DOI:10.11918/j.issn.0367-6234.2017.03.015

极值-I 型风速预测的 Bayes 方法

董峰辉, 程 进

(土木工程防灾国家重点实验室(同济大学), 上海 200092)

摘 要: 为提高极值-I 型风速预测精度,在 Jeffreys 准则的基础上,采用 Bayes 估计中的 Lindley 近似方法推导极值-I 型风速预测表达式.采用 Monte Carlo 法产生服从极值-I 型分布的伪风速母样,基于伪风速母样分别采用基于 Bayes 理论和最大似然估计理论的极值-I 型风速预测方法进行风速预测,并与伪风速母样的理论值进行对比分析.结果表明:与最大似然估计法相比,采用基于 Bayes 理论建立的极值-I 型风速预测模型进行风速预测的精度更高,且精度随着伪风速母样样本量的增加而提高,位置参数先验样本数量的增加以及先验方差的增大对计算精度没有影响.

关键词: 桥梁工程;风速预测;Bayes 理论;极值-I 型;伪风速母样;最大似然估计

中图分类号: U441+.2 **文献标志码**: A **文章编号**: 0367-6234(2017)03-0093-05

Wind speed prediction of extreme value type I distribution based on the Bayes method

DONG Fenghui, CHENG Jin

(State Key Laboratory for Disaster Reduction in Civil Engineering (Tongji University), Shanghai 200092, China)

Abstract: In order to improve prediction accuracy of wind speed of extreme value type I distribution, the wind speed prediction model was proposed based on Jeffreys criterion and the Lindley approximation method of Bayesian theory. Monte Carl method was used to generate the pseudo wind speed samples, and the maximum likelihood parameter estimation method and Bayes statistical theory were used to estimate the wind prediction value of the extreme value type I distribution, then the prediction value was compared with the theoretical extreme value. The result indicates that the wind speed prediction model of extreme value type I distribution is more accurate than the maximum likelihood estimation. The accuracy increases with the increasing of pseudo wind speed sample numbers, but is not affected by the numbers of prior samples and prior variance for location parameter.

Keywords: bridge engineering; wind speed prediction; Bayes theory; extreme value type I distribution; pseudo wind speed sample; maximum likelihood estimation

风工程中,建筑结构不但要承受过去某一段时间的风速,还要保证在某一规定的时间期限内安全可靠地承受可能经受的风速.自然界中的风速具有随机性,不同时间有不同的规律,因此有必要根据数理统计的方法来求出建筑结构的设计风速,尤其是对一些重要的对风敏感的结构,如输电塔、桥梁、桅杆等[1-3].大多数荷载规范只能较好地用于建筑结构的风荷载静力分析或是拟静力分析,所以,估算工程场地处重现期内的极值风速是工程抗风设计的首要任务.当以某种极值分布概型拟合风速母样的极值渐近分布时,对重现期内极值风速的估算结果往往与拟合概型和抽样数量有关,桥梁设计规范中规定极值风速分布服从极值-I 型[4].

目前进行极值-I 型分布风速预测的方法主要有最大似然估计法、矩估计法和概率权矩法,这 3 种估计方法均属于经典统计范畴.在对极值-I 型分布风速预测时,采用矩估计法获得的极值风速偏保守,概率权矩法偏危险,最大似然估计法虽然较前两种方法的精度高,但是公式复杂[5].此外,经典统计有 3 个共同的局限性:一是提高统计推断的精度,主要靠数据多少决定,这对于小样本,往往发生很大困难甚至无能为力;二是在对极值-I 型风速预测的过程中均假定位置参数和尺度参数是各自独立的参数,而在理论上的极值-I 型分布模型中,位置参数和尺度参数不是相互独立的;三是仅仅依靠样本信息对参数进行估计,而没有依靠模型的先验信息.因此,前述的最大似然估计法、矩估计法和概率权矩法在对极值-I 型分布风速进行预测时的精度就受到了限制.为了弥补现有极值-I 型风速预测方法的不足,本文采用 Bayes 统计理论[6]建立了极值-I 型风速预测方法.该方法有以下特点:1) Bayes 统计理论利

