

DOI:10.11918/201904145

利用 Frenet 活动标架构建涡旋压缩机型线的新方法

刘 涛,侯才生,李银萍

(兰州理工大学 机电工程学院,兰州 730050)

摘 要:针对涡旋齿型线设计中缺乏简洁有效的通用几何模型、在实际工程应用中未考虑型线几何性能倾向性的问题,提出一种利用 Frenet 活动标架构建涡旋齿型线的新方法. 首先在构成涡旋齿型线的曲线上依附一个 Frenet 活动标架,让该标架取代固定的笛卡尔直角坐标系. 然后利用平面曲线的曲率和 Frenet 活动标架表示涡旋齿型线的内在特征,建立以曲率和 Frenet 活动标架为参数的涡旋齿型线的通用几何模型. 最后建立了控制系数与涡旋齿型线几何性能的映射关系,在此基础上,以考虑涡旋压缩机工程应用为设计目标,在涡盘圆周大径和涡旋齿齿厚分别确定的条件下,利用映射关系,依据设计需求的倾向性来优选出一系列控制系数,进而构造出满足要求的涡旋齿型线. 研究结果表明:利用 Frenet 活动标架构建的涡旋齿型线,不但涵盖了当前所有类型的涡旋齿型线,而且能按预期的几何性能对型线进行重构,从而设计出具有最佳性能的涡旋齿型线,该方法为实现涡旋压缩机型线的柔性化设计打下理论基础.

关键词: 涡旋压缩机;几何性能;frenet 活动标架;涡旋齿型线;映射关系

中图分类号: TH45 **文献标志码:** A **文章编号:** 0367-6234(2020)01-0194-07

A new method of constructing scroll compressor profile using frenet moving frame

LIU Tao, HOU Caisheng, LI Jinping

(School of Mechanical and Electrical Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

Abstract: In the design of scroll wrap profiles, aiming at the problem of lacking of simple and effective general geometric model and the preference of scroll profile geometric performance is not taken into consideration in practical engineering applications, a new method of constructing scroll wrap profiles applying the frenet moving frame was proposed. Firstly, a frenet moving frame was attached to the curve of scroll wrap profile to replace the fixed Cartesian Coordinate System. Then, using the curvature of the plane curve and frenet moving frame to express the intrinsic characteristics of the scroll wrap profiles, a general geometric model of scroll wrap profiles with curvature and frenet moving frame as parameters was established. Finally, the mapping relationship between the control coefficients and the geometric performance of the scroll wrap profiles was set up. On this basis, taking the engineering application of scroll compressor as the design goal, under the condition that the circumferential diameter of scroll plate as well as the tooth thickness were known respectively, by using the mapping relationship, a series of control coefficients were selected according to the preferences of the design requirements, then the scroll wrap profiles that satisfy the requirements were constructed. The results show that the scroll wrap profile constructed by frenet moving frame not only includes all types of scroll wrap profiles at present, but also reconstructs them according to the expected geometric performance, so as to design the scroll wrap profiles with the best performances. This method lays a theoretical foundation for the flexible design of scroll compressor profile.

Keywords: scroll compressor;geometric performance;frenet moving frame;scroll wrap profile;mapping relationship

涡旋压缩机与其他类型的压缩机相比,具有结构紧凑、高效节能、可靠性高、微振低噪等诸多优点,已广泛应用于制冷、空调、涡旋增压器和涡旋膨胀机等领域^[1-3]. 它是依靠一对啮合的动静涡旋齿之间所形成的密闭容积由大到小的周期性变化,来实现对工作介质的吸入、压缩和排放的. 构成涡旋齿的

型线决定了涡旋压缩机的几何特性、加工性能和磨损,进而最终影响涡旋压缩机的容积效率和机械效率^[4-5],所以有关涡旋齿型线的研究成为一个热点.

根据涡旋齿齿廓的形状,可将型线划分为三大类,分别为等壁厚涡旋齿型线、渐变壁厚涡旋齿型线和变壁厚涡旋齿型线. 等壁厚涡旋齿型线因数学描述简单、加工比较方便而得到广泛应用^[6-7],它可由基圆渐开线、线段渐开线、正多边形渐开线等曲线构成;渐变壁厚涡旋齿型线可由变径基圆渐开线、阿基米德螺旋线和代数螺线等曲线构成,它的优势在于

收稿日期: 2019-04-17
基金项目: 国家自然科学基金(51665035)
作者简介: 刘 涛 (1971—),女,教授,博士生导师
通信作者: 侯才生,942516726@qq.com

