

DOI:10.11918/201906082

高超声速飞行器快速平滑自适应二阶滑模控制

文成馥, 江 驹, 余朝军, 朱 平

(先进飞行器导航、控制与健康管理和工业和信息化部重点实验室(南京航空航天大学), 南京 210016)

摘要: 为解决高超声速飞行器在爬升的过程中存在严重匹配/非匹配不确定性的问题, 提出了一种新型的自适应超螺旋滑模控制方法以抑制爬升段存在的匹配不确定性, 并将该方法与滑模微分器相结合, 以解决爬升段存在的非匹配不确定性. 首先用滑模微分器估计反馈线性化模型中速度和高度的各阶导数, 以缩小反馈线性化模型与原模型的差距; 其次在传统超螺旋滑模的基础上, 加入线性项以提高收敛速度; 将积分项中不连续的符号函数连续化, 保证控制输入的平滑性, 更大程度削弱抖振; 针对未知上界复合干扰, 设计了一种自适应参数可增大可减小的自适应律, 保证参数既不过大估计, 又可放宽初值的选取, 保证收敛速度. 仿真结果表明: 改进后的控制方法可实现状态量在有限时间内跟踪上指令信号, 完成控制要求; 且相较于传统超螺旋滑模控制算法, 改进的控制方法控制输入更加平滑, 收敛速度更快, 从而验证了该方法的有效性以及先进性.

关键词: 高超声速飞行器; 爬升段; 超螺旋滑模; 快速平滑; 自适应

中图分类号: V249

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2020)12-0035-07

Fast and smooth adaptive second-order sliding mode control for hypersonic vehicles

WEN Chengyu, JIANG Ju, YU Chaojun, ZHU Ping

(Key Laboratory of Navigation, Guidance and Health-Management Technologies of Advanced Aircraft, Ministry of Industry and Information Technology (Nanjing University of Aeronautics and Astronautics), Nanjing 210016, China)

Abstract: To solve the problem of severe matching/non-matching uncertainty of hypersonic vehicles in the process of climbing, a new adaptive super-twisting sliding mode control method was proposed to suppress the matching uncertainty of the ascent phase, and the method was combined with a sliding mode differentiator to resolve the non-matching uncertainty of the ascent phase. Firstly, the sliding mode differentiator was used to estimate the derivatives of the velocity and height in the feedback linearization model to narrow the gap between the feedback linearization model and the original model. Secondly, on the basis of the traditional super-twisting sliding mode, a linear term was added to increase the convergence speed. Then, the discontinuous symbolic functions in integral terms were made continuous to ensure the smoothness of the control input, which eliminated or attenuated the chattering to a greater extent. Lastly, since the upper bound of the composite disturbance was unknown, an adaptive law was designed to ensure that the parameters were not overestimated and the initial value could be chosen to ensure the convergence speed. Simulation results show that the improved control method can meet the control requirements, and compared with the traditional super-twisting sliding mode control algorithm, the improved control method had smoother control input and faster convergence speed, which verifies the effectiveness and advancement of the proposed method.

Keywords: hypersonic vehicle; ascent phase; super-twisting sliding mode; fast and smooth; adaptive

高超声速飞行器突防、侦察能力强, 反应时间短, 飞行速度快, 在军事和民用领域有着众多需求^[1-2]. 但是由于其具有严重非线性、强耦合性、不确定性等特性, 这给飞控系统的设计增加了难度, 特别是在爬升段, 飞行器要穿越对流层、平流层、中间层以及部分电离层, 飞行速度从超声速加速到高超

声速, 不确定性因素^[3]更多.

超螺旋滑模控制算法^[4]因其具有强鲁棒性且只需要知道滑模量的信息, 无需知道其一阶导数的信息等特性, 已广泛应用于干扰估计^[5]、极值搜索控制^[6]、容错控制^[7]等相关领域. 文献[8]提出了一种快速超螺旋算法, 通过在普通超螺旋算法中加入线性项, 提高了算法的收敛速度, 并基于此算法设计干扰观测器对干扰连续估计和补偿. 文献[9]同样通过加入线性项来提升收敛速度, 并在假设干扰上界未知的前提下, 设计了一种新的自适应律, 提出一

收稿日期: 2019-06-12

基金项目: 国家自然科学基金(61673209)

作者简介: 文成馥(1994—), 男, 硕士研究生;

江 驹(1963—), 男, 教授, 博士生导师

通信作者: 文成馥, wcy@nuaa.edu.cn

种新型的快速自适应超螺旋算法. 文献[10-12]通过设计一种自适应参数既可增大又可减小的自适应律,以解决参数过大估计问题. 上述这些算法由于积分项中含有不连续的符号函数项,只可得到连续的控制输入曲线,控制输入不平滑,与传统一阶滑模相比,这些控制算法的确减小了抖振,但是并不能极大减小甚至消除抖振. 2007 年文献[13]提出一种平滑的二阶滑模控制算法,其主要思想就是在超螺旋算法的积分项中使用连续的函数,以此得到平滑的控制输入,但是这种控制方法需要非线性观测器来估计干扰,而且算法的收敛速度上还有提升的空间.

本文针对上述所存在的问题,提出一类新型的快速平滑自适应超螺旋滑模控制算法. 采用滑模微分器逼近反馈线性化过程中不准确的量;控制律设计时,在普通超螺旋算法中增加线性项,并在积分项中使用连续的函数,以加快收敛速度且达到平滑控制的效果;最后,为避免参数过大估计,设计了一种自适应参数可增可减的自适应律.

