

doi: 10.11918/j.issn.0367-6234.2015.11.002

改进 Twisting 算法的相对位姿耦合控制

耿云海¹, 陈炳龙¹, 梁海朝²

(1. 哈尔滨工业大学 卫星技术研究所, 150080 哈尔滨; 2. 北京航天长征飞行器研究所, 100076 北京)

摘要: 为实现对非合作目标航天器进行在轨服务, 将 Twisting 算法与线性补偿项相结合, 设计相对位置与姿态耦合的二阶滑模控制器。以航天器对接端口间耦合相对运动模型为基础, 设计两种滑模平面的改进 Twisting 控制器。选取严格李雅普诺夫函数, 证明所设计的改进 Twisting 控制器对有界干扰具有有限时间收敛的特性, 并估计出收敛时间的上界。设计数学仿真, 将其与标准 Twisting 算法进行对比, 验证所设计的二阶滑模控制器对模型不确定性及有界干扰具有较强的鲁棒性, 并能够有效抑制执行机构的震颤。

关键词: 航天器在轨服务; Twisting 算法; 线性补偿; 滑模平面; 严格李雅普诺夫函数

中图分类号: V448.2

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2015)11-0006-09

Relative position and attitude coupled control based on modified twisting algorithm

GENG Yunhai¹, CHEN Binglong¹, LIANG Haizhao²

(1. Research Center of Satellite Technology, Harbin Institute of Technology, 150080 Harbin, China;

2. Beijing Institute of Space Long March Vehicle, 100076 Beijing, China)

Abstract: The relative position and attitude coupled second-order sliding mode controller is proposed by combining twisting algorithm with linear compensator for on-orbit servicing to a non-cooperative target spacecraft. On the basis of a coupled relative motion model between docking ports on two spacecrafts, the modified twisting controllers with linear compensation items are designed by using two different sliding surfaces. A strict Lyapunov function is proposed to prove that the modified twisting controllers have the property of finite time convergence for bounded perturbations and the upper bound for the time convergence is estimated. Simulation results are presented to validate strong robustness of the proposed second-order controllers for model uncertainties and limited perturbations with the comparison with the standard twisting algorithm. The chattering alleviation and attenuation is also achieved in actuating mechanism.

Keywords: spacecraft on-orbit servicing; twisting algorithm; linear compensation; sliding surface; strict Lyapunov function

众所周知, 真实物理系统中含有不确定性、空间环境中存在扰动作用, 这些因素使得控制系统设计变得更加复杂。针对这类问题, 发展出自适应控制^[1-2]、鲁棒控制^[3-4]、滑模控制^[5-7]等方法, 抑制不确定性及干扰。其中, 自适应控制通过增加控制器参数、动态计算控制器的增益, 使系统对不确定性及干扰具有一定的鲁棒性; 但计算量随着参数维数的增加而变大^[8]。鲁棒控制算法则通过扩展含有不确定性的状态变量, 利用增广系统设计控制器来增强系统对不确定性的鲁棒性; 但随着增广变量的增加计算量也随之加大。文献[9]建立了增广状态的系统方程, 基于航天器质心间相对运动关系设计鲁棒控制

器, 但该相对运动模型属于点质量模型, 忽略了相对转动对相对平动的耦合作用。

滑模变结构控制方法独立于系统动力学特性, 且对已知界限的不确定性及干扰具有鲁棒性。利用已知不确定性及扰动的上确界设计滑模平面, 将系统状态约束在滑模平面内。当系统轨迹运动到滑模平面以后, 系统响应将不受不确定性和扰动的影响, 只由滑模平面唯一决定。因此, 滑模控制器对有界的不确定性及干扰具有较强的鲁棒性。但标准滑模控制器只适用于系统输出的相对阶为 1 的情况^[10], 且在高频开关切换下产生震颤效应。为降低震颤现象, 文献[11]提出高阶滑模算法, 在保证系统特性的基础上, 通过改变间断面附近区域内的动力学模型来避免中断。高阶滑模算法继承了标准滑模控制器的优点, 并且利用状态偏差对时间的高阶导数解决了

收稿日期: 2014-09-26.

作者简介: 耿云海(1970—), 男, 教授, 博士生导师。

通信作者: 陈炳龙, chenbinglonghit@163.com.

相对阶的限制,既有效地减弱震颤,又改善开关延迟和离散测量对控制精度产生的影响^[12]。然而,高阶滑模控制器所需的信息量随滑模相对阶数的增加而增大(r 阶滑模控制器需要计算 $s, \dot{s}, \dots, s^{(r-1)}$)。具备有限时间收敛特性的任意阶滑模控制器仍然处于理论研究^[13],但 2 阶滑模控制器已经成功解决了现实问题。被广泛应用的 2 阶滑模算法有:Twisting^[14-15]、Super Twisting^[16-17]和终端滑模算法^[18]。文献[14]利用严格李雅普诺夫函数证明了标准 Twisting 算法的收敛特性。将其与线性控制算法进行对比:二阶滑模算法对距离原点较近的有界干扰具有强鲁棒性;线性算法处理距离原点较远的有界扰动能力更强^[19]。因此,在 Twisting 算法中加入线性补偿项能有效改善闭环系统特性,减弱执行机构的震颤效应。

本文考虑相对转动对相对平动的耦合作用,利用文献[20-21]建立的航天器非质心点间耦合动力学模型,将标准 Twisting 控制与线性算法相结合,以两种滑模平面分别设计含线性补偿项的改进 Twisting 控制器,并选取严格李雅普诺夫函数证明其对有界干扰具有有限时间收敛的特性。利用数学仿真,将其与标准 Twisting 控制器进行对比,验证所建立的姿轨耦合控制器对有界干扰具有更强的鲁棒性,可以有效减弱执行机构震颤效应,提高对非合作目标航天器进行在轨服务的可靠性。

1 相对运动动力学模型

令任意矢量 \boldsymbol{a} 在参考坐标系 F 内对时间的导数为 $\dot{\boldsymbol{a}}|_F$,在 F 下分量形式记作 $(\dot{\boldsymbol{a}})_F$ 。服务航天器与目标航天器的绝对姿态角速度 $\boldsymbol{\omega}_{bs}$ 、 $\boldsymbol{\omega}_{bt}$ 分别定义为 F_{bs} 、 F_{bt} 相对于 F_i 的旋转角速度(坐标系定义及记法同文献[21]),则相对姿态角速度为 $\boldsymbol{\omega}_r = \boldsymbol{\omega}_{bt} - \boldsymbol{\omega}_{bs}$ 。由相对姿态四元数 $\boldsymbol{q}_r = [\boldsymbol{q}_{rv}^T \quad \boldsymbol{q}_{r4}]^T$ (\boldsymbol{q}_{rv} 为矢部, \boldsymbol{q}_{r4} 为标部)表示 F_{bs} 相对 F_{bt} 的姿态; F_{bs} (F_{bt}) 相对 F_o (F_t) 的姿态记为 \boldsymbol{q}_s (\boldsymbol{q}_t)、角速度记为 $\boldsymbol{\omega}_{sb}$ ($\boldsymbol{\omega}_{tb}$)。由四元数表示的 F_{bs} (F_o) 到 F_{bt} (F_{bs}) 的姿态转换矩阵为 $\boldsymbol{A}_t^s = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{q}_t)$ ($\boldsymbol{A}_s^o = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{q}_s)$)。