其齿厚的变化规律与其工作腔内介质压力的变化规律相一致, 所以其性能较高^[8-11]. 当涡旋压缩机需要较大压缩比时, 采用前两种涡旋齿型线会导致型线圈数增加, 泄漏线的长度增加, 进而对涡旋压缩机产生不利影响. 为克服上述缺陷, 相关学者提出了用组合曲线来构造变壁厚涡旋齿型线的思路^[12-13], 从而用较少的圈数实现了大压缩比的要求. 由上述分析可知, 在理论上, 能构成三大类涡旋齿型线的曲线类型众多, 但每种曲线都有各自的特点和相应的表征方式. 在以往对型线的研究中, 只是针对每一种具体曲线展开讨论, 给出其复杂的计算公式, 这种研究方法将造成型线过分依赖于具体的型线表征方式, 导致一种型线对应一种模型的局面, 使建模不断重复. 与此同时, 因建立的模型针对性过强, 致使得到的结论不具有普遍性和通用性. 为解决上述问题, 近年来又提出了通用型线的理论^[14-15], 这在一定程度上减少了重复建模的次数, 提高了设计效率, 但该理论并不完善, 尚有待进一步研究.

涡旋齿型线传统设计方法是根据已知型线的特点, 先选定型线类型, 然后进行性能分析. 这种方法存在的缺点是未充分考虑涡旋压缩机在实际工程应用中几何性能倾向性的问题, 致使设计出的涡旋齿型线不能满足设计要求. 为克服涡旋齿型线传统设计中存在的弊端, 本文基于微分几何理论^[16], 在构成涡旋齿型线的曲线上依附一个 Frenet 标架, 让其跟着曲线一起运动, 通过 Frenet 标架的运动状态来刻画该曲线的形状特征, 进而建立以曲率和 Frenet 标架为参数的涡旋齿型线的通用几何模型, 实现对涡旋齿型线的准确描述, 并以考虑涡旋压缩机工程应用为设计目标, 来构造出众多符合设计要求的涡旋齿型线.

1 涡旋齿型线的通用几何模型

图 1 是任意涡旋型线的微分几何关系示意图. 图中: ρ 为曲率半径; C 为曲率中心; φ 为型线切向角参数; K 为型线切点, T 为单位切向量; N 为单位法向量; dx 为横坐标轴增量; dy 为纵坐标轴增量; ds 为弧长增量.

在平面 E^2 的右手笛卡尔直角坐标系下, 曲线 $r=r(s)$ 可以表示为

$$r=r(s)=(x(s), y(s)), \tag{1}$$

其中 s 是弧长参数.

记任意涡旋型线的切线与 x 轴正向的夹角为 $\varphi=\varphi(s)$, 则在切点处的单位切向量和单位法向量分别为

$$T=T(s)=(\cos \varphi(s), \sin \varphi(s)), \tag{2}$$

$$N=N(s)=(-\sin \varphi(s), \cos \varphi(s)), \tag{3}$$

根据微分几何关系, 见图 1, 易得

$$\begin{cases} \frac{dx}{ds}=\cos \varphi(s), \\ \frac{dy}{ds}=\sin \varphi(s). \end{cases} \tag{4}$$

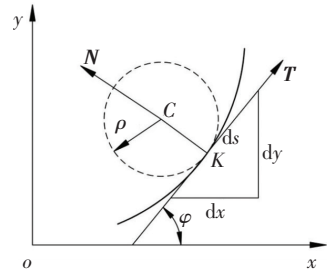


图 1 涡旋型线的微分几何关系

Fig. 1 Differential geometric relations of scroll profile
且涡旋型线在切点处的曲率半径为

$$\rho(\varphi)=\frac{ds}{d\varphi}. \tag{5}$$

由于 $T(s)$ 为单位向量场, 故有 $T(s) \perp T'(s)$, 所以 $T'(s)$ 是 $N(s)$ 的倍数, 设为

$$T'(s)=\kappa_r(s)N(s), \tag{6}$$

因此

$$\kappa_r(s)=T'(s) \cdot N(s)=\begin{vmatrix} x'(s) & y'(s) \\ x''(s) & y''(s) \end{vmatrix}, \tag{7}$$

式中 κ_r 为平面曲线的曲率. 故有

$$\kappa_r(s)=\frac{d\varphi(s)}{ds}. \tag{8}$$

综合以上各式, 得到平面曲线的 Frenet 标架 $\{r(s); T(s), N(s)\}$ 沿涡旋齿型线运动的公式为

$$\begin{cases} \frac{dr}{ds}=T(s), \\ \frac{d}{ds}\begin{pmatrix} T(s) \\ N(s) \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & k_r(s) \\ -k_r(s) & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} T(s) \\ N(s) \end{pmatrix}. \end{cases} \tag{9}$$

结合式 (5) 与式 (9), 并代入初值 $(x_0(\varphi_0), y_0(\varphi_0))$, 便得到任意涡旋齿型线的母线方程为

$$\begin{cases} x(\varphi)=x_0(\varphi_0)+\int_0^\varphi \rho(\varphi) \cos \varphi(s) d\varphi, \\ y(\varphi)=y_0(\varphi_0)+\int_0^\varphi \rho(\varphi) \sin \varphi(s) d\varphi. \end{cases} \tag{10}$$

$(\varphi \in [0, \varphi_{\max}])$

式中 $\varphi_{\max}$ 为母线的最大切向角.

