

DOI:10.11918/201904055

多约束导引控制一体化的自适应鲁棒滑模设计方法

姜尚, 田福庆, 孙世岩, 梁伟阁

(海军工程大学 兵器工程学院, 武汉 430033)

摘要: 在攻击机动目标的末制导段, 为使舰炮制导炮弹能够同时满足攻击角、视线角速率测量受限、执行器控制饱和等多项约束, 基于自适应鲁棒控制与动态面滑模设计了一种导引控制一体化设计方法. 首先, 在纵平面内, 建立了弹体的导引控制一体化设计模型. 然后, 设计扩张状态观测器迅速准确地估计出视线角速率与目标机动等未知干扰. 其次, 运用自适应指数趋近律设计了非奇异终端滑模, 以确保视线角跟踪误差与视线角速率在有限时间内收敛至零. 进而, 结合自适应鲁棒项构造动态面滑模与虚拟控制量用以镇定串级系统并削弱变结构项的抖振. 进一步地, 通过设计自适应 Nussbaum 增益函数, 较好地补偿了由舵机偏转受限引入的控制饱和和非线性问题. 运用 Lyapunov 稳定性理论严谨地证明了终端视线角跟踪误差、视线角速率的有限时间收敛性, 以及系统的一致最终有界性. 仿真实验表明, 所提出的设计方法能够使舰炮制导炮弹在打击具有不同机动形式的目标时, 均具备较好的导引控制性能.

关键词: 导引控制一体化; 多约束; 自适应鲁棒控制; 滑模控制; 制导炮弹

中图分类号: TJ413. +6 **文献标志码:** A **文章编号:** 0367 - 6234(2020)12 - 0074 - 10

Design method of adaptive robust sliding mode for integrated guidance and control with multiple constraints

JIANG Shang, TIAN Fuqing, SUN Shiyang, LIANG Weige

(Institute of Weapons Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: During the terminal guidance stage of striking maneuvering targets, in order to make large caliber naval gun guided projectiles meet multiple constraints of impact angle, line of sight (LOS) angle rate measurement limitation, and actuator control saturation at the same time, an integrated guidance and control (IGC) method was proposed based on adaptive robust control and sliding mode dynamic surface. First, the IGC design model of projectile in vertical plane was constructed. Next, the extended state observer (ESO) was designed to quickly and accurately estimate the LOS angle rate and unknown disturbances, such as target maneuvering. Then, a nonsingular terminal sliding mode was designed based on adaptive exponential reaching law, so that LOS angle tracking error and LOS angle rate could converge to zero in finite time. By combining adaptive robust terms, the sliding mode dynamic surface and virtual control variable were constructed to stabilize the system and reduce the chattering of variable structure terms. Furthermore, by designing an adaptive Nussbaum gain function, the nonlinear problem of control saturation caused by canard deflection limitation was well compensated. On the basis of the Lyapunov stability theory, the finite time convergence of terminal LOS angle tracking error and LOS angle rate as well as the uniform ultimate boundedness of the system were proved. Simulation experiment shows that the proposed design method can make naval gun guided projectiles possess well guidance performance while striking targets with different maneuvering forms.

Keywords: integrated guidance and control; multiple constraints; adaptive robust control; sliding mode control; guided projectile

随着科学技术的日新月异与海战思想的发展进步, 舰炮武器需要具备持续的火力支援能力与精确的远程打击能力^[1]. 舰炮制导炮弹效费比高, 可以对近岸目标进行有效毁伤, 较好地适应了信息化、远

程化、精确化的现代海战需求^[2].

末端导引控制是舰炮制导炮弹实现精确打击的技术核心, 直接决定其制导性能. 随着攻防装备体系的升级, 弹目相对运动速度加快, 导引与控制系统的频率接近, 不再满足时标分离条件^[3], 控制舱空间有限, 需要共享传感器, 以节省研发经费, 同时提高装备可靠性; 实战中客观存在的约束条件也制约着系统性能, 如攻击角约束、执行器控制饱和、视线角

收稿日期: 2019 - 04 - 06

基金项目: 海军装备预研项目(3020802010105)

作者简介: 姜尚(1992—), 男, 博士研究生;

田福庆(1962—), 男, 教授, 博士生导师

通信作者: 田福庆, tianfq001@126.com.

令 $\theta_{QT} = \theta_Q - \theta_T$, $\theta_{QP} = \theta_Q - \theta_P$, 对式(1)求导可得:

$$r\ddot{\theta}_Q = -2\dot{r}\dot{\theta}_Q + a_T \cos \theta_{QT} - a_P \cos \theta_{QP}.$$

考虑舵机一阶动态特性, 舰炮制导炮弹在铅直面内的动力学模型为

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = \omega_z - (Y - mg \cos \theta_P) / mv_P, \\ \dot{\omega}_z = M_z / J_z, \\ \dot{\delta}_z = (\delta_z^c - \delta_z) / \tau_z. \end{cases}$$

式中: ω_z 、 m 、 Y 、 M_z 、 J_z 分别为弹体俯仰角速率、质量、升力、俯仰力矩、转动惯量; δ_z^c 、 τ_z 分别为俯仰舵控制指令、时间常数; Y 、 M_z 分别为

$$\begin{cases} Y = Qsc'_y \alpha + Qsc'_y \delta_z, \\ M_z = Qslm'_z \alpha - Qslm'_z \omega_z / v_P + Qslm'_z \delta_z. \end{cases}$$

式中: Q 、 s 、 l 、 d 、 c'_y 、 $c'_y \delta_z$ 、 m'_z 、 $m'_z \omega_z$ 、 $m'_z \delta_z$ 分别为动压、参考面积、参考长度、弹径、组合体升力系数导数、俯仰舵升力系数导数、静力矩系数导数、赤道阻尼力矩系数导数、操纵力矩系数导数。

假设 2^[12] 升力主要由 α 产生, 将 δ_z 产生的升力视为有界不确定干扰。

1.2 近岸机动目标模型

近岸机动目标由一阶惯性环节描述:

$$\tau_T \dot{a}_T = a_T^c - a_T.$$

式中: τ_T 为时间常数, a_T^c 为法向加速度指令, 显然 a_T 、 \dot{a}_T 有界。

1.3 攻击角模型

将攻击角 ϑ_E 定义为命中时刻弹目速度夹角, 如图 2 所示, 攻击角约束即要求弹药以 ϑ_E 命中目标。

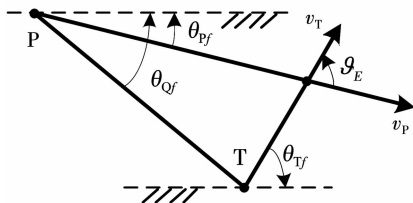


图 2 攻击角

Fig. 2 Impact angle

通过零化弹目相对法向速度可得:

$$\theta_{QF} = \theta_{TV} - \arctan\left(\frac{\sin \vartheta_E}{v_T/v_P - \cos \vartheta_E}\right).$$

由于近岸地势比较平坦, 而且能够使用无人侦察手段获取, 因此可以将 θ_{TV} 视为已知量。即, 对于任一给定的 ϑ_E , 都存在着唯一的 θ_{QF} 与之相对应^[11]。

