sp} = \varphi_s + \varphi_p$ 。故当把非饱和和孔隙介质视为一个单独的混合物时,非饱和和孔隙介质中固相的体积分数为 $\varphi_s^p = \varphi_s/\varphi_{sp}$, 孔隙的体积分数为 $\varphi_p^p = \varphi_p/\varphi_{sp}$, $\varphi_s^p + \varphi_p^p = 1$ 。孔隙中 γ 流相的体积分数为 $\varphi_\gamma^p = \varphi_{p\gamma}/\varphi_{sp}$ 。令 ρ_s^p 为固相在非饱和和孔隙介质中的平均密度,有 $\rho_s^p = \varphi_s^p \rho_{RS}$ 。

1.2 质量守恒

根据混合物理论,把混合物各组分按体积分数平均到整个混合物空间后,固相、裂隙和孔隙中液相和气相共同连续地占有非饱和和双重介质混合物的空间位置。令 α 为组成非饱和和双重孔隙介质的组分指标, $\alpha \in \{S, PL, PG, FL, FG\}$, 设第 α 组分的初始位

置为 X_α , 在当前 t 时刻的空间位置为 \mathbf{x} , 则每一组分的运动方程可表示为 $\mathbf{x} = \mathbf{x}_\alpha(X_\alpha, t)$, 速度可表示为 $\mathbf{v}_\alpha = d\mathbf{x}_\alpha(X_\alpha, t)/dt$, 加速度可表示为 $\mathbf{a}_\alpha = d^2\mathbf{x}_\alpha(X_\alpha, t)/dt^2$. 对于定义在 \mathbf{x} 和 t 上的标量场或矢量场 Γ_α , 基于 α 组分的物质导数的定义为

$$(d^\alpha \Gamma_\alpha / dt) = (\partial \Gamma_\alpha / \partial t) + \text{grad} \Gamma_\alpha \cdot \mathbf{v}_\alpha \quad (2)$$

假定固相、液相和气相之间不存在质量交换, 但裂隙液相与孔隙液相以及裂隙气相与孔隙气相之间存在质量交换, 各组分的质量守恒方程为:

$$(d^S \rho_S / dt) + \rho_S \text{div} \mathbf{v}_S = 0 \quad (3)$$

$$(d^{\beta\gamma} \rho_{\beta\gamma} / dt) + \rho_{\beta\gamma} \text{div} \mathbf{v}_{\beta\gamma} = c_{\beta\gamma} \quad (4)$$

式中 $\beta \in \{P, F\}$ 和 $\gamma \in \{L, G\}$, 下同; $c_{\beta\gamma}$ 表示 β 孔隙中 γ 流相的质量交换率, 有

$$\sum_{\beta=P}^F c_{\beta\gamma} = 0 \quad (5)$$

把固相作为非饱和双重孔隙介质混合物的参考构形, 令 β 孔隙中 γ 流相相对固相的扩散速度为 $\mathbf{W}_{\beta\gamma} = \mathbf{v}_{\beta\gamma} - \mathbf{v}_S$. 把它和 $\rho_{\beta\gamma} = \varphi_{\beta\gamma} \rho_{R\beta\gamma}$ 代入式(4)得

$$\frac{\varphi_{\beta\gamma}}{\rho_{R\beta\gamma}} \frac{d^{\beta\gamma} \rho_{R\beta\gamma}}{dt} + \frac{d^S \varphi_{\beta\gamma}}{dt} + \varphi_{\beta\gamma} \text{div} \mathbf{v}_S + \varphi_{\beta\gamma} \text{div} \mathbf{W}_{\beta\gamma} + \mathbf{W}_{\beta\gamma} \text{grad} \varphi_{\beta\gamma} - (c_{\beta\gamma} / \rho_{R\beta\gamma}) = 0 \quad (6)$$

根据嵌套思路将双重孔隙介质视为以孔隙介质为基质的裂隙介质. 利用 $\rho_S = \varphi_S \rho_{RS} = \varphi_{SP} \rho_S^P$ 得

$$(d^S \rho_S / dt) = \varphi_{SP} (d^S \rho_S^P / dt) + \rho_S^P (d^S \varphi_{SP} / dt) \quad (7)$$

把式(7)代入式(3)并利用 $\rho_S = \varphi_{SP} \rho_S^P$ 得

$$(d^S \rho_S^P / dt) / \rho_S^P + (d^S \varphi_{SP} / dt) / \varphi_{SP} + \text{div} \mathbf{v}_S = 0 \quad (8)$$

式(8)等式左侧第一项 $d^S \rho_S^P / (\rho_S^P dt)$ 反映的是非饱和和孔隙介质中固相平均密度 ρ_S^P 变化对固相总变形的贡献. 设 \mathbf{x}_S^P 为非饱和和孔隙介质中固相的空间位置, \mathbf{v}_S^P 为其变形速率, 则与式(3)的推导过程相一致, 关于非饱和和孔隙介质固相的质量守恒方程有

$$(d^S \rho_S^P / dt) / \rho_S^P + \text{div} \mathbf{v}_S^P = 0 \quad (9)$$

把式(8)减去式(9)得

$$(d^S \varphi_{SP} / dt) / \varphi_{SP} + \text{div} \mathbf{v}_S - \text{div} \mathbf{v}_S^P = 0 \quad (10)$$

1.3 动量和动量矩守恒

令 $\boldsymbol{\sigma}$ 为非饱和双重孔隙介质混合物的 Cauchy 总应力张量, $\boldsymbol{\sigma}_S$ 为固相组分的 Cauchy 应力张量, $\boldsymbol{\sigma}_{\beta\gamma}$ 为 β 孔隙中 γ 流相组分的 Cauchy 应力张量, 有

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_S + \sum_{\beta=P}^F \sum_{\gamma=L}^G \boldsymbol{\sigma}_{\beta\gamma} \quad (11)$$

令 \mathbf{I} 为二阶单位张量, 注意到在混合物中应力以拉为正而压力以压为正, 故非饱和双重孔隙介质混合物上的总压力为 $P_T = -\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{I} / 3$; 固相基质所受的真实压力为 $P_S = -\boldsymbol{\sigma}_S : \mathbf{I} / (3\varphi_S)$, β 孔隙中 γ 流相的孔压为 $P_{\beta\gamma} \mathbf{I} = -\boldsymbol{\sigma}_{\beta\gamma} / \varphi_{\beta\gamma}$, 由式(11)得

$$P_T = \varphi_S P_S + \sum_{\beta=P}^F \sum_{\gamma=L}^G \varphi_{\beta\gamma} P_{\beta\gamma} \quad (12)$$

图 1 给出了非饱和和双重孔隙介质中孔隙和裂隙介质的结构层次关系和应力关系. 图 1(a) 为非饱和和双重孔隙介质单元体, 图 1(b) 显示了非饱和和双重孔隙介质总压力与各组分压力关系式(12)的力学内涵.

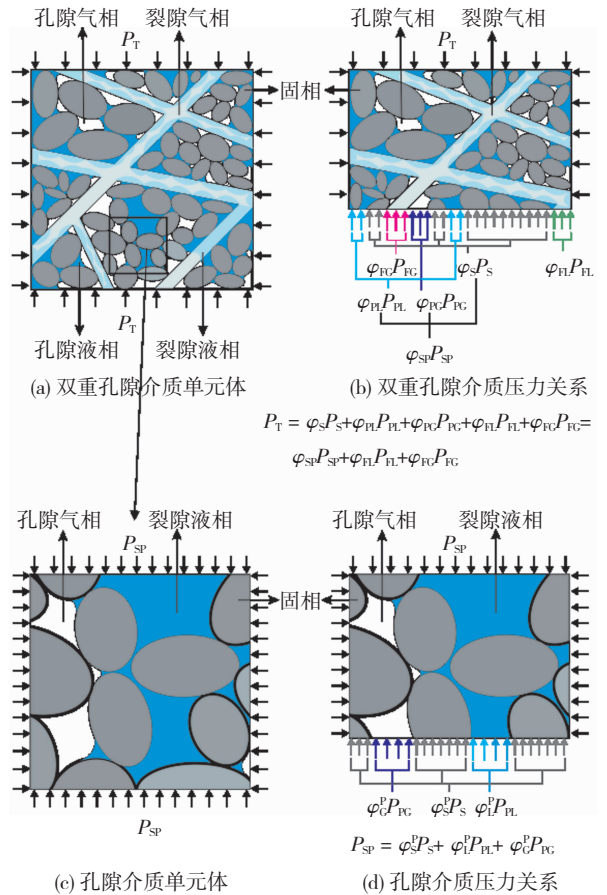


图 1 非饱和双重孔隙介质特征单元体示意

Fig. 1 Schematic diagram of representative volume element of unsaturated double-porosity media

把作为裂隙介质基质的孔隙介质视为一个单独的混合物来进行分析. 非饱和和孔隙介质的应力等于组成非饱和和孔隙介质的各组分应力之和:

$$\boldsymbol{\sigma}_{SP} = \boldsymbol{\sigma}_S + \sum_{\gamma=L}^G \boldsymbol{\sigma}_{P\gamma} \quad (13)$$

假定混合物体孔隙率等于面孔隙率, 则非饱和和孔隙介质视为单独混合物时的总应力为 $\boldsymbol{\sigma}_{SP}^P = \boldsymbol{\sigma}_{SP} / \varphi_{SP}$, 固相和孔隙中流相的应力分别为 $\boldsymbol{\sigma}_S^P = \boldsymbol{\sigma}_S / \varphi_S$ 和 $\boldsymbol{\sigma}_\gamma^P = \boldsymbol{\sigma}_{P\gamma} / \varphi_{SP}$. 令 $P_{SP} = -\boldsymbol{\sigma}_{SP}^P : \mathbf{I} / 3$, 有

$$P_{SP} = \varphi_S^P P_S + \sum_{\gamma=L}^G \varphi_\gamma^P P_{P\gamma} \quad (14)$$

图 1(c) 显示了从非饱和和双重孔隙介质隔离出来的非饱和和孔隙介质单元体, 图 1(d) 图显示了非饱和和孔隙介质总压力和各组分压力关系式(14)的力学内涵.