根据泰勒级数, 任意函数曲线的数学表达式都可表示为切向角 φ 的函数形式, 并且只要该函数是关于 φ 的递增函数, 就可以通过此函数来表示任意满足啮合条件的涡旋型线. 因此将式 (10) 中的曲率半径函数表征为

$$\rho(\varphi) = a_0 + a_1\varphi + a_2\varphi^2 + \cdots = \sum_{i=0}^n a_i\varphi^i.$$

$$(i = 0, 1, 2, \cdots, n)$$

式中: a_i 称为型线的控制系数, i 称为曲线的阶次. 当 $i = 0$ 时称为零次曲线, 型线方程表示的曲线是圆或者圆弧, 可用来对涡旋齿型线的齿头部分进行修正; 当 $i = 1$ 时称为一次曲线, 型线方程表示的曲线是圆渐开线, 可构成等壁厚涡旋齿型线; 当 $i \geq 2$ 时称为高次曲线, 型线方程表示的曲线是变半径圆渐开线, 可构成渐变壁厚涡旋齿型线.

若要构造变壁厚的涡旋齿型线, 可将曲率半径函数 $\rho(\varphi)$ 表征为分段函数的形式, 只要在各连接点处满足曲线连续性和光滑性的条件即可. 由此可见, 当曲率半径函数 $\rho(\varphi)$ 不分段时, 能构成等壁厚和渐变壁厚的涡旋齿型线; 当 $\rho(\varphi)$ 分段时, 又能构造出变壁厚的涡旋齿型线. 通过曲率半径函数 $\rho(\varphi)$ 的不同表征形式, 不但将涡旋压缩机中的三大类涡旋齿型线统一纳入到一个函数方程中, 而且通过调整曲率半径函数式中的控制系数就能对涡旋齿型线的特性进行优化和控制.

母线方程确定后, 根据法向等距曲线的特点^[17], 确定动、静涡旋的内外壁型线方程.

动涡旋外壁型线方程为

$$\begin{cases} x_{oo} = x_0(\varphi_0) + \int_0^\varphi (\rho(\varphi) - \frac{R_{or}}{2}) \cos \varphi(s) d\varphi, \\ y_{oo} = y_0(\varphi_0) + \int_0^\varphi (\rho(\varphi) - \frac{R_{or}}{2}) \sin \varphi(s) d\varphi. \end{cases}$$

静涡旋内壁型线方程为

$$\begin{cases} x_{fi} = x_0(\varphi_0) + \int_0^\varphi (\rho(\varphi) + \frac{R_{or}}{2}) \cos \varphi(s) d\varphi, \\ y_{fi} = y_0(\varphi_0) + \int_0^\varphi (\rho(\varphi) + \frac{R_{or}}{2}) \sin \varphi(s) d\varphi. \end{cases}$$

动涡旋内壁型线方程为

$$\begin{cases} x_{oi} = -x_0(\varphi_0) - \int_0^\varphi (\rho(\varphi) + \frac{R_{or}}{2}) \cos \varphi(s) d\varphi, \\ y_{oi} = -y_0(\varphi_0) - \int_0^\varphi (\rho(\varphi) + \frac{R_{or}}{2}) \sin \varphi(s) d\varphi. \end{cases}$$

静涡旋外壁型线方程为

$$\begin{cases} x_{fo} = -x_0(\varphi_0) - \int_0^\varphi (\rho(\varphi) - \frac{R_{or}}{2}) \cos \varphi(s) d\varphi, \\ y_{fo} = -y_0(\varphi_0) - \int_0^\varphi (\rho(\varphi) - \frac{R_{or}}{2}) \sin \varphi(s) d\varphi. \end{cases}$$

式中 R_{or} 为回转半径.

为计算方便, 取初值 $x_0(\varphi_0) = a_1, y_0(\varphi_0) = 0$, 根据上述涡旋型线方程, 得到的动静涡旋啮合如图 2 所示.