1.4 系统状态空间

综上所述, 考虑模型假设、建模误差、气动参数

摄动等系统内外不确定干扰与俯仰舵偏角饱和, 定义系统的状态变量为 $[x_1, x_2, x_3, x_4, x_5]^T = [\theta_Q - \theta_{QF}, \dot{\theta}_Q, \alpha, \omega_z, \delta_z]^T$, 控制量为 $u = \delta_z^c$, 可得舰炮制导炮弹 IGC 的严反馈串级系统, 其状态空间为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = f_2(x_2) + a_2 x_3 + d_2, \\ \dot{x}_3 = f_3(x_3) + x_4 + d_3, \\ \dot{x}_4 = f_4(x_3, x_4) + a_4 \text{sat}_{\delta_z^{\max}}(x_5) + d_{40}, \\ \dot{x}_5 = f_5(x_5) + bu + d_5. \end{cases} \quad (2)$$

其中, 各函数与参量为

$$\begin{cases} f_2(x_2) = (-2\dot{r}x_2 + g \cos \theta_P \cos \theta_{QP}) / r, \\ f_3(x_3) = (-Qsc'_y x_3 / m + g \cos \theta_P) / v_P, \\ f_4(x_3, x_4) = (Qslm'_z x_3 - Qslm'_z x_4 / v_P) / J_z, \\ f_5(x_5) = -x_5 / \tau_z, a_2 = -Qsc'_y \cos \theta_{QP} / (mr), \\ a_4 = Qslm'_z / J_z, b = 1 / \tau_z. \end{cases} \quad (3)$$

d_i ($i=2, 3, 4, 5$) 是考虑目标机动、模型假设、建模误差、气动参数摄动的综合干扰项, 具体形式为

$$\begin{cases} d_2 = [a_T \cos \theta_{QT} - Qs \cos \theta_{QP} \Delta c'_y \alpha / m - Qs \cos \theta_{QP} (1 + \Delta) c'_y \delta_z / m] / r - \dot{a}_T / v_T + d_{2\Delta}, \\ d_3 = [-Qs \Delta c'_y \alpha - Qs (1 + \Delta) c'_y \delta_z] / mv_P + d_{3\Delta}, \\ d_{40} = (Qsl \Delta m'_z \alpha - Qsl \Delta m'_z \omega_z / v_P) / J_z + d_{4\Delta}, \\ d_5 = d_{5\Delta}. \end{cases}$$

式中: Δ 为气动参数摄动百分比, $d_{i\Delta}$ 为建模误差项。式(2)中, $\text{sat}_{\delta_z^{\max}}$ 为连续的饱和函数:

$$\text{sat}_{\delta_z^{\max}}(x_5) = \begin{cases} x_5, & |x_5| \leq \delta_z^{\max}; \\ \delta_z^{\max} \text{sign}(x_5), & |x_5| > \delta_z^{\max}. \end{cases}$$

为便于 IGC 的设计, 现引入一种连续可微的双曲正切函数 $g(x_5)$ 来描述俯仰舵偏角饱和。

$$\begin{cases} g(x_5) = \delta_z^{\max} (e^{x_5/\delta_z^{\max}} - e^{-x_5/\delta_z^{\max}}) / (e^{x_5/\delta_z^{\max}} + e^{-x_5/\delta_z^{\max}}), \\ g'(x_5) = \xi(x_5) = 4 / (e^{x_5/\delta_z^{\max}} + e^{-x_5/\delta_z^{\max}})^2. \end{cases}$$

此时系统状态空间为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = f_2(x_2) + a_2 x_3 + d_2, \\ \dot{x}_3 = f_3(x_3) + x_4 + d_3, \\ \dot{x}_4 = f_4(x_3, x_4) + a_4 g(x_5) + d_4, \\ \dot{x}_5 = f_5(x_5) + bu + d_5. \end{cases} \quad (4)$$

式中, $d_4 = d_{40} + a_4 d_{sg}$, $d_{sg} = \text{sat}_{\delta_z^{\max}}(x_5) - g(x_5)$ 。

假设 3^[14] d_i ($i=2, 3, 4, 5$) 及其 1 阶导数有界, 并满足不等式 $|d_i| \leq \zeta_i$ 、 $|\dot{d}_i| \leq \dot{\zeta}_{i\max}$, ζ_i 、 $\dot{\zeta}_{i\max}$ 为常数。

本文针对系统(4),在状态变量 x_2 测量受限、 x_5 饱和受限、 d_i 未知有界的条件下,通过设计方法 ARSMDS 得到控制量 u ,令 x_1 与 x_2 在有限时间内收敛至零点的任意小邻域内,系统一致最终有界。

2 ARSMDS 设计

2.1 ESO 设计

为快速获取 d_i 与 $\dot{\theta}_Q$ 较为精确的观测值,以补偿不确定干扰,并提供 LOS 速率信息。

为观测 d_2 ,定义观测量 $[z_{x_1}, z_{x_2}, z_{d_2}]$,建立 ESO 为

$$\begin{cases} \dot{e}_{21} = z_{x_1} - x_1, e_{22} = z_{x_2} - x_2, e_{23} = z_{d_2} - d_2, \\ \dot{z}_{x_1} = z_{x_2} - \beta_{21}e_{21}, \\ \dot{z}_{x_2} = f_2(x_2) + a_2x_3 + z_{d_2} - \beta_{22}\text{fal}(e_{21}, \sigma_{21}, \eta_{21}), \\ \dot{z}_{d_2} = -\beta_{23}\text{fal}(e_{21}, \sigma_{22}, \eta_{22}). \end{cases} \quad (5)$$

式中, $0 < \beta_{2i} (i = 1, 2, 3)$, $0 < \sigma_{2i} < 1 (i = 1, 2)$, $0 < \eta_{2i} < 1 (i = 1, 2)$,非线性函数 fal 为

$$\text{fal}(e, \sigma, \eta) = \begin{cases} |e|^\sigma \text{sign}(e), & |e| > \eta, \\ e/\eta^{1-\sigma}, & |e| \leq \eta. \end{cases}$$

通过文献[16]可推导出 ESO(5)的稳态误差为

$$\begin{cases} |e_{21}| \leq \eta_{22}^{1-\sigma_{22}} \dot{d}_{2\max}/\beta_{23}, \\ |e_{22}| \leq \beta_{21} \eta_{22}^{1-\sigma_{22}} \dot{d}_{2\max}/\beta_{23}, \\ |e_{23}| \leq [\beta_{22} \eta_{22}^{1-\sigma_{22}} / (\beta_{23} \eta_{21}^{1-\sigma_{21}}) + \beta_{21} \eta_{22}^{1-\sigma_{22}} / \beta_{23}] \dot{d}_{2\max}. \end{cases} \quad (6)$$