令 $\hat{\mathbf{p}}_\alpha$ 和 \mathbf{b}_α 分别是第 α 组分的动量供给量和外力密度, 根据混合物理论, 固相、裂隙和孔隙中液气两相的动量守恒方程分别为:

$$\rho_s \mathbf{a}_s = \text{div} \boldsymbol{\sigma}_s + \rho_s \mathbf{b}_s + \hat{\mathbf{p}}_s \quad (15)$$

$$\rho_{\beta\gamma} \mathbf{a}_{\beta\gamma} = \text{div} \boldsymbol{\sigma}_{\beta\gamma} + \rho_{\beta\gamma} \mathbf{b}_{\beta\gamma} + \hat{\mathbf{p}}_{\beta\gamma} \quad (16)$$

假定第 α 组分的动量矩供应量为 0, 则由动量矩平衡方程可得 $\boldsymbol{\sigma}_\alpha$ 应力张量是对称张量。

2 能量平衡方程

令 \mathbf{q}_α 、 r_α 和 $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_\alpha$ 分别为第 α 组分的热流向量、外热供给量和能量供给量, ξ_α 为第 α 组分的内能密度, 则固相、裂隙和孔隙中液气两相的能量平衡方程为:

$$\rho_s (d^s \xi_s / dt) = \boldsymbol{\sigma}_s : \mathbf{D}_s - \text{div} \mathbf{q}_s + \rho_s r_s + \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_s \quad (17)$$

$$\rho_{\beta\gamma} (d^{\beta\gamma} \xi_{\beta\gamma} / dt) = \boldsymbol{\sigma}_{\beta\gamma} : \mathbf{D}_{\beta\gamma} - \text{div} \mathbf{q}_{\beta\gamma} + \rho_{\beta\gamma} r_{\beta\gamma} + \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\beta\gamma} \quad (18)$$

式中 $\mathbf{D}_s = [\text{grad} \mathbf{v}_s + (\text{grad} \mathbf{v}_s)^T] / 2$ 表示固相变形率, $\mathbf{D}_{\beta\gamma} = [\text{grad} \mathbf{v}_{\beta\gamma} + (\text{grad} \mathbf{v}_{\beta\gamma})^T] / 2$ 分别表示裂隙和孔隙中液气两相变形率。令 $\mathbf{D}_s^p = [\text{grad} \mathbf{v}_s^p + (\text{grad} \mathbf{v}_s^p)^T] / 2$ 为孔隙介质固相的变形速率, $\bar{P}_F = S_{rf} P_{FL} + (1 - S_{rf}) P_{FG}$ 和 $\bar{P}_p = S_{rp} P_{PL} + (1 - S_{rp}) P_{PG}$ 分别为裂隙和孔隙中流相的平均孔压, $s_F = P_{FG} - P_{FL}$ 和 $s_p = P_{PG} - P_{PL}$ 为裂隙和孔隙中的吸力, $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_c = \boldsymbol{\sigma} + \bar{P}_F \mathbf{I}$ 和 $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_h = \boldsymbol{\sigma}^p + \bar{P}_p \mathbf{I}$ 为裂隙和孔隙中的有效应力。由式(1)、式(6)~(7)、式(9)~(11)及各相孔隙率之间的关系可得

$$\sum_{\alpha=S}^{FG} \rho_\alpha \frac{d^\alpha \xi_\alpha}{dt} = \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_c : \mathbf{D}_c - \varphi_F s_F \frac{d^s S_{rf}}{dt} + \varphi_{SP} \left(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_h : \mathbf{D}_h - \varphi_p s_p \frac{d^s S_{rp}}{dt} \right) + \sum_{\alpha=S}^{FG} P_\alpha \varphi_\alpha \frac{d^\alpha \vartheta_\alpha}{dt} + \sum_{\beta=P}^F \sum_{\gamma=L}^G P_{\beta\gamma} \mathbf{W}_{\beta\gamma} \cdot \text{grad} \varphi_{\beta\gamma} - \sum_{\beta=P}^F \sum_{\gamma=L}^G P_{\beta\gamma} \frac{c_{\beta\gamma}}{\rho_{R\beta\gamma}} + \sum_{\alpha=S}^{FG} (-\text{div} \mathbf{q}_\alpha + \rho_\alpha r_\alpha + \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_\alpha) \quad (19)$$

式中 $\vartheta_\alpha = \ln(\rho_{R\alpha} / \rho_{R\alpha 0})$ 为第 α 相基质体应变, $\rho_{R\alpha 0}$ 和 $\rho_{R\alpha}$ 为第 α 相的初始和现时真实密度, $\mathbf{D}_h = \mathbf{D}_s^p + (d^s \rho_{RS} / dt) \mathbf{I} / (3\rho_{RS})$ 和 $\mathbf{D}_c = \mathbf{D}_s - \mathbf{D}_s^p$, 有:

$$\mathbf{D}_c : \mathbf{I} = \mathbf{D}_s : \mathbf{I} - \mathbf{D}_s^p : \mathbf{I} = - (d^s \varphi^{SP} / dt) / \varphi^{SP} \quad (20)$$

$$\mathbf{D}_h : \mathbf{I} = - (d^s \varphi_s^p / dt) / \varphi_s^p \quad (21)$$

式(20)~(21)表明, \mathbf{D}_c 与孔隙介质在裂隙介质中的体积分数有关, 孔隙介质是裂隙介质的基质, 在裂隙介质中起到骨架作用, 故 \mathbf{D}_c 称为裂隙骨架变形率。同理 \mathbf{D}_h 称为孔隙骨架变形率。知道 \mathbf{D}_c 和 \mathbf{D}_h 的力学内涵后, 式(19)所表示的能量守恒方程的物理内涵就变得十分明显。式(19)等式右边的前两项表示的是与裂隙骨架及吸力相关的变形能, 第三四项(即第一个括号内的那两项)表示的与孔隙骨

架及吸力相关的变形能, 第五项为各组分基质引起的变形能, 第六七项是非饱和和双重孔隙介质各组分内部相互作用引起的能量耗散, 最后三项为热传递和热交换引起的能量变化。

从式(19)推导过程可知, 固相变形率 \mathbf{D}_s 被分解成三部分: \mathbf{D}_c 、 \mathbf{D}_h 和固相基质体应变率 $d^s \vartheta_s / dt$ 。在单重裂隙介质中, 裂隙介质基质的体积分数和裂隙体积分数之和等于 1, 故 \mathbf{D}_c 也与裂隙介质中裂隙体积分数的变化相关。同理 \mathbf{D}_h 也与孔隙介质的孔隙体积分数的变化相关。这种变形分解方式有利于突出孔隙变形在多孔介质力学多场耦合机制中的纽带作用。固相应变的上述嵌套分解结果也可以采用连续介质力学变形梯度的极分解理论来解释。如图 2 所示, 把双重孔隙介质视为以孔隙介质为基质的裂隙介质, 故固相变形梯度可分解为孔隙介质变形梯度和裂隙骨架变形梯度的乘积; 再把孔隙介质视为由固相基质与孔隙组成, 故孔隙介质变形梯度可分解为固相基质变形梯度与孔隙骨架变形梯度的乘积。

令 $J^s = \rho_{s0} / \rho_s$, $\mathbf{F}_s^p = \partial \mathbf{x}_s^p / \partial \mathbf{X}_s$, $J_s^p = \det \mathbf{F}_s^p$, $\mathbf{F}_s = \partial \mathbf{x}_s / \partial \mathbf{X}_s$, $\mathbf{F}_h = (J^s)^{-1/3} \mathbf{F}_s^p$, $\mathbf{E}_h = (\mathbf{F}_h^T \mathbf{F}_h - \mathbf{I}) / 2$, $\mathbf{E}_s^p = [(\mathbf{F}_s^p)^T \mathbf{F}_s^p - \mathbf{I}] / 2$, $\mathbf{E}_s = (\mathbf{F}_s^T \mathbf{F}_s - \mathbf{I}) / 2$, $d^s \mathbf{E}_h / dt = \mathbf{F}_h^T \cdot [\mathbf{D}_s^p + (d^2 \vartheta_s / dt) \mathbf{I} / 3] \cdot \mathbf{F}_h$, $\tilde{\mathbf{T}}_c = \mathbf{F}_s^{-1} \cdot \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_c$, \mathbf{F}_s^{-T} , $\tilde{\mathbf{T}}_h = \mathbf{F}_h^{-1} \cdot \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_h \cdot \mathbf{F}_h^{-T}$, $\mathbf{F}_c = (\mathbf{F}_s^p)^{-1} \mathbf{F}_s$, $J_s = \det \mathbf{F}_s$, $d^s U_c / dt = d^s E_s / dt - \mathbf{F}_c^T \cdot (d^s \mathbf{E}_s^p / dt) \cdot \mathbf{F}_c$

