

DOI:10.11918/201905245

GPS 辅助的 SINS 系统快速动基座初始对准

王伟,刘萌,薛冰

(哈尔滨工程大学 自动化学院,哈尔滨 150001)

摘要:为实现基于优化的动基座对准算法(OBA)对陀螺仪误差的估计,并使其能够应用于低精度 SINS 系统中,将自适应无迹卡尔曼滤波算法与 OBA 算法相结合,提出一种新的由 GPS 辅助的 SINS 系统快速动基座对准(FIMA)算法.该算法首先推导了陀螺仪常值漂移与失准角之间的关系,并以此构建非线性系统状态方程,然后用重力加速度和 GPS 输出速度的积分构建量测方程;由于系统存在非线性,提出使用 UKF 算法对失准角以及陀螺常值漂移进行估计;由于量测方程由速度和重力加速度的积分构成,量测噪声协方差难以确定,引入自适应滤波算法对量测噪声实时估计.跑车实验结果表明:对于低精度 SINS 系统,该算法可在 15 s 左右将航向角误差收敛到 3°以内,在 3 min 以后航向角误差可收敛到 1°以内;与传统非线性动基座对准算法以及 OBA 算法相比,该算法可在无任何初始姿态信息的条件下快速对准,且能够对陀螺常值漂移进行在线估计和载体失准角补偿,提高了动基座对准的精度和收敛性能.

关键词: 初始对准;动基座;无迹卡尔曼滤波;陀螺仪误差估计;自适应滤波

中图分类号: V249.3

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2020)12-0049-09

Fast initial alignment of GPS-assisted SINS system on moving base

WANG Wei, LIU Meng, XUE Bing

(College of Automation, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

Abstract: To realize the estimation of gyro error by optimization-based in-motion alignment algorithm (OBA) and apply it to low precision SINS systems, a new fast in-motion alignment (FIMA) algorithm was proposed by combining the adaptive unscented Kalman filter algorithm with the OBA algorithm for SINS systems assisted by GPS. In the proposed algorithm, the relationship between the gyro constant drift and the misalignment angle was used to build the state equation, and the measurement equation was constructed by integrating the gravity acceleration and the ground speed. Since the system was nonlinear, the UKF algorithm was applied to estimate the misalignment angle and the gyro constant drift. Due to the uncertainty of measurement noise, an adaptive filtering algorithm was introduced to estimate the noise in real time. Results show that for low precision SINS systems, the proposed algorithm could converge the heading angle error to less than 3 degrees in about 15 s, and within 3 min, the heading angle error could be converged to less than 1 degree. Compared with the traditional nonlinear moving base alignment algorithm and the OBA algorithm, the proposed algorithm could realize rapid alignment under any misalignment angle. In addition, it could estimate the gyro constant drift online and compensate the misalignment angle of the system, which improved the alignment accuracy and convergence performance.

Keywords: initial alignment; moving base; unscented Kalman filter; gyro error estimation; adaptive filter

捷联式惯性导航系统(strapdown inertial navigation system, SINS)根据陀螺仪输出的角速率和加速度计输出的比力可以计算出载体的姿态、速度和位置,被广泛应用于各种军用和民用行业. SINS 系统在进行导航前需要进行初始对准,初始对准的精度直接影响 SINS 系统的导航精度.因此,精确的初始对准对 SINS 系统尤为重要.

对于高精度 SINS 系统,系统可以在静基座环境下通过感应地球自转和重力加速度确定出初始姿态,系统的位置和速度可以通过 GPS 系统得到.但是在一些紧急情况下,SINS 系统需要在运动过程中进行初始对准,传统的静基座对准算法就不再适用.对于低精度的 SINS 系统,例如 MEMS-IMU,系统本身的噪声大于地球自转角速率,同样无法进行静基座对准,需要在外部传感器辅助的情况下通过载体的运动进行初始对准.

近年来,研究人员对动基座初始对准进行了研究,提出了许多动基座对准算法.文献[1]对空中对准算法进行了研究,算法利用加速度计的输

收稿日期: 2019-05-31

基金项目: 国家自然科学基金(61871143);黑龙江省自然科学基金(LH2019F006);哈尔滨市应用技术与开发项目(2017R-AQXJ095)

作者简介: 王伟(1979—),男,教授,博士生导师

通信作者: 薛冰, xuebinghrbeu@163.com

初始水平姿态,利用 GPS 航迹向作为初始航向角,进行粗对准,然后利用自适应扩展卡尔曼滤波进行精对准,文章中只考虑了大方位失准角下的误差模型,但是利用加速度计得到的水平姿态可能会存在较大误差.文献[2]中算法则不用考虑初始姿态信息,使用 OBA 算法实现空中对准.通过引入初始导航惯性坐标系和初始载体惯性坐标系,将姿态矩阵拆分成 3 部分,分别为导航系与初始导航惯性系之间的方向余弦矩阵、载体系与初始载体惯性系之间的方向余弦矩阵和初始导航系与初始载体系之间的姿态矩阵.其中,前两个矩阵是时变矩阵,可以通过 GPS 数据和惯导数据对其进行计算,第 3 个矩阵为常值矩阵,利用基于优化的四元数法可以实现对常值矩阵的计算.该算法虽然能够实现快速对准,但算法没有考虑惯性器件误差带来的影响.文献[3]对文献[2]中的方法进行了进一步的研究和详细的推导,分别对速度积分和位置积分的效果进行了比较,但是文献[3]指出,该算法只适用于高精度的惯导系统.文献[3]中的算法只是单纯的对姿态进行估计,没有对惯性器件的误差进行补偿,文献[4]针对这一问题进行研究,使用迭代牛顿拉格朗日算法进行解算,对 GPS 杆臂误差和惯性器件的误差进行估计,然而算法依然只适用于高精度的惯导系统.文献[5-6]在假设水平姿态失准角为小角度的情况下,将方位失准角的三角函数作为状态变量,这样系统模型便转化成线性,减小计算量,但是在对准速度上并没有明显的提高.文献[7]对所有姿态角均为大失准角的情况进行了非线性误差方程的推导,并根据量测方程为线性的特性,将 UKF 算法进行简化,并证明了算法简化的可行性,减小了 UKF 算法的计算量.文献[8]用四元数定义姿态误差,对四元数形式的非线性误差方程进行推导,用 UKF 算法对系统进行滤波,可以实现大失准角的动基座对准,即使是 90°的大方位失准角算法也可以收敛,但是算法中没有考虑 UKF 采样对四元数带来的影响.文献[9]将 OBA 算法与卡尔曼滤波结合,利用里程计作为辅助传感器对陀螺仪误差引起的失准角进行估计,并将估计结果反馈给 OBA 算法,从而提高对准精度,算法中虽然考虑了惯性器件误差的影响,但是没有对其进行估计,需要根据经验手动的对陀螺仪误差进行设置.文献[10]针对 OBA 算法会累积惯性器件误差的问题提出滑动窗积分计算的方法,防止误差的累积,但是该方法需要对窗口内的数据进行存储和积分运算,计算量会随着窗口的增大而增大.文献[11]中,根据飞机起飞前的运动特点建立了飞机的运动约束模型,从而达到在不增加其他传感器的

情况下增加量测信息的效果,进一步提高动基座对准的速度和精度,但是这种方法只适用于飞机在跑道上的动基座对准,有一定的局限性.文献[12]使用 IIR 滤波器去除加速度计中的高频噪声,对提高对准精度有一定的帮助,但是没能从根本上解决惯性器件误差带来的问题.