由式(6)可知,无论干扰项是否连续,选择合适参数,令 β_{23} 远大于 β_{21} 、 β_{22} ,就可以对其进行精确地观测,即 $z_{x_1} \rightarrow x_1$ 、 $z_{x_2} \rightarrow x_2$ 、 $z_{d_2} \rightarrow d_2$ 。同理,为观测 $d_i (i = 3, 4, 5)$,定义观测量 $[z_{x_i}, z_{d_i}]$,分别建立 ESO 为

$$\begin{cases} \dot{e}_{31} = z_{x_3} - x_3, e_{32} = z_{d_3} - d_3, \\ \dot{z}_{x_3} = f_3(x_3) + x_4 + z_{d_3} - \beta_{31}e_{31}, \\ \dot{z}_{d_3} = -\beta_{32}\text{fal}(e_{31}, \sigma_3, \eta_3), \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \dot{e}_{41} = z_{x_4} - x_4, e_{42} = z_{d_4} - d_4, \\ \dot{z}_{x_4} = f_4(x_3, x_4) + a_4g(x_5) + z_{d_4} - \beta_{41}e_{41}, \\ \dot{z}_{d_4} = -\beta_{42}\text{fal}(e_{41}, \sigma_4, \eta_4), \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \dot{e}_{51} = z_{x_5} - x_5, e_{52} = z_{d_5} - d_5, \\ \dot{z}_{x_5} = f_5(x_5) + bu + z_{d_5} - \beta_{51}e_{51}, \\ \dot{z}_{d_5} = -\beta_{52}\text{fal}(e_{51}, \sigma_5, \eta_5). \end{cases} \quad (9)$$

式中,各参数取值范围同式(5)。

2.2 非奇异终端滑模设计

为保证系统(4)中的 x_1 、 x_2 在有限时间内快速

收敛至零点的任意小邻域内。

引理 1^[1,17] 考虑如下系统:

$$\dot{x} = f(x, t), f(0, t) = 0, x \in \mathbf{R}^n.$$

$V(x)$ 是定义在原点邻域上的连续可微正定函数,如果存在正实数 $c, \alpha < 1$,使得不等式 $\dot{V}(x) \leq -cV^\alpha(x)$ 成立,则系统在原点处有限时间稳定,稳定时间 $< V^{1-\alpha}(0)/c(1-\alpha)$ 。

现选用一种非奇异终端滑模:

$$s_2 = x_1 + \beta |x_2|^\gamma \text{sign}(x_2), 0 < \beta, 1 < \gamma < 2, \quad (10)$$

求导可得:

$$\dot{s}_2 = x_2 + \beta\gamma |x_2|^{\gamma-1} [f_2(x_2) + a_2x_3 + d_2]. \quad (11)$$

为了使滑模在趋近的过程中具备优良的性能,运用弹目接近速率与弹目相对距离来设计滑模的自适应指数趋近律,即

$$\dot{s}_2 = -k_2 \text{sign}(s_2) - |\dot{r}| c_2 s_2 / r. \quad (12)$$

式中, $|e_{21}| \leq k_2, 0 < c_2$,联立式(11)、(12),并去掉奇异因子 $|x_2|^{1-\gamma}/\beta\gamma$ 可得:

$$\begin{aligned} \bar{x}_3 = & -[|x_2|^{2-\gamma} \text{sign}(x_2) / \beta\gamma + f_2(x_2) + \\ & z_{d_2} + k_2 \text{sign}(s_2) + |\dot{r}| c_2 s_2 / r] / a_2. \end{aligned} \quad (13)$$

定理 1 针对由系统(4)中第 1、2 个等式所组成的子系统,通过 ESO(5)与控制指令(13)的调控, x_1 与 x_2 在有限时间收敛内收敛至零点附近任意小的邻域内。

证明 选取 Lyapunov 函数 $V_2 = s_2^2/2$,求导可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & s_2 \dot{s}_2 = s_2 \{x_2 + \beta\gamma |x_2|^{\gamma-1} [f_2(x_2) + a_2x_3 + d_2]\} = \\ & \beta\gamma |x_2|^{\gamma-1} s_2 [d_2 - z_{d_2} - k_2 \text{sign}(s_2) - |\dot{r}| c_2 s_2 / r] = \\ & -\beta\gamma |x_2|^{\gamma-1} (c_2 |\dot{r}| s_2^2 / r - e_{21} s_2 - k_2 |s_2|) \leq \\ & -\beta\gamma |x_2|^{\gamma-1} c_2 |\dot{r}| s_2^2 / r. \end{aligned}$$

根据 Lyapunov 稳定性定理,当 $x_2 \neq 0$ 时, s_2 在有限时间内收敛至零,当 $x_2 = 0$ 时也成立^[18],在此后有

$$\dot{x}_1 = -\beta^{-\frac{1}{\gamma}} |x_1|^{\frac{1}{\gamma}} \text{sign}(x_1).$$

选取 Lyapunov 函数 $V_{x_1} = x_1^2/2$,求导可得:

$$\dot{V}_{x_1} = -\beta^{-\frac{1}{\gamma}} |x_1|^{\frac{1}{\gamma}+1} = -2^{\frac{1+\gamma}{2\gamma}} \beta^{-\frac{1}{\gamma}} V_{x_1}^{\frac{1+\gamma}{2\gamma}}.$$

根据引理 1, x_1 、 x_2 在有限时间内收敛至零点附近任意小的邻域内。

为了削弱控制量的高频震颤,在现有文献中,通常引入连续饱和函数 $\text{sat}(s) = s/(|s| + \delta)$ 来替换滑模切换项, $0 < \delta$,则有

$$\begin{aligned} \bar{x}_3 = & -[|x_2|^{2-\gamma} \text{sign}(x_2) / \beta\gamma + f_2(x_2) + \\ & z_{d_2} + k_2 \text{sat}(s_2) + |\dot{r}| c_2 s_2 / r] / a_2. \end{aligned} \quad (14)$$

2.3 自适应鲁棒动态面设计

针对镇定系统(4),简化虚拟控制量的求解过程,并结合自适应鲁棒项削弱抖振.

步骤 1 定义 s_2 为动态面 2

令 \bar{x}_3 作为虚拟控制量,使 $s_2 \rightarrow 0$,为避免对 \bar{x}_3 直接微分,通过一阶滤波器得到 x_{3d} :

$$\begin{cases} \tau_3 \dot{x}_{3d} + x_{3d} = \bar{x}_3, \\ x_{3d}(0) = \bar{x}_3(0). \end{cases} \quad 0 < \tau_3$$

步骤 2 定义动态面 3 为

$$s_3 = x_3 - x_{3d},$$

求导可得:

$$\dot{s}_3 = \dot{x}_3 - \dot{x}_{3d} = f_3(x_3) + x_4 + d_3 - \dot{x}_{3d}.$$

设计虚拟控制量 \bar{x}_4 ,使 $s_3 \rightarrow 0$,即

$$\bar{x}_4 = \underbrace{-f_3(x_3)}_1 - \underbrace{z_{d3} + \dot{x}_{3d}}_2 - \underbrace{\hat{\zeta}_3 s_3 - c_3 s_3}_3. \quad (15)$$

式中包括 3 部分:线性反馈项、负定增益项与自适应鲁棒项, $\hat{\zeta}_i (i=3,4,5)$ 为 ζ_i 的观测值,设计自适应律为

$$\dot{\hat{\zeta}}_i = \kappa_i (s_i^2 - \mu_i \hat{\zeta}_i), \quad 0 < \kappa_i, 0 < \mu_i. \quad (16)$$