收稿日期: 2016-03-09
基金项目: 科技部国家重点实验室基金(SLDRCE14-B-08)
作者简介: 董峰辉(1987—),男,博士研究生;
程 进(1971—),男,研究员,博士生导师
通信作者: 程 进,chengjin@tongji.edu.cn

用样本信息对先验信息进行修正而得到后验信息；2) Bayes 统计由于利用了模型的先验信息，因而对于小样本一般也有较好的统计推断效果；3) Bayes 统计对于极值-I 型模型中的位置参数和尺度参数是否相互独立均适用.最后，通过算例验证了该方法的准确性与有效性.

1 基于 Bayes 理论的极值-I 型风速预测方法

1.1 极值-I 型分布

极值-I 型分布[7-8]的概率密度函数和累计分布函数为

$$f(t)=\frac{1}{\sigma}\exp\left[-\frac{t-\mu}{\sigma}-\exp\left(-\frac{t-\mu}{\sigma}\right)\right], \quad (1)$$

$$F(t)=\exp\left\{-\exp\left[-\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)\right]\right\}. \quad (2)$$

式中 μ、σ 分别为位置参数和尺度参数.

对(2)式两边取对数，得到重现期为 T(保证率为 $1-\frac{1}{T}$) 的风速预测值为

$$t_{\frac{1}{T}}=\mu-\sigma\ln\left[-\ln\left(1-\frac{1}{T}\right)\right]. \quad (3)$$

从而，得到百年一遇的风速预测值 $t_{0.01}$ 为

$$t_{0.01}=\mu-\sigma\ln[-\ln 0.99]=\mu+4.6\sigma. \quad (4)$$

1.2 Bayes 理论

采用 Bayes 理论将 μ 和 σ 作为随机变量来估计 μ 和 σ 的联合概率密度函数 $\pi(\mu,\sigma)$，下面采用 Jeffreys 无信息先验分布来对 $t_{\frac{1}{T}}$ 进行估计.

Jeffreys 用 Fisher 信息矩阵行列式的平方根作为 (μ,σ) 先验密度的核，用 Jeffreys 准则寻找无信息先验分布[6,9]的步骤如下.

步骤 1 写出样本似然函数的对数：

$$L=\ln[L(t|\mu,\sigma)]=\ln\left[\prod_{i=1}^{n}f(t_i|\mu,\sigma)\right]=\sum_{i=1}^{n}\ln f(t_i|\mu,\sigma). \quad (5)$$

步骤 2 求 Fisher 信息矩阵：

$$\boldsymbol{I}(\mu,\sigma)=E\left(-\frac{\partial^2 L}{\partial\mu\partial\sigma}\right). \quad (6)$$

步骤 3 求 (μ,σ) 的无信息先验密度函数：

$$\pi(\mu,\sigma)=[\det\boldsymbol{I}(\mu,\sigma)]^{\frac{1}{2}}. \quad (7)$$

对于极值-I 型分布，Fisher 信息矩阵为

$$\boldsymbol{I}(\mu,\sigma)=-E\begin{vmatrix}\frac{\partial^2\ln L}{\partial\mu^2} & \frac{\partial^2\ln L}{\partial\mu\partial\sigma}\\ \frac{\partial^2\ln L}{\partial\mu\partial\sigma} & \frac{\partial^2\ln L}{\partial\sigma^2}\end{vmatrix}. \quad (8)$$

由 Jeffreys 准则可得

$$\pi(\mu,\sigma)=\frac{1}{\sigma^2}. \quad (9)$$

下面基于 $\pi(\mu,\sigma)$，采用 Lindley 近似[9-11]方法推导 $t_{\frac{1}{T}}$ 的解析表达式. 令

$$I=\frac{\int u(\theta)v(\theta)\mathrm{e}^{L(\theta)}\mathrm{d}\theta}{\int v(\theta)\mathrm{e}^{L(\theta)}\mathrm{d}\theta}. \quad (10)$$

其中 $\theta=(\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_k)$ 为参数向量，L 为似然函数的对数.需要注意的是，I 为在给定先验分布 $v(\theta)$ 的情况下 $u(\theta)$ 的后验期望.