本文在 OBA 算法的基础上,推导了陀螺仪误差与载体系和计算载体系的失准角之间的关系,并根据此关系建立非线性误差方程,然后利用 UKF 算法对失准角和陀螺仪常值漂移进行估计,将估计结果反馈给 OBA 算法,从而提高对准的精度,使算法可应用于低精度的惯导系统.考虑到量测噪声的不确定性,引入自适应滤波算法对量测噪声进行估计,提高系统的稳定性.

1 OBA 动基座对准算法

1.1 姿态矩阵分解

为便于表示,首先定义算法中所用坐标系.用 i 表示惯性坐标系, b 表示载体坐标系, \hat{b} 表示计算载体坐标系, e 表示地心地固坐标系, n 表示导航坐标系, $b(0)$ 表示初始载体惯性坐标系, $n(0)$ 表示初始导航惯性坐标系.

在初始对准过程中,载体的速度和位置可以根据 GPS 的输出得到,因此,对准算法主要解决的问题是对姿态矩阵 C_b^n 的估计.根据方向余弦矩阵的链乘规则, C_b^n 可以表示为

$$C_b^n(t) = C_{n(0)}^n(t) C_{b(0)}^{n(0)} C_{b(t)}^{b(0)} = C_{n(0)}^n(t) C_b^n(0) C_{b(t)}^{b(0)}. \quad (1)$$

式中: $n(t)$ 、 $b(t)$ 分别为在 t 时刻的导航坐标系和载体坐标系; $C_{n(0)}^n(0)$ 、 $C_{b(t)}^{b(0)}$ 分别为导航系和载体系由开始对准时刻到当前时刻的变化,为时变矩阵; $C_b^n(0)$ 为开始对准时刻的姿态矩阵,不随时间变化,为常值矩阵.矩阵 $C_{n(0)}^n(0)$ 、 $C_{b(t)}^{b(0)}$ 的微分方程分别为:

$$\dot{C}_{n(0)}^n(0) = C_{n(0)}^n(0) \omega_{in}^n \times, \quad (2)$$

$$\dot{C}_{b(t)}^{b(0)} = C_{b(t)}^{b(0)} \omega_{ib}^b \times. \quad (3)$$

式中: $\dot{C}_{n(0)}^n(0)$ 、 $\dot{C}_{b(t)}^{b(0)}$ 分别为矩阵 $C_{n(0)}^n(0)$ 、 $C_{b(t)}^{b(0)}$ 的微分; $\omega_{in}^n \times$ 、 $\omega_{ib}^b \times$ 分别为向量 ω_{in}^n 、 ω_{ib}^b 对应的反对称矩阵, ω_{in}^n 可以根据 GPS 输出的位置和速度计算得到; ω_{ib}^b 为陀螺仪三轴输出.通过式(2)、(3)可以解出两个时变矩阵 $C_{n(0)}^n(0)$ 、 $C_{b(t)}^{b(0)}$,这样,对姿态矩阵 C_b^n 的估计就转化为对常值矩阵 $C_b^n(0)$ 的计算.

1.2 速度积分计算

在不考虑误差的情况下,比力方程可表示为

$$\dot{\mathbf{v}}^n = C_b^n \mathbf{f}^b - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times \mathbf{v}^n + \mathbf{g}^n. \quad (4)$$

式中: \mathbf{v}^n 为载体的速度在导航系下的投影; \mathbf{f}^b 为加

速度计的理论输出; ω_{ie}^n 为地球自转角速度在导航系下的投影; ω_{en}^n 为 n 系相对 e 系的角速度在 n 系的投影, 将式(1)代入式(4)可得:

$$\dot{\mathbf{v}}^n = \mathbf{C}_{n(0)}^{n(t)} \mathbf{C}_b^m(0) \mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)} \mathbf{f}^b - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times \mathbf{v}^n + \mathbf{g}^n. \quad (5)$$

式(5)等式两边同乘 $\mathbf{C}_{n(t)}^{n(0)}$ 并移项整理可得:

$$\mathbf{C}_b^m(0) \mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)} \mathbf{f}^b = \mathbf{C}_{n(t)}^{n(0)} (\dot{\mathbf{v}}^n + (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times \mathbf{v}^n - \mathbf{g}^n). \quad (6)$$

对式(6)两边同时积分并整理可得:

$$\mathbf{C}_b^m(0) \boldsymbol{\alpha}_v(t) = \boldsymbol{\beta}_v(t), \quad (7)$$

其中:

$$\boldsymbol{\alpha}_v(t) = \int_0^t \mathbf{C}_{n(t)}^{b(0)} \mathbf{f}^b dt, \quad (8)$$

$$\boldsymbol{\beta}_v(t) = \mathbf{C}_{n(t)}^{n(0)} \mathbf{v}^n - \mathbf{v}^n(0) + \int_0^t \mathbf{C}_{n(t)}^{n(0)} \omega_{ie}^n \times \mathbf{v}^n dt - \int_0^t \mathbf{C}_{n(t)}^{n(0)} \mathbf{g}^n dt. \quad (9)$$

在式(8)、(9)中, $\boldsymbol{\alpha}_v(t)$ 可以通过 $\mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)}$ 和加速度计输出的比力 \mathbf{f}^b 积分计算得到, $\boldsymbol{\beta}_v(t)$ 可以通过对 GPS 输出的速度、当地重力加速度和由式(2)计算得到的 $\mathbf{C}_{n(t)}^{n(0)}$ 积分计算得到, 其中 $\mathbf{v}^n(0)$ 为初始时刻 GPS 的速度. 在矢量 $\boldsymbol{\alpha}_v(t)$ 和 $\boldsymbol{\beta}_v(t)$ 已知的情况下, 便可以根据文献[3]中最小二乘理论计算得到姿态矩阵 $\mathbf{C}_b^n(0)$.

OBA 算法在计算方式上完全解析, 不需要像传统的卡尔曼滤波一样将部分变量用上一时刻的代替, 但是 OBA 算法没有考虑惯性器件误差带来的影响, 因此 OBA 算法更适合用在高精度 SINS 系统中, 当用在低精度 SINS 系统中时, 该算法的可靠性就无法得到保障. 本文接下来将对 SINS/GPS 组合系统的误差进行分析, 对 SINS 系统的误差方程做一个新的推导, 使其能够与 OBA 算法结合, 然后建立一种新的非线性系统模型, 利用自适应无迹卡尔曼滤波算法对失准角和陀螺仪误差进行估计, 从而在保证算法对准速度的同时提高对准的精度. 因为算法中考虑了陀螺仪的误差影响, 所以算法可以用在低精度的 SINS 系统中.