选取观测误差:

$$\tilde{\zeta}_i = \zeta_i - \hat{\zeta}_i.$$

为避免对 \bar{x}_4 直接微分,通过一阶滤波器得到 x_{4d} 为

$$\begin{cases} \tau_4 \dot{x}_{4d} + x_{4d} = \bar{x}_4, \\ x_{4d}(0) = \bar{x}_4(0). \end{cases} \quad 0 < \tau_4$$

步骤 3 定义动态面 4 为

$$s_4 = x_4 - x_{4d},$$

求导可得:

$$\dot{s}_4 = \dot{x}_4 - \dot{x}_{4d} = f_4(x_3, x_4) + a_4 g(x_5) + d_4 - \dot{x}_{4d}.$$

同理设计虚拟控制量 \bar{g} ,使 $s_4 \rightarrow 0$,即

$$\bar{g} = -[f_4(x_3, x_4) - \dot{x}_{4d} + z_{d4} + \hat{\zeta}_4 s_4 + c_4 s_4] / a_4. \quad (17)$$

为避免对 \bar{g} 直接微分,通过一阶滤波器得到 g_d :

$$\begin{cases} \tau_5 \dot{g}_d + g_d = \bar{g}, \\ g_d(0) = \bar{g}(0). \end{cases} \quad 0 < \tau_5$$

步骤 4 定义动态面 5 为

$$s_5 = g - g_d,$$

求导可得:

$$\dot{s}_5 = \dot{g} - \dot{g}_d = \xi[f_5(x_5) + bu + d_5] - \dot{g}_d.$$

定义 1^[19] 若连续函数 $N(\chi)$ 满足以下性质:

$$\limsup_{t \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{t} \int_0^t N(\chi) d\chi = \infty,$$

$$\liminf_{t \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{t} \int_0^t N(\chi) d\chi = -\infty,$$

则 $N(\chi)$ 为 Nussbaum 函数.

为有效地处理出现的控制输入饱和和受限问题,设计控制量为:

$$u = [N(\chi)\bar{u} - z_{d5}] / b, \quad (18)$$

$$\bar{u} = -\xi f_5(x_5) + \dot{g}_d - \hat{\zeta}_5 s_5 - c_5 s_5, \quad 0 < c_5 \quad (19)$$

选取 Nussbaum 函数,设计其自适应律为:

$$N(\chi) = e^{\chi^2} \cos(\chi),$$

$$\dot{\chi} = \gamma_\chi \bar{u} s_5, \quad 0 < \gamma_\chi$$

3 稳定性分析

引理 2^[20] 对任意给定的 1 阶线性非齐次微分方程 $dy/dt + P(x)y = Q(x)$, 它的通解形式为

$$y = Ce^{-\int P(x)dx} + e^{-\int P(x)dx} \int Q(x) e^{\int P(x)dx} dx,$$

其中, C 为任意常数.

引理 3^[21] $V(t)$ 与 $\chi(t)$ 是定义域为 $[0, t_f)$ 的光滑函数, $0 \leq V(t)$, $N(\cdot)$ 是光滑 Nussbaum 函数, $\forall t \in [0, t_f)$, 若有不等式下式成立, 则 $V(t)$ 与 $\chi(t)$ 是有界的.

$$V(t) \leq V(0)e^{-Ct} + \frac{M}{C}(1 - e^{-Ct}) +$$

$$\frac{e^{-Ct}}{\gamma_\chi} \int_0^t \dot{\chi} [\xi N(\chi) - 1] e^{C\tau} d\tau.$$

$$0 < C, 0 < M$$

虚拟控制量的误差项为

$$y_i = x_{id} - \bar{x}_i, y_g = g_d - \bar{g}, (i=3,4)$$

求导可得:

$$\dot{x}_{id} = -y_i / \tau_i, \dot{g}_d = -y_g / \tau_5. (i=3,4)$$

进一步推导可得:

$$\dot{y}_i = -y_i / \tau_i - \dot{x}_i, \dot{y}_g = -y_g / \tau_5 - \dot{g}. (i=3,4)$$

由文献[22]可知,存在正实数 M_i, M_g 使得 $\dot{x}_i \leq M_i, \dot{g} \leq M_g$ 成立.

经推导可得:

$$x_i = s_i + y_i + \bar{x}_i, g = s_5 + y_g + \bar{g}. (i=3,4)$$

选取全系统 Lyapunov 函数 V , 即

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=2}^5 s_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=3}^4 y_i^2 + \frac{1}{2} y_g^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=3}^5 \frac{\tilde{\zeta}_i^2}{\mu_i}. \quad (20)$$

定义动态面向量 $s = [s_2, s_3, s_4, s_5]^T$, 其范数为

$$\|s\| = \frac{1}{T} \int_0^T s^T s dt.$$

定理 2 对于系统(4),采用式(5)、(7)~(9)的 ESO,鲁棒自适应律为式(16),控制量如式(14)、

(15)、(17)、(18)、(19) 通过选择适宜的参数, 系统一致最终有界, 动态面向量的范数 $\|s\|$ 满足下式:

$$\frac{2}{\gamma_\chi T} \int_0^T \chi [\xi N(\chi) - 1] dt, 0 < \varepsilon. \quad (21)$$

$$\|s\| \leq \frac{1}{\varepsilon} \left\{ \frac{2V(0)}{T} + \sum_{i=3}^5 \left(\frac{\zeta_i}{2} + \kappa_i \zeta_i^2 \right) + \frac{3}{2} \rho^2 + \right.$$