选取状态变量为 $\boldsymbol{x} = [\boldsymbol{\rho}_{ij}^T, \boldsymbol{q}_{rv}^T]^T$,其中: $\boldsymbol{\rho}_{ij}$ 为对接端口间相对位置矢量,如图 1 所示。则含有相对转动对相对平动耦合效应的航天器对接端口间相对运动动力学模型可写成如下状态空间形式:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} f(*) \\ g(*) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}^T(\boldsymbol{q}_s) & \boldsymbol{G} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & 0.5\boldsymbol{Q}_v \boldsymbol{A}(\boldsymbol{q}_r) \boldsymbol{J}_s^{-1} \end{bmatrix} \boldsymbol{u} + \boldsymbol{\delta}. \quad (1)$$

其中: $\boldsymbol{Q}_v = \boldsymbol{q}_{r4} \boldsymbol{I}_{3 \times 3} + \boldsymbol{q}_{rv}^{\times}$; 矩阵 \boldsymbol{G} 由 \boldsymbol{q}_s 、 \boldsymbol{P}_s^j 和 \boldsymbol{J}_s 决定的常数阵; \boldsymbol{J} 为转动惯量矩阵; $f(*)$ 为 F_o 下分量形式, $g(*)$ 为 F_{bt} 下分量形式,分别展开为如下所示:

$$\left. \begin{aligned} f(*) &= \mu/r_s^3 \boldsymbol{r}_s - \mu/r_t^3 \boldsymbol{r}_t - 2\boldsymbol{\omega}_s^o \times \dot{\boldsymbol{\rho}}_{ij} - \dot{\boldsymbol{\omega}}_s^o \times \boldsymbol{\rho}_{ij} - \boldsymbol{\omega}_s^o \times (\boldsymbol{\omega}_s^o \times \boldsymbol{\rho}_{ij}) - \boldsymbol{A}^T(\boldsymbol{q}_s) \boldsymbol{A}^T(\boldsymbol{q}_r) \{ [\boldsymbol{J}_t^{-1}(\boldsymbol{\omega}_r + \boldsymbol{A}(\boldsymbol{q}_r) \boldsymbol{\omega}_{bs}) \times \boldsymbol{J}_t(\boldsymbol{\omega}_r + \boldsymbol{A}(\boldsymbol{q}_r) \boldsymbol{\omega}_{bs})] \times \boldsymbol{P}_t^i \} + \boldsymbol{A}^T(\boldsymbol{q}_s) \{ (\boldsymbol{A}^T(\boldsymbol{q}_r) \boldsymbol{\omega}_r + \boldsymbol{\omega}_{bs}) \times [(\boldsymbol{A}^T(\boldsymbol{q}_r) \boldsymbol{\omega}_r + \boldsymbol{\omega}_{bs}) \times (\boldsymbol{A}^T(\boldsymbol{q}_r) \boldsymbol{P}_t^i)] \} + \boldsymbol{A}^T(\boldsymbol{q}_s) \{ [\boldsymbol{J}_s^{-1}(\boldsymbol{\omega}_{bs} \times \boldsymbol{J}_s \boldsymbol{\omega}_{bs})] \times \boldsymbol{P}_s^j \} - \boldsymbol{A}^T(\boldsymbol{q}_s) [\boldsymbol{\omega}_{bs} \times (\boldsymbol{\omega}_{bs} \times \boldsymbol{P}_s^j)], \\ g(*) &= -0.25 \boldsymbol{\omega}_r^T(\boldsymbol{q}_r, \dot{\boldsymbol{q}}_r) \boldsymbol{\omega}_r(\boldsymbol{q}_r, \dot{\boldsymbol{q}}_r) \boldsymbol{q}_{rv} - 0.5 \boldsymbol{Q}_v \{ \boldsymbol{J}_t^{-1}[\boldsymbol{\omega}_r + \boldsymbol{A}(\boldsymbol{q}_r) \boldsymbol{\omega}_{bs}] \times \boldsymbol{J}_t[\boldsymbol{\omega}_r + \boldsymbol{A}(\boldsymbol{q}_r) \boldsymbol{\omega}_{bs}] \} + 0.5 \boldsymbol{Q}_v \boldsymbol{A}(\boldsymbol{q}_r) [\boldsymbol{J}_s^{-1} \boldsymbol{\omega}_{bs} \times \boldsymbol{J}_s \boldsymbol{\omega}_{bs}] - 0.5 \boldsymbol{Q}_v [\boldsymbol{\omega}_r + \boldsymbol{A}(\boldsymbol{q}_r) \boldsymbol{\omega}_{bs}] \times \boldsymbol{\omega}_r. \end{aligned} \right\}$$

其中: $[\]^{\times}$ 是反对称阵; μ 是地球引力常数; $\boldsymbol{\omega}^o$ 为轨道角速度; $\boldsymbol{u} = [\boldsymbol{a}_{sc}^T, \boldsymbol{T}_{sc}^T]^T$, \boldsymbol{a}_{sc} 为控制加速度, \boldsymbol{T}_{sc} 为控制力矩; \boldsymbol{r}_t 、 \boldsymbol{r}_s 分别为 T 和 S 质心相对地心的位置矢量; \boldsymbol{P}_t^i 、 \boldsymbol{P}_s^j 分别为 P_t^i 和 P_s^j 相对各自体系原点的位置矢量。考虑控制器的实际输出能力,控制加速度满足 $a_{sci} < a_{max}$ 时 $a_{sci_real} = a_{sci}$, $a_{sci} \geq a_{max}$ 时 $a_{sci_real} = a_{sci} a_{max} / |a_{sci}|$; 同理,控制力矩满足 $T_{sci} < T_{max}$ 时 $T_{sci_real} = T_{sci}$, 当 $T_{sci} \geq T_{max}$ 时 $T_{sci_real} = T_{sci} T_{max} / |T_{sci}|$ ($i = x, y, z$)。外部干扰 $\boldsymbol{\delta} = [\boldsymbol{\vartheta}_1^T, \boldsymbol{\vartheta}_2^T]^T$, 分量形式如下:

$$\begin{aligned} (\boldsymbol{\vartheta}_1)_{F_o} &= \boldsymbol{A}^T(\boldsymbol{q}_s) \boldsymbol{A}^T(\boldsymbol{q}_r) \{ [\boldsymbol{J}_t^{-1}(\boldsymbol{T}_{tg} + \boldsymbol{T}_{td})] \times \boldsymbol{P}_t^i + \boldsymbol{a}_{td} \}_{F_{bt}} - \boldsymbol{A}^T(\boldsymbol{q}_s) \{ [\boldsymbol{J}_s^{-1}(\boldsymbol{T}_{sg} + \boldsymbol{T}_{sd})] \times \boldsymbol{P}_s^j + \boldsymbol{a}_{sd} \}_{F_{bs}}, \quad (2) \\ (\boldsymbol{\vartheta}_2)_{F_{bt}} &= 0.5 \boldsymbol{Q}_v [\boldsymbol{J}_t^{-1}(\boldsymbol{T}_{tg} + \boldsymbol{T}_{td}) - \boldsymbol{A}(\boldsymbol{q}_r) \boldsymbol{J}_s^{-1}(\boldsymbol{T}_{sg} + \boldsymbol{T}_{sd})]_{F_{bs}}. \quad (3) \end{aligned}$$