式中: J^s 为固相基质的体积比, \mathbf{F}_s^p 为孔隙介质的变形梯度, J_s^p 为 \mathbf{F}_s^p 的行列式值, \mathbf{E}_s^p 为孔隙介质的 Green 应变张量, \mathbf{F}_h 为孔隙骨架的变形梯度, \mathbf{E}_h 为孔隙骨架的 Green 应变张量, $\tilde{\mathbf{T}}_h$ 为孔隙介质的 Piola-Kirchhoff 有效应力, \mathbf{F}_s 为固相的变形梯度, J_s 为 \mathbf{F}_s 的行列式值, \mathbf{E}_s 为固相 Green 应变张量, \mathbf{F}_c 为裂隙骨架变形梯度, U_c 为裂隙骨架应变, $\tilde{\mathbf{T}}_s$ 为裂隙介质的 Piola-Kirchhoff 有效应力, 把它们代入到式(19)得

$$\sum_{\alpha=S}^{FG} \rho_\alpha \frac{d^\alpha \xi_\alpha}{dt} = \tilde{\mathbf{T}}_c : \frac{d^s U_c}{dt} - \varphi_F s_F \frac{d^s S_{rf}}{dt} + \varphi_{SP} \left(\tilde{\mathbf{T}}_h : \frac{d^s E_h}{dt} - \varphi_p s_p \frac{d^s S_{rp}}{dt} \right) + \sum_{\alpha=S}^{FG} P_\alpha \varphi_\alpha \frac{d^\alpha \vartheta_\alpha}{dt} + \sum_{\beta=P}^F \sum_{\gamma=L}^G P_{\beta\gamma} \mathbf{W}_{\beta\gamma} \cdot \text{grad} \varphi_{\beta\gamma} - \sum_{\beta=P}^F \sum_{\gamma=L}^G P_{\beta\gamma} \frac{c_{\beta\gamma}}{\rho_{R\beta\gamma}} + \sum_{\alpha=S}^{FG} (-\text{div} \mathbf{q}_\alpha + \rho_\alpha r_\alpha + \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_\alpha) \quad (22)$$

当忽略孔隙只考虑裂隙, 非饱和和双重孔隙介质变为非饱和和单重多孔介质时, P_{PL} 、 P_{PG} 、 s_p 、 c_{FL} 、 c_{PL} 、 c_{FG} 、 c_{PG} 和 \mathbf{D}_h 为 0。根据 $\mathbf{D}_h = 0$ 可知 $\mathbf{D}_s^p = -\mathbf{I} (d^s \rho_{RS} / dt) / (3\rho_{RS})$ 。把这些公式代入到式(19)

后可退化到文献[9]中的非饱和单重孔隙介质能量方程。

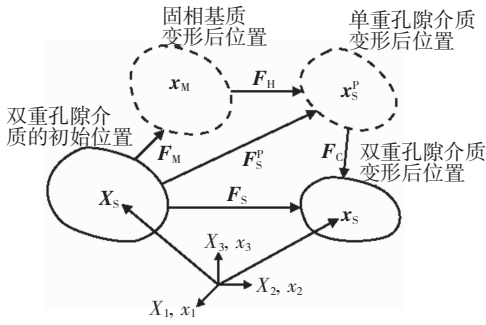


图 2 双重孔隙介质变形梯度示意

Fig. 2 Schematic diagram of deformation gradient of double-porosity media

3 小应变线弹性本构方程

在小应变条件下, 令 ϵ_s 为固相应变张量 E_s 的近似值, ϵ_c 为裂隙骨架应变张量 U_c 的近似值, ϵ_H 为孔隙骨架应变张量 E_H 的近似值, 有:

$$\epsilon_s = \epsilon_c + \epsilon_H - (\vartheta_s/3)I \quad (23)$$

$$\epsilon_c = [(\partial u_c / \partial X_s) + (\partial u_c / \partial X_s)^T] / 2 \quad (24)$$

$$\epsilon_H = [(\partial u_H / \partial X_s) + (\partial u_H / \partial X_s)^T] / 2 \quad (25)$$

$$\vartheta_s = \ln(\rho_{RS} / \rho_{RS0}) \approx (\rho_{RS} - \rho_{RS0}) / \rho_{RS0} \quad (26)$$

式中 $u_c = x_s - x_s^p$, $u_H = x_s^p - x_M$, x_s^p 是孔隙介质变形后的位置, x_M 是固相基质发生体积应变 ϑ_s 后的位置。令 ϵ_{VS} 为固相体应变, ϵ_{VC} 为裂隙骨架体应变, ϵ_{VH} 为孔隙骨架体应变, 对式(23) 取迹可得

$$\epsilon_{VS} = \epsilon_{VC} + \epsilon_{VH} - \vartheta_s \quad (27)$$

注意到 $d\epsilon_{VC}/dt = D_C : I$, $d\epsilon_{VH}/dt = D_H : I$ 。根据式(20) ~ (21) 并在小应变条件下略去高次项得:

$$\epsilon_{VC} = -\ln(\varphi_{SP} / \varphi_{SP0}) \approx (\varphi_{SP0} - \varphi_{SP}) / \varphi_{SP0} \quad (28)$$

$$\epsilon_{VH} = -\ln(\varphi_s^p / \varphi_{s0}^p) \approx (\varphi_{s0}^p - \varphi_s^p) / \varphi_{s0}^p \quad (29)$$

式中 φ_{SP0} 为孔隙介质在裂隙介质中的初始体积分数, φ_{s0}^p 为固相在孔隙介质中的初始体积分数。小应变条件下 β 孔隙中 γ 流相的基质体应变 $\vartheta_{\beta\gamma}$ 为

$$\vartheta_{\beta\gamma} = \ln(\rho_{R\beta\gamma} / \rho_{R\beta\gamma0}) \approx (\rho_{R\beta\gamma} - \rho_{R\beta\gamma0}) / \rho_{R\beta\gamma0} \quad (30)$$

令 $\epsilon_{V\beta\gamma}$ 为小应变情况下 β 孔隙中 γ 流相的体应变。注意到 $\dot{\epsilon}_{V\beta\gamma} = \text{div} v_{\beta\gamma}$, 对式(4) 等式两边先除以 $\rho_{\beta\gamma}$ 后对时间求积分, 再利用 $\rho_{FL} = \varphi_F S_{rF} \rho_{RFL}$ 、 $\rho_{FG} = \varphi_F (1 - S_{rF}) \rho_{RFG}$ 、 $\rho_{PL} = \varphi_{SP} \varphi_{SP}^p S_{rF} \rho_{RPL}$ 和 $\rho_{PG} = \varphi_{SP} \varphi_{SP}^p (1 - S_{rF}) \rho_{RPG}$, 可得 $\epsilon_{V\beta\gamma}$ 的计算表达式为:

$$\begin{aligned} \epsilon_{VFL} = & -\ln(\rho_{FL} / \rho_{FL0}) + \int_0^t (c_{FL} / \rho_{FL}) dt \approx \\ & -\frac{\varphi_{SP0}}{\varphi_{FO}} \epsilon_{VC} + \frac{S_{rF0} - S_{rF}}{S_{rF0}} - \vartheta_{FL} + \int_0^t \frac{c_{FL}}{\rho_{FL0}} dt \quad (31) \end{aligned}$$

$$\epsilon_{VFG} \approx -\frac{\varphi_{SP0}}{\varphi_{FO}} \epsilon_{VC} - \frac{S_{rF0} - S_{rF}}{1 - S_{rF0}} - \vartheta_{FG} + \int_0^t \frac{c_{FG}}{\rho_{FG0}} dt \quad (32)$$

$$\epsilon_{VPL} \approx \epsilon_{VC} - \frac{\varphi_{S0}}{\varphi_{FO}} \epsilon_{VH} + \frac{S_{rF0} - S_{rF}}{S_{rF0}} - \vartheta_{PL} + \int_0^t \frac{c_{PL}}{\rho_{PL0}} dt \quad (33)$$

$$\epsilon_{VPG} \approx \epsilon_{VC} - \frac{\varphi_{S0}}{\varphi_{FO}} \epsilon_{VH} - \frac{S_{rF0} - S_{rF}}{1 - S_{rF0}} - \vartheta_{PG} + \int_0^t \frac{c_{PG}}{\rho_{PG0}} dt \quad (34)$$