证明 对式(20)进行微分, 可得:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \sum_{i=2}^5 s_i \dot{s}_i + \sum_{i=3}^4 y_i \dot{y}_i + y_g \dot{y}_g + \sum_{i=3}^5 \tilde{\zeta}_i \dot{\zeta}_i = s_2 \{ x_2 + \beta \gamma |x_2|^{\gamma-1} [f_2(x_2) + a_2(s_3 + y_3 + \bar{x}_3) + d_2] \} + \\ & s_3 [f_3(x_3) + (s_4 + y_4 + \bar{x}_4) + d_3 - \dot{x}_{3d}] + s_4 [f_4(x_3, x_4) + a_4(s_5 + y_g + \bar{g}) + d_4 - \dot{x}_{4d}] + \\ & s_5 \{ \xi [f_5(x_5) + bu + d_5] - \dot{g}_d \} + \sum_{i=3}^4 y_i \left(-\dot{x}_i - \frac{y_i}{\tau_i} \right) + y_g \left(-\dot{g} - \frac{y_g}{\tau_5} \right) + \sum_{i=3}^5 -\tilde{\zeta}_i (s_i^2 - \kappa_i \zeta_i^2) \leq \\ & \beta \gamma |x_2|^{\gamma-1} a_2 s_2 (s_3 + y_3) + \beta \gamma |x_2|^{\gamma-1} s_2 [d_2 - z_{d2} - k_2 \text{sign}(s_2) - \frac{|\dot{r}|}{r} c_2 s_2] + s_3 (s_4 + y_4) + \\ & s_3 [d_3 - z_{d3} - \dot{\zeta}_3 s_3 - c_3 s_3] + a_4 s_4 (s_5 + y_g) + s_4 [d_4 - z_{d4} - \dot{\zeta}_4 s_4 - c_4 s_4] + s_5 \{ [\xi N(\chi) - 1] \bar{u} + \\ & \xi (d_5 - z_{d5}) - \dot{\zeta}_5 s_5 - c_5 s_5 \} + \sum_{i=3}^4 y_i \left(-\frac{y_i}{\tau_i} + M_i \right) + y_g \left(-\frac{y_g}{\tau_5} + M_g \right) + \sum_{i=3}^5 \left(-\tilde{\zeta}_i s_i^2 - \frac{\kappa_i}{2} \tilde{\zeta}_i^2 + \frac{\kappa_i}{2} \zeta_i^2 \right) \leq \\ & \beta \gamma |x_2|^{\gamma-1} a_2 (s_2^2 + \frac{s_3^2}{2} + \frac{y_3^2}{2}) - \beta \gamma |x_2|^{\gamma-1} \frac{|\dot{r}|}{r} c_2 s_2^2 + (s_3^2 + \frac{s_4^2}{2} + \frac{y_4^2}{2}) - c_3 s_3^2 + a_4 (s_4^2 + \frac{s_5^2}{2} + \frac{y_5^2}{2}) - \\ & c_4 s_4^2 - c_5 s_5^2 + s_5 [\xi N(\chi) - 1] \bar{u} + \sum_{i=3}^4 \left(\frac{M_i^2}{\rho^2} - \frac{1}{\tau_i} \right) y_i^2 + \left(\frac{M_g^2}{\rho^2} - \frac{1}{\tau_5} \right) y_g^2 + \frac{3}{4} \rho^2 - \frac{1}{2} \sum_{i=3}^5 \kappa_i \tilde{\zeta}_i^2 + \sum_{i=3}^5 \left(\frac{\zeta_i}{4} + \frac{\kappa_i}{2} \zeta_i^2 \right) \leq \\ & - \underbrace{\beta \gamma |x_2|^{\gamma-1} \left(\frac{|\dot{r}|}{r} c_2 - a_2 \right) s_2^2}_{m1} - \underbrace{\left(c_3 - 1 - \frac{\beta \gamma |x_2|^{\gamma-1} a_2}{2} \right) s_3^2}_{m2} - \underbrace{\left(c_4 - a_4 - \frac{1}{2} \right) s_4^2}_{m3} - \underbrace{\left(c_5 - \frac{a_4}{2} \right) s_5^2}_{m4} + \\ & \frac{\dot{\chi}}{\gamma_\chi} [\xi N(\chi) - 1] - \underbrace{\left(\frac{1}{\tau_3} - \frac{M_3^2}{\rho^2} - \frac{\beta \gamma |x_2|^{\gamma-1} a_2}{2} \right) y_3^2}_{m5} - \underbrace{\left(\frac{1}{\tau_4} - \frac{M_4^2}{\rho^2} - \frac{1}{2} \right) y_4^2}_{m6} - \underbrace{\left(\frac{1}{\tau_5} - \frac{M_g^2}{\rho^2} - \frac{a_4}{2} \right) y_g^2}_{m7} - \sum_{i=3}^5 \frac{\kappa_i \mu_i}{2} \tilde{\zeta}_i^2 + \\ & \frac{3}{4} \rho^2 + \sum_{i=3}^5 \left(\frac{\zeta_i}{4} + \frac{\kappa_i}{2} \zeta_i^2 \right). \end{aligned} \quad (22)$$

为保证系统稳定, 选取合适的参数满足:

由上式可知, 影响系统收敛速度与精度的参数主要有 $\varepsilon, \zeta, \gamma_\chi$, 经分析可知 ε, γ_χ 与收敛精度成正相关, ζ 与收敛精度成负相关, 进一步地, 可以通过调整影响 $\varepsilon, \zeta, \gamma_\chi$ 的 m_i, ρ, κ_i 等参数来间接调控收敛速度与精度, 但这些参数的取值必须满足式(21). 根据引理 3 与 Barbalat 引理, 系统一致最终有界. 进而, 式(21)经过进一步地推导, 可得:

$$\begin{cases} c_2 \geq (\ell + a_2) r / |\dot{r}|, \\ c_3 \geq \ell + \beta \gamma |x_2|^{\gamma-1} a_2 / 2 + 1, \\ c_4 \geq \ell + a_4 + 1/2, \\ c_5 \geq \ell + a_4 / 2, \\ 1/\tau_3 \geq \ell + M_3^2 / \rho^2 + \beta \gamma |x_2|^{\gamma-1} a_2 / 2, \\ 1/\tau_4 \geq \ell + M_4^2 / \rho^2 + 1/2, \\ 1/\tau_5 \geq \ell + M_g^2 / \rho^2 + a_4 / 2, \\ \kappa_i \mu_i \geq 2\ell. \end{cases}$$

令正常数 $\varepsilon = \min \{ m_i (i=1, 2, \dots, 8) \}$, 取正常

数为 $\zeta = \frac{3}{4} \rho^2 + \sum_{i=3}^5 \left(\frac{\zeta_i}{4} + \frac{\kappa_i}{2} \zeta_i^2 \right)$, 则式(22)可化为如下形式:

$$\dot{V} \leq -2\varepsilon V + \zeta + \frac{\dot{\chi}}{\gamma_\chi} [\xi N(\chi) - 1]. \quad (23)$$

由引理 2 可得式(23)的解满足如下不等式:

$$\begin{aligned} V(t) \leq & V(0) e^{-2\varepsilon t} + \frac{\zeta}{2\varepsilon} (1 - e^{-2\varepsilon t}) + \\ & \frac{e^{-2\varepsilon t}}{\gamma_\chi} \int_0^t \dot{\chi} [\xi N(\chi) - 1] e^{2\varepsilon \tau} d\tau. \end{aligned} \quad (24)$$

$$\|s\| \leq \frac{1}{T} \int_0^T V dt \leq \frac{1}{\varepsilon} \left\{ \zeta - \frac{1}{T} \int_0^T \dot{V} dt + \right.$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T \frac{\dot{\chi}}{\gamma_\chi} [\xi N(\chi) - 1] dt \leq$$

$$\frac{1}{\varepsilon} \left\{ \zeta + \frac{V(T) + V(0)}{T} + \right.$$

$$\left. \frac{1}{T} \int_0^T \frac{\dot{\chi}}{\gamma_\chi} [\xi N(\chi) - 1] dt \right\}.$$

由式(24)可得:

$$V(T) - V(0) \leq V(T) - V(0) e^{-2\varepsilon T} \leq$$

$$\frac{\zeta}{2\varepsilon} (1 - e^{-2\varepsilon T}) + \int_0^T \frac{\dot{\chi}}{\gamma_\chi} [\xi N(\chi) - 1] e^{-2\varepsilon(T-t)} dt \leq$$

$$\zeta + \frac{1}{\gamma_\chi} \int_0^T \dot{\chi} [\xi N(\chi) - 1] dt. \quad (25)$$

进一步地,由式(24)、(25),推导可得:

$$\|s\| \leq \frac{1}{\varepsilon} \left\{ \frac{2V(0)}{T} + 2\zeta + \frac{2}{\gamma_\chi T} \int_0^t \dot{\chi} [\xi N(\chi) - 1] dt \right\},$$

证毕.