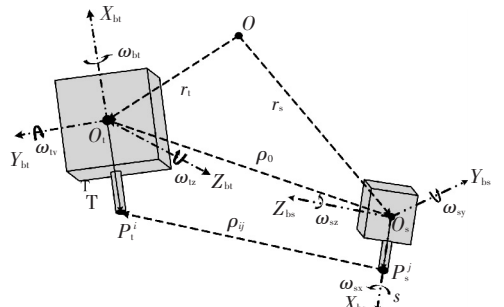


图 1 两航天器对接端口间相对运动关系

假设干扰加速度 \boldsymbol{a}_d 是连续可导的有界慢变函数,干扰力矩 \boldsymbol{T}_d ^[22]、重力梯度力矩 \boldsymbol{T}_g 分别为如下形式:

$$\boldsymbol{a}_d = \begin{cases} \boldsymbol{a}_{d0}(1 + k_d t), \\ \boldsymbol{a}_{d0}[1 + \cos(k_d t)], \\ \boldsymbol{a}_{d0}[1 + \sin(k_d t)]. \end{cases}$$

$$\boldsymbol{T}_d = 1.5 \times 10^{-5} \begin{bmatrix} 3\cos(\omega^o t) + 1 \\ 1.5\sin(\omega^o t) + 3\cos(\omega^o t) \\ 3\sin(\omega^o t) + 1 \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{T}_g = \frac{3\mu}{r^3} \boldsymbol{Z}_0 \times \boldsymbol{J} \boldsymbol{Z}_0.$$

其中: \boldsymbol{a}_{d0} 是干扰加速度的初值, k_d 为常数; ω^o 为轨

道角速度的模; r 是地心矢径的模, Z_0 为单位地心矢径.

2 二阶滑模控制器设计

2.1 标准 Twisting 控制器

令滑模状态为 s , 记 $x = s, y = \dot{s}$. 闭环系统状态方程形式如下:

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = -\alpha \text{sign}(x) - \beta \text{sign}(y) + \mu. \end{cases} \quad (4)$$

其中 $|\mu| \leq D$.

由 Twisting 算法可知, 当 $\alpha - D > \beta > D$ 成立时系统(4) 可在有限时间内收敛到平衡点.

记期望状态为 x_d , 状态偏差 $e = x - x_d$. 取滑模平面 $s = e$, 由 Twisting 算法设计式(1)的姿轨耦合控制器 T_1 形式如下:

$$u = \begin{bmatrix} A^T(q_s) & G \\ 0_{3 \times 3} & 0.5Q_v A(q_r) J_s^{-1} \end{bmatrix}^{-1} \cdot [\text{sys}(\cdot) - \ddot{x}_d + \alpha_1 \text{sign}(s) + \beta_1 \text{sign}(\dot{s})]. \quad (5)$$

其中, α_1, β_1 为主对角线矩阵. 由式(2)、式(3) 及扰动力矩 T_d, T_g 的形式可知, δ 连续可导且有界.

取滑模平面 $s = \dot{e} + \lambda e, \lambda$ 为正常数组成的主对角线矩阵, 由 Twisting 算法设计式(1) 的姿轨耦合控制器 T_2 形式如下:

$$\begin{cases} u = \begin{bmatrix} A^T(q_s) & G \\ 0_{3 \times 3} & 0.5Q_v A(q_r) J_s^{-1} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \\ [\text{sys}(\cdot) - \ddot{x}_d + \lambda \dot{e} - w], \\ \dot{w} = -\alpha_2 \text{sign}(s) - \beta_2 \text{sign}(\dot{s}). \end{cases} \quad (6)$$

记 $X = s, Y = \dot{s}$, 得到闭环系统方程为

$$\begin{cases} \dot{X} = Y, \\ \dot{Y} = -\alpha_2 \text{sign}(s) - \beta_2 \text{sign}(\dot{s}) + \Delta. \end{cases} \quad (7)$$

由式(2)、式(3) 计算 $\dot{\theta}_1 \Big|_{F_o}$ 和 $\dot{\theta}_2 \Big|_{F_{bt}}$ 得

$$\begin{cases} (\dot{\theta}_1 \Big|_{F_o})_{F_o} = A^T(q_s) A^T(q_r) \{ [J_t^{-1}(\dot{T}_{tg} + \dot{T}_{td})] \times \\ P_t^i + \dot{a}_{td} + \omega_r \times \{ [J_t^{-1}(T_{tg} + T_{td})] \times \\ P_t^i + a_{td} \} \} + A^T(q_s) \{ \omega_{sb} \times A^T(q_r) \cdot \\ \{ [J_t^{-1}(T_{tg} + T_{td})] \times P_t^i + a_{td} \} \} - \\ A^T(q_s) \{ [J_s^{-1}(\dot{T}_{sg} + \dot{T}_{sd})] \times P_s^j + \dot{a}_{sd} + \\ \omega_{sb} \times \{ [J_s^{-1}(T_{sg} + T_{sd})] \times P_s^j + a_{sd} \} \} , \\ (\dot{\theta}_2 \Big|_{F_{bt}})_{F_{bt}} = 0.5Q_v \{ J_t^{-1}(\dot{T}_{tg} + \dot{T}_{td}) - A(q_r) J_s^{-1}(\dot{T}_{sg} + \\ \dot{T}_{sd}) + \omega_r \times [A(q_r) J_s^{-1}(T_{sg} + T_{sd})] \} . \end{cases}$$

因此, $|\Delta_i| \leq \chi_i$, 当 $\alpha_2 - \chi_i > \beta_2 > \chi_i$ 时系统(6) 也可在有限时间内收敛到平衡点. 其中,

$$\chi_i = \begin{cases} |\dot{\theta}_{li}|_{\max}, i = 1, 2, 3, \\ |\dot{\theta}_{2j}|_{\max}, i = j + 3, j = 1, 2, 3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} |\dot{\theta}_1|_{\max} = \{ [J_t^{-1}(|\dot{T}_{tg}|_{\max} + |\dot{T}_{td}|_{\max})] \times P_t^i + \\ |k_d| \| a_{td} \|_{\max} + \omega_r \times \{ [J_t^{-1}(|T_{tg}|_{\max} + \\ |T_{td}|_{\max})] \times P_t^i + |a_{td}|_{\max} \} \} + \{ \omega_{sb} \times \\ \{ [J_t^{-1}(|T_{tg}|_{\max} + |T_{td}|_{\max})] \times P_t^i + \\ |a_{td}|_{\max} \} \} - \{ [J_s^{-1}(|\dot{T}_{sg}|_{\max} + \\ |\dot{T}_{sd}|_{\max})] \times P_s^j + |k_d| \| a_{sd} \|_{\max} + \\ \omega_{sb} \times \{ [J_s^{-1}(|T_{sg}|_{\max} + |T_{sd}|_{\max})] \times \\ P_s^j + |a_{sd}|_{\max} \} \} , \\ |\dot{\theta}_2|_{\max} = 0.5 \{ J_t^{-1}(|\dot{T}_{tg}|_{\max} + |\dot{T}_{td}|_{\max}) - \\ J_s^{-1}(|\dot{T}_{sg}|_{\max} + |\dot{T}_{sd}|_{\max}) + \omega_r \times \\ [J_s^{-1}(|T_{sg}|_{\max} + |T_{sd}|_{\max})] \} . \end{cases}$$

2.2 改进 Twisting 控制器

为改变闭环系统特性, 将 Twisting 算法与线性补偿项相结合, 得到如下闭环系统方程:

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = -\alpha \text{sign}(x) - \beta \text{sign}(y) - r_1 x - r_2 y + \mu. \end{cases} \quad (8)$$

其中 $|\mu| \leq D$.