2 系统的误差分析及建模

2.1 系统误差分析

在计算矩阵 $\mathbf{C}_{n(t)}^{n(0)}$ 时使用的是 GPS 信息, 由于 GPS 不存在累积误差, 且在计算 $\mathbf{C}_{n(t)}^{n(0)}$ 时由 GPS 带来的误差很小, 所以可以忽略. 矩阵 $\mathbf{C}_{n(t)}^{n(0)}$ 的更新公式为

$$\mathbf{C}_{n(t_k)}^{n(0)} = \mathbf{C}_{n(t_{k-1})}^{n(0)} \mathbf{C}_{n(t_k)}^{n(t_{k-1})}.$$

式中: $t_k = kT$, k 为采样次数, T 为采样时间. 矩阵 $\mathbf{C}_{n(t_k)}^{n(t_{k-1})}$ 为 t_k 时刻导航系与 t_{k-1} 时刻导航系之间的姿态矩阵, 其计算公式为:

$$\mathbf{C}_{n(t_k)}^{n(t_{k-1})} = \mathbf{I} + \frac{\sin(\|\boldsymbol{\varphi}_n\|)}{\|\boldsymbol{\varphi}_n\|} (\boldsymbol{\varphi}_n \times) + \frac{1 - \cos(\|\boldsymbol{\varphi}_n\|)}{\|\boldsymbol{\varphi}_n\|^2} (\boldsymbol{\varphi}_n \times)^2, \quad (10)$$

$$\boldsymbol{\varphi}_n = T\omega_{in}^n. \quad (11)$$

式中: 式(10)中的 $\boldsymbol{\varphi}_n$ 可由式(11)计算得到, 矢量 $\boldsymbol{\varphi}_n$ 为导航系由 t_{k-1} 时刻到 t_k 时刻的等效旋转矢量; $\|\boldsymbol{\varphi}_n\|$ 为矢量 $\boldsymbol{\varphi}_n$ 的模.

在计算矩阵 $\mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)}$ 时使用的是陀螺仪输出, 在不考虑陀螺仪误差时, t_k 时刻的 $\mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)}$ 更新公式为

$$\mathbf{C}_{b(t_k)}^{b(0)} = \mathbf{C}_{b(t_{k-1})}^{b(0)} \mathbf{C}_{b(t_k)}^{b(t_{k-1})}, \quad (12)$$

其中, 矩阵 $\mathbf{C}_{b(t_k)}^{b(t_{k-1})}$ 的计算公式为:

$$\mathbf{C}_{b(t_k)}^{b(t_{k-1})} = \mathbf{I} + \frac{\sin(\|\boldsymbol{\varphi}_b\|)}{\|\boldsymbol{\varphi}_b\|} (\boldsymbol{\varphi}_b \times) + \frac{1 - \cos(\|\boldsymbol{\varphi}_b\|)}{\|\boldsymbol{\varphi}_b\|^2} (\boldsymbol{\varphi}_b \times)^2, \quad (13)$$

$$\boldsymbol{\varphi}_b = \Delta\boldsymbol{\theta}_1 + \Delta\boldsymbol{\theta}_2 + \frac{2}{3} \Delta\boldsymbol{\theta}_1 \times \Delta\boldsymbol{\theta}_2. \quad (14)$$

式中: 式(13)中的 $\boldsymbol{\varphi}_b$ 可由式(14)计算得到, 矢量 $\boldsymbol{\varphi}_b$ 为载体系由 t_{k-1} 时刻到 t_k 时刻的等效旋转矢量, 其计算方式采用双子样计算; $\Delta\boldsymbol{\theta}_1$ 、 $\Delta\boldsymbol{\theta}_2$ 为相邻两时刻的陀螺仪角增量.

由于陀螺仪误差的存在, 陀螺仪输出的角增量 $\Delta\boldsymbol{\theta}$ 中包含误差, 所以由式(12)~(14)计算出的 $\mathbf{C}_{b(t_k)}^{b(0)}$ 也带有误差, 将带有误差的 $\mathbf{C}_{b(t_k)}^{b(0)}$ 记为 $\mathbf{C}_{b(t_k)}^{b(0)}$, 根据方向余弦矩阵链乘的原理, $\mathbf{C}_{b(t_k)}^{b(0)}$ 和 $\mathbf{C}_{b(t_k)}^{b(0)}$ 的关系可表示为

$$\mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)} = \mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)} \mathbf{C}_{b(t)}^{b(t)}. \quad (15)$$

式中, 矩阵 $\mathbf{C}_{b(t)}^{b(t)}$ 为载体坐标系 b 系与计算载体坐标系 \hat{b} 系之间的姿态误差矩阵. 记由 b 系到 \hat{b} 系的等效旋转矢量为 $\boldsymbol{\varphi}$, 根据罗德里格旋转公式, $\boldsymbol{\varphi}$ 与 $\mathbf{C}_{b(t)}^{b(t)}$ 的关系如下:

$$\mathbf{C}_{b(t)}^{b(t)} = \mathbf{I} + \frac{\sin(\|\boldsymbol{\varphi}\|)}{\|\boldsymbol{\varphi}\|} (\boldsymbol{\varphi} \times) + \frac{1 - \cos(\|\boldsymbol{\varphi}\|)}{\|\boldsymbol{\varphi}\|^2} (\boldsymbol{\varphi} \times)^2.$$

在第 1 部分的 OBA 算法中, 没有考虑由陀螺仪误差引起的姿态误差 $\mathbf{C}_{b(t)}^{b(t)}$, 因此该算法对于低精度的 SINS 系统并不适用. 本文将对 $\boldsymbol{\varphi}$ 进行估计, 利用估计的 $\boldsymbol{\varphi}$ 对矩阵 $\mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)}$ 进行反馈校正. 因为本文中的失准角 $\boldsymbol{\varphi}$ 描述的是载体坐标系 b 系和计算载体坐标系 \hat{b} 系之间的关系, 且失准角 $\boldsymbol{\varphi}$ 主要是由陀螺仪的常值漂移引起. 在对准开始的初始时刻, 对准算法还没有运行, 不存在计算误差和陀螺仪误差的影响, 所以 b 系和 \hat{b} 系是同一坐标系, 两坐标系不存在误差, 因此失准角 $\boldsymbol{\varphi}$ 为 0. 而在开始对准的短时间内, 陀螺仪的常值漂移不会累积太多误差, 因此不会引起大

的失准角. 且在对准的过程中, 算法一直在对 $C_{b(t)}^{b(0)}$ 进行反馈校正, 使失准角 φ 始终是小量, 因此矩阵 $C_{b(t)}^{b(0)}$ 可近似为

$$C_{b(t)}^{b(0)} \approx I + (\varphi \times). \quad (16)$$

将式(16)带入式(15)可得:

$$C_{b(t)}^{b(0)} = C_{b(t)}^{b(0)} (I + \varphi \times), \quad (17)$$

对式(17)两端求导可得:

$$\dot{C}_{b(t)}^{b(0)} = \dot{C}_{b(t)}^{b(0)} (I + \varphi \times) + C_{b(t)}^{b(0)} \dot{\varphi} \times, \quad (18)$$

其中 $\dot{C}_{b(t)}^{b(0)}$ 为

$$\dot{C}_{b(t)}^{b(0)} = C_{b(t)}^{b(0)} \tilde{\omega}_{ib}^b \times, \quad (19)$$

式中 $\tilde{\omega}_{ib}^b$ 为陀螺仪的实际输出值, 记陀螺仪误差为 $\delta\omega_{ib}^b$, 则

$$\tilde{\omega}_{ib}^b = \omega_{ib}^b + \delta\omega_{ib}^b. \quad (20)$$

将式(3)、(15)、(16)、(17)、(19)、(20) 带入式(18)可得:

$$C_{b(t)}^{b(0)} (I + \varphi \times) (\omega_{ib}^b + \delta\omega_{ib}^b) \times = C_{b(t)}^{b(0)} (\omega_{ib}^b \times) (I + \varphi \times) + C_{b(t)}^{b(0)} \dot{\varphi} \times, \quad (21)$$