式中 $\rho_{\beta\gamma0}$ 和 $\varphi_{\beta\gamma0}$ 分别是 β 孔隙中 γ 流相的初始密度和初始体积分数, φ_{S0} 是固相的初始体积分数, S_{rF0} 和 S_{rF0} 分别是孔隙和裂隙的初始饱和度。从式(27)、式(31) ~ (34) 可以看出, ϵ_{VS} 和 ϵ_{VFL} 、 ϵ_{VFG} 的计算式中均含有裂隙骨架体应变 ϵ_{VC} ; ϵ_{VS} 和 ϵ_{VPL} 、 ϵ_{VPG} 的计算式中均含有裂隙和孔隙骨架体应变 ϵ_{VC} 和 ϵ_{VH} , 故 ϵ_{VS} 与 ϵ_{VFL} 、 ϵ_{VFG} 、 ϵ_{VPL} 、 ϵ_{VPG} 之间存在耦合作用, 它们是通过 ϵ_{VC} 和 ϵ_{VH} 传递的。本文选用裂隙和孔隙变形引起的 ϵ_{VC} 和 ϵ_{VH} 作为独立变量, 可以把非饱和和双重孔隙介质的耦合机理通过显式表达式呈现出来, 这是以往的研究中从来没有揭示过的。定义 β 孔隙中 γ 流相的渗入量为 $\zeta_{\beta\gamma} = \varphi_{\beta\gamma0} (\epsilon_{VS} - \epsilon_{V\beta\gamma})$, 利用式(27) 和式(31) ~ (34) 可得 $\zeta_{\beta\gamma}$ 的表达式为:

$$\zeta_{FL} = \varphi_{FL0} \left(\frac{\epsilon_{VC}}{\varphi_{FO}} + \epsilon_{VH} + \frac{S_{rF} - S_{rF0}}{S_{rF0}} - \vartheta_s + \vartheta_{FL} - \int_0^t \frac{c_{FL}}{\rho_{FL0}} dt \right) \quad (35)$$

$$\zeta_{FG} = \varphi_{FG0} \left(\frac{\epsilon_{VC}}{\varphi_{FO}} + \epsilon_{VH} - \frac{S_{rF} - S_{rF0}}{1 - S_{rF0}} - \vartheta_s + \vartheta_{FG} - \int_0^t \frac{c_{FG}}{\rho_{FG0}} dt \right) \quad (36)$$

$$\zeta_{PL} = \varphi_{PL0} \left(\frac{\varphi_{SP0}}{\varphi_{FO}} \epsilon_{VH} + \frac{S_{rF} - S_{rF0}}{S_{rF0}} - \vartheta_s + \vartheta_{PL} - \int_0^t \frac{c_{PL}}{\rho_{PL0}} dt \right) \quad (37)$$

$$\zeta_{PG} = \varphi_{PG0} \left(\frac{\varphi_{SP0}}{\varphi_{FO}} \epsilon_{VH} - \frac{S_{rF} - S_{rF0}}{1 - S_{rF0}} - \vartheta_s + \vartheta_{PG} - \int_0^t \frac{c_{PG}}{\rho_{PG0}} dt \right) \quad (38)$$

接下来推导小应变条件下非饱和双重孔隙介质的一般自由能势函数本构方程(下文如无特殊说明均假定小应变条件)。令 $\xi = \sum_{\alpha=S}^{FG} \rho_{\alpha0} \xi_{\alpha}$ 有

$$\sum_{\alpha=S}^{FG} \rho_{\alpha} \frac{d \xi_{\alpha}}{dt} \approx \sum_{\alpha=S}^{FG} \rho_{\alpha0} \frac{d \xi_{\alpha}}{dt} \approx \dot{\xi} \quad (39)$$

能量平衡方程根据小应变条件和式(22) 近似等于

$$\begin{aligned} \dot{\xi} = & \tilde{\sigma}_C : \dot{\epsilon}_C + \varphi_{SP0} \tilde{\sigma}_H : \dot{\epsilon}_H - \sum_{\beta=P}^F \varphi_{\beta0} s_{\beta} \dot{S}_{\beta} + \sum_{\alpha=S}^{FG} \varphi_{\alpha0} P_{\alpha} \dot{\vartheta}_{\alpha} + \\ & \sum_{\beta=P}^F \sum_{\gamma=L}^G P_{\beta\gamma} \left(w_{\beta\gamma} \cdot \text{grad} \varphi_{\beta\gamma} - \frac{c_{\beta\gamma}}{\rho_{R\beta\gamma}} \right) + \\ & \sum_{\alpha=S}^{FG} (-\text{div} q_{\alpha} + \rho_{\alpha} r_{\alpha} + \hat{\epsilon}_{\alpha}) \quad (40) \end{aligned}$$

假定受力过程满足热力学局部平衡假定, 则内能可表示为 $\xi = \xi(\eta, \epsilon_C, \epsilon_H, S_{r\beta}, \vartheta_{\alpha})$, 对 ξ 求全微分后由式(40) 和理性力学的 Coleman 关系可得:

$$\theta = \frac{\partial \xi}{\partial \eta}, \tilde{\sigma}_C = \frac{\partial \xi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_C}, \varphi_{\text{SP0}} \tilde{\sigma}_H = \frac{\partial \xi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_H} \quad (41)$$

$$\varphi_{\beta 0} s_{\beta} = -\frac{\partial \xi}{\partial S_{\beta}}, \varphi_{\alpha 0} P_{\alpha} = \frac{\partial \xi}{\partial \vartheta_{\alpha}} \quad (42)$$

$$\theta \dot{\eta} = \sum_{\beta=P}^F \sum_{\gamma=L}^G P_{\beta\gamma} \left(\mathbf{W}_{\beta\gamma} \cdot \text{grad} \varphi_{\beta\gamma} - \frac{c_{\beta\gamma}}{\rho_{R\beta\gamma}} \right) + \sum_{\alpha=S}^{FG} (-\text{div} \mathbf{q}_{\alpha} + \rho_{\alpha} r_{\alpha} + \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\alpha}) \quad (43)$$

引入 Helmholtz 自由能 $\psi = \psi(\theta, \boldsymbol{\varepsilon}_C, \boldsymbol{\varepsilon}_H, S_{\beta}, \vartheta_{\alpha})$, 它与内能之间的关系为 $\psi = \xi - \theta\eta$, 对 ψ 求全微分后由式(41) ~ (42) 得:

$$\eta = -\frac{\partial \psi}{\partial \theta}, \tilde{\sigma}_C = \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_C}, \varphi_{\text{SP0}} \tilde{\sigma}_H = \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_H} \quad (44)$$

$$\varphi_{\beta 0} s_{\beta} = -\frac{\partial \psi}{\partial S_{\beta}}, \varphi_{\alpha 0} P_{\alpha} = \frac{\partial \psi}{\partial \vartheta_{\alpha}} \quad (45)$$

式(44) ~ (45) 中的 ψ 是自由能势函数, 就热力学性质而言是可逆的, 故式(44) ~ (45) 是非饱和和双重孔隙介质的一般弹性本构关系。非饱和和双重孔隙介质的粘塑性力学特性可以根据非平衡态热力学从式(43) 获得, 相关研究可借鉴文献[9], 受篇幅限制本文不拟展开研究。

现在来推导非饱和和双重孔隙介质的线弹性本构模型。假定温度恒定, 非饱和和双重孔隙介质混合物初始平衡态为 $(\theta, \boldsymbol{\varepsilon}_C, \boldsymbol{\varepsilon}_H, S_{\beta}, \vartheta_{\alpha}) = (\theta_0, 0, 0, S_{\beta 0}, 0)$, 在受到微小扰动后到达一个新的平衡态为 $(\theta_0, \boldsymbol{\varepsilon}_C, \boldsymbol{\varepsilon}_H, S_{\beta 0} + S_{\beta}^+, \vartheta_{\alpha})$, 式中 S_{β}^+ 为 β 孔隙的饱和度增量。取自由能为状态变量的二次多项式有

$$\begin{aligned} \psi = & \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}_C : \mathbf{K}_{CC} : \boldsymbol{\varepsilon}_C + \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}_H : \mathbf{K}_{HH} : \boldsymbol{\varepsilon}_H - \\ & \frac{1}{2} \sum_{\beta=P}^F \sum_{\zeta=P}^F K_{\beta\zeta} S_{\beta}^+ S_{\zeta}^+ + \frac{1}{2} \sum_{\alpha=S}^{FG} \sum_{\chi=S}^{FG} K_{\alpha\chi} \vartheta_{\alpha} \vartheta_{\chi} + \\ & \boldsymbol{\varepsilon}_C : \mathbf{K}_{CH} : \boldsymbol{\varepsilon}_H + \sum_{\beta=P}^F \mathbf{K}_{C\beta} : \boldsymbol{\varepsilon}_C S_{\beta}^+ + \\ & \sum_{\alpha=S}^{FG} \mathbf{K}_{C\alpha} : \boldsymbol{\varepsilon}_C \vartheta_{\alpha} + \sum_{\beta=P}^F \mathbf{K}_{H\beta} : \boldsymbol{\varepsilon}_H S_{\beta}^+ + \\ & \sum_{\alpha=S}^{FG} \mathbf{K}_{H\alpha} : \boldsymbol{\varepsilon}_H \vartheta_{\alpha} + \sum_{\beta=P}^F \sum_{\alpha=S}^{FG} K_{\beta\alpha} S_{\beta}^+ \vartheta_{\alpha} \end{aligned} \quad (46)$$