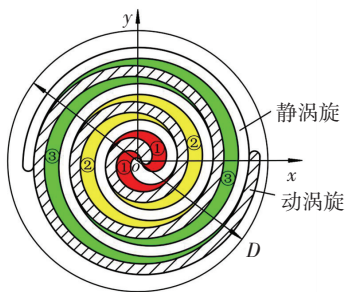


图 2 动静涡旋啮合

Fig.2 Meshing of the fixed and orbiting scroll

2 工作腔容积的计算

动、静涡旋相互啮合时, 能够形成多对封闭的工作腔, 如图 2 所示, 从内到外依次称为第一压缩腔 (又称排气腔)、第二和第三压缩腔, 分别用编号①、②、③来表示, 各个工作腔的容积随着曲轴转角 θ 的变化而变化. 如图 3(a) 所示, 以动涡旋的内壁面与静涡旋的外壁面所围成的第二压缩腔为例, 易得单一月牙形腔体的面积 A_2 为动涡旋内壁型线 L_{oi} 所组成的面积与静涡旋外壁型线 L_{fo} 所组成的面积之差. 根据法向等距线法, 对涡旋型线进行平动, 如图 3(b) 所示, 则

$$A_2 = A'_2 = L_2 R_{or},$$

其中

$$L_2 = \int_{2\pi-\theta}^{4\pi-\theta} \rho(\varphi) d\varphi,$$

所以第二压缩腔腔体面积为

$$A_2(\theta) = 2R_{or} \int_{2\pi-\theta}^{4\pi-\theta} \rho(\varphi) d\varphi,$$

由此可得, 涡旋压缩机除排气腔以外的任一对压缩腔容积的通用计算式为

$$V_N(\theta) = 2hR_{or} \int_{2(N-1)\pi-\theta}^{2N\pi-\theta} \rho(\varphi) d\varphi. \quad (N = 2, 3, \cdots)$$

式中: N 为压缩腔编号, h 为涡旋齿高度.

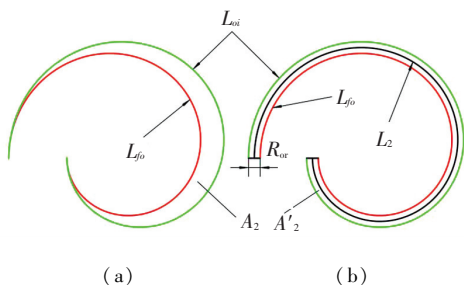


图 3 第二压缩腔轴向投影面积

Fig.3 Axial projection area of the second compression chamber

对于排气腔, 它的容积与开始排气角及型线最初一段的修正情况有关, 本文采用对称双圆弧修正的方法对齿头进行修正^[18]. 根据曲轴转角 θ 的变化, 可将排气腔容积的计算划分为两个阶段.

在第一阶段,排气腔是由圆渐开线和修正圆弧组成,如图 4 所示. 工作腔的容积为

$$V_{11}(\theta) = h \left\{ \frac{1}{3} a_1^2 \left[\left(\theta + \frac{\pi}{2} - \vartheta \right)^3 - \left(\theta - \frac{\pi}{2} + \vartheta \right)^3 + \left(\phi + \pi + \vartheta \right)^3 - \left(\phi + \pi - \vartheta \right)^3 \right] - a_1^2 (\pi - 4\vartheta) - 2A_m \right\},$$

其中

$$A_m = \frac{1}{6} a_1^2 [(\phi + \pi + \vartheta)^3 - (\phi + \vartheta)^3] + \frac{\pi}{2} a_1^2 - \frac{\lambda}{2} (R_d^2 - R_x^2).$$

式中: ϕ 为修正展角, ϑ 为渐开线发生角, λ 为修正圆弧中心角, R_d 为修正大圆弧半径, R_x 为修正小圆弧半径, γ 为修正角.

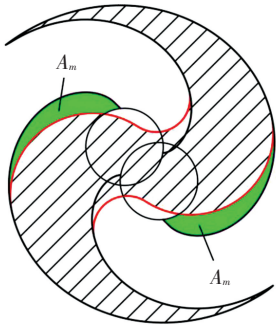


图 4 由圆渐开线和圆弧组成的排气腔
Fig.4 The discharge chamber consisting of circle involutes and circular arcs

在第二阶段,排气腔完全由修正圆弧组成,如图 5 所示. 工作腔容积为

$$V_{12}(\theta) = h(R_d^2 - R_x^2) [(\theta - \gamma) - \sin(\theta - \gamma)].$$

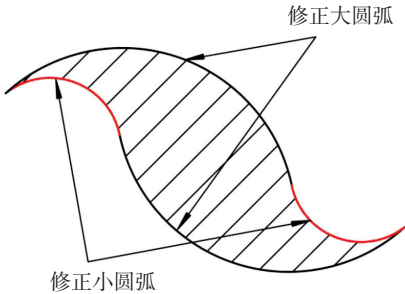


图 5 仅有圆弧组成的排气腔

Fig.5 The discharge chamber consisting of only circular arcs

3 涡旋齿型线的几何性能指标

为了研究控制系数对涡旋齿型线几何性能的影响,建立两者之间的映射关系,特引入 4 个能表征涡旋齿型线几何性能的指标,即压缩比、涡盘圆周大径、体积利用系数和涡旋齿齿厚.