式(21)两边同乘 $C_{b(t)}^{b(0)}$ 可得:

$$(I + \varphi \times) (\omega_{ib}^b + \delta\omega_{ib}^b) \times = (\omega_{ib}^b \times) (I + \varphi \times) + \dot{\varphi} \times, \quad (22)$$

整理式(22)可得:

$$\dot{\varphi} \times = (\varphi \times) (\omega_{ib}^b \times) - (\omega_{ib}^b \times) (\varphi \times) + \delta\omega_{ib}^b \times + (\varphi \times) (\delta\omega_{ib}^b \times), \quad (23)$$

式中 $(\varphi \times) (\delta\omega_{ib}^b \times)$ 为二阶小量, 可以忽略. 且存在反对称矩阵的计算公式:

$$(A_1 \times) (A_2 \times) - (A_2 \times) (A_1 \times) = (A_1 \times A_2) \times. \quad (24)$$

则式(23)可根据式(24)简化为

$$\dot{\varphi} \times = (\varphi \times \omega_{ib}^b) \times + \delta\omega_{ib}^b \times, \quad (25)$$

式(25)进一步化简有

$$\dot{\varphi} = -\omega_{ib}^b \times \varphi + \delta\omega_{ib}^b. \quad (26)$$

由于陀螺仪的实际输出值为 $\tilde{\omega}_{ib}^b$, 所以式(26)在实际应用时应为

$$\dot{\varphi} = -(\tilde{\omega}_{ib}^b - \delta\omega_{ib}^b) \times \varphi + \delta\omega_{ib}^b. \quad (27)$$

式(27)为载体系与计算载体系之间的误差方程, 该误差方程反映了陀螺仪误差对 SINS 系统姿态估计精度的影响, 通过式(27)可以对 SINS 系统进行建模, 从而估计出 SINS 系统的失准角和陀螺仪误差, 提高算法的对准精度和适用范围.

2.2 SINS/GPS 系统建模

2.2.1 系统状态方程

考虑陀螺仪误差 $\delta\omega_{ib}^b$ 中包含常值漂移 ε^b 和随

机漂移 w_g , 其关系如下:

$$\delta\omega_{ib}^b = \varepsilon^b + w_g.$$

根据式(27), 选取等效旋转矢量 φ 和陀螺仪常值漂移 ε^b 作为状态变量 X , 即

$$X = [\varphi^T \quad (\varepsilon^b)^T]^T, \quad (28)$$

式中, $\dot{\varepsilon}^b = \mathbf{0}_{3 \times 1}$. 因为式(27)是非线性的, 则系统的状态方程可表示为

$$\dot{X}_k = f(X_{k-1}) + W_k, \quad (29)$$

式中 W_k 是均值为零、协方差为 Q_k 的系统白噪声.

2.2.2 系统量测方程

在 t_k 时刻, 式(8)可表示为

$$\alpha_v(t_k) = \int_0^{t_k} C_{b(\tau)}^{b(0)} f^b d\tau, \quad (30)$$

式(30)继续变换可得:

$$\alpha_v(t_k) = \int_0^{t_k} C_{b(t_k)}^{b(0)} C_{b(\tau)}^{b(t_k)} f^b d\tau = C_{b(t_k)}^{b(0)} \int_0^{t_k} C_{b(\tau)}^{b(t_k)} f^b d\tau. \quad (31)$$

记 $\tilde{\alpha}_v(t_k) = \int_0^{t_k} C_{b(\tau)}^{b(t_k)} f^b d\tau$, $\tilde{\alpha}_v(t_k)$ 可进一步变换得到:

$$\tilde{\alpha}_v(t_k) = (C_{b(t_k)}^{b(0)})^T \int_0^{t_k} C_{b(\tau)}^{b(0)} f^b d\tau. \quad (32)$$

根据式(31)、(32), 式(7)可表示为

$$C_b^n(0) C_{b(t_k)}^{b(0)} \tilde{\alpha}_v(t_k) = \beta_v(t_k). \quad (33)$$

考虑到在计算矩阵 $C_{b(t_k)}^{b(0)}$ 时, 实际得到的是矩阵 $C_{b(t_k)}^{b(0)}$, 所以式(33)应表示为

$$C_b^n(0) C_{b(t_k)}^{b(0)} \tilde{\alpha}_v(t_k) = \beta_v(t_k). \quad (34)$$

将 $C_{b(t)}^{b(0)}$ 的转置带入式(34)可得:

$$C_b^n(0) C_{b(t_k)}^{b(0)} (I - \varphi \times) \tilde{\alpha}_v(t_k) = \beta_v(t_k), \quad (35)$$

对式(35)化简并整理得

$$\beta_v(t_k) - C_b^n(0) C_{b(t_k)}^{b(0)} \tilde{\alpha}_v(t_k) = C_b^n(0) C_{b(t_k)}^{b(0)} (\tilde{\alpha}_v(t_k) \times) \varphi. \quad (36)$$

将系统的量测方程表示为:

$$Z_k = H_k X_k + V_k, \quad (37)$$

$$Z_k = \beta_v(t_k) - C_b^n(0) C_{b(t_k)}^{b(0)} \tilde{\alpha}_v(t_k), \quad (38)$$

$$H_k = [C_b^n(0) C_{b(t_k)}^{b(0)} (\tilde{\alpha}_v(t_k) \times) \quad \mathbf{0}_{3 \times 3}]. \quad (39)$$

式(36)、(37)相对应, 其对应关系如式(38)、(39)所示. 量测方程中的 V_k 是均值为零的量测白噪声, 其协方差记为 R_k .

3 自适应无迹卡尔曼滤波算法

由于系统的状态方程是非线性的, 所以普通卡尔曼滤波不适合本文中的系统. 无迹卡尔曼滤波在

UT 变换的基础上, 根据 KF 滤波算法的原理, 使用一系列的采样点进行采样计算来逼近系统的非线性分布, 从而减小系统线性化带来的误差, 提高滤波的精度^[13]. 所以本文中选取 UKF 算法对状态变量进行滤波估计.

滤波过程中使用式(28)作为滤波的状态变量, 使用式(29)和式(38)作为 UKF 滤波时的状态方程和量测方程. 根据式(29)和式(37)可以看出, 系统的状态方程为非线性, 量测方程为线性, 所以在使用 UKF 算法时可以对量测更新部分做进一步简化, 使用线性卡尔曼滤波的方式进行量测更新, 从而减少采样次数和计算量. 简化后的量测更新如下:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1} &= \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}, \\ \mathbf{P}_{ZZ} &= \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k, \\ \mathbf{P}_{XZ} &= \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T.\end{aligned}$$

式中: $\hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}$ 为状态变量的一步预测; $\hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1}$ 为量测的一步预测; $\mathbf{P}_{k/k-1}$ 为状态一步预测的误差方差; \mathbf{P}_{ZZ} 为量测一步预测的误差方差; \mathbf{P}_{XZ} 为状态变量一步预测误差与量测一步预测误差之间的协方差.