根据 Lindley 近似方法，由式(10)可得

$$u_1=\frac{\partial u}{\partial\theta_1},\quad u_2=\frac{\partial u}{\partial\theta_2};$$

$$u_{11}=\frac{\partial^2 u}{\partial\theta_1^2},\quad u_{22}=\frac{\partial^2 u}{\partial\theta_2^2};$$

$$p=\pi(\theta_1,\theta_2);$$

$$p_1=\frac{\partial p}{\partial\theta_1},\quad p_2=\frac{\partial p}{\partial\theta_2};$$

$$L_{20}=\frac{\partial^2 L}{\partial\theta_1^2},\quad L_{02}=\frac{\partial^2 L}{\partial\theta_2^2};$$

$$L_{30}=\frac{\partial^3 L}{\partial\theta_1^3},\quad L_{03}=\frac{\partial^3 L}{\partial\theta_2^3};$$

$$\sigma_{11}=(-L_{20})^{-1},\quad \sigma_{22}=(-L_{02})^{-1}.$$

进一步可得

$$E(u(\theta)|\vec{t})=u(\overline{\theta_1},\overline{\theta_2})+\frac{1}{2}(u_{11}\sigma_{11}+u_{22}\sigma_{22})+p_1u_1\sigma_{11}+p_2u_2\sigma_{22}+\frac{1}{2}(L_{30}u_1\sigma_{11}^2+L_{03}u_2\sigma_{22}^2+L_{21}u_2\sigma_{11}\sigma_{22}+L_{12}u_1\sigma_{22}\sigma_{11}). \quad (11)$$

其中 $\overline{\theta_1}$、$\overline{\theta_2}$ 分别为 θ_1 和 θ_2 的最大似然估计值.

极值-I 型风速预测表达式为

$$t_B=\mu-b\sigma=u(\mu,\sigma). \quad (12)$$

式中 $\mu=\theta_1$，$\sigma=\theta_2$.由此可得 $u_1=1$，$u_2=-b$，其中 $b=\ln\left(-\ln\frac{1}{T}\right)$，$u_{11}=0$，$u_{22}=0$. 因此

$$p(\theta_1,\theta_2)=\pi(\mu,\sigma)=\frac{1}{\sigma^2},$$

$$p_1=0,\ p_2=-\frac{2}{\sigma^3}.$$

令 $\bar{\mu}$、$\bar{\sigma}$ 分别为 μ、σ 的最大似然估计值，可得

$$\ln L=-n\ln\sigma-\sum_{i=1}^{n}\frac{t_i-\mu}{\sigma}-\sum_{i=1}^{n}\mathrm{e}^{-\frac{t_i-\mu}{\sigma}}. \quad (13)$$

所以

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \mu}=\frac{n}{\sigma}-\frac{1}{\sigma}\sum_{i=1}^{n}\mathrm{e}^{-\frac{t_i-\mu}{\sigma}},$$

$$L_{20}=\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \mu^2}=-\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}\mathrm{e}^{-\frac{t_i-\mu}{\sigma}},$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \sigma}=\frac{n}{\sigma}+\sum_{i=1}^{n}\frac{t_i-\mu}{\sigma^2}-\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}\mathrm{e}^{-\frac{t_i-\mu}{\sigma}}(t_i-\mu),$$

$$L_{02}=\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \sigma^2}=\frac{n}{\sigma^2}-\Big\{\sum_{i=1}^{n}2(t_i-\mu)\big[1-\mathrm{e}^{-\frac{t_i-\mu}{\sigma}}\big]\Big\}\frac{1}{\sigma^3}+\Big[\sum_{i=1}^{n}\mathrm{e}^{-\frac{t_i-\mu}{\sigma}}(t_i-\mu)2\Big]\frac{1}{\sigma^4},$$