1 问题描述

1.1 动力学模型

高超声速飞行器爬升段纵向动力学模型可以描述为:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{T \cos \alpha - D}{M} - \frac{\mu_0 \sin \gamma}{r^2} + d_{v1}, \\ \dot{\gamma} &= \frac{L + T \sin \alpha}{MV} - \frac{(\mu_0 - V^2 r) \cos \gamma}{Vr^2} + d_{\gamma}, \\ \dot{h} &= V \sin \gamma, \\ \dot{\alpha} &= q - \dot{\gamma}, \\ \dot{q} &= M_y / I_{yy} + d_q, \\ \dot{M} &= -\frac{T}{I_{sp} g_0}. \end{aligned} \quad (1)$$

式中: M 为飞行器质量; V 为飞行速度; γ 为航迹倾斜角; h 为飞行高度; α 为飞行迎角; q 为俯仰角速率; I_{yy} 为纵向转动惯量; $r = R + h$ 为飞行器地心距,其中 R 为地球半径; $\mu_0 = 3.986 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$ 为地球重力常数; g_0 为地表重力加速度; I_{sp} 为燃料比冲; L 、 D 分别为飞行器升力、阻力; T 为发动机推力; M_y 为俯仰力矩; d_{v1} 、 d_{γ} 、 d_q 分别为模型不确定性、外部干扰等复合干扰.

1.2 发动机推力模型

高超声速飞行器的推力模型可简化为一个二阶模型:

$$\ddot{\beta} = -2\zeta\omega_n\dot{\beta} - \omega_n^2\beta + \omega_n^2\beta_c.$$

式中: β_c 为发动机节流阀的调定值;阻尼比 ζ 为

0.7;固有频率 ω_n 为 5.

推力系数以及燃料比冲公式为:

$$C_T = \begin{cases} 0.02576\beta, & \text{if } (\beta < 1); \\ 0.0224 + 0.00336\beta, & \text{if } (\beta \geq 1), \end{cases}$$

$$I_{sp} = \begin{cases} 4700 - \frac{h}{100}, & Ma < 4; \\ 5680 - 245Ma - \frac{h}{100}, & Ma \geq 4. \end{cases}$$

式中: C_T 为推力系数, Ma 为马赫数.

1.3 空气动力与动力矩

高超声速飞行器的气动力与气动力矩可表示为:

$$T = \frac{1}{2}\rho V^2 S_w C_T, L = \frac{1}{2}\rho V^2 S_w C_L,$$

$$D = \frac{1}{2}\rho V^2 S_w C_D, M_y = \frac{1}{2}\rho V^2 S_w c_A C_{M_y}.$$

式中: S_w 为机翼浸润面积; c_A 为平均气动弦长; ρ 为空气密度; C_T 、 C_L 、 C_D 、 C_{M_y} 分别为推力、升力、阻力以及俯仰力矩系数,其均与 α 、 Ma 相关,具体值详见文献[14].

1.4 控制问题

1) 由于高超声速飞行器本身缺乏飞行试验数据等^[15]问题,加上爬升的过程中,飞行速度、高度急剧增加,燃料大量消耗导致重心较宽范围变化等因素,将会造成模型、参数等不确定性. 本文主要研究高超声速飞行器在爬升的过程中参数 S_w 、 c_A 、 I_y 、 ρ 、 C_D 、 C_M 、 C_L 存在摄动,且存在除参数不确定外的复合干扰时的轨迹控制问题.

2) 抖振普遍存在于滑模控制中,如何削弱抖振,将其抑制到极小范围内甚至消除,一直是控制领域的热点问题. 二阶超螺旋滑模将符号函数放到积分里,有效地抑制了抖振,但是并没有消除抖振. 假设某系统有如下控制算法:

$$u = -k_1 |e|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(e) - \int_0^t k_2 \text{sgn}(e(\tau)) d\tau. \quad (2)$$

式中: u 为控制输入; e 为跟踪误差; k_1 、 k_2 为控制参数. 由式(2)可知,虽然符号函数通过积分,使得控制输入连续,但是不平滑,当 e 在 0 附近变化时,控制输入曲线会呈锯齿状. 本文控制算法旨在既能将控制输入平滑化,又能提升收敛速度.

2 精确反馈线性化

2.1 输入/输出反馈线性化

定义向量 $x = [V, \gamma, \alpha, \beta, h, M]^T$,将 V 、 h 分别对时间求三次和四次微分,微分表达式中将出现控制输入量,将其作为整体提取出来,可得:

$$\begin{cases} \dot{V} = \frac{T \cos \alpha - D}{M} - \frac{\mu_0 \sin \gamma}{r^2} + d_{v1}, \\ \ddot{V} = L_f^2 V(\mathbf{x}) + d_{v2}, \\ \ddot{V} = L_f^3 V(\mathbf{x}) + L_g L_f^2 V(\mathbf{x}) \mathbf{u} + d_{v3}, \\ \dot{h} = V \sin \gamma, \\ \ddot{h} = L_f^2 h(\mathbf{x}) + d_{h1}, \\ \ddot{h} = L_f^3 h(\mathbf{x}) + d_{h2}, \\ h^{(4)} = L_f^4 h(\mathbf{x}) + L_g L_f^3 h(\mathbf{x}) \mathbf{u} + d_{h3}, \\ \begin{bmatrix} \ddot{V} \\ h^{(4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_v \\ f_h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{v3} \\ d_{h3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_c \\ \delta_c \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (3)$$

式中: $L_g \cdot \cdot, L_f^i \cdot (i=1,2,3)$ 为李导数^[14]; $d_{v1}, d_{v2}, d_{h1}, d_{h2}$ 为非匹配不确定性; d_{v3}, d_{h3} 为匹配不确定性; $\mathbf{u} = [\beta_c \ \delta_c]^T$ 为控制输入; $f_v, f_h, b_{ij} (i,j=1,2)$ 表达式见文献[14].