在进行 UKF 算法滤波时, 量测噪声方差矩阵 \mathbf{R} 设置的不准确会导致系统滤波的不稳定. 在本文中, 量测方程是由速度、比力等的积分构成的, 很难通过手动调试将量测噪声方差矩阵设置准确. 针对这一问题, 本文引入 Sage-Husa 自适应滤波算法对量测噪声方差矩阵 \mathbf{R} 进行实时估计, 从而提高系统的滤波精度和稳定性. 对量测噪声方差矩阵 \mathbf{R} 的估计公式如下:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{R}}_k &= (1 - \beta_k) \hat{\mathbf{R}}_{k-1} + \beta_k (\tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1} \tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1}^T - \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T), \\ \tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1} &= \mathbf{Z}_k - \hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1}, \\ \beta_k &= \frac{\beta_{k-1}}{\beta_{k-1} + b}.\end{aligned}$$

式中: $\tilde{\mathbf{Z}}_{k/k-1}$ 为新息; β_k 的初始值取 1; b 为渐消因子, 且 $0 < b < 1$.

4 算法的计算机仿真

4.1 仿真轨迹设置

在生成仿真轨迹时主要是对 SINS 系统中陀螺仪和加速度计的参数、GPS 系统的参数、SINS 系统的初始条件和 SINS 系统的运动状态进行设置.

1) 仿真参数设置为: 陀螺仪的常值漂移和随机噪声分别为 $1.0^\circ/\text{h}$ 和 $0.1^\circ/\text{h}$, 加速度计的常值零偏和随机噪声分别为 $100 \mu\text{g}$ 和 $50 \mu\text{g}$, 陀螺仪和加速度计的输出频率均为 100 Hz ; GPS 系统的速度误差为 0.05 m/s , 位置误差为 5 m , GPS 系统的输出频率为 10 Hz .

2) SINS 系统的初始状态设置为: SINS 系统的初始位置为北纬 45° 和东经 126° , 初始姿态为航向角 45° 、俯仰角 0° 和横滚角 0° , 初始速度为东向速度 5 m/s 、北向速度 5 m/s 和天向速度 0 m/s .

3) SINS 系统的状态变化为: 载体匀速运动 50 s → 左转弯 90° , 用时 5 s → 匀速运动 50 s → 右转弯 90° , 用时 5 s → 匀速运动 50 s → 左转弯 90° , 用时 5 s → 匀速运动 50 s → 右转弯 90° , 用时 5 s → 匀速运动 50 s , 总的运动时长为 270 s . 图 1 为载体运动轨迹变化, 图 2 为载体的航向角变化.

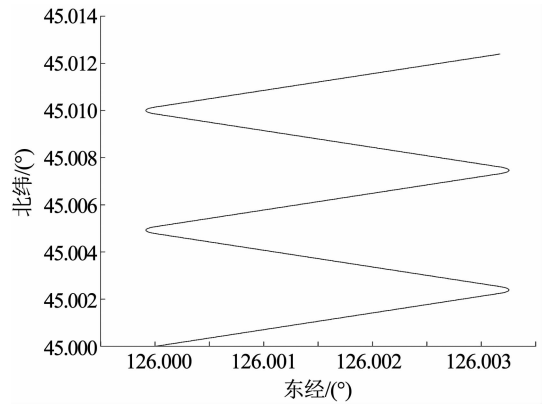


图 1 仿真运动轨迹

Fig. 1 Simulation of motion trajectory

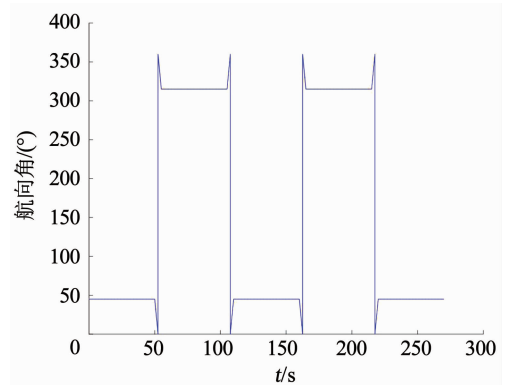


图 2 航向角变化

Fig. 2 Variation of heading angle

4.2 仿真结果

使用设计好的运动轨迹对所提出的快速动态对准算法(FIMA)以及现有的算法进行仿真对比. 图 3 为仿真过程中 OBA 算法与所提出的 FIMA 算法的姿态误差对比图, 由图 2 中效果可以看出, 使用所提出的 FIMA 算法航向角误差 δ_{yaw} 在 80 s 可以收敛到 0.2° , 并且航向角误差能够始终保持在 0.2° 以内, 而 OBA 算法虽然也可以快速收敛, 但是其航向角误差会随着对准时间的延长而变大. 图中两算法的俯仰角误差 δ_{pitch} 和横滚角误差 δ_{roll} 均能快速收敛, 且收敛的精度相差不大, 但是 FIMA 算法的水平姿态

误差更稳定. 图中黑色箭头所指部分红色和蓝色凸起是由于参考姿态与算法解算姿态频率不一致引起的.

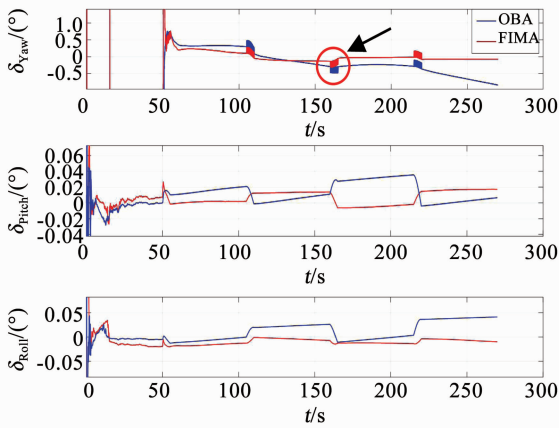


图 3 与 OBA 算法的姿态误差对比图

Fig. 3 Comparison of attitude error between FIMA algorithm and OBA algorithm

图 4 为 FIMA 算法与文献[1]中的 EKF 算法的姿态误差对比图, 因为 FIMA 算法针对的是任意初始姿态, 所以为了对比算法的效果, 在仿真时 EKF 算法的姿态初始误差设置为航向角误差 50°、俯仰角误差 15°和横滚角误差 15°的大失准角误差. 由图中效果可以看出, 与非线性 EKF 动态对准算法相比, 当姿态初始值存在大失准角时, FIMA 算法的航向角对准速度更快, 水平姿态的对准效果更稳定.

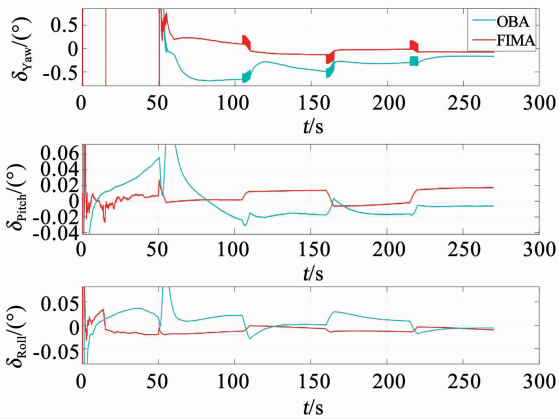


图 4 与 EKF 算法的姿态误差对比图

Fig. 4 Comparison of attitude error between FIMA algorithm and EKF algorithm

图 5 是 FIMA 算法与 EKF 算法关于陀螺仪零偏估计的对比图, EKF 算法的仿真条件与姿态误差对比的仿真条件相同. 图 5 中, 黑色虚线是仿真轨迹中加入的陀螺仪常值漂移, 大小为 1°/h, 图中的零偏估计效果显示, FIMA 算法对 x 轴和 y 轴的陀螺仪零偏估计精度高于 EKF 算法, 而两种算法对 z 轴陀螺仪零偏的估计都不太准确, 这一现象与仿真轨迹运动方式的设计过于单一有关. 图 5 的仿真效果说明, FIMA 算法可以实现对陀螺仪零偏的估计.