选取严格李雅普诺夫函数如下:

$$\begin{cases} W(x, y) = V(x, y) + (ax^2 + bxy)^2 + cx^4 + \\ \alpha r_1 |x|^3 + \frac{2}{5} \cdot \gamma r_2 |x|^{\frac{5}{2}}, \\ V(x, y) = \alpha^2 x^2 + \gamma |x|^{\frac{3}{2}} \text{sign}(x) y + \alpha |x| y^2 + \\ \frac{1}{4} \cdot y^4 = |x| \xi_0^T P_0 \xi_0 + \frac{1}{4} \cdot y^4. \end{cases} \quad (9)$$

其中, $a = \frac{\sqrt{2}}{6} \cdot r_1^{\frac{1}{2}} r_2, b = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot r_1^{\frac{1}{2}}, c = \frac{1}{36} \cdot r_1 r_2^2 + \frac{1}{4} \cdot$

$r_1^2, \xi_0^T = [|x|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(x) \quad y]$ ($\| \xi_0 \|^2 = |x| + y^2$),

$P_0 = \left[\alpha^2, \frac{\gamma}{2}; \frac{\gamma}{2}, \alpha \right]$. 当 P_0 正定, $r_1, r_2 > 0$ 时, $W > 0$.

对 $W(x, y)$ 进行放大处理得

$$W(x, y) \leq H_{\max} (|x| + x^2 + y^2)^2 \leq H_{\max} (|x|^{\frac{1}{2}} + |x| + |y|)^4.$$

其中,

$$H_{\max} = \max \left[\sigma_{\max}(P_0) + \frac{1}{5} \cdot \gamma r_2, \frac{1}{12} \cdot r_1 r_2^2 + \frac{1}{4} \cdot r_1^2 + \frac{1}{6} \cdot r_1 r_2, \frac{1}{4}, \frac{1}{2} \cdot \alpha r_1 + \frac{1}{10} \cdot \gamma r_2, \frac{1}{4} \cdot r_1 + \frac{1}{12} \cdot r_1 r_2 \right].$$

对 W 求时间的一阶导数得

$$\begin{aligned} \dot{W}(x, y) = & \dot{V}(x, y) + d[(a^2 + c)x^4 + b^2x^2y^2 + \\ & 2abx^3y + \alpha r_1 |x|^3 + 2/5 \cdot \gamma r_2 |x|^{5/2}] \leq \\ & -|y| \zeta^T Q \zeta - 2abr_1x^4 - 2ab(\alpha - \beta - \\ & D) |x|^3 - \gamma r_1 |x|^{5/2} - 2b^2(\beta - \\ & D)x^2|y| - \gamma(\alpha - \beta - D) |x|^{3/2} - \\ & 2\alpha r_2 |x|y^2 - r_2y^4. \end{aligned}$$

其中, $\zeta^T = [|x|^{1/2} \quad |y|]$ ($\|\zeta\|^2 = |x| + y^2$), $Q = [2\alpha(\beta - D), -3/4 \cdot \gamma; -3/4 \cdot \gamma, \beta - D]$.

Q 正定等价于 Q 有两个正的特征值, 则有: $\beta > D, 4\sqrt{2}/3 \cdot (\beta - D) \sqrt{\alpha} > \gamma > 0$. 由此可知: 当 Q 正定 ($\sigma_{\min}(Q)$ 为其最小的特征值)、 $\alpha - \beta - D > 0$ 、 $r_1 > 0, r_2 > 0$ 时

$$\begin{aligned} \dot{W}(x, y) \leq & -H_{\min}(|x|^{1/2} + |x| + |y|)^3 \leq \\ & -H_{\min}/H_{\max}^{3/4} \cdot W^{3/4}(x, y). \end{aligned}$$

其中,

$$H_{\min} = \min\{1/15 \cdot \gamma(\alpha - \beta - D), 1/3 \cdot r_1 r_2(\alpha - \beta - D), 1/12 \cdot \sigma_{\min}(Q), 1/15 \cdot \gamma r_1, 1/3 \cdot r_1(\beta - D), 4/15 \cdot \alpha r_2\}.$$

求解如下微分方程:

$$\dot{W}(x, y) = -H_{\min}/H_{\max}^{3/4} \cdot W^{3/4}(x, y),$$

$$W(x, y) = \{W^{1/4}(x_0, y_0) - H_{\min}/(4H_{\max}^{3/4}) \cdot t\}^4.$$

因此, 系统(8) 收敛到原点的的时间上限 T_f 为

$$T_f = 4H_{\max}^{3/4}/H_{\min} \cdot W^{1/4}(x_0, y_0). \quad (10)$$

综上所述, $\alpha - D > \beta > D, 4\sqrt{2}/3(\beta - D) \sqrt{\alpha} > \gamma > 0, r_1, r_2 > 0$ 时, 系统(8) 在有限时间内收敛到平衡点.

2.3 改进的姿轨耦合控制器

取滑模平面为 $s = e$ 时, 设计基于改进 Twisting 算法的姿轨耦合控制器 M_1 , 形式如下:

$$\begin{aligned} u = & \begin{bmatrix} A^T(q_s) & G \\ 0_{3 \times 3} & 0.5Q_v A(q_r) J_s^{-1} \end{bmatrix}^{-1} \cdot [\text{sys}(\ast) - \ddot{x}_d \\ & + M_1 \text{sign}(s) + M_2 \text{sign}(\dot{s}) + M_3 s + M_4 \dot{s}]. \end{aligned} \quad (11)$$

表 1 试件主要参数 S 和 T 的轨道参数

半长轴/km	偏心率	轨道倾角/(°)	升交点赤径/(°)	近地点幅角/(°)	真近点角/(°)
$a_s = 7170.0$	$e_s = 0.05$	$i_s = 15.0000$	$\Omega_s = 30.0000$	$\omega^s = 10.0$	$\theta_s = 20.0000$
$a_t = 7170.0$	$e_t = 0.05$	$i_t = 15.0002$	$\Omega_t = 30.0001$	$\omega^t = 10.0$	$\theta_t = 20.0002$

初始姿态四元数和姿态角速度的初值为

$$\begin{cases} q_{sv0} = q_{tv0} = [0, 0, 0]^T, \\ (\omega_{sb0})_{F_{bs}} = [0, 0, 0](^\circ)/s, \\ (\omega_{tb0})_{F_{bt}} = [-3, 2, 3](^\circ)/s. \end{cases}$$

采用双组元轨道和姿态发动机做为执行机构,

令 $X = s, Y = \dot{s}$; 则闭环系统状态方程为

$$\begin{cases} \dot{X} = Y, \\ \dot{Y} = -M_1 \text{sign}(X) - M_2 \text{sign}(Y) - M_3 X - M_4 Y + \delta. \end{cases} \quad (12)$$

由 2.1 节可知, 当 $M_{1i} - E_i > M_{2i} > E_i, M_{3i}, M_{4i} > 0$ 时系统(12) 在有限时间内收敛到平衡点.