$$L_{30}=\frac{\partial^3 \ln L}{\partial \mu^3}=-\frac{1}{\sigma^3}\sum_{i=1}^{n}\mathrm{e}^{-\frac{t_i-\mu}{\sigma}},$$

$$L_{03}=\frac{\partial^3 \ln L}{\partial \sigma^3}=\frac{-2n}{\sigma^3}+6\Big\{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\mu)\big[1-\mathrm{e}^{-\frac{t_i-\mu}{\sigma}}\big]\Big\}\frac{1}{\sigma^4}+6\Big[\sum_{i=1}^{n}\mathrm{e}^{-\frac{t_i-\mu}{\sigma}}(t_i-\mu)2\Big]\frac{1}{\sigma^5}-\Big[\sum_{i=1}^{n}\mathrm{e}^{-\frac{t_i-\mu}{\sigma}}(t_i-\mu)3\Big]\frac{1}{\sigma^6},$$

$$L_{21}=\frac{\partial}{\partial \sigma}\Big(\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \mu^2}\Big)=\Big[\sum_{i=1}^{n}\mathrm{e}^{-\frac{t_i-\mu}{\sigma}}\Big]\frac{2}{\sigma^3}-\Big[\sum_{i=1}^{n}\mathrm{e}^{-\frac{t_i-\mu}{\sigma}}(t_i-\mu)\Big]\frac{1}{\sigma^4},$$

$$L_{12}=\frac{\partial}{\partial \mu}\Big(\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \sigma^2}\Big)=\frac{2}{\sigma^3}\Big[n-\sum_{i=1}^{n}\mathrm{e}^{-\frac{t_i-\mu}{\sigma}}\Big]+\frac{1}{\sigma^4}\Big[\sum_{i=1}^{n}\mathrm{e}^{-\frac{t_i-\mu}{\sigma}}(t_i-\mu)\Big]-\frac{1}{\sigma^5}\Big[\sum_{i=1}^{n}(t_i-\mu)^2\mathrm{e}^{-\frac{t_i-\mu}{\sigma}}\Big].$$

因此，可得 $t_{\frac{1}{T}}$ 的 Bayes 估计值为

$$\overline{t_B}=\overline{t_{\frac{1}{T}}}+p_2u_2\sigma_{22}+\frac{1}{2}(L_{30}\sigma_{11}^2+L_{03}u_2\sigma_{22}^2+L_{21}u_2\sigma_{11}\sigma_{22}+L_{12}u_1\sigma_{22}\sigma_{11}). \quad (14)$$

1.3　极值-I 型风速的预测

从上述 Bayes 估计理论可得极值-I 型风速预测值为

$$\overline{t_B}=\bar{\mu}+4.6\bar{\sigma}+p_2u_2\sigma_{22}+\frac{1}{2}(L_{30}\sigma_{11}^2+L_{03}u_2\sigma_{22}^2+L_{21}u_2\sigma_{11}\sigma_{22}+L_{12}u_1\sigma_{22}\sigma_{11}). \quad (15)$$

式中 $\bar{\mu}$、$\bar{\sigma}$ 分别为 μ 和 σ 的最大似然估计值.

2　数值算例

本文调查和收集了安徽安庆宿松县、望江县两个气象站 1971—2011 年实测的风速资料(共计 744 个风速样本)，以此提供伪风速母样概率分布模型中位置参数 μ 和尺度参数 σ 的合理取值.基于上述伪风速母样概率分布模型参数的合理取值，建立伪风速母样理论模型，然后将 Bayes 估计和最大似然估计[12-16]的重现期为 100 a 极值-I 型风速预测值与理论模型值进行比较分析.