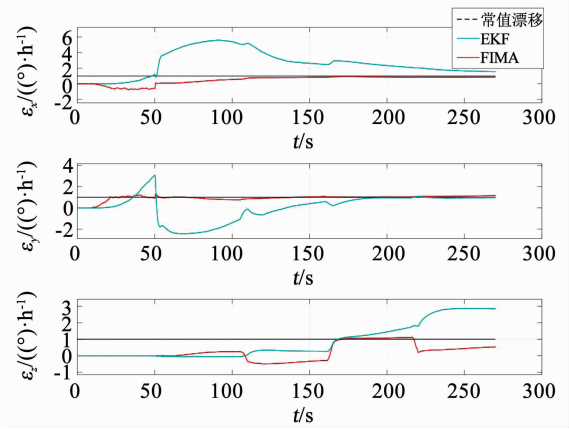


图 5 与 EKF 算法的陀螺仪零偏估计对比

Fig. 5 Comparison of gyro bias estimation between FIMA algorithm and EKF algorithm

在本文的算法中, 由于量测方程均有积分项构成, 所以量测噪声难以确定, 因此本文中 FIMA 算法引入自适应滤波, 对量测噪声进行实时估计. 图 6 为 FIMA 算法在加入自适应算法之前与正常的 FIMA 算法的仿真对比. 对比结果表明, 加入自适应的 FIMA 算法姿态精度更高, 估计结果也更稳定.

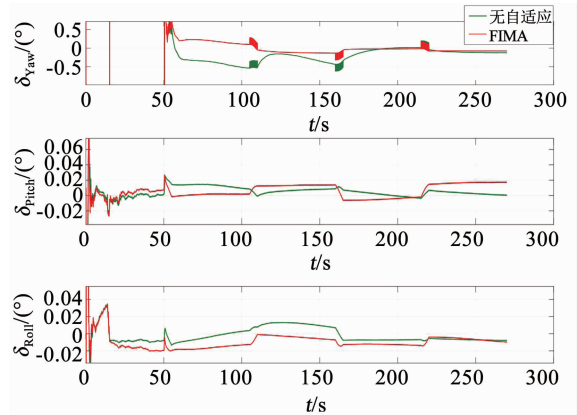


图 6 与非自适应 FIMA 算法的姿态误差对比

Fig. 6 Comparison of attitude error between FIMA algorithm and adaptive FIMA algorithm

5 跑车实验验证

5.1 跑车实验设备

本文中算法的计算机仿真说明了算法的有效性, 为了进一步验证算法的可行性, 本文使用实际的实验数据进行算法验证. 图 7 为本次跑车实验所用设备. 图中, 序号 1 是 UPS 电源, 为整套实验设备供电; 序号 2 是稳压直流电源, 为 SINS 系统供电; 序号 3 是 MEMS-IMU, 其型号为 ADIS16488; 序号 4 为自制的高精度光纤惯导系统, 可提供高精度的姿态参考; 序号 5 为 GPS 天线, GPS 接收机使用的是 Trimble 公司的 BD982. 实验中采集 MEMS-IMU 的陀螺仪和加速度计的数据进行算法验证, 其中陀螺仪的偏置稳定度为 5.1°/h, 加速度计的偏置稳定度为 70 ug.



图 7 跑车实验设备

Fig. 7 Experimental equipment of driving test

5.2 结果及分析

本次跑车实验在哈尔滨工程大学校内进行, 汽车的运动轨迹如图 8 中红线所示. 汽车在 180 s 之前静止不动, 180 s 之后开始运动, 运动过程中的姿态变化如图 9 所示.



图 8 汽车运动轨迹

Fig. 8 Motion trajectory of the car

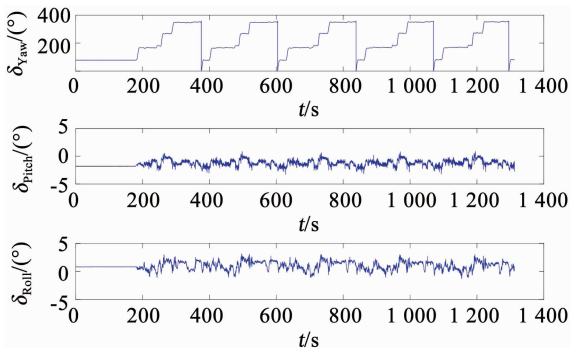


图 9 SINS 系统姿态变化

Fig. 9 Variation of SINS attitude

为了验证算法对陀螺仪误差引起的姿态误差的补偿效果, 本文先对文献[3]中的 OBA 算法和本文中的 FIMA 算法进行跑车实验比较, 两种算法均是在 MATLAB 软件中实现的. 在 FIMA 算法中, 状态变

量和相应的误差方差矩阵初始值分别设置为 $\mathbf{X}_0 = \mathbf{0}_{6 \times 1}$ 和 $\mathbf{P}_0 = \text{diag}([\ (0.1)\mathbf{I}_{1 \times 3}\ (10^\circ/\text{h})\mathbf{I}_{1 \times 3}])^2$, 其中 $\mathbf{I}_{1 \times 3}$ 为元素全为 1 的一行三列矢量矩阵, 算法中的系统噪声和量测噪声根据所用传感器分别设置为 $\mathbf{Q}_k = T_s \times \text{diag}([\ (5.1^\circ/\text{h})\mathbf{I}_{1 \times 3}\ (0)\mathbf{I}_{1 \times 3}])^2 \times 2$ 和 $\mathbf{R}_0 = \text{diag}([\ (10 \times \pi/180)\mathbf{I}_{1 \times 3}])^2$, T_s 为 IMU 的采样频率, 因为算法中用的是双子样进行的解算, 所以离散化得到的 \mathbf{Q}_k 需要乘 2, 量测噪声 \mathbf{R}_k 只需要对初始值 \mathbf{R}_0 进行设置, 之后则根据自适应算法进行实时估计.

图 10 是本次跑车实验中 FIMA 算法与 OBA 算法解算的姿态误差的对比, 汽车是在 180 s 之后开始运动, 两种算法均是在 193 s 即汽车运动 13 s 后开始运行. 由图中姿态误差可以看出, 对于低精度的 SINS 系统, OBA 算法虽然能够快速确定出姿态角, 但是姿态角并没有随着时间的延长而趋于稳定, 且航向角误差会越来越大; 本文中的 FIMA 则克服了 OBA 算法的这一缺点, 能够保证算法在低精度的 SINS 系统中依然能够稳定的收敛.