取滑模平面为 $s = \dot{e} + \lambda e$ 时, 设计基于改进 Twisting 算法的姿轨耦合控制器 M_2 形式如下:

$$\begin{cases} u = \begin{bmatrix} A^T(q_s) & G \\ 0_{3 \times 3} & 0.5Q_v A(q_r) J_s^{-1} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \\ \quad [\text{sys}(\ast) - \ddot{x}_d + \lambda \dot{e} - \nu], \\ \dot{\nu} = -K_1 \text{sign}(s) - K_2 \text{sign}(\dot{s}) - K_3 s - K_4 \dot{s}. \end{cases} \quad (13)$$

令 $X = s, Y = \dot{s}, \Delta = \dot{\delta}$; 则闭环系统状态方程为

$$\begin{cases} \dot{X} = Y, \\ \dot{Y} = -K_1 \text{sign}(X) - K_2 \text{sign}(Y) - K_3 X - K_4 Y + \Delta. \end{cases} \quad (14)$$

由 2.1 节可知, 当 $K_{1i} - \chi_i > K_{2i} > \chi_i, K_{3i}, K_{4i} > 0$ 时系统(14) 在有限时间内收敛到平衡点.

分析上述控制的设计过程: M_1 控制器直接抑制有界干扰, M_2 控制器则通过抑制干扰对时间的导数来提高鲁棒性. 因此, M_1 对相对位置的控制精度高于 M_2 , 而 M_2 对相对速度的控制精度高于 M_1 .

3 数学仿真

3.1 仿真参数

S 与 T 的轨道六根数如表 1 所示, 两航天器质量为: $m_s = 240 \text{ kg}, m_t = 320 \text{ kg}$; 转动惯量为

$$\begin{cases} J_s = \text{diag}([45.6, 47.3, 46.9]) \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \\ J_t = \text{diag}([67.6, 57.6, 57.6]) \text{ kg} \cdot \text{m}^2. \end{cases}$$

对接端口位置矢量在各自体系下表示为

$$\begin{cases} P_s^0 = [-0.75 \quad 0 \quad 0]^T \text{ m}, \\ P_t^0 = [0.50 \quad 0 \quad 0]^T \text{ m}. \end{cases}$$

控制力与力矩的输出限制分别为 $a_{\max} = 0.2 \text{ m/s}^2$ 和 $T_{\max} = 0.8 \text{ N} \cdot \text{m}$. 干扰加速度为:

$$\begin{cases} a_{td0} = [2.5, 4.0, 3.8]^T \times 10^{-5} \text{ m/s}^2, \\ a_{sd0} = [2.0, 4.2, 3.5]^T \times 10^{-5} \text{ m/s}^2. \end{cases}$$

假设相对位置、相对速度、相对姿态角速度均由

状态估计器给出,仿真实验目的是验证所设计姿轨耦合控制器对有界干扰的鲁棒性,因而不考虑敏感器测量误差影响.分别设计控制器 T_1 、 T_2 、 M_1 、 M_2 使 P_s^0 与 P_1^0 实现安全对接,具体参数如表 2 所示.

表 2 控制器参数

控制器	参数值
T_1	$\alpha_1 = \text{diag}([[0.020, 0.24, 0.020], [1.9, 0.82, 0.82] \times 10^{-3}])$
	$\beta_1 = \text{diag}([[0.018, 0.23, 0.018], [1.6, 0.72, 0.72] \times 10^{-3}])$
T_2	$\lambda = \text{diag}([0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5])$
	$\alpha_2 = \text{diag}([0.080, 0.515, 0.080, 0.0095, 0.0084, 0.0084])$
M_1	$\beta_2 = \text{diag}([0.075, 0.510, 0.075, 0.0090, 0.0080, 0.0080])$
	$M_1 = \text{diag}([[6.0, 6.0, 6.0] \times 10^{-3}, [3.5, 8.2, 6.0] \times 10^{-5}])$
	$M_2 = \text{diag}([[5.0, 5.0, 5.0] \times 10^{-3}, [2.0, 7.5, 4.0] \times 10^{-5}])$
	$M_3 = \text{diag}([0.06, 0.08, 0.06, 0.09, 0.1, 0.20])$
M_2	$M_4 = \text{diag}([0.50, 0.60, 0.50, 0.55, 0.4, 0.55])$
	$\lambda = \text{diag}([0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5])$
	$K_1 = \text{diag}([[9.5, 9.5, 9.5] \times 10^{-2}, [3.8, 3.5, 3.5] \times 10^{-4}])$
	$K_2 = \text{diag}([[8.0, 8.0, 8.0] \times 10^{-2}, [2.6, 2.5, 2.5] \times 10^{-4}])$
	$K_3 = \text{diag}([0.28, 0.28, 0.30, 0.3, 0.2, 0.2])$
	$K_4 = \text{diag}([1.50, 1.60, 1.60, 1.5, 1.0, 1.0])$

3.2 仿真结果

选取不同形式的干扰加速度分别进行仿真,将 150 s 到 200 s 仿真时间内数据的平均值与其三倍标准方差之和定义为标准 Twisting 算法的控制精度;将 50 s 到 100 s 仿真时间内数据的平均值与其三倍标准方差之和定义为改进 Twisting 算法的控制精度.由于 M_1 、 M_2 对不同形式干扰的控制效果相似,这里仅给出有界线性增长干扰作用下的仿真结果,图 2 ~ 6 为 M_1 控制效果,图 7 ~ 11 为 M_2 控制效果.计算 T_1 、 M_1 与 T_2 、 M_2 的控制精度如表 3 所示.

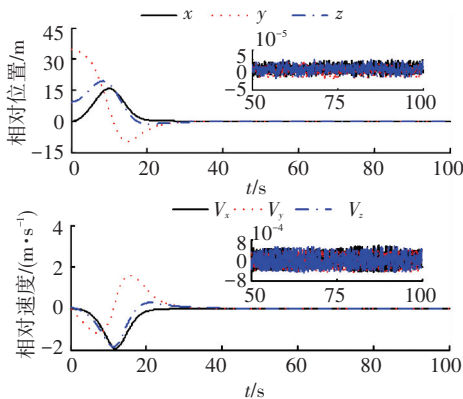


图 2 M_1 在有界线性增加干扰作用下的相对平动关系曲线 (F_{bs})

图中, x 、 y 、 z 为对接端口间相对位置分量, V_x 、 V_y 、 V_z 为对接端口间相对速度分量; ϕ_r 、 θ_r 、 ψ_r 为相对姿态角分量; ω_{rx} 、 ω_{ry} 、 ω_{rz} 为相对姿态角速度分量; $|\rho_{ij}|$ 为对接端口之间的距离, $|\rho_{00}|$ 为航天器质心间距离; F_{cx} 、 F_{cy} 、 F_{cz} 为姿轨发动机输出控制力分量; T_{cx} 、 T_{cy} 、 T_{cz} 为姿轨发动机输出控制力矩分量; 相对

姿态角速度分量; S_x 、 S_y 、 S_z 是由相对平移关系组成的滑模面分量, S_{q1} 、 S_{q2} 、 S_{q3} 是由相对四元数矢部组成的滑模面分量.