式中 $\mathbf{K}_{CC}, \mathbf{K}_{HH}, K_{\beta\zeta}, K_{\alpha\chi}, \mathbf{K}_{CH}, \mathbf{K}_{C\beta}, \mathbf{K}_{C\alpha}, \mathbf{K}_{H\beta}, \mathbf{K}_{H\alpha}$ 和 $K_{\beta\alpha}$ 为模型的弹性参数, $K_{\alpha\chi} = K_{\chi\alpha}, K_{\beta\zeta} = K_{\zeta\beta}, \alpha, \chi \in \{S, PL, PG, FL, FG\}, \beta, \zeta \in \{P, F\}$ 。把式(46) 代入式(44) ~ (45) 得:

$$\tilde{\sigma}_C = \mathbf{K}_{CC} : \boldsymbol{\varepsilon}_C + \mathbf{K}_{CH} : \boldsymbol{\varepsilon}_H + \sum_{\beta=P}^F \mathbf{K}_{C\beta} S_{\beta}^+ + \sum_{\alpha=S}^{FG} \mathbf{K}_{C\alpha} \vartheta_{\alpha} \quad (47)$$

$$\varphi_{\text{SP0}} \tilde{\sigma}_H = \mathbf{K}_{CH} : \boldsymbol{\varepsilon}_C + \mathbf{K}_{HH} : \boldsymbol{\varepsilon}_H + \sum_{\beta=P}^F \mathbf{K}_{H\beta} S_{\beta}^+ + \sum_{\alpha=S}^{FG} \mathbf{K}_{H\alpha} \vartheta_{\alpha} \quad (48)$$

$$\varphi_{\beta 0} s_{\beta} = -\mathbf{K}_{C\beta} : \boldsymbol{\varepsilon}_C - \mathbf{K}_{H\beta} : \boldsymbol{\varepsilon}_H + \sum_{\zeta=P}^F K_{\beta\zeta} S_{\zeta}^+ - \sum_{\alpha=S}^{FG} K_{\beta\alpha} \vartheta_{\alpha} \quad (49)$$

$$\varphi_{\alpha 0} P_{\alpha} = \mathbf{K}_{C\alpha} : \boldsymbol{\varepsilon}_C + \mathbf{K}_{H\alpha} : \boldsymbol{\varepsilon}_H + \sum_{\beta=P}^F K_{\beta\alpha} S_{\beta}^+ + \sum_{\chi=S}^{FG} K_{\alpha\chi} \vartheta_{\chi} \quad (50)$$

由于假定温度保持不变, 故式(47) ~ (50) 中不含温度变量。

在非饱和和双重孔隙介质研究中, 为了简化本构方程便于工程实用, 通常假定裂隙和孔隙之间以及它们与各组分基质之间的力学性质相互独立。此时由式(47) ~ (50) 可得:

$$\tilde{\sigma}_C = \mathbf{K}_{CC} : \boldsymbol{\varepsilon}_C + \mathbf{K}_{C\text{rF}} S_{\text{rF}}^+ \quad (51)$$

$$\varphi_{\text{SP0}} \tilde{\sigma}_H = \mathbf{K}_{HH} : \boldsymbol{\varepsilon}_H + \mathbf{K}_{H\text{rP}} S_{\text{rP}}^+ \quad (52)$$

$$\varphi_{\text{r0}} s_{\text{rF}} = -\mathbf{K}_{C\text{rF}} : \boldsymbol{\varepsilon}_C + K_{\text{rF}} S_{\text{rF}}^+ \quad (53)$$

$$\varphi_{\text{r0}} s_{\text{rP}} = -\mathbf{K}_{H\text{rP}} : \boldsymbol{\varepsilon}_H + K_{\text{rP}} S_{\text{rP}}^+ \quad (54)$$

$$P_{\alpha} = K_{\text{r}\alpha} \vartheta_{\alpha} \quad (55)$$

式中 $K_{\text{r}\alpha} = K_{\alpha\alpha} / \varphi_{\alpha 0}$ 表示各组分基质的体积模量。假定非饱和和双重孔隙介质为各向同性材料, 则 $\mathbf{K}_{CC}, \mathbf{K}_{HH}, \mathbf{K}_{C\text{rF}}$ 和 $\mathbf{K}_{H\text{rP}}$ 的具体表达式为:

$$\mathbf{K}_{CC} = \frac{E_C}{1 - 2\nu_C} \left(\frac{\nu_C}{1 + \nu_C} - \frac{\zeta_F}{1 + 3\zeta_F} \right) \mathbf{I} \otimes \mathbf{I} + \frac{E_C}{1 + \nu_C} \mathbf{I}_4 \quad (56)$$

$$\mathbf{K}_{HH} = \frac{\varphi_{\text{SP0}} E_H}{1 - 2\nu_H} \left(\frac{\nu_H}{1 + \nu_H} - \frac{\zeta_P}{1 + 3\zeta_P} \right) \mathbf{I} \otimes \mathbf{I} + \frac{\varphi_{\text{SP0}} E_H}{1 + \nu_H} \mathbf{I}_4 \quad (57)$$

$$\mathbf{K}_{C\text{rF}} = \frac{\zeta_F H_{\text{CF}}}{1 + 3\zeta_F} \mathbf{I}, K_{\text{rF}} = \frac{\varphi_{\text{r0}} H_{\text{rF}}}{1 + 3\zeta_F} \quad (58)$$

$$\mathbf{K}_{H\text{rP}} = \frac{\varphi_{\text{SP0}} \zeta_P H_{\text{HP}}}{1 + 3\zeta_P} \mathbf{I}, K_{\text{rP}} = \frac{\varphi_{\text{r0}} H_{\text{rP}}}{1 + 3\zeta_P} \quad (59)$$

式中 \mathbf{I} 为二阶单位张量, \mathbf{I}_4 为四阶单位张量, 式中 ν_C 和 E_C 分别是裂隙骨架的泊松比和弹性模量, ν_H 和 E_H 分别是孔隙骨架的泊松比和弹性模量, H_{CF} 和 H_{rF} 分别为裂隙有效应力和吸力对裂隙饱和度的弹性模量, H_{HP} 和 H_{rP} 分别为孔隙有效应力和吸力对孔隙饱和度的弹性模量。 ζ_F 和 ζ_P 按下式计算:

$$\zeta_F = \frac{\varphi_{\text{r0}} E_C H_{\text{rF}}}{(1 - 2\nu_C) H_{\text{CF}}^2}, \zeta_P = \frac{\varphi_{\text{r0}} E_H H_{\text{rP}}}{\varphi_{\text{SP0}} (1 - 2\nu_H) H_{\text{HP}}^2} \quad (60)$$

令 $K_C = E_C / [3(1 - 2\nu_C)]$ 和 $K_H = E_H / [3(1 - 2\nu_H)]$ 分别为裂隙和孔隙骨架的体积模量, E_b 和 ν_b 为:

$$\frac{1}{E_b} = \frac{1}{E_C} + \frac{1}{\varphi_{\text{SP0}} E_H} + \frac{1}{9\varphi_{\text{SP0}} K_{\text{RS}}} \quad (61)$$

$$\nu_b = \left(\frac{\nu_C}{E_C} + \frac{\nu_H}{\varphi_{\text{SP0}} E_H} - \frac{1}{9\varphi_{\text{SP0}} K_{\text{RS}}} \right) E_b \quad (62)$$

令 $K_b = E_b/[3(1 - 2\nu_b)]$ 。把式(56) ~ (59) 代入到式(51) ~ (54), 对式(51) ~ (55) 求逆后代入式(23) 和式(35) ~ (38), 并把它转化为用 σ 和 $P_{\beta\gamma}$ 表示的形式:

$$\varepsilon_s = \left(-\frac{\nu_b}{E_b} \mathbf{I} \otimes \mathbf{I} + \frac{1 + \nu_b}{E_b} \mathbf{I}_4 \right) : \sigma + \frac{A_{12}}{3} P_{FL} \mathbf{I} + \frac{A_{13}}{3} P_{FG} \mathbf{I} + \frac{A_{14}}{3} P_{PL} \mathbf{I} + \frac{A_{15}}{3} P_{PG} \mathbf{I} \quad (63)$$

$$\zeta_{FL} = -A_{12} P_T + (A_{22} + \varphi_{FLO}/K_{RFL}) P_{FL} + A_{23} P_{FG} + A_{24} P_{PL} + A_{25} P_{PG} - \int_0^t (c_{FL}/\rho_{RFLD}) dt \quad (64)$$

$$\zeta_{FG} = -A_{13} P_T + A_{23} P_{FL} + (A_{33} + \varphi_{FG0}/K_{RFG}) P_{FG} + A_{34} P_{PL} + A_{35} P_{PG} - \int_0^t (c_{FG}/\rho_{RFG0}) dt \quad (65)$$

$$\zeta_{PL} = -A_{14} P_T + A_{24} P_{FL} + A_{34} P_{FG} + (A_{44} + \varphi_{PLO}/K_{RPL}) P_{PL} + A_{45} P_{PG} - \int_0^t (c_{PL}/\rho_{RPLD}) dt \quad (66)$$

$$\zeta_{PG} = -A_{15} P_T + A_{25} P_{FL} + A_{35} P_{FG} + A_{45} P_{PL} + (A_{55} + \varphi_{PG0}/K_{RPG}) P_{PG} - \int_0^t (c_{PG}/\rho_{RPG0}) dt \quad (67)$$