3.1 压缩比

$$\nu = \left(\frac{V_3(0)}{V_{11}(\theta^*)} \right)^\kappa.$$

式中: $V_3(0)$ 为曲轴转角 $\theta = 0$ 时,第三压缩腔的容积; θ^* 为开始排气角, $\theta^* = 2\pi - \gamma$; κ 为气体的等熵指数,取 $\kappa = 1.21$.

3.2 涡盘圆周大径

考虑到涡旋压缩机在实际应用中,有尺寸空间限制这一因素,特引入涡盘圆周大径 D 这一性能指标,如图 2 所示.

$$D = 2 \{ [x_{oo}(\varphi_{\max} + \pi) + R_{or}]^2 + (y_{oo}(\varphi_{\max} + \pi))^2 \}^{1/2}.$$

3.3 体积利用系数

为了定量表征涡旋压缩机尺寸结构的大小以及紧凑程度,引入体积利用系数这一性能指标,定义为

$$\gamma = \frac{4V_3(0)}{\pi D^2 h}.$$

3.4 涡旋齿齿厚

齿厚 t 是涡旋压缩机设计、动力学、热力学研究和强度计算中的一个重要几何量,所以其大小的选择对于涡旋压缩机的正常运转至关重要. 涡旋齿齿厚 t 的计算公式定义为

$$t = [\rho(\varphi + 2\pi) - \rho(\varphi) - 2R_{or}] / 2.$$

4 控制系数与性能指标的映射关系

为了建立控制系数与性能指标的映射关系,并探究每项控制系数变化所代表的具体意义,分别讨论了每个控制系数单独变化时其对性能指标的影响. 本文以前两项控制系数为研究对象,并且对控制系数的讨论都是在回转半径 R_{or} 和涡旋齿高 h 确定的条件下进行的,因为回转半径 R_{or} 和涡旋齿高 h 是两个重要的几何参数,取值过大或过小均会对涡旋压缩机的性能产生不利的影响. 回转半径 R_{or} 的大小会影响动静涡旋的啮合, R_{or} 取值不恰当,会使动静涡旋相互干涉而无法正常啮合. 而涡旋齿高 h 的大小与轴向泄漏线长度、涡旋体加工时的难易程度相关,若 h 过大,会使涡旋体的加工难度增加,不利于保证涡旋体的形位精度;若 h 过小,又会增加压缩腔轴向间隙的泄漏线长度,不利于提高涡旋压缩机的容积效率. 基于以上分析,本文参照文献[19],取回转半径 $R_{or} = 1.84 \text{ mm}$, 涡旋齿高 $h = 25 \text{ mm}$.

当控制系数 a_1 保持不变, a_0 逐渐增大时,得到的计算结果如表 1 中的第 1 至第 3 组数据所示. 结果表明:在 a_1 不变的条件下,随着 a_0 的逐渐变大,涡盘圆周大径 D 在变大,压缩比 ν 和体积利用系数 γ 在变小,而涡旋齿齿厚 t 却保持不变;当控制系数 a_0 的值不变, a_1 取值逐渐变大时,其计算结果如表 1

中的第 3 至第 5 组数据所示. 由结果可知:随着 a_1 的逐渐增大,压缩比 ν 、涡盘圆周大径 D 及涡旋齿齿厚 t 均在变大,只有体积利用系数 γ 在减小. 从表 1 中还可以得出,任何控制系数 a_i 的单独变大都会使涡盘圆周大径 D 增大,也都会使体积利用系数减小.

表 1 控制系数 a_i 变化时的性能指标值

Tab. 1 Performance index values with the change of control coefficient a_i

组数	控制系数		涡旋齿型线的性能指标值			
	a_0	a_1	ν	D/mm	γ	t/mm
1	1.10	1.54	5.77	70	0.152	3.00
2	0.60	1.54	6.27	69	0.153	3.00
3	0.10	1.54	6.87	68	0.155	3.00
4	0.10	2.04	6.91	90	0.117	4.57
5	0.10	2.54	6.93	112	0.094	6.14

通过探讨前两项控制系数变化对涡旋齿型线性性能指标的影响,建立了控制系数与性能指标的映射关系,如表 2 所示. 利用表 2 中的映射关系,得到了控制系数与各项性能指标的变化趋势图,如图 6 所示. 运用该变化趋势图可优选出一系列满足设计要求的控制系数,进而构造出涡旋齿型线.

表 2 控制系数与涡旋齿型线性性能指标的映射关系

Tab. 2 Mapping relation between control coefficients and performance indexes of scroll wrap profiles

控制系数		涡旋齿型线的性能指标			
a_0	a_1	ν	D/mm	γ	t/mm
↑	—	↓	↑	↓	—
—	↑	↑	↑↑	↓↓	↑

注:—表示不变;↑表示增大;↓表示减小;双箭头表示增大或减小的程度较大.