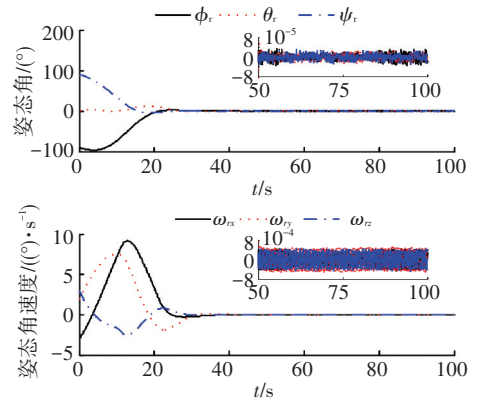


图 3 M_1 在有界线性增加干扰作用下的相对转动关系曲线 (F_{bt})

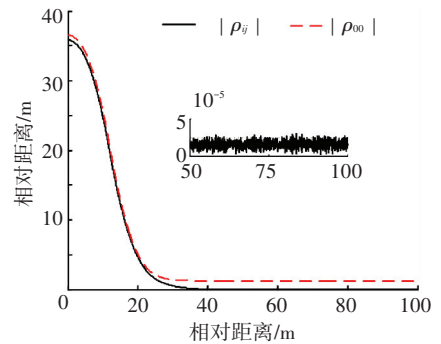


图 4 M_1 在有界线性增加干扰作用下的相对距离关系曲线

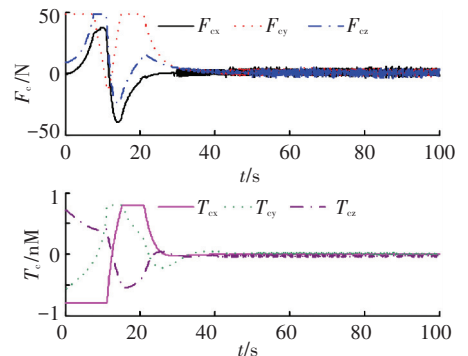


图 5 M_1 在有界线性增加干扰作用下的执行机构输出关系曲线 (F_{bs})

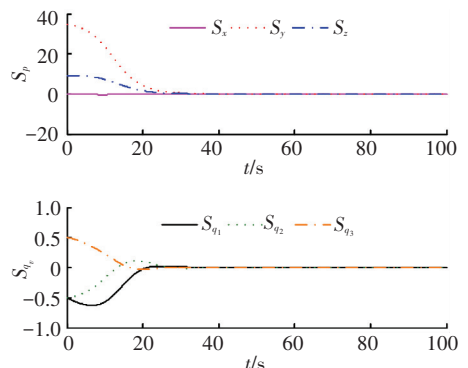


图 6 M_1 在有界线性增加干扰作用下的控制器滑模平面

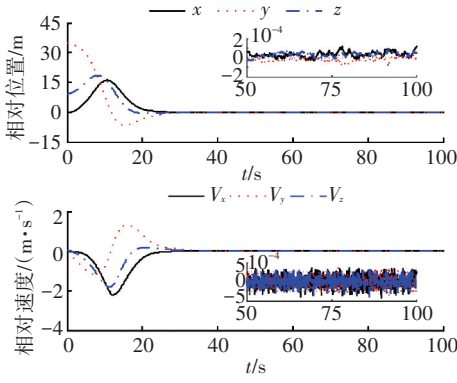


图 7 M_2 在有界线性增加干扰作用下的相对平动关系曲线 (F_{bs})

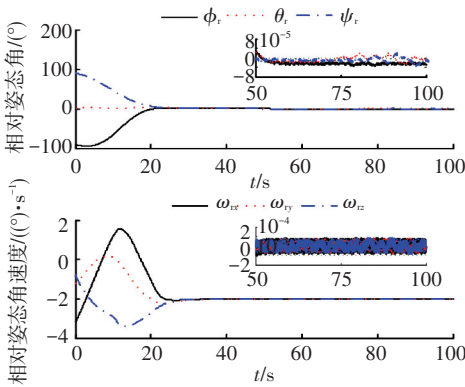


图 8 M_2 在有界线性增加干扰作用下的相对转动关系曲线 (F_{bt})

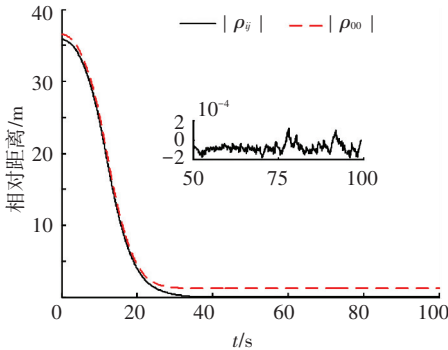


图 9 M_2 在有界线性增加干扰作用下的相对距离关系曲线

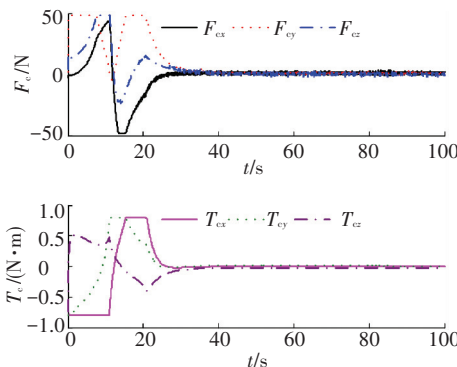


图 10 M_2 在有界线性增加干扰作用下的执行机构输出关系曲线 (F_{bs})

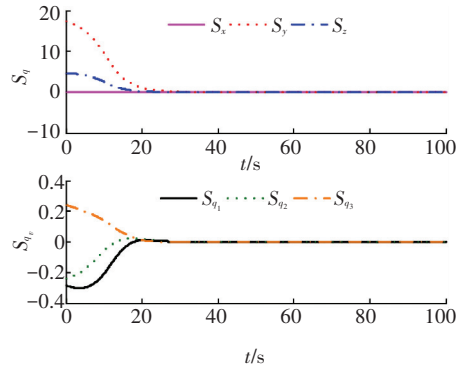


图 11 M_2 在有界线性增加干扰作用下的控制器滑模平面

T_1 与 M_1 仿真结果对比可见,含线性补偿项的改进 Twisting 控制器 M_1 对有界干扰的抑制能力更强,收敛速度更快.对比表 3 的计算结果, M_1 对各个相对运动状态的控制精度以及消除执行机构震颤效应等方面都远远优于标准 Twisting 控制器 T_1 .类似地, T_2 与 M_2 仿真结果对比后可以得出相似结论: M_2 对有界干扰的抑制能力更强,收敛速度更快,且 M_2 的控制精度及消除执行机构震颤效应等方面也都远远优于 T_2 .综上所述,含线性补偿项的 M_1 、 M_2 控制器可以有效抑制不确定性和有界干扰,使系统具有更强的鲁棒性;同时,显著改善了执行机构因高频切换而产生的震颤效应,提高了标准 Twisting 算法的性能,同时继承了滑模控制器在有限时间收敛到平衡点的特性.

对比控制器 M_1 、 M_2 的仿真结果可知, M_1 对相对位置的控制精度高于 M_2 ,而对相对速度的控制精度低于 M_2 ,由此证明了 2.3 节对控制器的特性分析:控制器 M_1 抑制式(12)中的有界干扰 δ ,直接针对 δ 进行补偿; M_2 则通过抑制式(14)中有界的干扰变化率 Δ 来补偿有界干扰 δ 对系统的影响.

3.3 参数不确定性的鲁棒性验证

选取转动惯量参数,对 J_s 、 J_t 进行正负拉偏 10%,利用控制器 M_1 、 M_2 分别进行仿真,验证所设计的二阶滑模控制器对模型参数不确定性的鲁棒性.计算 70 s 到 100 s 内的控制精度,如表 4~7 所示.由仿真结果可见: M_1 对相对位置和姿态角的控制精度数量级不变,相对速度和姿态角速度精度有所降低; M_2 与之相反,相对位置和姿态角的控制精度有所下降,但仍比标准 Twisting 算法的精度高一或两个数量级,相对速度和姿态角速度的控制精度数量级不变.由此可见,本文所设计的带线性补偿器的二阶滑模控制器对模型参数不确定性有较强的鲁棒性.