在伪风速母样理论模型的建立过程中，首先，假定伪风速母样概率分布模型中的位置参数 μ 和尺度参数 σ 为相互独立的随机变量，位置参数 μ 服从正态分布，尺度参数 σ 服从均匀分布[7]；其次，考虑样本数量、位置参数 μ 的先验方差和尺度参数 σ 的变化对极值-I 型风速预测结果的影响；最后，基于位置参数 μ 和尺度参数 σ，采用 Monte Carlo 法产生伪风速母样.本文采用的极值-I 型风速预测流程如图 1 所示.

极值-I 型风速预测结果见表 1~3，其中，μ_B 表示采用 m 个先验样本计算位置参数的 Bayes 估计值，而 $\bar{\mu}$ 和 $\bar{\sigma}$ 分别表示位置参数和尺度参数的最大似然估计值，$t_{\frac{1}{T}}$ 表示伪风速母样理论值，$\bar{t}_{\frac{1}{T}}$ 表示最大似然估计极值-I 型风速预测值，$\bar{t}_B$ 表示 Bayes 估计极值-I 型风速预测值，$\bar{e}=|t_{\frac{1}{T}}-\overline{t_{\frac{1}{T}}}|/t_{\frac{1}{T}}$ 和 $e_B=|t_{\frac{1}{T}}-\bar{t}_B|/t_{\frac{1}{T}}$ 分别表示采用最大似然估计和 Bayes 估计的极值-I 型风速预测值的误差.

由表 1~3 可以看出：1)当位置参数先验样本数为 50，极值-I 型风速 Bayes 估计值比最大似然估计值更接近伪风速母样理论值.2)随着位置参数先验样本数和伪风速母样样本数的增加，尺度参数的增大，极值-I 型风速 Bayes 估计值与最大似然估计值之间的差异越来越小.3)极值-I 型风速 Bayes 估计精度随着伪风速母样样本数的增加而提高.4)位置参数先验样本数量的多少和先验方差的大小对 Bayes 估计精度没有影响.5)在大多数情况下，极值-I型风速 Bayes 估计比最大似然估计精度高.

3　工程场地极值风速预测

选择安徽安庆市宿松县和望江县气象站作为采样测站，调查和收集了两个气象站 1971—2011 年原始风速记录共 2×372 个，包含了 1971 年 1 月至 2011 年 12 月的全部 372 个月的月最大风速值.选取 31 个年最大风速值进行百年一遇极值风速预测，采用本文提出的 Bayes 估计方法预测的安徽安庆宿松县和望江县的百年一遇最大风速值分别为 27.89 m/s 和 24.20 m/s，为安全起见，取27.89 m/s作为本文贝叶斯理论预测的安徽安庆市百年一遇风速值.该计算结果与《公路桥梁抗风设计规范》[4]附表 A 规定的安徽安庆市百年一遇风速值 27.1 m/s 相比误差较小，这表明采用本文提出的贝叶斯方法进行实际工程场地极值风速预测是合理可行的.