式中:

$$A_{12} = \frac{S_{rFO}}{K_C} + \frac{3\varphi_{FO}}{H_{CF}} + \frac{\varphi_{FLO}}{\varphi_{SPO} K_H} + \frac{\varphi_{FLO}}{\varphi_{SO} K_{RS}} \quad (68)$$

$$A_{13} = \frac{1 - S_{rFO}}{K_C} - \frac{3\varphi_{FO}}{H_{CF}} + \frac{\varphi_{FG0}}{\varphi_{SPO} K_H} + \frac{\varphi_{FG0}}{\varphi_{SO} K_{RS}} \quad (69)$$

$$A_{14} = \frac{S_{rFO}}{K_H} + \frac{3\varphi_{FO}}{\varphi_{SPO} H_{HP}} + \frac{\varphi_{PLO}}{\varphi_{SO} K_{RS}} \quad (70)$$

$$A_{15} = \frac{1 - S_{rFO}}{3K_H} - \frac{\varphi_{FO}}{\varphi_{SPO} H_{HP}} + \frac{\varphi_{PLO}}{3\varphi_{SO} K_{RS}} \quad (71)$$

$$A_{22} = \frac{(S_{rFO})^2}{K_C} + \frac{6\varphi_{FLO}}{H_{CF}} + \frac{(\varphi_{FLO})^2}{\varphi_{SPO} K_H} - \frac{\varphi_{FO}}{H_{rF}} + \frac{(\varphi_{FLO})^2}{\varphi_{SO} K_{RS}} \quad (72)$$

$$A_{23} = \frac{S_{rFO}(1 - S_{rFO})}{K_C} + \frac{3(1 - 2S_{rFO})\varphi_{FO}}{H_{CF}} + \frac{\varphi_{FLO}\varphi_{FG0}}{\varphi_{SPO} K_H} + \frac{\varphi_{FO}}{H_{rF}} + \frac{\varphi_{FLO}\varphi_{FG0}}{\varphi_{SO} K_{RS}} \quad (73)$$

$$A_{24} = \varphi_{FLO} \left(\frac{S_{rFO}}{K_H} + \frac{3\varphi_{FO}}{\varphi_{SPO} H_{HP}} + \frac{\varphi_{PLO}}{\varphi_{SO} K_{RS}} \right) \quad (74)$$

$$A_{25} = \varphi_{FLO} \left(\frac{1 - S_{rFO}}{K_H} - \frac{3\varphi_{FO}}{\varphi_{SPO} H_{HP}} + \frac{\varphi_{PG0}}{\varphi_{SO} K_{RS}} \right) \quad (75)$$

$$A_{33} = \frac{(1 - S_{rFO})^2}{K_C} - \frac{6\varphi_{FG0}}{H_{CF}} + \frac{(\varphi_{FG0})^2}{\varphi_{SPO} K_H} - \frac{\varphi_{FO}}{H_{rF}} + \frac{(\varphi_{FG0})^2}{\varphi_{SO} K_{RS}} \quad (76)$$

$$A_{34} = \varphi_{FG0} \left(\frac{S_{rFO}}{K_H} + \frac{3\varphi_{FO}}{\varphi_{SPO} H_{HP}} + \frac{\varphi_{PLO}}{\varphi_{SO} K_{RS}} \right) \quad (77)$$

$$A_{35} = \varphi_{FG0} \left(\frac{1 - S_{rFO}}{K_H} - \frac{3\varphi_{FO}}{\varphi_{SPO} H_{HP}} + \frac{\varphi_{PG0}}{\varphi_{SO} K_{RS}} \right) \quad (78)$$

$$A_{44} = \frac{(S_{rFO})^2 \varphi_{SPO}}{K_H} + \frac{6\varphi_{PLO}}{H_{HP}} - \frac{\varphi_{FO}}{H_{rP}} + \frac{(\varphi_{PLO})^2}{\varphi_{SO} K_{RS}} \quad (79)$$

$$A_{45} = \frac{S_{rFO}(1 - S_{rFO})\varphi_{SPO}}{K_H} + \frac{3(1 - 2S_{rFO})\varphi_{FO}}{H_{HP}} + \frac{\varphi_{FO}}{H_{rP}} + \frac{\varphi_{PLO}\varphi_{PG0}}{\varphi_{SO} K_{RS}} \quad (80)$$

$$A_{55} = \frac{(1 - S_{rFO})^2 \varphi_{SPO}}{K_H} - \frac{6\varphi_{PG0}}{H_{HP}} - \frac{\varphi_{FO}}{H_{rP}} + \frac{(\varphi_{PG0})^2}{\varphi_{SO} K_{RS}} \quad (81)$$

c_{FL} 、 c_{FG} 、 c_{PL} 和 c_{PG} 根据文献[8] 的研究可表示为:

$$c_{FL} = -c_{PL} = \xi_L (P_{PL} - P_{FL}) \quad (82)$$

$$c_{FG} = -c_{PG} = \xi_G (P_{PG} - P_{FG}) \quad (83)$$

式(63) ~ (67) 是小应变各向同性线弹性条件下非饱和和双重孔隙介质的固相本构方程、裂隙和孔隙中液气两相的渗入量本构方程。不难验证: 1) 当非饱和和双重孔隙介质退化为饱和和双重孔隙介质时, φ_{FG0} 、 φ_{PG0} 、 s_F 、 s_P 、 $1/H_{CF}$ 、 $1/H_{HP}$ 、 $1/H_{rP}$ 和 $1/H_{rF}$ 均为 0, S_{rFO} 和 S_{rFO} 等于 1, 把它们代入到式(63) ~ (64) 和式(66) 后可获得 Khalili 线弹性方程; 2) 当忽略孔隙只考虑裂隙, 非饱和和双重孔隙介质变为非饱和单重孔隙介质时, P_{PL} 、 P_{PG} 、 c_{FL} 、 c_{PL} 、 c_{FG} 、 c_{PG} 、 $1/E_H$ 、 $1/K_H$ 和 $1/H_{rP}$ 均为 0, 把它们代入式(63) ~ (65) 可得到非饱和单重孔隙介质线弹性方程^[13], 这说明当双重孔隙退化为单重孔隙或非饱和退化为饱和时, 非饱和和双重孔隙介质的线弹性本构方程可退化为相应介质的线弹性本构方程。

把应力用应变表示时式(63) ~ (67) 可变换得:

$$\sigma = 3K_b \left(\frac{\nu_b}{1 + \nu_b} \mathbf{I} \otimes \mathbf{I} + \frac{1 - 2\nu_b}{1 + \nu_b} \mathbf{I}_4 \right) : \varepsilon_s - A_{12} K_b P_{FL} \mathbf{I} - A_{13} K_b P_{FG} \mathbf{I} - A_{14} K_b P_{PL} \mathbf{I} - A_{15} K_b P_{PG} \mathbf{I} \quad (84)$$

$$\zeta_{FL} = A_{12} K_b \varepsilon_s : \mathbf{I} + (A_{22} - A_{12}^2 K_b + \varphi_{FLO}/K_{RFL}) P_{FL} + (A_{23} - A_{12} A_{13} K_b) P_{FG} + (A_{24} - A_{12} A_{14} K_b) P_{PL} + (A_{25} - A_{12} A_{15} K_b) P_{PG} - \int_0^t (c_{FL}/\rho_{RFLD}) dt \quad (85)$$

$$\zeta_{FG} = A_{13} K_b \varepsilon_s : \mathbf{I} + (A_{23} - A_{12} A_{13} K_b) P_{FL} + (A_{33} - A_{13}^2 K_b + \varphi_{FG0}/K_{RFG}) P_{FG} + (A_{34} - A_{13} A_{14} K_b) P_{PL} + (A_{35} - A_{13} A_{15} K_b) P_{PG} - \int_0^t (c_{FG}/\rho_{RFG0}) dt \quad (86)$$

$$\zeta_{PL} = A_{14} K_b \varepsilon_s : \mathbf{I} + (A_{24} - A_{12} A_{14} K_b) P_{FL} + (A_{34} - A_{13} A_{14} K_b) P_{FG} + (A_{44} - A_{14}^2 K_b + \varphi_{PLO}/K_{RPL}) P_{PL} + (A_{45} - A_{14} A_{15} K_b) P_{PG} - \int_0^t (c_{PL}/\rho_{RPLD}) dt \quad (87)$$

$$\zeta_{PG} = A_{15} K_b \varepsilon_s : \mathbf{I} + (A_{25} - A_{12} A_{15} K_b) P_{FL} + (A_{35} - A_{13} A_{15} K_b) P_{FG} + (A_{45} - A_{14} A_{15} K_b) P_{PL} + (A_{55} - A_{15}^2 K_b + \varphi_{PG0}/K_{RPG}) P_{PG} - \int_0^t (c_{PG}/\rho_{RPG0}) dt \quad (88)$$

4 算例

4.1 基于本文理论的膨润土试验结果分析

在高放废物深埋处置库的概念设计中,需要采用膨润土作缓冲材料充填于废物罐和围岩之间,阻止核素随地下水迁移。经过研究比选,我国采用高庙子膨润土作为核废料处置库的缓冲材料。由于膨润土存在聚集体内的孔隙和颗粒间的裂隙,许多学者采用双重孔隙介质来建立膨润土的本构模型^[6,8,18]。在这些模型中,大多根据孔隙水的性质,把孔隙视为被水饱和而裂隙被水部分饱和^[6,8,18],本文也遵循这一性质。