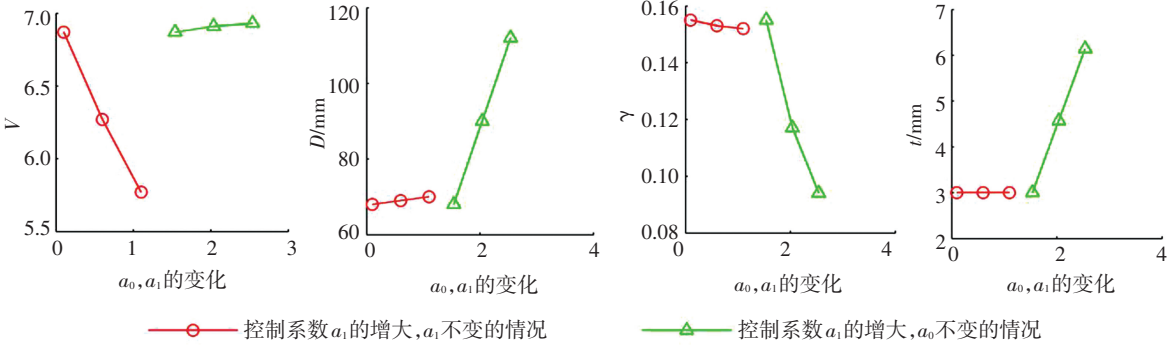


图 6 控制系数与性能指标的变化趋势图

Fig.6 Change trend graphs of control coefficients and performance indexes

5 控制系数的优选

对于涡旋压缩机而言,压缩比和体积利用系数无疑是两个非常重要的性能指标,它们对于提高压缩性能,改善整个空压系统工作性能的影响关系较大. 所以在以往的研究中,对这两个性能指标特别重视,在一味地追求压缩比或体积利用系数的最大值. 但同时也忽略了另外两个形象直观、便于测量的指标,即涡盘圆周大径 D 和涡旋齿齿厚 t .

对于涡盘圆周大径 D 而言,它的大小受空间尺寸的限制. 在达到同样大小的压缩比或体积利用系数的条件下, D 的尺寸可以有多种. 如当涡旋压缩机被用于轿车等空间有限的地方时,虽然压缩比或体积利用系数达到了设计要求,但若 D 的尺寸过大或过小都将导致涡旋压缩机无法正确安装.

对于涡旋齿齿厚 t 而言,它的大小主要根据涡旋齿工作时受力状况而定,以保证强度和刚度为前提. 若 t 过小,则涡旋齿的强度和刚度会降低,加工中容易变形;若 t 过大,则涡旋盘的整体尺寸会增

大,涡旋齿的质量也会过大,导致传热性能变差. 当涡旋齿顶部要求设置密封槽时, t 在取值时还要将密封槽与密封条的加工工艺考虑在内. 由此可见,涡旋齿齿厚大小的选择对涡旋压缩机性能的改善是极其关键的.

因此,本文分别讨论了在涡盘圆周大径 D 与涡旋齿齿厚 t 恒定的前提下,利用控制系数与性能指标的映射关系,来优选满足要求的控制系数,进而构造出性能优良的涡旋齿型线.

利用映射关系,寻找满足涡盘圆周大径 D 的控制系数. 例如,在 $a_0 = 0.10, a_1 = 1.54$ 时,得到的 $D = 68 \text{ mm}$,若此时需要 $D = 80 \text{ mm}$ 的外形尺寸,由映射关系可知,可分别增大 a_0 或 a_1 的值,把 a_0 值增大至 $a_0 = 6.10$ 来达到要求,也可把 a_1 值增大到 $a_1 = 1.81$ 来满足要求,即在涡盘圆周大径 D 确定的前提下,控制系数 a_0 或 a_1 的取值是在参照表 1 的基础上,依据映射关系,会计算得到一系列满足要求的控制系数. 如表 3 所示,仅仅是满足要求的其中的五组控制系数. 由表 3 可知,在保证涡盘圆周大径 D 一定

的条件下,第 3 组的压缩比最大,但其体积利用系数又较小;第 1 组的体积利用系数最大,但其压缩比和齿厚却是最小的. 所以在选择控制系数时,应根据涡旋压缩机的实际需求合理选择,若需要较大的压缩比,则选择第 3 组的控制系数来构造涡旋齿型线;若需要较大的体积利用系数,就选择第 1 组的控制系数来构造涡旋齿型线.