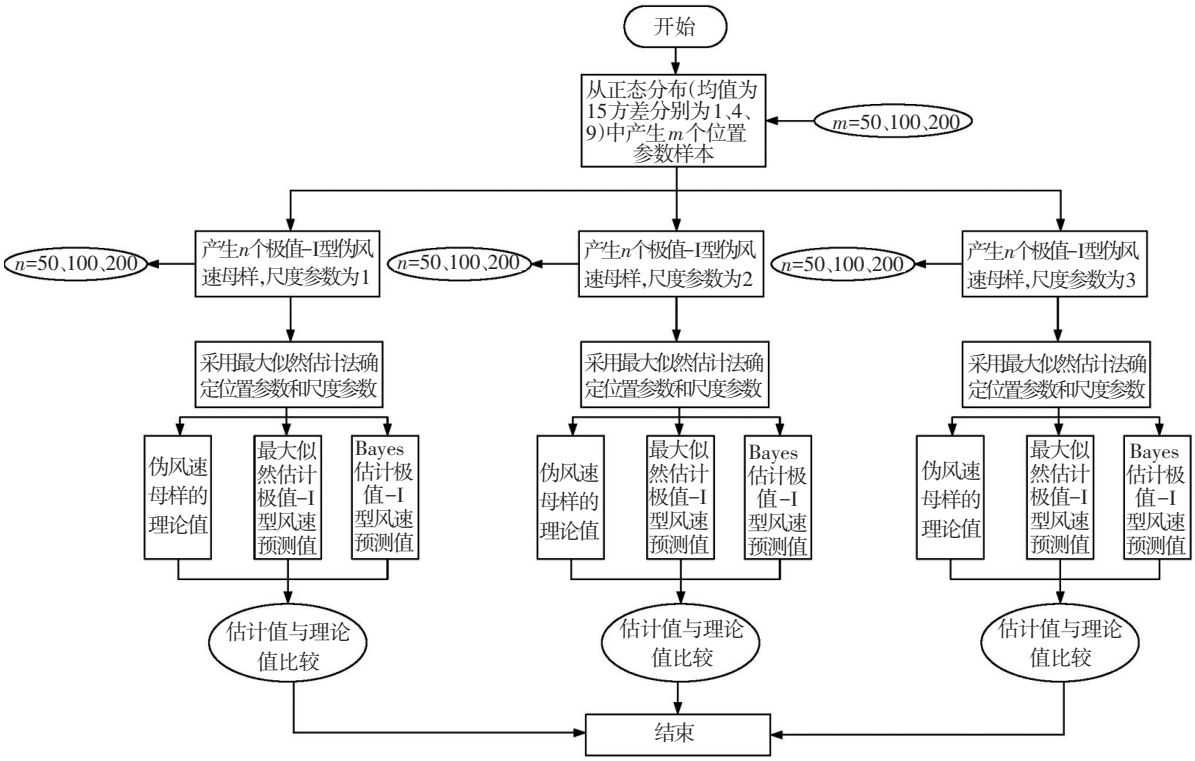

图 1 极值-I 型风速预测流程

Fig.1 Flow chart of the numerical analysis

表 1 $\mu \sim N(15,1)$, $\sigma=1,2,4$, $\frac{1}{T}=0.01$, 风速预测值比较

Tab.1 $\mu \sim N(15,1)$, $\sigma = 1,2,4$, $\frac{1}{T} = 0.01$, comparison of wind speed

m	n	μ_B	$\bar{\mu}$	σ_B	$\bar{\sigma}$	$t_{\frac{1}{T}}$	$\bar{t}_{\frac{1}{T}}$	$\bar{t}_B$	$\bar{e}$ /%	e_B /%
50	50	15.284 0	14.754 1	1	1.218 7	19.6	20.360 1	19.990 0	3.88	1.99
50	100	15.284 0	14.897 1	1	0.885 8	19.6	18.971 8	19.358 9	3.21	1.23
50	200	15.284 0	14.930 3	1	0.919 2	19.6	19.158 6	19.762 7	2.25	0.83
50	50	15.284 0	15.421 8	2	2.220 9	24.2	25.637 9	24.979 2	5.94	3.22
50	100	15.284 0	15.378 2	2	2.186 6	24.2	25.436 6	24.679 2	5.11	1.98
50	200	15.284 0	15.362 2	2	1.902 8	24.2	24.115 1	24.173 4	0.35	0.11
50	50	15.284 0	15.029 9	4	3.192 8	33.4	34.462 1	33.707 3	3.18	0.92
50	100	15.284 0	14.967 2	4	3.072 7	33.4	33.049 3	33.647 2	1.05	0.74
50	200	15.284 0	15.317 9	4	2.882 2	33.4	33.660 5	33.323 2	0.78	0.23