Morena 等^[18]假定当吸力大于 20 MPa 时膨润土只有孔隙含水而裂隙不含水,总结了我国学者^[19-20]研究高庙子膨润土的系列试验成果。笔者在 Morena 等^[18]研究基础之上,结合本文理论模型,重新整理了高庙子膨润土的试验数据。试验时膨润土固相、裂隙和孔隙体积分数为 $\varphi_{s0} = 0.642$ 、 $\varphi_{f0} = 0.179$ 和 $\varphi_{p0} = 0.179$,饱和孔隙骨架应变及其有效应力的关系见图 3,饱和裂隙骨架应变及其有效应力的关系见图 4,裂隙饱和度与膨胀应变之间的关系见图 5。

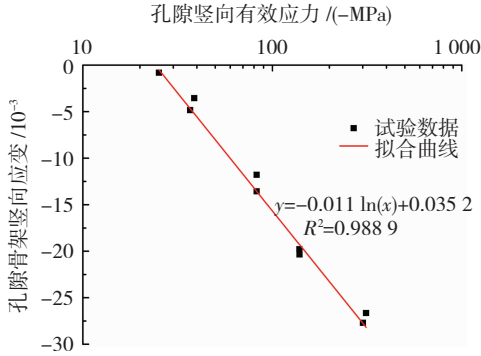


图 3 孔隙骨架竖向应变随孔隙竖向有效应力变化
Fig. 3 Pore skeleton vertical strain changes with pore vertical effective stress

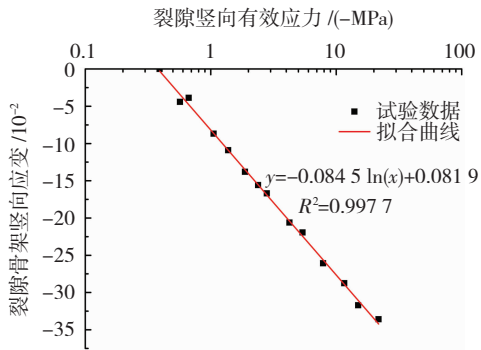


图 4 裂隙骨架竖向应变随裂隙竖向有效应力变化
Fig. 4 Fracture skeleton vertical strain changes with fracture vertical effective stress

$S_{rF} = [1 + (\alpha S_F)^n]^{-m}$, 式中 $m = 0.825$ 、 $n = 1/(1 - m)$ 和 $\alpha = 2.16 \times 10^{-4} \text{ kPa}^{-1}$ 。从图 3 ~ 5 可以看出,膨润土应力与应变存在较明显的非线性关系。根据图 3、4 和本文理论可得饱和排水条件下膨润土应变随总应力的变化曲线见图 6。图 6 也给出根据单重孔隙介质理论获得的膨润土应变随总应力曲线,从图 6 可以看出本文提出的双重孔隙介质理论比较符合试验数据。

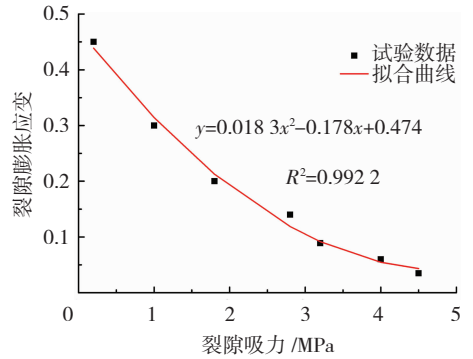


图 5 裂隙膨胀应变随裂隙吸力变化

Fig. 5 Fracture swelling strain changes with fracture suction

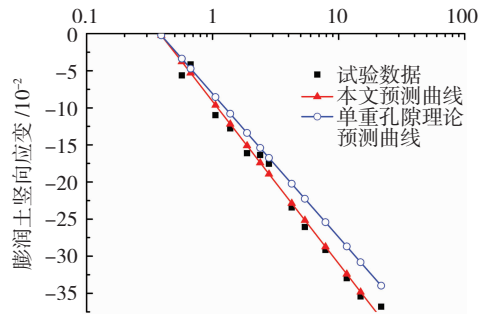


图 6 膨润土竖向应变随竖向总应力变化

Fig. 6 Bentonite vertical strain changes with vertical total stress

线弹性本构模型由于物理概念清楚,数学关系简单,因此常用割线模量来近似建立土体的线弹性模型。泊松比按经验值取为 0.3,根据图 3 ~ 5 提供的试验数据和割线模型的计算方法,利用完全侧限试验的性质,膨润土裂隙和孔隙骨架的力学参数见表 1。

表 1 非饱和和双重孔隙膨润土 MX80 试样的模型参数

Tab. 1 Model parameters of sample MX80 for unsaturated double-porosity bentonite

$K_{RS}/$ MPa	$E_C/$ MPa	ν_C	$H_{CF}/$ MPa	$H_{rF}/$ MPa	E_H	ν_H
$= \infty$	71.7	0.3	62	-6.0	496	0.3
H_{HP}	H_{rP}	$K_{RPL} =$ K_{PFL}	$K_{RFG}/$ MPa	$\xi_F/$ ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$)	ξ_P	
$= \infty$	$= \infty$	$= \infty$	0.14	1.8×10^{-10}	0	

图 4 给出的是饱和条件下获得的试验数据,非饱和条件下的杨氏模量比饱和条件下的有所提高,

裂隙土水特征曲线符合 Van Genuchten 模型:

两者可根据 Alonso 等^[1]提出的计算公式进行换算^[18]:
 $E_C(s_F) = E_C(0) / [0.836 + 0.164 \exp(-0.7s_F)]$,
 本算例裂隙吸力平均值约为 1.2 MPa, 故取吸力
 $s_F = 1.2$ MPa 时的模量作为裂隙骨架的割线模量。
 试验表明^[21] 高庙子膨润土中水的渗透系数为
 5×10^{-11} m/s, 气体的渗透系数为 5×10^{-10} m/s, 由
 于孔隙假定饱和, 无需 K_{RPG} 值, 故表中未给出相应
 值。根据表 1 和式(61) ~ (62) 可得 $E_b = 61$ MPa,
 $\nu_b = 0.3, K_b = 50.9$ MPa。

4.2 核废料缓冲材料的轴对称固结控制方程

现在应用本文的线弹性本构方程来建立膨润土
 作为核废料储藏罐的固结方程。把膨润土缓冲设置
 简化为圆柱轴对称模型来分析, 由于核废料储藏罐
 的体积较小, 为简便起见, 把膨润土视为实心圆柱
 体。注意到固结方程不考虑加速度和体力, 首先把
 式(15) ~ (16) 按所有相相加得

$$\text{div} \boldsymbol{\sigma} = 0 \quad (89)$$

在轴对称条件下, 由式(89)可得

$$(\partial \sigma_r / \partial r) + (\sigma_r - \sigma_\theta) / r = 0 \quad (90)$$

同时各相间的相互作用力 $\hat{p}_{\beta\gamma} = P_{\beta\gamma} \nabla n_{\beta\gamma} -$
 $n_{\beta\gamma} n_{\beta\gamma 0} \mathbf{W}_{\beta\gamma} \gamma_w / K_{\beta\gamma}$ ^[13], 把它们代入到式(16)得

$$(K_{\beta\gamma} / \gamma_w) \nabla P_{\beta\gamma} + n_{\beta\gamma 0} \mathbf{W}_{\beta\gamma} = 0 \quad (91)$$

对式(91)求散度后应用 $\zeta_{\beta\gamma}$ 的定义并写成轴对
 称形式得

$$\frac{K_{\beta\gamma}}{\gamma_w r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P_{\beta\gamma}}{\partial r} \right) - \dot{\zeta}_{\beta\gamma} = 0 \quad (92)$$

假定固相和水基质不可压缩, 孔隙被水饱和而
 裂隙被水部分饱和, 把这些条件代入到式(84) ~
 (88) 后利用 $\varepsilon_r = \partial u / \partial r, \varepsilon_\theta = u / r$, 式(90) 和式
 (92) 得:

$$\frac{1 - \nu_b}{1 + \nu_b} \frac{\partial \theta}{\partial r} + \frac{A_{12}}{3} \frac{\partial P_{FL}}{\partial r} + \frac{A_{13}}{3} \frac{\partial P_{FG}}{\partial r} + \frac{A_{14}}{3} \frac{\partial P_{PL}}{\partial r} = 0 \quad (93)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial t} = & - \frac{K_{FL} / \gamma_w}{A_{12} K_b r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P_{FL}}{\partial r} \right) + \left(\frac{A_{22}}{A_{12} K_b} - A_{12} \right) \frac{\partial P_{FL}}{\partial t} + \\ & \left(\frac{A_{23}}{A_{12} K_b} - A_{13} \right) \frac{\partial P_{FG}}{\partial t} + \left(\frac{A_{24}}{A_{12} K_b} - A_{14} \right) \frac{\partial P_{PL}}{\partial t} - \\ & \frac{c_{FL} / \rho_{RFL0}}{A_{12} K_b} = 0 \end{aligned} \quad (94)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial t} = & - \frac{K_{FG} / \gamma_a}{A_{13} K_b r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P_{FG}}{\partial r} \right) + \left(\frac{A_{23}}{A_{13} K_b} - A_{12} \right) \frac{\partial P_{FL}}{\partial t} + \\ & \left(\frac{A_{33}}{A_{13} K_b} - A_{13} + \frac{\varphi_{FG0} / K_{RFG}}{A_{13} K_b} \right) \frac{\partial P_{FG}}{\partial t} + \\ & \left(\frac{A_{34}}{A_{13} K_b} - A_{14} \right) \frac{\partial P_{PL}}{\partial t} = 0 \end{aligned} \quad (95)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \frac{K_{PL} / \gamma_w}{A_{14} K_b r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P_{PL}}{\partial r} \right) + \left(\frac{A_{24}}{A_{14} K_b} - A_{12} \right) \frac{\partial P_{FL}}{\partial t} +$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{A_{34}}{A_{14} K_b} - A_{13} \right) \frac{\partial P_{FG}}{\partial t} + \left(\frac{A_{44}}{A_{14} K_b} - A_{14} \right) \frac{\partial P_{PL}}{\partial t} - \\ & \frac{c_{PL} / \rho_{RFL0}}{A_{14} K_b} = 0 \end{aligned} \quad (96)$$