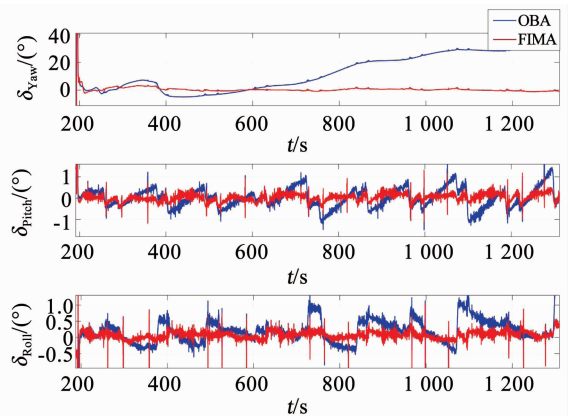


图 10 与 OBA 算法实测姿态误差对比

Fig. 10 Comparison of actual attitude error between FIMA algorithm and OBA algorithm

图 11 为 FIMA 算法姿态误差放大图, 由图中航向角误差可以知道, 在没有任何初始姿态信息的条件下, 算法用 15 s 的时间便可将航向角误差收敛到 3° 以内, 俯仰角误差和横滚角误差收敛到 0.4° 以内. 在 FIMA 对准算法运行 190 s 以后, 航向角误差可收敛到 1° 以内. 图 12 为 FIMA 算法对陀螺仪零偏的估计结果, 估计结果表明, FIMA 算法能够实现对陀螺仪零偏的估计. 为证明零偏估计的有效性, 将 FIMA 算法估计的陀螺仪零偏写入纯惯导算法中进行补偿, 补偿后的效果如图 13 中所示. 经过陀螺仪误差补偿后的纯惯导算法的航向角误差明显好于补偿前的效果, 陀螺仪误差的补偿对水平姿态误差影响不大, 由此可以看出, FIMA 算法对陀螺仪零偏的估计是有效的.

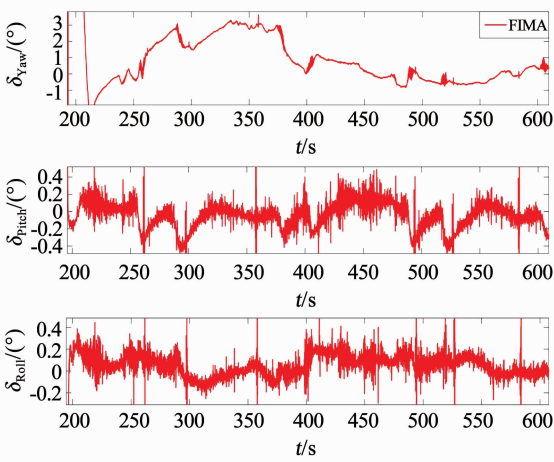


图 11 FIMA 算法姿态误差

Fig. 11 Attitude error of FIMA algorithm

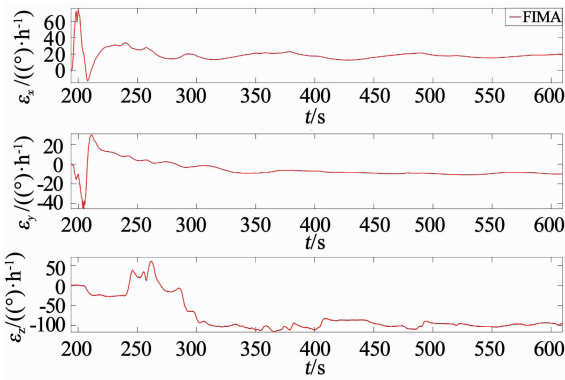


图 12 FIMA 算法陀螺仪零偏估计

Fig. 12 Gyro bias estimation of FIMA algorithm

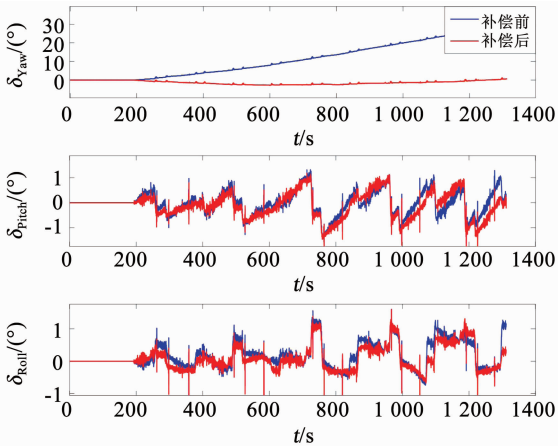


图 13 纯惯导算法姿态误差对比

Fig. 13 Comparison of attitude error of inertial navigation algorithm before and after compensation

为了体现本文中算法在任意失准角条件下快速对准的优越性,本文对 FIMA 算法与文献[1]中 EKF 对准算法用跑车实测数据进行比较.在 EKF 对准算法运行前,设置航向角误差 70° 、俯仰角误差和横滚角误差 20° 的大失准角误差.两种算法的姿态误差对比如图 14 所示,由于大失准角的原因,EKF 算法的航向误差收敛速度明显比 FIMA 算法慢,EKF 算法的水平姿态误差在对准的前期也不如 FIMA 算法的稳定.

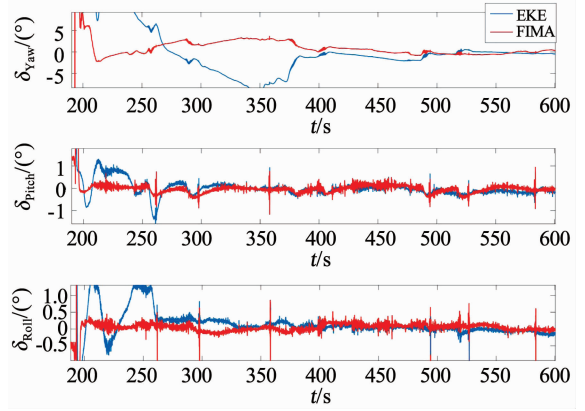


图 14 与 EKF 算法实测姿态误差对比

Fig. 14 Comparison of actual attitude error between FIMA algorithm and EKF algorithm

在文献[14 - 15]中,研究人员同样对 OBA 算法做出了改进,在文章中,使用姿态四元数作为系统的状态变量,即在进行滤波时直接对系统的载体姿态变化进行估计.而在滤波的初始值的设置中,文章中将初始姿态矩阵 $C_b^e(0)$ 设置为单位矩阵,但实际的 $C_b^e(0)$ 是未知的姿态矩阵,这样在进行滤波时,会存在大的初始姿态误差.本文中的算法是对系统的误差进行的建模,选取的状态变量是失准角 φ ,在对准的初始时刻, b 系和 \hat{b} 系之间是不存在误差的,即失准角 φ 的初始值是 0,而在进行 UKF 滤波时,状态变量的初始值也是设置为 0,所以不会存在因初始值误差大而影响算法收敛的问题.在文献[14 - 15]算法中,估计完系统参数之后没有对载体姿态变化矩阵 $C_{b(t)}^{b(0)}$ 进行反馈补偿,而本文在估计出失准角 φ 后,对矩阵 $C_{b(t)}^{b(0)}$ 进行了反馈校正,在使用 $C_{b(t)}^{b(0)}$ 计算矢量 α 时更精确,所以本文中的姿态收敛效果更好一些.且本文中算法不需要使用滑动窗积分计算矢量 α ,计算量更小.本次实验对本文中算法与文献[14 - 15]的算法进行了对比.图 15、16