表 3 $D=80\text{ mm}$,改变控制系数 a_i 时的性能指标值

Tab.3 Performance index values with the change of control coefficient a_i when $D = 80\text{ mm}$

组数	控制系数		涡旋齿型线的性能指标值			
	a_0	a_1	D/mm	ν	γ	t/mm
1	6.10	1.54	80	3.43	0.139	3.00
2	0.10	1.81	80	6.89	0.132	3.85
3	0	1.82	80	7.01	0.131	3.88
4	0.38	1.80	80	6.59	0.132	3.82
5	0.50	1.79	80	6.46	0.133	3.78

同样利用映射关系来寻找满足涡旋齿齿厚 t 的控制系数. 例如,在 $a_0 = 0.10$, $a_1 = 1.54$ 时,得到的 $t = 3.00\text{ mm}$,若需要 $t = 4.00\text{ mm}$ 的齿厚,可增大控制系数 a_1 的值,即把 a_1 值增大至 $a_1 = 1.86$ 来达到要求. 即在涡旋齿齿厚 t 确定的条件下,根据表 1 并结合表 2 中的映射关系,可计算得到控制系数若干. 由表 2 可知,虽然齿厚 t 不受控制系数 a_0 的影响,但 a_0 取较小值时,可以增大压缩比和体积利用系数. 如表 4 所示,是满足涡旋齿齿厚 $t = 4.00\text{ mm}$ 要求的其中的五组控制系数.

表 4 $t=4.00\text{ mm}$,改变控制系数 a_i 时的性能指标值

Tab. 4 Performance index values whith the change of control coefficient a_i when $t = 4.00\text{ mm}$

组数	控制系数		涡旋齿型线的性能指标值			
	a_0	a_1	t/mm	ν	γ	D/mm
1	0	1.86	4.00	7.01	0.128	82
2	0.60	1.86	4.00	6.38	0.127	83
3	1.10	1.86	4.00	5.95	0.126	84
4	1.60	1.86	4.00	5.58	0.125	85
5	2.10	1.86	4.00	5.26	0.124	86

由表 4 可知,在保证涡旋齿齿厚 t 一定的前提下,第 1 组的压缩比和体积利用系数最大,而涡盘圆周大径 D 却最小;第 5 组的压缩比和体积利用系数又是最小的,但涡盘圆周大径 D 又是最大的. 因此在优选控制系数时,要综合考虑各个性能指标,若需要较大的压缩比或体积利用系数,则选择第 1 组的控制系数来构造涡旋齿型线;若需要较大的涡盘圆周大径,则选择第 5 组的控制系数来构造涡旋齿型线.

6 结 论

1)利用微分几何中的 Frenet 标架,建立了涡旋齿型线的通用几何模型,将等壁厚涡旋齿型线、渐变壁厚涡旋齿型线和变壁厚涡旋齿型线集成在一个函数方程中,并且将对型线几何性能的研究转化为对控制系数的研究,设计人员可更加专注于控制系数选取对涡旋压缩机性能影响的研究.

2)建立了控制系数与涡旋齿型线性能指标的映射关系,通过该映射关系,不但可以有效避免控制系数取值的盲目性,而且还可以构造出众多符合设计要求的涡旋齿型线.

3)突破了涡旋齿型线设计中只注重压缩比或体积利用系数等条件的限制,以考虑实际需求为抓手,依据设计需求的倾向性,利用映射关系来构造出综合性能优良的涡旋齿型线.

参考文献

[1] LIU Yicai, XIA Yubo, YAN Peng, et al. Structural dynamic analysis of the orbiting scroll wrap in the scroll compressor[J]. Frontiers in Energy, 2013, 7(1): 19. DOI: 10.1007/s11708-012-0223-9

[2] IVLEV V I, MISYURIN S Y. Calculated and experimental characteristics of a scroll machine operating in the air motor mode[J]. Doklady Physics, 2017, 62 (1): 42. DOI: 10. 1134/S1028335817010116

[3] QIU K, THOMAS M, DOUGLAS M. Investigation of a scroll expander driven by compressed air and its potential applications to ORC [J]. Applied Thermal Engineering, 2018, 135: 109. DOI: 10. 1016/j.applthermaleng.2018.01.118

[4] 程哲铭, 欧阳新萍, 雷蓉. 涡旋式压缩机涡旋型线的研究综述与前景[J]. 流体机械, 2015, 43(1): 51

CHEN Zheming, OUYANG Xinpeng, LEI Rong. Overview and prospect of the research on profile of scroll compressor[J]. Fluid Machinery, 2015, 43(1): 51. DOI: 10.3969/j.issn.1005-0329.2015.01.011

[5] CHEN Y, HALM N P, GROLL E A, et al. Mathematical modeling of scroll compressor. part I: compression process modeling[J]. International Journal of Refrigeration, 2002, 25(6): 731. DOI: 10. 1016/S0140-7007(01)00071-8

[6] 王立存, 李世六, 明勇, 等. 涡旋压缩机型线耦合机理动态性研究[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2009, 41(7): 187