式中 $\theta = -(\partial u / \partial r + u / r)$ 。设膨润土半径为 R , 由于
 线性系统的解答与土的初始应力无关, 初始条件可
 等效地设置为:

$$\zeta_{\beta\gamma} = 0, P_{\beta\gamma}(R, t) = 0, u_s(0, t) = 0 \quad (97)$$

$$\frac{E_b}{(1 - 2\nu_b)(1 + \nu_b)} \left[(1 - \nu_b) \frac{\partial u}{\partial r} + \nu_b \frac{u}{r} \right] = p \quad (98)$$

式中 p 为作用在半径 R 处圆柱体外侧的外荷载, 式
 (93) ~ (98) 即是轴对称条件下的固结控制方程和
 初边值条件, 如在推导式(93) ~ (98) 方程中加上加
 速度项, 就可以获得波动控制方程。式(93) ~ (98)
 固结控制方程极其复杂, 求解十分困难, 但可以采用
 数值方法如差分法进行求解。

5 结 论

1) 在考虑固相和流相基质变形的条件下, 用嵌
 套思路推导了非饱和双重孔隙介质的能量平衡方
 程。根据内能表达式中功共轭对的力学内涵揭示非
 饱和双重孔隙介质本构模型的应变状态变量为裂隙
 和孔隙骨架应变, 裂隙和孔隙饱和度和各组分基质
 体应变; 相应的应力状态变量为裂隙和孔隙有效应
 力, 裂隙和孔隙吸力和各组分基质压力。

2) 在小应变条件下, 把固相应变分解为裂隙骨
 架应变、孔隙骨架应变和固相基质体应变之和。根
 据热力学局部平衡假定, 获得非饱和孔隙介质的一
 般自由能势函数本构方程。取自由能势函数为状态
 变量的二次多项式, 获得非饱和双重孔隙介质的线
 弹性本构模型。然后根据混合物均匀化响应原理获
 得各向同性线弹性本构方程。根据土工试验获得了
 非饱和膨润土线弹性本构方程的模型参数。

3) 把本文获得的非饱和双重孔隙介质的各向
 同性线弹性本构模型退化为饱和双重孔隙介质和非
 饱和单重孔隙介质情形, 可以获得与前人相同的各
 向同性线弹性本构模型。把非饱和双重孔隙介质线
 弹性本构方程与平衡方程和达西定理相结合, 建立
 了非饱和膨润土的轴对称固结控制方程, 可用于非
 饱和膨润土防渗缓冲层的固结特性分析。

参考文献

[1] ALONSO E E, VAUNAT J, GENS A. Modelling the mechanical
 behaviour of expansive clays[J]. Engineering Geology, 1999, 54
 (1/2):173. DOI: 10.1016/S0013-7952(99)00079-4
 [2] MAŠÍN D. Double structure hydromechanical coupling formalism
 and a model for unsaturated expansive clays[J]. Engineering

- Geology, 2013, 165: 73. DOI: 10.1016/j. enggeo. 2013.05.026
- [3] BORJA R I, KOLJI A. On the effective stress in unsaturated porous continua with double porosity[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2009, 57(8): 1182. DOI: 10.1016/j. jmps. 2009.04.014
- [4] ZHANG Qi, CHOO J H, BORJA R I. On the preferential flow patterns induced by transverse isotropy and non-Darcy flow in double porosity media [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2019, 353: 570. DOI: 10.1016/ j. ema. 2019.04.037
- [5] LI Jian, ZHAO Chenggang, CAI Guoqing, et al. The input work expression and the thermodynamics-based modelling framework for unsaturated expansive soils with double porosity [J]. Chinese Science Bulletin, 2013, 58(27): 3422. DOI: 10.1007/s11434 - 013 - 5828 - 9
- [6] LI Jian, YIN Zhenyu, CUI Yujun, et al. Work input analysis for soils with double porosity and application to the hydro-mechanical modeling of unsaturated expansive clays[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2017, 54:173
- [7] SANCHEZ M, GENS A, VILLAR M V, et al. Fully coupled thermo-hydro-mechanical double-porosity formulation for unsaturated soils [J]. International Journal of Geomechanics, 2016, 16(6): D4016015. DOI:10.1061/(ASCE)GM.1943 - 5622. 0000728
- [8] GUO Guanlong, FALL M. Modelling of dilatancy-controlled gas flow in saturated bentonite with double porosity and double effective stress concepts[J]. Engineering Geology, 2018, 243: 253. DOI: 10.1016/j. enggeo. 2018.07.002
- [9] 胡亚元. 非饱和和多孔岩石的热力学本构理论研究[J]. 浙江大学学报(工学版), 2017, 51(2): 255
HU Yayuan. Thermodynamics-based constitutive theory for unsaturated porous rock [J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2017, 51(2): 255. DOI: 10.3785/j. issn. 1008 - 973X. 2017.02.005
- [10] 陈正汉. 非饱和土与特殊土力学的基本理论研究[J]. 岩土工程学报, 2014, 36(2): 201
CHEN Zhenghan. On basic theories of unsaturated soils and special soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, 36(2): 201. DOI: 10.11779/CJGE201402001
- [11] FREDLUND D G, RAHARDJO H, FREDLUND M D. Unsaturated soils mechanics in engineering practice [M]. New York: John Wiley & Sons Inc. , 2012
- [12] 周万欢, 赵林爽. 复杂初始和边界条件对一维非饱和土固结的影响[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(增刊1): 305
ZHOU Wanhuan, ZHAO Linshuang. Influence of initial and boundary conditions on one-dimensional consolidation of unsaturated soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, 35(S1): 305
- [13] 胡亚元. 双变量耦合作用对非饱和和岩土波动特性的影响研究[J]. 振动与冲击, 2018, 37(10): 208
HU Yayuan. Effect of double-variable coupling on the fluctuating characteristics of unsaturated rock and soil[J]. Journal of Vibration and Shock, 2018, 37(10): 208. DOI: 10.13465/j. cnki. jvs. 2018.10.030
- [14] MORADI M, KESHAVERZ A, FAZELI A. One dimensional consolidation of multi-layered unsaturated soil under partially permeable boundary conditions and time-dependent loading[J]. Computers and Geotechnics, 2019, 107: 45. DOI: 10.1016/j. compgeo. 2018.11.020
- [15] BERRYMAN J G, WANG H F. Elastic wave propagation and attenuation in a double-porosity dual-permeability medium [J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2000, 37(1/2): 63. DOI: 10.1016/S1365 - 1609(99)00092 - 1
- [16] KHALILI N, VALLIAPPAN S, WAN C F. Consolidation of fissured clays[J]. Géotechnique, 1999, 49(1): 75. DOI: 10.1680/geot. 1999.49.1.75
- [17] YANG L A, TAN T S, TAN S A, et al. One-dimensional self-weight consolidation of a lumpy clay fill[J]. Géotechnique, 2002, 52(10): 713. DOI: 10.1680/geot.2002.52.10.713
- [18] DE LA MORENA G, ASENSIO L, NAVARRO V. Modelling the hydro-mechanical behaviour of GMZ bentonite [J], Engineering Geology, 2018, 239: 195
- [19] ZHANG Ming, ZHANG Huyuan, ZHOU Lang, et al. Hydro-mechanical analysis of GMZ bentonite-sand mixtures in the water infiltration process as the buffer/backfill mixture in an engineered nuclear barrier [J]. Applied Clay Science, 2014, 97/98: 115. DOI: 10.1016/j. clay. 2014.05.016
- [20] ZHANG Feng, YE Weimin, CHEN Yonggui, et al. Influences of salt solution concentration and vertical stress during saturation on the volume change behavior of compacted GMZ01 bentonite [J]. Engineering Geology, 2016, 207: 48. DOI: 10.1016/j. enggeo. 2016.04.010
- [21] 孙文静, 刘仕卿, 孙德安, 等. 饱和和高庙子膨润土的渗透特性[J]. 地下空间与工程学报, 2015, 11(1): 115
SUN Wenjing, LIU Shiqing, SUN Dean, et al. Permeability of saturated Gaomiaozi bentonite[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2015, 11(1): 115

(编辑 赵丽莹)