4 仿真实验

为验证 ARSMDS 的有效性鲁棒性,考虑了气动参数摄动,通过数字仿真模拟复现了打击正弦与方波机动目标的工况,并引入文献[19]中的自适应动态面控制(ADSC)作为对比,受篇幅所限仅展示部分结果.

弹体气动参数、弹目运动参数、制导参数见表 1~3. 了体现 ARSMDS 无需视线角速率,式(3)、(4)、(5)、(10)、(14)中都使用 z_{s2} , 设定导引盲区为 30 m,盲区内舵机指令不变,依靠惯性飞行.

表 1 弹体气动参数

Tab. 1 Aerodynamic parameters of projectile

参数	数值	参数	数值
c'_y	23.12	$m'_{z'}$	11.44
c'_{y^2}	4.92	m'_{z^2}	2.11
$m'_{z'}$	-7.03		

表 2 弹目运动参数

Tab. 2 Motion parameters of projectile and target

参数	数值	参数	数值
弹体初始位置 $(x_{P0}, y_{P0}) / m$	(0, 3 000)	$v_p / (m \cdot s^{-1})$	357
初始弹道倾角 $\theta_{P0} / (^\circ)$	-10	$\delta_z^{max} / (^\circ)$	15
$\theta_{0f} / (^\circ)$	-70	τ_g	0.1
目标初始位置 $(x_{T0}, y_{T0}) / m$	(4 000, 0)	$v_T / (m \cdot s^{-1})$	30
初始目标弹道倾角 $\theta_{T0} / (^\circ)$	0	τ_T	0.01

表 3 导引控制参数

Tab. 3 Parameters of guidance and control

参数	数值	参数	数值	参数	数值	参数	数值
β_{21}	10	σ_{21}	0.050	η_5	0.10	τ_4	0.01
β_{22}	60	σ_{22}	0.025	β	10	τ_5	0.01
β_{23}	300	σ_3	0.050	γ	1.5	μ_3	10
β_{31}	10	σ_4	0.050	k_2	0.5	μ_4	10
β_{32}	60	σ_5	0.050	c_2	2	μ_5	10
β_{41}	10	η_{21}	0.10	c_3	3	κ_3	1
β_{42}	60	η_{22}	0.05	c_4	3	κ_4	1
β_{51}	10	η_3	0.10	c_5	2	κ_5	1
β_{52}	60	η_4	0.10	τ_3	0.01		

4.1 工况 1: 正弦机动目标

此时,设定 $a_T^c = 3\sin(t)$ (m/s^2), 仿真实验结果见表 4 与如图 3 所示.

表 4 工况 1 仿真实验结果

Tab. 4 Simulation results of operating condition 1

情况	方法	脱靶量/m	命中时间/s	终端角误差/ $(^\circ)$
标称	ARSMDS	0.16	15.12	0.11
	ADSC	0.49	15.47	0.43
摄动 20%	ARSMDS	0.20	15.16	0.18
	ADSC	0.95	15.84	0.87

图 3(a)为弹目运动轨迹, ARSMDS、ASDC 都可以成功地攻击正弦机动目标, ARSMDS 弹道更为平直,通过分析表 4 可知, ARSMDS 使脱靶量等重要指标得到了优化,降低了气动参数摄动对制导系统的影响. 法向加速度在图 3(b)中展示,仅采用自适应鲁棒项的 ASDC 不能有效地处理未知干扰,而 ARSMDS 将 ESO 与鲁棒控制相结合,降低了加速度的峰值与变化范围,变化趋势更为平滑. 从图 3(c)中可以看出,准攻角的变化趋势与法向加速度保持一致,验证了假设 2 的正确性, ASDC 受气动参数摄动影响较大,出现了突变与发散的现象,而 ARSMDS 通过 ESO 与鲁棒项的调控,使准攻角的变化始终保持在较小的范围内,有益于弹体稳定飞行. 由图 3(d)可知,通过引入自适应 Nussbaum 函数, ARSMDS 有效地处理了饱和和非线性问题,较好地保护了舵机,尽量避免因舵机控制饱和而达不到战技指标. 视线角、视线角速率的变化情况如图 3(e)、(f)所示,在 ARSMDS 的调控下,视线角与视线角速率自 7 s 后能够稳定地保持收敛状态, x_1 与 x_2 有限时间收敛, ARSMDS 收敛速度优于 ASDC. 分析图 3(f)~图 3(i)可知, ESO 能够对视线角速率与干扰进行快速准确地观测,为设计方法提供重要信息,使弹体具备足够的可用过载,以补偿不确定性干扰对制导飞行的负面影响.

4.2 工况 2: 方波机动目标

设定 $a_T^c = 3\text{sign}[\sin(t/4)]$ (m/s^2), 结果见表 5 与如图 4 所示.