WANG Licun, LI Shiliu, MING Yong, et al. Dynamics of joggling principle for scroll profiles of scroll compressor[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2009, 41(7): 187. DOI: 10.3321/j.issn:0367-6234.2009.07.043

[7] 陈进, 张永栋, 宋立权, 等. 基于多目标遗传算法的涡旋型线形状优化[J]. 机械工程学报, 2005, 41(1): 172

CHEN Jin, ZHANG Yongdong, SONG Liquan, et al. Profile optimization of scrolls based on multiobjective genetic algorithms[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2005, 41(1): 172. DOI: 10.3321/j.issn:0577-6686.2005.01.034

[8] 刘强, 曹晨燕, 王君, 等. 涡旋压缩机新型渐变壁厚涡旋齿的设计和特性研究[J]. 流体机械, 2018, 46(12): 18

- LIU Qiang, CAO Chenyan, WANG Jun, et al. Design and performance study of a novel tapered thickness wrap for scroll compressors [J]. Fluid Machinery, 2018, 46(12): 18. DOI: 10.3969/j.issn.1005-0329.2018.12.004
- [9] LIU Yangguang, TANG Yuehju, CHANG Yuchoung, et al. Optimum design of scroll profiles created from involute of circle with variable radii by using finite element analysis[J]. Mechanism and Machine Theory, 2012, 55(55): 1. DOI: 10.1016/j.mechmachtheo.2012.04.002
- [10] 王君, 刘强, 曹晨燕, 等. 涡旋压缩机全啮合渐变壁厚涡旋齿的设计与分析[J]. 工程热物理学报, 2018, 39(8): 1713
- WANG Jun, LIU Qiang, CAO Chenyan, et al. Design and analysis of completely meshing profile of tapered thickness wrap for scroll compressors[J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2018, 39(8): 1713
- [11] SHAFFER B R, GROLL E A. Variable wall thickness scroll geometry modeling with use of a control volume approach[J]. International Journal of Refrigeration, 2013, 36(7): 1809. DOI: 10.1016/j.ijrefrig.2013.08.003
- [12] 刘涛, 侯富勇, 李传恒. 三段基圆渐开线涡旋型线的多目标遗传算法优化[J]. 流体机械, 2015, 43(8): 32
- LIU Tao, HOU Fuyong, LI Chuanheng. Multi-objective genetic algorithm based optimization of scroll wraps with three involutes of circle[J]. Fluid Machinery, 2015, 43(8): 32. DOI: 10.3969/j.issn.1005-0329.2015.08.007
- [13] 彭斌, 孙迎. 变截面涡旋压缩机数学模型及试验研究[J]. 机械工程学报, 2015, 51(14): 185
- PENG Bin, SUN Ying. Investigation of mathematical modeling and experiment for variable thickness scroll compressor[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(14): 185. DOI: 10.3901/JME.2015.14.185
- [14] 陈进, 王立存, 李世六. 通用涡旋型线理论与深入分析[J]. 机械工程学报, 2006, 42(5): 11
- CHEN Jin, WANG Licun, LI Shiliu. Study and profound analysis on general profile theory of scrolls[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2006, 42(5): 11. DOI: 10.3321/j.issn:0577-6686.2006.05.003
- [15] 王立存, 张国进, 王旭东, 等. 基于向量方法的通用涡旋型线生成研究[J]. 机械科学与技术, 2015, 34(7): 1035
- WANG Licun, ZHANG Guojin, WANG Xudong, et al. Generation of general scroll profiles based on vector method[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2015, 34(7): 1035. DOI: 10.13433/j.cnki.1003-8728.2015.0712
- [16] 马力. 简明微分几何[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004
- MA Li. Simple differential geometry[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004
- [17] 刘涛, 郭再新, 刘振全. 法向等距线法生成涡旋压缩机型线的研究[J]. 机械工程学报, 2004, 40(6): 55
- LIU Tao, WU Zaixin, LIU Zhenquan. Study on generating profile with normal-equidistant-curve method for scroll compressor[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2004, 40(6): 55. DOI: 10.3321/j.issn:0577-6686.2004.06.011
- [18] 王君, 刘振全. 涡旋压缩机渐开线类型的双圆弧修正[J]. 机械工程学报, 2005, 41(9): 202
- WANG Jun, LIU Zhenquan. Modification to involute type profile using twin-circular arcs for scroll compressor[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2005, 41(9): 202. DOI: 10.3321/j.issn:0577-6686.2005.09.039
- [19] 王立存, 陈进. 基于多学科设计优化的通用涡旋型线形状优化[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2008, 36(3): 12
- WANG Licun, CHEN Jin. Shape optimization of general scroll profiles based on multidisciplinary design optimization[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology(Natural Science Edition), 2008, 36(3): 12. DOI: 10.3321/j.issn:1671-4512.2008.03.004

(编辑 王小唯)