2.2 滑模微分器

由于非匹配不确定性 $d_{v1}, d_{v2}, d_{h1}, d_{h2}$ 的存在, 导致反馈线性化的结果不准确, 鉴于滑模微分器有良好的逼近效果^[16], 所以本文采用滑模微分器来逼近 $\dot{V}, \ddot{V}, \dot{h}, \ddot{h}$, 以得到更加精确的值, 提高反馈线性化结果的准确性, 减小模型(1)与模型(3)的偏差.

滑模微分器设计为

$$\begin{cases} \dot{z}_0 = v_0, \\ v_0 = -\lambda_2^i |z_0 - f(t)|^{2/3} \text{sgn}(z_0 - f(t)) + z_1, \\ \dot{z}_1 = v_1, \\ v_1 = -\lambda_1^i |z_1 - v_0|^{1/2} \text{sgn}(z_1 - v_0) + z_2, \\ \dot{z}_2 = -\lambda_0^i \text{sgn}(z_2 - v_1), \end{cases}$$

式中 $\lambda_0^i, \lambda_1^i, \lambda_2^i > 0 (i=V, h)$ 为滑模微分器的设计参数.

引理 1^[4,16] 设 $f(t) = f_0(t)$ 是定义在 $[0, \infty]$ 上的函数, 且有 $|f^{(n+1)}| \leq S_n, \forall t$, 其中 S_n 为已知正常数. 则在经历有限时间的瞬态过程后, 有 $z_0 = f_0(t), z_j = v_{j-1} = f_0^{(j)}(t), j=1, \dots, n$.

引理 1 中的 n 为滑模微分器阶数, 本文 $n=2$. 其中: 1) 速度微分器. 当 $f(t) = V, i=V$ 时, z_1, z_2 分别跟踪 \dot{V}, \ddot{V} ; 2) 高度微分器. 当 $f(t) = V \sin \gamma, i=h$ 时, z_1, z_2 分别跟踪 \dot{h}, \ddot{h} .

根据引理 1, 选择合适的参数, 可以保证滑模微分器的状态量在有限时间内精确跟踪速度和高度的各阶导数.

3 快速平滑自适应二阶滑模算法

3.1 积分滑模面

定义速度和高度的跟踪误差:

$$e_v = V - V_d, e_h = h - h_d, \quad (4)$$

式中 V_d, h_d 为指令信号.

为了保证稳态跟踪精度, 选择积分滑模面. 根据式(3), 系统的相对阶次分别为 3 和 4, 所以设计滑模面如下:

$$s = \begin{bmatrix} s_v \\ s_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (d/dt + \lambda_v)^3 \int_0^t e_v(\tau) d\tau \\ (d/dt + \lambda_h)^4 \int_0^t e_h(\tau) d\tau \end{bmatrix}, \quad (5)$$

式中 λ_v, λ_h 为待设计参数.

假设 1^[17] 系统(3)的匹配不确定性表示为 $\mathbf{d} = [d_{v3} \ d_{h3}]^T$, 且满足 $\|\dot{\mathbf{d}}\| \leq g_1 \zeta_1(s)$. 其中, g_1 为未知正常数, $\zeta_1(s) = \|s\|^{m-1}$ 是滑模变量的函数.

3.2 控制器结构

快速平滑自适应二阶滑模控制系统结构框图如图 1 所示.

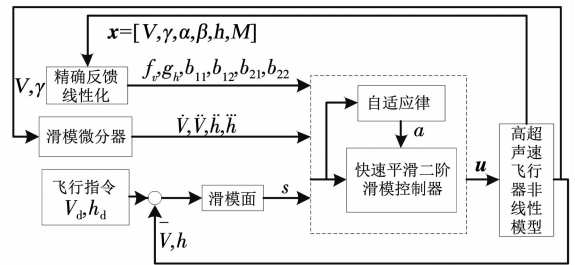


图 1 总体控制结构框图

Fig. 1 Block diagram of overall control structure

在图 1 中, 快速平滑二阶滑模控制律可设计为:

$$\begin{bmatrix} \beta_c \\ \delta_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}^{-1} \left(\begin{bmatrix} \ddot{V}_d \\ h_d^{(4)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} f_v \\ f_h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3\lambda_v \ddot{e}_v & -3\lambda_v^2 \dot{e}_v - \lambda_v^3 e_v \\ -4\lambda_h \ddot{e}_h - 6\lambda_h^2 \dot{e}_h - 4\lambda_h^3 e_h - \lambda_h^4 e_h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -a_{v1} b_{v1} |s_v|^{m-1} \text{sgn}(s_v) - a_{v1} b_{v2} s_v \\ -a_{h1} b_{h1} |s_h|^{m-1} \text{sgn}(s_h) - a_{h1} b_{h2} s_h \end{bmatrix} - \int_0^t (a_{v2} b_{v1} |s_v(\tau)|^{m-2} \text{sgn}(s_v(\tau)) + a_{v2} b_{v2} s_v(\tau)) d\tau - \int_0^t (a_{h2} b_{h1} |s_h(\tau)|^{m-2} \text{sgn}(s_h(\tau)) + a_{h2} b_{h2} s_h(\tau)) d\tau \right) \quad (6)$$