表 2 $\mu \sim N(15,2)$, $\sigma=1,2,4$, $\frac{1}{T}=0.01$, 风速预测值比较

Tab.2 $\mu \sim N(15,2)$, $\sigma = 1,2,4$, $\frac{1}{T} = 0.01$, comparison of wind speed

m	n	μ_B	$\bar{\mu}$	σ_B	$\bar{\sigma}$	$t_{\frac{1}{T}}$	$\bar{t}_{\frac{1}{T}}$	$\bar{t}_B$	$\bar{e}$ /%	e_B /%
100	50	14.908 1	14.872 9	1	0.973 5	19.6	19.351 0	19.764 6	1.27	0.84
100	100	14.908 1	15.210 3	1	0.986 6	19.6	19.748 7	19.576 5	0.76	0.12
100	200	14.908 1	15.136 6	1	0.958 8	19.6	19.547 1	19.621 6	0.27	0.11
100	50	14.908 1	14.776 5	2	1.823 9	24.2	23.166 4	23.769 2	4.27	1.78
100	100	14.908 1	15.231 1	2	1.872 7	24.2	23.845 5	23.977 4	1.47	0.92
100	200	14.908 1	15.187 7	2	1.920 1	24.2	24.020 2	24.333 1	0.74	0.55
100	50	14.908 1	15.319 8	4	3.210 0	33.4	31.910 4	34.221 6	4.46	2.46
100	100	14.908 1	14.836 5	4	2.847 2	33.4	34.054 6	32.728 7	1.96	2.01
100	200	14.908 1	14.677 2	4	2.889 2	33.4	32.835 5	33.977 8	1.69	1.73

表 3　$\mu \sim N(15,3)$，$\sigma=1,2,4$，$\frac{1}{T}=0.01$，风速预测值比较

Tab.3　$\mu \sim N(15,3)$，$\sigma = 1,2,4$，$\frac{1}{T} = 0.01$，comparison of wind speed

m	n	μ_B	$\bar{\mu}$	σ_B	$\bar{\sigma}$	$t_{\frac{1}{T}}$	$\bar{t}_{\frac{1}{T}}$	$\bar{t}_B$	$\bar{e}$ /%	e_B /%
200	50	14.928 8	14.982 1	1	0.779 2	19.6	18.566 4	18.900 3	5.27	3.57
200	100	14.928 8	14.723 8	1	0.927 7	19.6	18.991 2	19.255 0	3.11	1.76
200	200	14.928 8	15.198 8	1	0.872 2	19.6	19.210 9	19.794 0	1.99	0.99
200	50	14.928 8	14.789 4	2	2.138 3	24.2	24.625 6	23.904 8	1.76	1.22
200	100	14.928 8	15.087 2	2	1.927 8	24.2	24.347 6	24.352 5	0.61	0.63
200	200	14.928 8	15.310 6	2	1.888 8	24.2	24.156 4	24.241 1	0.18	0.17
200	50	14.928 8	15.332 9	4	3.210 2	33.4	34.665 9	34.675 9	3.79	3.82
200	100	14.928 8	14.962 7	4	2.827 9	33.4	34.058 0	32.722 0	1.97	2.03
200	200	14.928 8	15.112 8	4	2.952 6	33.4	33.440 1	33.436 7	0.12	0.11

4 结　论

1）基于 Bayes 理论提出了极值-I 型风速预测方法，采用 Monte Carlo 法产生伪风速母样，分别进行极值-I 型风速 Bayes 估计和最大似然估计，并将两者的估计结果与伪风速母样理论值进行比较.

2）与最大似然估计相比，采用 Bayes 估计进行极值-I 型风速预测精度更高.随着极值-I 型伪风速母样样本数增加，Bayes 估计极值-I 型风速的误差变小.极值-I 型分布中位置参数的先验样本数和先验方差均不影响 Bayes 估计极值-I 型风速预测精度.

3）在大样本和大尺度参数下，采用 Bayes 估计极值-I 型风速预测值与最大似然估计值的差异较小.

参考文献

[1] 黄文锋，周焕林，孙建鹏. 应用台风风场经验模型的台风极值风速预测[J].哈尔滨工业大学学报，2016，48(2)：142-146.
HUANG Wenfeng，ZHOU Huanlin，SUN Jianpeng. Prediction typhoon design wind speed with empirical typhoon wind field model [J]. Journal of Harbin Institute of Technology，2016，48(2)：142-146.