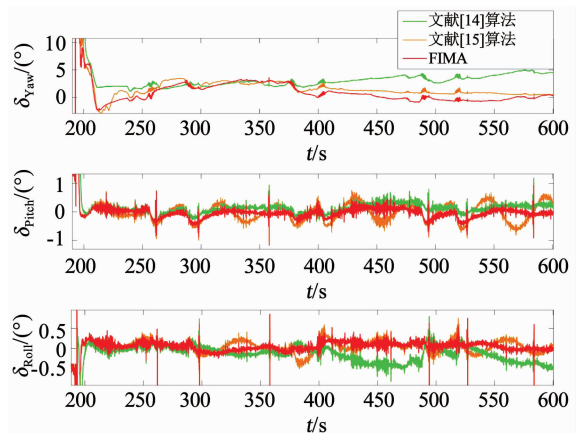


图 15 与其他动基座对准算法的实测姿态误差对比

Fig. 15 Comparison of actual attitude error between FIMA algorithm and other algorithms

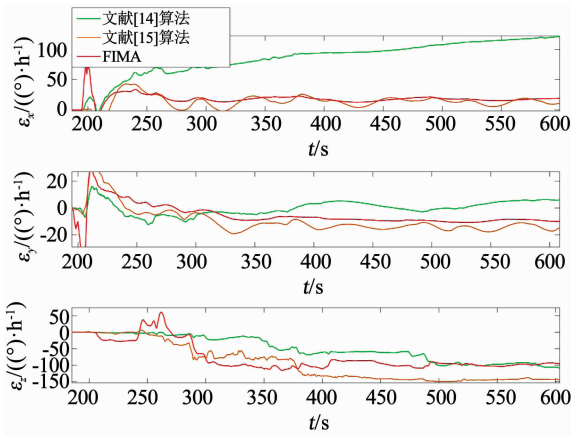


图 16 陀螺仪零偏估计对比

Fig. 16 Comparison of gyro bias estimation between FIMA algorithm and other algorithms

分别为本文中的 FIMA 算法与文献 [14 - 15] 中动基座对准算法的姿态误差和陀螺仪零偏估计的对比图。由姿态误差图可以看出,本文中的 FIMA 算法的姿态对准精度优于文献 [14 - 15] 中的算法。在陀螺仪零偏估计对比图中, FIMA 算法对陀螺仪零偏的估计更加稳定和接近真实值,所以 FIMA 算法的水平姿态误差相对于其他算法更加稳定。

6 结 论

1) 本文在推导了载体系与计算载体系之间失准角更新方程的基础上对 SINS 系统重新建立非线性系统方程,使用自适应 UKF 滤波算法对失准角和陀螺仪误差进行估计,同时使用 OBA 算法中的最小二乘原理对初始姿态矩阵进行估计,从而实现快速动基座初始对准。

2) 计算机仿真和跑车实验表明:对于低精度 SINS 系统, FIMA 算法可在 15 s 左右将航向角误差收敛至 3° 以内,俯仰角和横滚角误差收敛至 0.4° 以内;当算法运行至 3 min 后,航向角误差可收敛至 1° 。

3) FIMA 对准算法可以在无任何初始姿态信息的条件下实现快速动基座对准,并且能够有效的估计出陀螺仪误差,可适用于低精度的 SINS 系统,对准精度优于现有的 GPS 辅助的 SINS 系统 OBA 对准算法,对准速度比非线性 EKF 动态对准算法更快。

参 考 文 献

- [1] FANG Jiancheng, YANG Sheng. Study on innovation adaptive EKF for in-flight alignment of airborne POS [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2011, 60(4): 1378. DOI:10.1109/tim.2010.2084710
- [2] KANG Taizhong, FANG Jiancheng, WANG Wei. Quaternion-optimization-based in-flight alignment approach for airborne POS [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2012, 61(11): 2916. DOI:10.1109/TIM.2012.2202989
- [3] WU Yuanxin, PAN Xianfei. Velocity/position integration formula

- Part I: Application to in-flight coarse alignment [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2013, 49(2): 1006. DOI:10.1109/TAES.2013.6494395
- [4] WU Yuanxin, WANG Jinling, HU Dewen. A new technique for INS/GNSS attitude and parameter estimation using online optimization [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(10): 2642. DOI:10.1109/tsp.2014.2312317
- [5] 韩松来. GPS 和捷联惯导组合导航新方法及其系统误差补偿方案研究 [D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2010
HAN Songlai. Novel GPS/SINS integration architecture and systematic error compensation methods [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2010
- [6] 王志伟, 秦俊奇, 杨功流, 等. 大方位失准角条件下的 GPS/INS 动基座初始对准 [J]. 压电与声光, 2018, 40(3): 428
WANG Zhiwei, QIN Junqi, YANG Gongliu, et al. Initial alignment of GPS/INS moving base with large misalignment angle [J]. Piezoelectrics & Acousto-optics, 2018, 40(3): 428. DOI: 10.11977/j.issn.1004-2474.2018.03.028
- [7] 严恭敏, 严卫生, 徐德民. 简化 UKF 滤波在 SINS 大失准角初始对准中的应用 [J]. 中国惯性技术学报, 2008, 16(3): 253
YAN Gongmin, YAN Weisheng, XU Demin. Application of simplified UKF in SINS initial alignment for large misalignment angles [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2008, 16(3): 253
- [8] 夏家和, 秦永元, 赵长山. 适用于低精度惯导的非线性对准方法研究 [J]. 仪器仪表学报, 2009, 30(8): 1618
XIA Jiahe, QIN Yongyuan, ZHAO Changshan. Study on nonlinear alignment method for low precision INS [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2009, 30(8): 1618. DOI:10.19650/j.cnki.cjsi.2009.08.009
- [9] HUANG Yulong, ZHANG Yonggang, WANG Xiaodong. Kalman-filtering-based in-motion coarse alignment for odometer-aided SINS [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2017, 66(12): 3364. DOI:10.1109/TIM.2017.2737840
- [10] CHANG Lubin, HU Baiqing, LI Yang. Backtracking integration for fast attitude determination-based initial alignment [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2015, 64(3): 795. DOI:10.1109/TIM.2014.2359516
- [11] 赵宾, 高春雷, 陈维娜. 基于运动学约束模型辅助的地面动基座对准研究 [J]. 航天控制, 2018, 36(4): 23
ZHAO Bin, GAO Chunlei, CHEN Weina. Research of alignment on ground moving base based on kinematic constraint model [J]. Aerospace Control, 2018, 36(4): 23. DOI:10.16804/j.cnki.issn1006-3242.2018.04.005
- [12] 赵政, 刘冰. 一种提高捷联惯导系统动基座初始对准精度的方法 [J]. 导航与控制, 2018, 17(5): 69
ZHAO Zheng, LIU Bing. A kind of method on moving base initial alignment for SINS [J]. Navigation and Control, 2018, 17(5): 69. DOI:10.3969/j.issn.1674-5558.2018.05.011
- [13] 黄小平, 王岩. 卡尔曼滤波原理及应用 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2015
HUANG Xiaoping, WANG Yan. The principle and application of Kalman filter [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2015
- [14] CHANG Lubin, LI Jingshu, CHEN Shengyong. Initial alignment by attitude estimation for strapdown inertial navigation systems [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2015, 64(3): 784. DOI:10.1109/tim.2014.2355652
- [15] HUANG Yulong, ZHANG Yonggang, CHANG Lubin. A new fast in-motion coarse alignment method for GPS-aided low-cost SINS [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2018, 23(3): 1303. DOI:10.1109/TMECH.2018.2835486