式中: $\mathbf{b}_i = [b_{vi} \ b_{hi}]^T > 0 (i=1,2), m \geq 2$ 为控制器参数; $\mathbf{a}_i = [a_{vi} \ a_{hi}]^T > 0 (i=1,2)$ 为自适应增益, 其

自适应律为:

$$\dot{a}_1 = \begin{cases} \omega_1 \sqrt{\frac{\gamma_1}{2}} \operatorname{sgn}(|s| - \mu), & \text{if } |s| \neq 0; \\ 0, & \text{if } |s| = 0, \end{cases}$$

$$a_2 = [a_{v1}^2 b_{v1} \quad a_{h1}^2 b_{h1}]^T. \quad (7)$$

式中:自适应律设计参数 $\omega_1, \gamma_1 > 0, \mu = [\mu_1 \quad \mu_2]$, μ_1, μ_2 为较小的正常数.

根据式(3)、式(4)~(6)可计算得出闭环滑模面趋近动态. 鉴于滑模面 s_v 和 s_h 的趋近动态形式相同,下文省去下标为 s ,其中 $a_{vi}, b_{vi}, a_{hi}, b_{hi} (i=1, 2), d_{v3}, d_{h3}$ 同理,可得:

$$\dot{s} = a_1(-b_1 |s|^{\frac{m-1}{m}} \operatorname{sgn}(s) - b_2 s) + \sigma,$$

$$\dot{\sigma} = a_2(-b_1 |s|^{\frac{m-2}{m}} \operatorname{sgn}(s) - b_2 s) + \dot{d}. \quad (8)$$

情况 1 当 $m=2$ 时,对比式(2),该算法加入了线性项 $a_1 b_2 s, a_2 b_2 s$,可保证 $|s|$ 快速收敛到 μ 邻域内,但是该算法并不平滑.

情况 2 当 $m > 2$ 时,不仅可保证快速收敛,且控制输入式(6)的积分项中均是连续的函数项,故此时的控制输入是平滑的.

3.3 收敛性证明

定理 1 对于包含被控系统(1)、控制律(6)、自适应律(7)的闭环系统,若假设 1 满足,则 s 在有限时间内收敛于 μ 邻域内.

证明 令 $\eta_1 = a_1 b_1, \eta_2 = a_1 b_2, \eta_3 = a_2 b_1, \eta_4 = a_2 b_2, \zeta = [|s|^{\frac{m-1}{m}} \operatorname{sgn}(s) \quad s \quad \sigma]^T$. 定义一个对称正定矩阵:

$$Q = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4\eta_3 + \eta_1^2 & \eta_1 \eta_2 & -\eta_1 \\ \eta_1 \eta_2 & 2\eta_4 + \eta_2^2 & -\eta_2 \\ -\eta_1 & -\eta_2 & 2 \end{bmatrix}.$$

定义类二次型 Lyapunov 函数为

$$V = \underbrace{\zeta^T Q \zeta}_{V_1} + \underbrace{\sum_{i=1}^2 \frac{1}{2\gamma_i} (a_i - \hat{a}_i)^2}_{V_2}, \quad (9)$$

式中 \hat{a}_1, \hat{a}_2 分别为 a_1, a_2 的上界.

对 V 求一阶导:

$$\dot{V} = - |s|^{\frac{1}{m}} \zeta^T A \zeta - \zeta^T B \zeta + C \zeta \dot{d} + \sum_{i=1}^2 \frac{1}{\gamma_i} (a_i - \hat{a}_i) \dot{a}_i, \quad (10)$$

式中:

$$A = \frac{m-1}{m} \eta_1 \begin{bmatrix} \eta_1^2 + \frac{(3m-4)\eta_3}{m-1} & 0 & \frac{(2-m)\eta_3}{(m-1)\eta_1} - \eta_1 \\ 0 & \frac{(3m-1)\eta_2^2 + m\eta_4}{m-1} & -\frac{(2m-1)\eta_2}{m-1} \\ \frac{(2-m)\eta_3}{(m-1)\eta_1} - \eta_1 & -\frac{(2m-1)\eta_2}{m-1} & 1 \end{bmatrix},$$

$$B = \eta_2 \begin{bmatrix} \frac{(3m-2)\eta_1^2 + (3m-4)\eta_3}{m} & 0 & 0 \\ 0 & \eta_2^2 + \eta_4 & -\eta_2 \\ 0 & -\eta_2 & 1 \end{bmatrix},$$

$$C = [-\eta_1 - \eta_2 \quad 2].$$

根据杨氏不等式 $xy \leq \frac{x^2 + y^2}{2}$, 式(10)的第 3 项

可为

$$C \zeta \dot{d} \leq \zeta^T D \zeta,$$

$$\text{式中 } D = \operatorname{diag}\left(\frac{\eta_2 g_1 + 2g_1 + \eta_1 g_1}{2}, \frac{\eta_2 g_1}{2}, g_1\right).$$