表 3 控制器精度对比

控制器	$\Delta\rho/m$	$\Delta V/(m \cdot s^{-1})$	$\Delta\varphi_r/(\circ)$	$\Delta\theta_r/(\circ)$	$\Delta\psi_r/(\circ)$	$\Delta\omega_r/((\circ) \cdot s^{-1})$	$\Delta \rho_{ij} /m$
$a_d = a_{d0}(1 + 0.5t)$	T_1	2.649×10 ⁻⁴	0.715×10 ⁻²				3.029×10 ⁻²
		4.179×10 ⁻⁴	1.142×10 ⁻²	1.041×10 ⁻³	0.480×10 ⁻³	0.458×10 ⁻³	1.328×10 ⁻²
		3.613×10 ⁻⁴	1.134×10 ⁻²				1.329×10 ⁻²
	M_1	2.734×10 ⁻⁵	8.052×10 ⁻⁴				6.829×10 ⁻⁴
		2.916×10 ⁻⁵	8.723×10 ⁻⁴	3.621×10 ⁻⁵	4.892×10 ⁻⁵	3.537×10 ⁻⁵	13.720×10 ⁻⁴
		2.861×10 ⁻⁵	8.450×10 ⁻⁴				9.098×10 ⁻⁴
	T_2	2.978×10 ⁻⁴	0.995×10 ⁻³				5.835×10 ⁻³
		4.817×10 ⁻⁴	1.632×10 ⁻³	2.219×10 ⁻³	1.197×10 ⁻³	1.080×10 ⁻³	4.488×10 ⁻³
		5.139×10 ⁻⁴	1.587×10 ⁻³				4.108×10 ⁻³
$a_{td} = a_{td0}[1 + \cos(0.5t)]$ $a_{sd} = a_{sd0}[1 + \sin(0.5t)]$	M_2	1.144×10 ⁻⁴	4.582×10 ⁻⁴				1.711×10 ⁻⁴
		0.394×10 ⁻⁴	4.073×10 ⁻⁴	0.367×10 ⁻⁵	2.835×10 ⁻⁵	1.991×10 ⁻⁵	1.567×10 ⁻⁴
		0.969×10 ⁻⁴	4.109×10 ⁻⁴				1.582×10 ⁻⁴
	T_1	2.958×10 ⁻⁴	0.722×10 ⁻²				3.029×10 ⁻²
		4.243×10 ⁻⁴	1.126×10 ⁻²	1.041×10 ⁻³	0.480×10 ⁻³	0.458×10 ⁻³	1.328×10 ⁻²
		3.631×10 ⁻⁴	1.121×10 ⁻²				1.329×10 ⁻²
	M_1	2.766×10 ⁻⁵	8.464×10 ⁻⁴				6.829×10 ⁻⁴
		2.862×10 ⁻⁵	8.597×10 ⁻⁴	3.621×10 ⁻⁵	4.892×10 ⁻⁵	3.537×10 ⁻⁵	13.720×10 ⁻⁴
		2.718×10 ⁻⁵	8.210×10 ⁻⁴				9.098×10 ⁻⁴
T_2	2.456×10 ⁻⁴	0.894×10 ⁻³				5.835×10 ⁻³	
	5.323×10 ⁻⁴	1.655×10 ⁻³	2.219×10 ⁻³	1.197×10 ⁻³	1.080×10 ⁻³	4.488×10 ⁻³	
	4.683×10 ⁻⁴	1.404×10 ⁻³				4.108×10 ⁻³	
M_2	6.532×10 ⁻⁵	3.883×10 ⁻⁴				1.711×10 ⁻⁴	
	6.458×10 ⁻⁵	3.797×10 ⁻⁴	0.367×10 ⁻⁵	2.835×10 ⁻⁵	1.991×10 ⁻⁵	1.567×10 ⁻⁴	
	7.166×10 ⁻⁵	3.982×10 ⁻⁴				1.582×10 ⁻⁴	

表 4 $J_s+10\%, J_t+10\%$ 的控制精度

控制器	$\Delta\rho \times 10^{-5}/m$	$\Delta V \times 10^{-4}/(m \cdot s^{-1})$	$\Delta\varphi_r \times 10^{-5}/(\circ)$	$\Delta\theta_r \times 10^{-5}/(\circ)$	$\Delta\psi_r \times 10^{-5}/(\circ)$	$\Delta\omega_r \times 10^{-4}/((\circ) \cdot s^{-1})$	$\Delta \rho_{coco} \times 10^{-5}/m$
$a_d = a_{d0}(1 + 0.5t)$	M_1	2.738	8.172			5.211	
		2.931	8.438	2.769	4.829	5.678	1.627
		2.803	8.339				8.459
	M_2	8.260	4.279				1.521
		12.620	4.819	0.760	7.718	20.130	2.145
		12.390	4.766				7.158
$a_{td} = a_{td0}[1 + \cos(0.5t)]$	M_1	2.984	8.409			5.211	
		2.811	8.265	2.769	4.829	5.678	1.466
		2.859	8.590				8.459
$a_{sd} = a_{sd0}[1 + \sin(0.5t)]$	M_2	4.701	4.040			1.521	
		5.265	3.949	0.760	7.718	20.130	2.145
		5.291	3.854				7.158

表 5 $J_s+10\%, J_t-10\%$ 的控制精度

控制器	$\Delta\rho \times 10^{-5}/$	$\Delta V \times 10^{-4}/$	$\Delta\varphi_r \times 10^{-5}/$	$\Delta\theta_r \times 10^{-5}/$	$\Delta\psi_r \times 10^{-5}/$	$\Delta\omega_r \times 10^{-4}/$	$\Delta \rho_{\text{COCO}} \times 10^{-5}/$	
	m	($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	($^\circ$)	($^\circ$)	($^\circ$)	($(^\circ) \cdot \text{s}^{-1}$)	m	
$a_d = a_{d0}(1 + 0.5t)$	M_1	2.993	8.761				4.823	
		2.725	7.921	2.294	4.828	5.579	10.070	1.647
		2.800	8.245				8.314	
	M_2	11.710	4.360				1.534	
		13.480	4.176	0.820	10.300	10.350	2.079	1.706
		10.120	3.936				6.931	
$a_{id} = a_{id0}[1 + \cos(0.5t)]$ $a_{sd} = a_{sd0}[1 + \sin(0.5t)]$	M_1	2.873	8.538				4.823	
		2.841	8.377	2.294	4.828	5.579	10.070	1.391
		2.845	8.346				8.314	
	M_2	5.560	4.322				1.534	
		3.993	3.580	0.820	10.300	10.350	2.079	4.013
		6.829	4.157				6.931	

表 6 $J_s-10\%, J_t+10\%$ 的控制精度

控制器	$\Delta\rho \times 10^{-5}/$	$\Delta V \times 10^{-4}/$	$\Delta\varphi_r \times 10^{-5}/$	$\Delta\theta_r \times 10^{-5}/$	$\Delta\psi_r \times 10^{-5}/$	$\Delta\omega_r \times 10^{-4}/$	$\Delta \rho_{\text{COCO}} \times 10^{-5}/$	
	m	($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	($^\circ$)	($^\circ$)	($^\circ$)	($(^\circ) \cdot \text{s}^{-1}$)	m	
$a_d = a_{d0}(1 + 0.5t)$	M_1	2.810	8.410				5.876	
		2.784	8.329	2.700	5.775	6.817	12.230	1.535
		2.709	8.238				10.180	
	M_2	6.786	4.691				1.925	
		9.837	4.082	5.372	13.780	18.330	2.622	8.924
		8.508	4.460				8.535	
$a_{id} = a_{id0}[1 + \cos(0.5t)]$ $a_{sd} = a_{sd0}[1 + \sin(0.5t)]$	M_1	2.779	8.136				5.876	
		2.966	8.566	2.700	5.775	6.817	12.230	1.603
		3.036	8.562				10.180	
	M_2	8.794	4.301				1.925	
		5.506	4.071	5.372	13.780	18.330	2.622	6.225
		9.395	3.954				8.535	