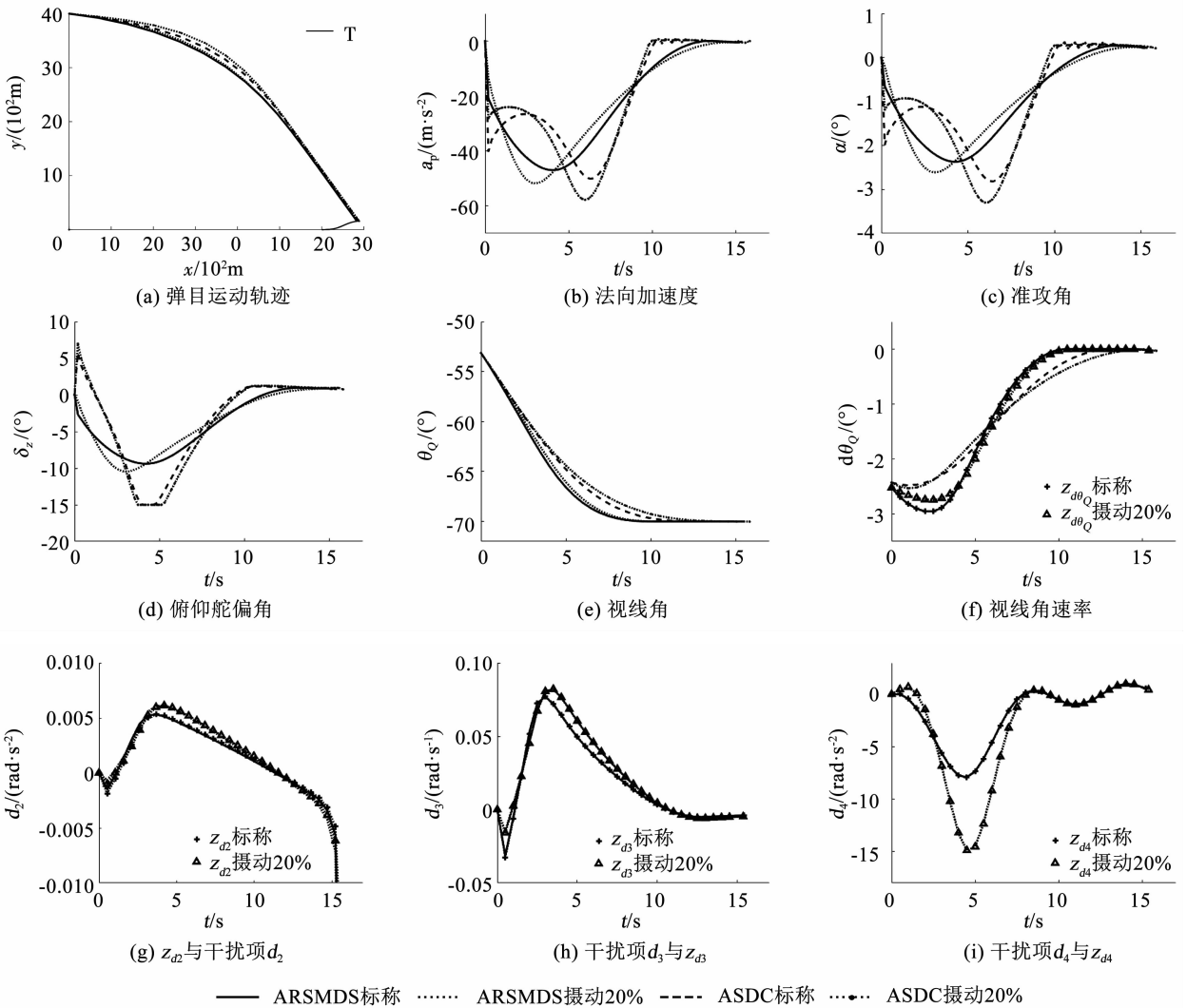


图 3 工况 1 仿真实验曲线

Fig. 3 Simulation curves of operating condition 1

表 5 工况 2 仿真实验结果

Tab. 5 Simulation results of operating condition 2

情况	方法	脱靶量/m	命中时间/s	攻击角误差/(°)
标称	ARSMDS	0.21	15.19	0.16
	ADSC	0.65	15.52	0.56
摄动 20%	ARSMDS	0.26	15.23	0.23
	ADSC	1.12	15.95	0.96

图 4(a) 为弹目运动轨迹, 两种设计方法都可以令弹体命中作正弦机动的目标, 通过分析表 5 可知, ARSMDS 在 ESO 与自适应鲁棒项的调控下, 降低了气动参数摄动的不利影响, 提升了制导系统性能. 法向加速度的仿真曲线在图 4(b) 中描述, ASDC 受气动参数摄动等不确定性干扰的影响较大, 致使其加速度峰值较大、收敛速率缓慢, 并且存在抖振发散的现象, 而 ARSMDS 使弹体能够较好地适应气动参数在一定范围内的摄动, 制导系统具备良好的鲁棒性.

图 4(c) 展示了准攻角的变化曲线, 由于设计并采用了 ESO、自适应鲁棒项等有效措施, ARSMDS 准攻角的变化范围较小、变化趋势平缓, 这有利于弹体在末制导段的稳定飞行. 观察图 4(d), 在不确定性干扰的影响下, ASDC 舵偏峰值与变化范围都比较大, 而 ARSMDS 通过引入自适应 Nussbaum 增益函数, 妥善地处理了由舵偏受限诱发的控制饱和和非线性. 视线角与视线角速率的变化情况在图 4(e) ~ 图 4(f) 中描绘, ARSMDS 可以令终端视线角跟踪误差在 7 s 后保持稳定的收敛状态, 充分体现出“定理 1”的正确性. 图 4(f) ~ 图 4(i) 表明 ESO 具有良好的观测性能与鲁棒性, 即使在气动参数摄动范围较大的工况下也能够快速准确地观测出视线角速率与综合干扰项, 为 ARSMDS 提供了准确的必要反馈信息, 使弹体具备足够的可用过载, 进一步提升了制导系统性能与战技指标.