则式(10)可为

$$\dot{V} \leq - |s|^{\frac{1}{m}} \zeta^T A \zeta - \zeta^T (B - D) \zeta + \sum_{i=1}^2 \frac{1}{\gamma_i} (a_i - \hat{a}_i) \dot{a}_i. \quad (11)$$

令 A 和 $B - D$ 均为正定矩阵,可解算得:

$$a_1 > \max\left[\frac{2g_1}{b_2}, \sqrt{\frac{16E + 2(2b_1 + b_2)^2}{16E^2}}\right],$$

$$E = \frac{(6m-6)b_1^2}{m},$$

$$b_1 > \frac{16m^3 - 45m^2 + 39m - 9}{3m^2 - 4m} b_2, a_2 = a_1^2 b_1. \quad (12)$$

根据:

$$\lambda_{\min}(Q) \|\zeta\|^2 \leq \zeta^T Q \zeta \leq \lambda_{\max}(Q) \|\zeta\|^2, \quad (13)$$

$$\|\zeta\|^2 = |s|^{\frac{2m-2}{m}} + s^2 + \sigma^2, \quad (14)$$

可得 $|s| \leq \|\zeta\| \frac{m}{m-1} \leq \left(\frac{V_1^{1/2}}{\lambda_{\min}(Q)}\right)^{\frac{m}{m-1}}$. 则

式(11)可简化为

$$\dot{V} \leq -\kappa_1 V_1^{\frac{2m-3}{2m-2}} - \kappa_2 V_1 - \sum_{i=1}^2 \frac{\omega_i}{\sqrt{2\gamma_i}} |a_i - \hat{a}_i| + \sum_{i=1}^2 \frac{1}{\gamma_i} (a_i - \hat{a}_i) \dot{a}_i + \sum_{i=1}^2 \frac{\omega_i}{\sqrt{2\gamma_i}} |a_i - \hat{a}_i|. \quad (15)$$

式中:

$$\kappa_1 = \frac{\lambda_{\min}(A) \lambda_{\min}^{1/(2m-2)}(Q)}{\lambda_{\max}(Q)}, \kappa_2 = \frac{\lambda_{\min}(B-D)}{\lambda_{\max}(Q)}.$$

根据式(7)可知,本文设计的自适应律,参数不会无限增大,总存在上界 \hat{a}_1, \hat{a}_2 使得 $a_1 - \hat{a}_1 < 0, a_2 - \hat{a}_2 < 0$. 则式(15)转化为

$$\dot{V} \leq -\kappa_1 V_1^{\frac{2m-3}{2m-2}} - \kappa_2 V_1 - \kappa_3 V_2^{\frac{1}{2}} - \sum_{i=1}^2 \left(\frac{\dot{a}_i}{\gamma_i} - \frac{\omega_i}{\sqrt{2\gamma_i}}\right) |a_i - \hat{a}_i| \leq -\kappa V^{\varepsilon} - \sum_{i=1}^2 \left(\frac{\dot{a}_i}{\gamma_i} - \frac{\omega_i}{\sqrt{2\gamma_i}}\right) |a_i - \hat{a}_i|. \quad (16)$$

式中 $\kappa_3 = \min \left[\frac{\omega_1}{\sqrt{2\gamma_1}}, \frac{\omega_2}{\sqrt{2\gamma_2}} \right]$, $\kappa = \min [\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3]$.

因 $\frac{1}{2} < \frac{2m-3}{2m-2} < 1$, 故 $\frac{1}{2} \leq \varepsilon \leq 1$.

针对滑模面趋近动态(8), 如不加入线性项 $a_1 b_2 s$ 、 $a_2 b_2 s$, 并采用相似的证明过程, 可得 $\dot{V}_c \leq -\kappa_1 V_1^{\frac{2m-3}{2m-2}} - \kappa_3 V_2^{\frac{1}{2}} - \sum_{i=1}^2 \left(\frac{\dot{a}_i}{\gamma_i} - \frac{\omega_i}{\sqrt{2\gamma_i}} \right) |a_i - \hat{a}_i|$, 对比式(16), 有 $\dot{V} \leq \dot{V}_c$, 故本文方法的收敛速度更快.

情况 1 当 $|s| > \mu$ 时, $\dot{a}_1 = \omega_1 \sqrt{\frac{\gamma_1}{2}}$, 令 $b_1 = \frac{\omega_2}{\omega_1} \sqrt{\frac{\gamma_2}{\gamma_1}}$, 则式(16)变为

$$\dot{V} \leq -\kappa V^\varepsilon - (2a_1 - 1) \frac{\omega_2}{\sqrt{2\gamma_2}} |a_2 - \hat{a}_2|.$$

由于 $\dot{a}_1, \omega_2, \gamma_2 > 0$, 故 a_1 递增, 只要选取初值 $a_1(0) \geq 0.5$, 则必有 $\dot{V} \leq -\kappa V^\varepsilon$, 那么 $|s|$ 可在有限时间 $t_F = \frac{1}{\kappa(1-\varepsilon)} [V(0)^{1-\varepsilon} - V(t_F)^{1-\varepsilon}]$ 内收敛至 μ 邻域内, 其中 $V(0)$ 为系统初始值, $V(t_F)$ 为 $|s|$ 进入 μ 邻域时的值.