[2] COLES S G，TAWN J A. Statistical methods for multivariate extremes：an application to structural design [J].Applied Statistics，1994，43(1)：1-48. DOI：10.2307/ 2986112.

[3] ZHAO Lin，KE Shitang，GE Yaojun. Extreme value estimation of non-Gaussian aerodynamic series of cooling tower [C]//6th International Symposium on Cooling Towers. Bensberg：Luikov Institute of Heat and Mass Transfer of National Academy of Sciences of Belarus，2012：20-23.

[4] 中交公路规划设计院.公路桥梁抗风设计规范：JTG/T D60-1—2004 [S].北京：人民交通出版社，2004.
CCCC Highway Consultants Co.，Ltd.. Wind-resistant design specification for highway bridges：JTG/T D60-1—2004 [S]. Beijing：China Communications Press，2004.

[5] 卢安平，赵林，郭增伟，等.基于 Monte Carlo 法的极值分布类型及其参数估计方法比较[J].哈尔滨工业大学学报，2013，45(2)：88-95.
LU Anping，ZHAO Lin，GUO Zengwei，et al. A comparative study of extreme value distribution and parameter estimation based on the Monte Carlo method [J].Journal of Harbin Institute of Technology，2013，45(2)：88-95.

[6] BERNARDO J M，SMITH F M. Bayesian theory：Wiley series in probability and mathematical statistics：probability and mathematical statistics[M]. Chichester：John Wiley & Sons Ltd.，1994.

[7] KANG M，KO K，HUH J. Determination of extreme wind values using the Gumbel distribution [J]. Energy，2015，86：51-58. DOI：10.1016/j. energy.2015.03.126.

[8] VIDAL I. A Bayesian analysis of the Gumbel distribution：an application to extreme rainfall data [J]. Stochastic Environmental Research and Risk Assessment，2014，28(3)：571-582. DOI：10.1007/ s00477-013-0773-3.

[9] MILADINAVIC B，TSOKOS C P. Ordinary，Bayes，empirical Bayes，and non-parametric reliability analysis for the modifiedGumbel failure model [J]. Nonlinear Analysis，2009，71(12)：1426-1436. DOI：10.1016/j.na.2009.01.181.

[10] GUURE C B，IBRAHIM N A. Approximate Bayesian estimates of Weibull parameters with Lindley's method [J]. Sains Malaysiana，2014，43 (9)：1433-1437.

[11] ALI S. On the Bayesian estimation of the weighted Lindley distribution [J]. Journal of Statistical Computation and Simulation，2015，85(5)：855-880. DOI：10.1080/ 00949655.2013.847442.

[12] 葛耀君.桥梁结构风振可靠性理论及其应用研究[D].上海：同济大学，1997.
GE Yaojun. Research on the bridge structure wind-induced reliability theory and application [D]. Shanghai：Tongji University，1997.

[13] 项海帆，葛耀君，朱乐东，等.现代桥梁抗风理论与实践[M].北京：人民交通出版社，2005.
XIANG Haifan，GE Yaojun，ZHU Ledong，et al. Modern theory and practice on bridge wind resistance [M]. Beijing：China Communications Press，2005.

[14] 陈政清.工程结构的风致振动、稳定与控制[M].北京：科学出版社，2013.
CHEN Zhengqing. Wind-induced vibration，stability and control of engineering structure. [M]. Beijing：Science Press，2013.

[15] 葛耀君.大跨度悬索桥抗风[M].北京：人民交通出版社，2011.
GE Yaojun. Wind resistance of long span suspension bridges [M]. Beijing：China Communications Press，2011.

[16] 葛耀君.大跨度拱式桥抗风[M].北京：人民交通出版社，2014.
GE Yaojun. Wind resistance of long arch suspension bridges [M]. Beijing：China Communications Press，2014.

（编辑　魏希柱）