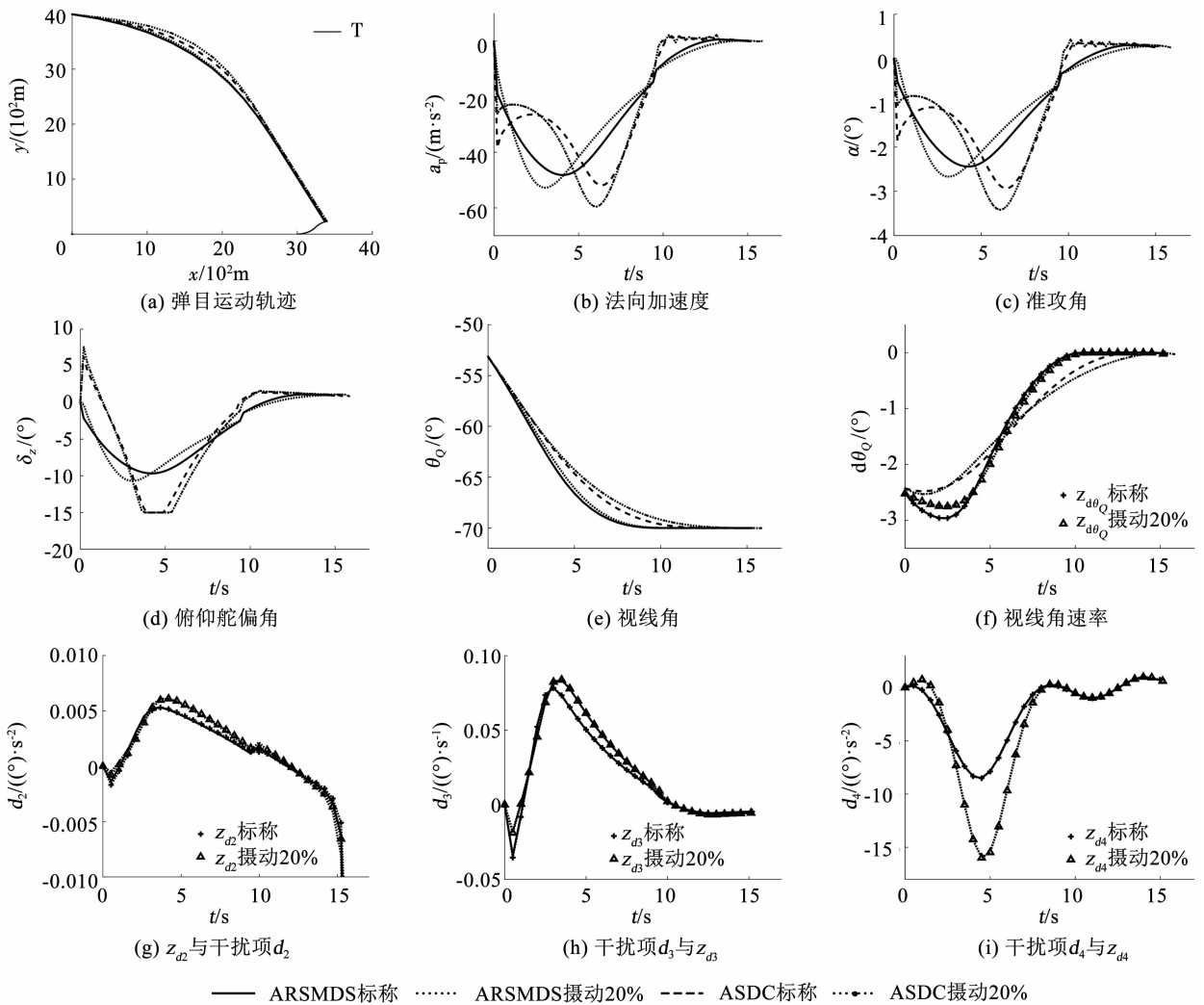


图 4 工况 2 仿真实验曲线

Fig. 4 Simulation curves of operating condition 2

5 结 论

1) ESO 准确迅速地观测出视线角速率与各类未知干扰,降低了制导炮弹的硬件设计要求。

2) 结合自适应鲁棒设计了动态面滑模,避免了微分膨胀并有效地解决了切换增益难以确定所导致的控制量抖振。

3) 严谨地证明了终端视线角跟踪误差、视线角速率的有限时间收敛性,以及系统的一致最终有界性。

参考文献

[1] 姜尚, 田福庆, 孙世岩, 等. 滚转舰炮制导炮弹的空间多约束导引与控制一体化设计[J]. 航空学报, 2019, 40(10): 323101
 JIANG Shang, TIAN Fuqing, SUN Shiyan, et al. Design of integrated guidance and control in space with multiple constraints of rolling naval gun guided projectile [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2019, 40 (10): 323101. DOI: 10. 7527/S1000 - 6893. 2019. 23101

[2] 孙世岩, 朱惠民, 宋歆, 等. 舰炮制导炮弹发展研究[J]. 火力与指挥控制, 2016, 41(12): 5
 SUN Shiyan, ZHU Huimin, SONG Xin, et al. Study of developing naval gun guided ammunition[J]. Fire Control & Command Control, 2016, 41(12): 5. DOI:10. 3969/j. issn. 1002 - 0640. 2016. 12. 001

[3] ZHURBAL A, IDAN M. Effect of estimation on the performance of an integrated missile guidance and control system [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2011, 47(4): 2690. DOI:10. 1109/TAES. 2011. 6034659

[4] LI Qingchun, ZHANG Wensheng, HAN Gang, et al. Fuzzy sliding mode control guidance law with terminal impact angle and acceleration constraints [J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2016, 27(3): 664. DOI: 10. 1109/JSEE. 2016. 00070

[5] WILLIAMS D, RICHMAN J, FRIEDLAND B. Design of an integrated strapdown guidance and control system for a tactical missile [C]//Proceedings of AIAA Guidance & Control Conference. Gatlinburg, TN: AIAA, 1983: 57. DOI: 10. 2514/6. 1983 - 2169

[6] VADDI S S, MENON P K, OHLMEYER E J. Numerical state-dependent Riccati equation approach for missile integrated guidance control [J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2009, 32(2): 699. DOI: 10. 2514/1. 34291

- [7] 杨靖, 王旭刚, 王中原, 等. 基于滑模观测器的鲁棒变结构一体化导引控制律[J]. 兵工学报, 2017, 38(2): 246
 YANG Jing, WANG Xugang, WANG Zhongyuan, et al. Sliding-mode-observer-based robust variable structure control for integrated autopilot-guidance[J]. Acta Armamentarii, 2017, 38(2): 246. DOI: 10.3969/j.issn.1000-1093.2017.02.006
- [8] WEN Changyun, ZHOU Jing, LIU Zhitao, et al. Robust adaptive control of uncertain nonlinear systems in the presence of input saturation and external disturbance [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2011, 56(7): 1672. DOI:10.1109/tac.2011.2122730
- [9] SEYEDIPOUR S H, JEGARKANDI M F, SHAMAGHDARI S. Nonlinear integrated guidance and control based on adaptive backstepping scheme [J]. Aircraft Engineering and Aerospace Technology, 2017, 89(3): 415. DOI:10.1108/AEAT-12-2014-0209
- [10] SHAO Xingling, WANG Honglun. Back-stepping active disturbance rejection control design for integrated missile guidance and control system via reduced-order ESO [J]. ISA Transactions, 2015, 57(4): 10. DOI: 10.1016/j.isatra.2015.02.013
- [11] SHTESSEL Y B, TOURNES C H. Integrated higher-order sliding mode guidance and autopilot for dual-control missiles[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2009, 32(1): 79. DOI: 10.2514/1.36961
- [12] WU Peng, YANG Ming. Integrated guidance and control design for missile with terminal impact angle constraint based on sliding mode control[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2010, 21(4): 623. DOI: 10.3969/j.issn.1004-4132.2010.04.015
- [13] KUMAR S R, RAO S, GHOSE D. Nonsingular terminal sliding mode guidance with impact angle constraints [J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2014, 37(4): 1114. DOI: 10.2514/1.62737
- [14] RAN Maopeng, WANG Qing, HOU Delong. Backstepping design of missile guidance and control based on adaptive fuzzy sliding mode control[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2014, 27(3): 634. DOI: 10.1016/j.cja.2014.04.007
- [15] 韩京清. 自抗扰控制技术—估计补偿不确定因素的控制技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 2008
 HAN Jingqing. Active disturbance rejection control technique—the technique for estimating and compensating the uncertainties [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2008
- [16] ZHU Zheng, XU Dong, LIU Jingmeng, et al. Missile guidance law based on extended state observer [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2013, 60(12): 5882. DOI: 10.1109/tie.2012.2232254
- [17] GUO Chao, LIANG Xiaogeng. Integrated guidance and control based on block backstepping sliding mode and dynamic control allocation [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 2015, 229(9): 1559. DOI: 10.1177/0954410014555558
- [18] FENG Yong, YU Xinghuo, MAN Zhihong. Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators[J]. Automatica, 2002, 38(12): 2159. DOI: 10.1016/s0005-1098(02)00147-4
- [19] NUSSBAUM R D. Some remarks on a conjecture in parameter adaptive control[J]. Systems & Control Letters, 1983, 3(5): 243. DOI: 10.1016/0167-6911(83)90021-X
- [20] HOU Mingzhe, DUAN Guangren. Adaptive dynamic surface control for integrated missile guidance and autopilot [J]. International Journal of Automation and Computing, 2011, 8(1): 122. DOI: 10.1007/s11633-010-0563-z
- [21] LI Yongming, TONG Shaocheng, LI Tieshan. Direct adaptive fuzzy backstepping control of uncertain nonlinear systems in the presence of input saturation [J]. Neural Computing and Applications, 2013, 23(5): 1207. DOI: 10.1007/s00521-012-0993-3
- [22] YAMASAKI T, BALARISHNAN S N, TAKANO H, et al. Second order sliding mode-based intercept guidance with uncertainty and disturbance compensation [J]. AIAA Guidance, Navigation and Control, 2013, 39(5): 1. DOI: 10.2514/6.2013-5115

(编辑 张 红)