表 7 $J_s-10\%, J_t-10\%$ 的控制精度

控制器	$\Delta\rho \times 10^{-5}/$	$\Delta V \times 10^{-4}/$	$\Delta\varphi_r \times 10^{-5}/$	$\Delta\theta_r \times 10^{-5}/$	$\Delta\psi_r \times 10^{-5}/$	$\Delta\omega_r \times 10^{-4}/$	$\Delta \rho_{\text{COCO}} \times 10^{-5}/$	
	m	($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	($^\circ$)	($^\circ$)	($^\circ$)	($(^\circ) \cdot \text{s}^{-1}$)	m	
$a_d = a_{d0}(1 + 0.5t)$	M_1	2.604	7.870				5.913	
		2.806	8.319	2.800	5.954	7.310	12.15	1.432
		2.812	8.757				10.34	
	M_2	7.185	4.420				1.916	
		6.388	4.284	1.530	12.840	13.730	2.523	6.901
		6.386	4.283				8.337	
$a_{id} = a_{id0}[1 + \cos(0.5t)]$ $a_{sd} = a_{sd0}[1 + \sin(0.5t)]$	M_1	2.919	8.496				5.913	
		2.949	8.579	2.800	5.954	7.310	12.150	1.448
		2.848	8.185				10.340	
	M_2	7.124	4.327				1.916	
		4.288	4.088	1.530	12.840	13.730	2.523	5.121
		6.601	4.008				8.337	

综上所述,仿真结果证明包含线性补偿项的改进 Twisting 控制器对有界干扰及模型参数不确定性具有强鲁棒性,并且达到较高的控制精度,足以保证与非合作目标航天器对接端口间安全对接。

4 结 论

1) 考虑相对转动对相对平动的耦合作用,以航天器对接端口间耦合相对运动动力学模型为基础,

利用两种形式的滑模平面分别设计含线性补偿项的改进 Twisting 控制器,实现航天器相对位置与姿态协同控制,进而满足对失控的非合作目标航天器进行在轨服务的要求。

2) 选取严格李雅普诺夫函数,证明所设计的含有线性补偿项的改进 Twisting 控制器在有界干扰作用下不仅是全局渐进稳定的,还具备在有限时间内收敛到平衡点的特性。此外,给出了通过求解李雅普诺夫函数计算收敛时间上界的方法。

3) 利用 MATLAB-Simulink 建立对比仿真,验证所设计的改进 Twisting 控制器不但对有界不确定性具有较强的鲁棒性,并且能够有效抑制有限速率线性增长的和周期性的慢变有界干扰,仿真结果证明该改进 Twisting 控制器可以显著减弱执行机构因高频切换所产生的震颤效应。

后期的工作将在本文的基础上,围绕干扰及不确定性的形式深入研究减弱滑模控制器执行机构震颤效应的方法,结合自适应控制思想设计变增益的自适应相对位姿耦合控制算法。

参考文献

- [1] SINGLA P, SUBBARAO K, JUNKINS J L. Adaptive output feedback control for spacecraft rendezvous and docking under measurement uncertainty [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2006,29(4): 892-902.
- [2] XI Tao, LI Jiancheng, PAN Weiquan. Nonlinear adaptive feedback control for spacecraft proximity formation flying [C]//2013 International Conference on Mechanical, Automotive and Materials Engineering. Hong Kong: Trans Tech Publications Ltd., 2013: 446-450.
- [3] GAO Huijun, YANG Xuebo, SHI Peng. Multi-objective robust H_{∞} control of spacecraft rendezvous [J]. *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, 2009,17(4): 794-802.
- [4] GAO Xiangyu, TEO K L, DUAN Guangren. Robust H_{∞} control of spacecraft rendezvous on elliptical orbit [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2012,349(8): 2515-2529.
- [5] UTKIN V I, POZNYAK A S. Adaptive sliding mode control with application to super-twist algorithm: Equivalent control method [J]. *Automatica*, 2013,49(1): 39-47.
- [6] PUKDEBOON C. Second-order sliding mode controllers for spacecraft relative translation [J]. *Applied Mathematical Sciences*, 2012,6(100): 4965-4979.
- [7] PUKDEBOON C. Finite-time second-order sliding mode controllers for spacecraft attitude tracking [J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2013, 2013(2013): 1-12.
- [8] SHTESSEL Y, TALEB M, PLESTAN F. A novel adaptive-gain supertwisting sliding mode controller: Methodology and application [J]. *Automatica*, 2012,48(5): 759-769.
- [9] CLOHESSY W H, WILTSHIRE R S. Terminal guidance system for satellite rendezvous [J]. *Journal of the Aerospace Sciences*, 1960,27(9): 653-658.
- [10] LEVANT A. Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control [J]. *International Journal of Control*, 1993,58(6): 1247-1263.
- [11] WILFRID P, JEAN P B. Sliding mode control in engineering [M]. New York: Marcel Dekker Inc, 2002: 51-94.
- [12] LEVANT A. Principles of 2-sliding mode design [J]. *Automatica*, 2007,43(4): 576-586.
- [13] UTKIN V. About second order sliding mode control, relative degree, finite-time convergence and disturbance rejection [C]//Proceedings of the 2010 11th International Workshop on Variable Structure Systems. Mexico City: Association for Computing Machinery, 2010: 528-533.
- [14] SANTIESTEBAN R, FRIDMAN L, MORENO J A. Finite-time convergence analysis for "Twisting" controller via a strict Lyapunov function [C]//Proceedings of the 2010 11th International Workshop on Variable Structure Systems. Mexico City: Association for Computing Machinery, 2010: 1-6.
- [15] POLYAKOV A, POZNYAK A. Lyapunov function design for finite-time convergence analysis: "Twisting" controller for second-order sliding mode realization [J]. *Automatica*, 2009,45(2): 444-448.
- [16] VAZQUEZ C, COLLADO J, FRIDMAN L. Super twisting control of a parametrically excited overhead crane [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2014,351(4): 2283-2298.
- [17] MORENO J A. On strict Lyapunov functions for some non-homogeneous super-twisting algorithms [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2014,351(4): 1902-1919.
- [18] HUI Liu, Li Junfeng. Terminal sliding mode control for spacecraft formation flying [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2009,45(3): 835-846.
- [19] MORENO J A, OSORIO M. A Lyapunov approach to second-order sliding mode controllers and observers [C]//Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control. Piscataway: IEEE, 2008: 2856-2861.
- [20] SEGAL S, GURFIL P. Effect of kinematic rotation-translation coupling on relative spacecraft translational dynamics [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2009,32(3): 1045-1050.
- [21] 陈炳龙, 耿云海. 对接端口间相对运动耦合动力学建模研究 [J]. *系统工程与电子技术*, 2014,36(4): 714-720.
- [22] 王炳全, 崔祜涛, 杨涤. 轻型高精度卫星的变结构姿态控制器 [J]. *航空学报*, 2000,21(5): 417-420.