情况 2 如图 2 所示, 当 $|s| < \mu$ 时, 系统状态位于 a 点, 此时 $\dot{a}_1 = -\omega_1 \sqrt{\frac{\gamma_1}{2}}$, a_1 开始减小, 当其不满足式(12)时, $|s|$ 开始增大, 直至 t_1 时刻到达 b 点 ($|s| = \mu$), 下一时刻将满足情况 1, a_1 再逐渐增大, 直至满足式(12), 与此同时 $|s|$ 到达 c 点 (t_2 时刻), 之后再次收敛至 μ 邻域内 (t_3 时刻).

因此, 在自适应过程中, $|s|$ 可能在有限的时间 ($t_3 - t_1$) 内离开 μ 邻域, 并保证其始终停留于一个更大的邻域 μ_1 , 即 $|s| \leq \mu_1$, 下面估计 μ_1 邻域的界.

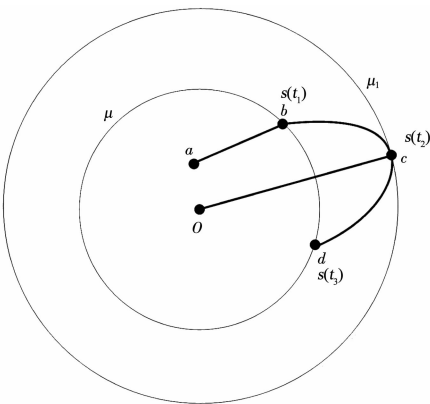


图 2 情况 2 中系统状态收敛过程

Fig. 2 System state convergence process in case 2

根据式(9)和式(11), 有

$$\dot{V}_1 \leq -|s|^{-\frac{1}{m}} \zeta^T A \zeta - \zeta^T (B - D) \zeta.$$

再根据不等式(13), 可将上述不等式化为

$$\frac{d}{dt} (\lambda_1 \|\zeta\|^2) \leq \dot{V}_1 \leq \lambda_2 \|\zeta\|^{2-\frac{1}{m-1}} + \lambda_3 \|\zeta\|^2. \quad (17)$$

式中: $\lambda_1 = \lambda_{\min}(Q)$, $\lambda_2 = \sup_{a_1(t_1) \leq a_1(t) \leq a_1(t_2)} \{\lambda_{\max}[-A(a_1(t))]\}$, $\lambda_3 = \sup_{a_1(t_1) \leq a_1(t) \leq a_1(t_2)} \{\lambda_{\max}[D(a_1(t)) - B(a_1(t))]\}$,

$$a_1(t_2) = \max \left[\frac{2g_1}{b_2}, \sqrt{\frac{16E + 2(2b_1 + b_2)^2}{16E^2}} \right].$$

在 $|s(t_1)| = \mu$ 的初始条件下, 求解微分不等式(17), 可得到:

$$\|\zeta(t)\| \leq$$

$$\left((\lambda_2 - 2\lambda_1 e^{\left(\frac{\lambda_3}{2\lambda_1(m-1)^T - \log\left(\frac{\lambda_3 \|\zeta(t_1)\|}{2\lambda_1} \frac{1}{m-1} + \lambda_2\right)}\right)}) / \lambda_3 \right)^{m-1}.$$

上式可得到 t_2 时刻 $\|\zeta\|$ 的最大值, 为了估计此时 $|s|$ 的最大值, 令等式(14)中 $\sigma = 0$, 可获得 $|s(t_2)|$ 的最大估计值 $\mu_1 = |s(\|\zeta(t_2)\|)|$.

定理 1 得证.

注 控制参数的选择如下: 滑模微分器设计参数 $\lambda_0^i, \lambda_1^i, \lambda_2^i$ ($i = V, h$) 均为正常数, 为确保精确跟踪, 不能过小, 同时还应避免其值过大导致微分器放大噪声; 滑模面设计参数 λ_V, λ_h 均为正常数, 为确保较快的滑模运动速度, 不能过小, 同时还应避免其值过大导致超调; 控制器参数 $m \geq 2, b_{v1}, b_{h1}, b_{v2}, b_{h2}$ 均为正常数, 应通过式(12)的不等式约束来合理选择. 自适应律设计参数 $\omega_1, \gamma_1, \mu_1, \mu_2$ 均为正常数, 为确保 s_V, s_h 收敛于较小邻域, μ_1, μ_2 值不能过大, 同时还应避免其值过小导致自适应参数过大估计.

4 数值仿真

爬升过程的初始条件以及指令信号分别设为: $V_0 = 590$ m/s, $h_0 = 3\ 528$ m, $V_d = 590 + 10t$, $h_d = 3\ 528 + 75t$. 仿真时长为 $t = 300$ s. 滑模微分器的参数设置为: $\lambda_2^V = 20, \lambda_1^V = 10, \lambda_0^V = 80, \lambda_2^h = 10, \lambda_1^h = 20, \lambda_0^h = 40$. 控制器参数设置: $m = 4, b_{v1} = b_{h1} = 9.51, b_{v2} = b_{h2} = 0.01, a_{v1}(0) = 1, a_{h1}(0) = 1$. 仿真条件: 对参数 $S_w, c_A, I_y, \rho, C_D, C_M, C_L$ 加入 40% 的参数摄动, 此外加入除参数不确定性的复合干扰: $d_{v1} = 10$ m/s², $d_y = 0.03$ rad/s, $d_q = 0.1$ rad/s².

4.1 仿真 1

为验证滑模微分器对反馈线性化过程中非匹配不确定性的抑制作用, 进行仿真 1. 仿真结果如图 3 所示.

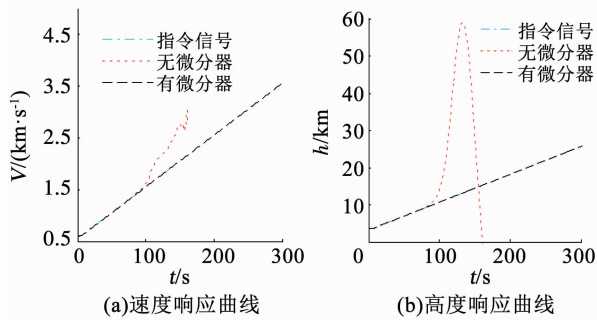


图 3 仿真 1 结果

Fig. 3 Result of simulation 1

为体现非匹配不确定性的影响效果,本文加入较大的不确定性及干扰,从仿真结果图 3 可以看出,使用滑模微分器估计速度和高度各阶导数的控制器,高度和速度输出信号均能准确地跟踪上指令信号,而未使用滑模微分器的控制器在接近 100 s 时已经发散,可知在存在较大不确定性及干扰的情况下,忽略反馈线性化过程中的非匹配不确定性,是不合理的,设计出的控制器可能无法达到预期控制效果。

4.2 仿真 2

为验证本文控制算法既快速又平滑的特性,进行仿真 2,选择 3 种控制器:1) 选取 $m=4$ 的快速且平滑的超螺旋滑模控制 (FSSTC) 器;2) 选取 $m=2$ 的快速但不平滑的超螺旋滑模控制 (FNSSTC) 器;3) 传统超螺旋滑模控制 (STC) 器。仿真结果如图 4 所示。

从图 4(e) ~ 图 4(f) 可以看出,3 种算法中,FSSTC 算法的收敛速度最快,FNSSTC 算法比传统 STC 算法的收敛速度略快一些,虽然其在收敛速度上有些许提升,但由于本文加入的不确定性及干扰较大,该算法的控制效果差,为尽量满足控制输入的真实情况,对其进行了限幅,导致无法提供理想的控制效能,逐渐振荡至发散。根据图 4(a) ~ 图 4(d) 可以看出,传统的二阶滑模的抖振依旧没有消除,控制输入不平滑,呈现锯齿状,而本文提出的算法,控制输入平滑,基本消除了抖振。这是因为传统 STC 算法中,积分项下存在不连续的符号函数项 $\text{sgn}(s)$,通过积分变成连续的三角波函数,当 s 在 0 附近变化时,控制输入高频跳变,幅值乘上系数 $a_2 b_1$,会放大抖振,而在本文方法中,积分项下原本不连续的 $\text{sgn}(s)$ 变为连续的 $|s|^{\frac{m-2}{m}} \text{sgn}(s)$,当 s 在 0 附近变化时,该项较传统 STC 算法的符号函数幅值小很多,而且该项本身连续,通过一次积分后,得到类三角函数型平滑的控制输入,不会有锯齿状情况。

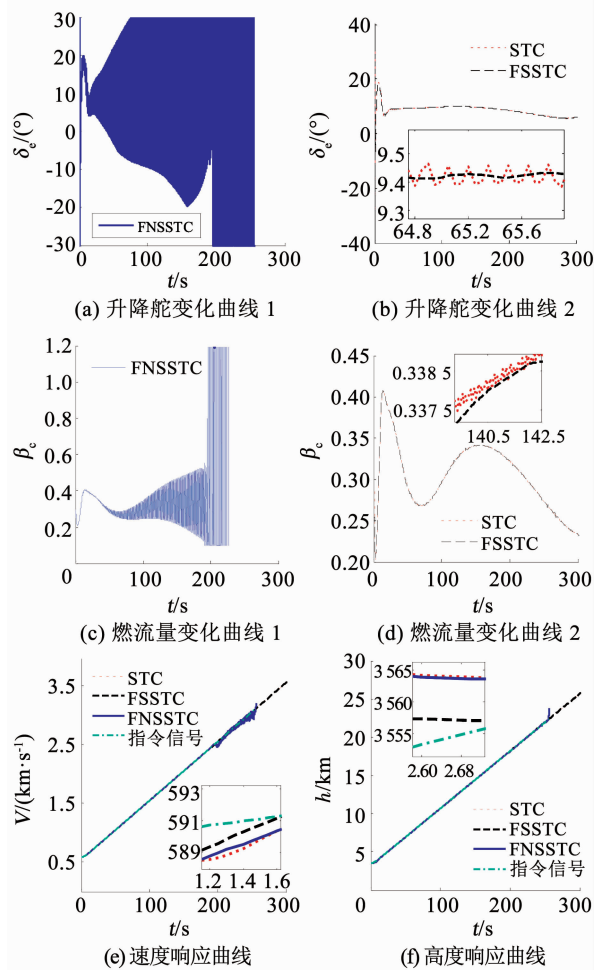


图 4 仿真 2 结果

Fig. 4 Result of simulation 2

注 本文的控制算法中引入了线性项,原理上收敛速度较传统二阶滑模控制算法要快,但是设计自适应律可能减小其收敛速度,又由于本文设计的自适应律,其参数既可增大又可减小,不会造成参数过大估计,即可选取较大的初始值,保持更快收敛速度。

5 结论

1) 本文针对高超声速飞行器爬升段的控制问题,提出了一种快速平滑的自适应二阶滑模控制算法。

2) 鉴于反馈线性化过程中存在的非匹配不确定性,采用了滑模微分器来逼近反馈线性化模型中速度和高度的各阶导数,同时为改善传统超螺旋控制算法的收敛速度以及控制输入平滑性,在其算法中加入了线性项,并将积分项中的符号函数项进行了连续化。

3) 仿真结果表明,加入滑模微分器后,成功消除了非匹配不确定性的影响,且该方法有较好的跟踪性能,与传统 STC 算法和 FNSSTC 算法相比,有更

快的收敛速度,且控制输入平滑,基本消除了抖振.

4) 实际应用中,控制输入多为机械运动,意味着控制输入越平滑,则具有更好的工程实用价值.

参考文献

- [1] 穆凌霄, 王新民, 谢蓉, 等. 高超音速飞行器及其制导控制技术综述[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2019, 51(3): 1
MU Lingxia, WANG Xinmin, XIE Rong, et al. A survey of the hypersonic flight vehicle and its guidance and control technology[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2019, 51(3): 1. DOI: 10.11918/j.issn.0367-6234.201810036
- [2] 吴立刚, 安昊, 刘健行, 等. 吸气式高超声速飞行器控制的最新研究进展[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2016, 48(10): 1
WU Ligang, AN Hao, LIU Jianxing, et al. Recent progress in control of air-breathing hypersonic vehicles[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2016, 48(10): 1. DOI:10.11918/j.issn.0367-6234.2016.10.001
- [3] 周树静. 高超声速飞行器爬升段轨迹优化与跟踪[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2012
ZHOU Shujing. Ascent phase trajectory optimization and tracking for hypersonic vehicles[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2012
- [4] SHTESSEL Y, EDWARDS C, FRIDMAN L, et al. Sliding mode control and observation[M]. New York: Springer, 2014: 228. DOI:10.1007/978-0-8176-4893-0
- [5] 杨俊起, 高煜欣, 陈滢涛, 等. 基于干扰观测器的不确定非线性系统终端滑模控制器设计[J]. 控制与决策, 2020, 35(1): 155
YANG Junqi, GAO Yuxin, CHEN Yantao, et al. Disturbance observer-based terminal sliding mode controller design for uncertain nonlinear systems[J]. Control and Decision, 2020, 35(1): 155. DOI:10.13195/j.kzyjc.2018.0599
- [6] 何宗儒. 二阶滑模极值搜索控制方法设计与应用研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2018
HE Zongru. Research on the design and application of second-order sliding mode extremum seeking control method[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2018
- [7] SAIFF M, EBRAHIMI B, VALI M. Fault tolerant control of satellite formation flying using second order sliding mode control[C]// Proceedings of 2011 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics. Anchorage, AK: IEEE, 2011. DOI:10.1109/ICSMC.2011.6083968
- [8] 谭健, 周洲, 祝小平, 等. 快速 super twisting 算法及其在飞翼布局无人机姿态控制上的应用[J]. 控制与决策, 2016, 31(1): 143
TAN Jian, ZHOU Zhou, ZHU Xiaoping, et al. Fast super twisting algorithm and its application to attitude control of flying wing UAV[J]. Control and Decision, 2016, 31(1): 143. DOI:10.13195/j.kzyjc.2014.1578
- [9] 刘畅, 杨锁昌, 汪连栋, 等. 基于快速自适应超螺旋算法的制导律[J]. 北京航空航天大学学报, 2019, 45(7): 1388
LIU Chang, YANG Suochang, WANG Liandong, et al. Guidance law based on fast adaptive super-twisting algorithm[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2019, 45(7): 1388. DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2018.0654
- [10] EDWARDS C, SHTESSEL Y. Adaptive dual layer super-twisting control and observation[J]. International Journal of Control, 2016, 89(9): 1759. DOI:10.1080/00207179.2016.1175030
- [11] UTKIN V I, POZNYAK A S. Adaptive sliding mode control with application to super-twist algorithm; Equivalent control method[J]. Automatica, 2013, 49(1): 39. DOI:10.1016/j.automatica.2012.09.008
- [12] SHTESSEL Y, TALEB M, PLESTAN F. A novel adaptive-gain *supertwisting* sliding mode controller; Methodology and application[J]. Automatica, 2012, 48(5): 759. DOI: 10.1016/j.automatica.2012.02.024
- [13] SHTESSEL Y B, SHKOLNIKOV I A, LEVANT A. Smooth second-order sliding modes; Missile guidance application[J]. Automatica, 2007, 43(8): 1470. DOI:10.1016/j.automatica.2007.01.008
- [14] 杨铭超. 近空间飞行器起飞段抗风及模态切换鲁棒控制器设计[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2017
YANG Mingchao. Robust controller design for wind resistance and mode switching of near space vehicle[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2017
- [15] 余朝军, 江驹, 甄子洋, 等. 高超声速飞行器弹性自适应控制方法[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2018, 39(6): 1026
YU Chaojun, JIANG Ju, ZHEN Ziyang, et al. A novel resilient adaptive control scheme for hypersonic vehicles[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2018, 39(6): 1026. DOI:10.11990/jheu.201611043
- [16] LEVANT A. Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control[J]. International Journal of Control, 2003, 76(9/10): 924. DOI:10.1080/0020717031000099029
- [17] WANG Zheng. Adaptive smooth second-order sliding mode control method with application to missile guidance[J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2017, 39(6): 848. DOI:10.1177/0142331215621616

(编辑 张红)