

doi: 10.11918/j.issn.0367-6234.2015.01.015

斜装液浮陀螺一次项漂移系数系统级分离算法

程耀强¹, 徐德民^{1,2}, 万彦辉³, 刘明雍¹, 郭林肖³, 谢勇³

(1.西北工业大学 航海学院, 710072 西安; 2.水下信息处理与控制国家级重点实验室, 710072 西安;
3. 中国航天科技集团公司九院第十六研究所, 710100 西安)

摘要: 在免拆卸条件下,为实现实时监测倾斜安装在惯性测量单元(IMU, inertial measurement unit)中的液浮陀螺一次项漂移系数 D_1, D_s ,提出一种利用惯性测量单元标定参数解算液浮陀螺一次项漂移系数的系统级分离算法.通过对液浮陀螺结构和斜装原理的分析,给出了液浮陀螺单表和系统的误差模型,并基于误差模型和已经获取的斜装IMU的误差参数,设计了液浮陀螺一次项漂移系数的系统级分离算法,该算法不需要设计复杂的倾斜标定工装,同时免去了液浮陀螺从惯性测量单元上拆卸的麻烦,减少了误差积累,参数的分离精度高、残差小,与单表一次项漂移系数分离结果的极差优于 $1.301 \times 10^{-3} (^{\circ}) \cdot (h \cdot g_0)^{-1}$,完全满足工程应用中高精度惯性测量单元对液浮陀螺一次项漂移系数的分离精度要求.

关键词: 斜装液浮陀螺;IMU;漂移系数;误差模型;系统级分离

中图分类号: U666.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 0367-6234(2015)01-0100-07

System separation algorithm of acceleration-sensitive drift coefficients of skewed-installation liquid floated gyro

CHENG Yaoqiang¹, XU Demin^{1,2}, WAN Yanhui³, LIU Mingyong¹, GUO Linxiao³, XIE Yong³

(1.School of Marine Science and Technology, Northwestern Polytechnical University, 710072 Xi'an, China;
2.National Key Laboratory for Underwater Information Process & Control, 710072 Xi'an, China;
3. The 16th Institute, China Aerospace Science and Technology Corporation, 710100 Xi'an, China)

Abstract: To achieve monitoring acceleration-sensitive drift coefficients D_1, D_s of the skewed-installation liquid floated gyroscope in IMU (inertial measurement unit) on the condition of free disassemble, a system level separation algorithm using calibration parameters of inertial measurement unit is put forward. By the analysis of structure and skew installation principle of liquid floated gyroscope, the paper gives the liquid floated gyroscope and its system's error models. Then based on error models and ever-obtained error parameters of skew inertial measurement unit, the system level separation algorithm of acceleration-sensitive drift coefficients is designed. It is unnecessary to design complex calibration tool when using this algorithm, and also without removing liquid floated gyroscopes from inertial measurement unit, these improvements can reduce error accumulations, so that the precision of parameters's separation is high, and the residual error is small. The deviation between the single gyro separation algorithm and system level separation algorithm is smaller than $1.301 \times 10^{-3} (^{\circ}) \cdot (h \cdot g_0)^{-1}$, which fully meets the requirements of high precision inertial measurement unit to acceleration-sensitive drift coefficients of liquid floated gyroscopes in engineering application.

Keywords: skewed-installation liquid floated gyroscope; IMU; drift coefficient; error model; system level separation

收稿日期: 2014-02-26.

基金项目: 国家自然科学基金(51379176, 51179156).

作者简介: 程耀强(1981—),男,博士研究生,高级工程师;

徐德民(1937—),男,博士生导师,中国工程院院士;

刘明雍(1971—),男,教授,博士生导师.

通信作者: 程耀强, hh2009100222@163.com.

在卫星、飞船、空间站等宇航应用领域,国内外惯性导航系统普遍采用液浮陀螺,这是由液浮陀螺技术成熟度高、工作可靠性强、性能优异、使用寿命长等因素决定的^[1-3].作为经典的机械转子陀螺,由于内部结构存在支承部件,运载体的过载

会对液浮陀螺的随机漂移带来误差积累, 液浮陀螺一次项漂移系数(与比力成正比关系, 因此称为一次项)的大小和稳定性是液浮陀螺设计的关键技术之一, 在实际使用中, 一次项漂移系数的稳定性出现超差的情况比较多见, 因此实现在 IMU 中对该参数的监测异常重要^[4-6]. 在实验室条件下, 液浮陀螺单表一次项漂移系数的分离可采用转台伺服法(惯性基准漂移试验法和地球基准漂移试验法)和力矩反馈法(极轴翻滚法), 一旦液浮陀螺安装到 IMU 台体上, 转台伺服法和力矩反馈法将不再适用, 需研究新的分离算法. 传统三轴正交安装形式如下: 3 块液浮陀螺组成的惯性仪表坐标系 $X_a - Y_a - Z_a$ 与 IMU 坐标系 $X_b - Y_b - Z_b$ 重合, 一次项漂移系数的分离容易实现^[7-9].

本文研究了 3 块液浮陀螺斜装形式下一次项漂移系数的分离算法. 该算法在不拆卸液浮陀螺的情况下, 实现了一次项漂移系数的系统级分离, 该算法在国内外相关文献中未见报道, 算法的主要特点是不需要设计复杂的标定工装, 也不需要液浮陀螺从 IMU 中拆卸下来, 减少了误差累积, 同时充分考虑了安装误差项的影响, 分离的系数可信度高, 是一种适合在工程中应用的算法^[10-12]. 在 IMU 中对液浮陀螺一次项实现系数级分离, 有利于在 IMU 系统中监视液浮陀螺的性能, 同时在陀螺误差参数出现稳定性超差时, 有利于参数的追溯和故障的定位, 因此具有重要的工程应用价值.

1 液浮陀螺结构

液浮陀螺是最先研制成功的一种惯性级陀螺, 1955 年美国首先研制并使用了液浮陀螺惯性导航系统, 它被称为惯性技术发展史上的一个重要里程碑.

液浮陀螺结构上采用了经典的滚珠轴承支承方式, 根据液浮陀螺的结构划分, 液浮陀螺可分为单自由度液浮积分陀螺和二自由度液浮位置陀螺, 前者发展最早, 技术上比较成熟, 图 1 为液浮积分陀螺的结构示意^[8]. 图中, 陀螺转子经过叉架支承装在作为内环的浮子中, 浮子内部充有密度小, 传热快的惰性气体以加快散热和防止机件氧化, 在浮子与壳体之间充满密度很大的氟化物液体(密度 $1.8 \sim 2.5 \text{ g/cm}^3$), 使整个浮子的重量和所形成的浮力大小近似相等, 因此, 浮子处于全浮状态, 使轴承基本上不承受负载, 从而摩擦力矩大大减小, 因此可以使精度达到很高, 1973 年美国的 DraperLab 已经研制出精度为 $0.000 05((^\circ)/\text{h})$ 的单自由度液浮陀螺仪, 由于

液浮陀螺具有良好的抗振强度和抗振稳定性, 因此它在现役的高精度的潜艇、远程导弹、宇航领域中应用广泛.

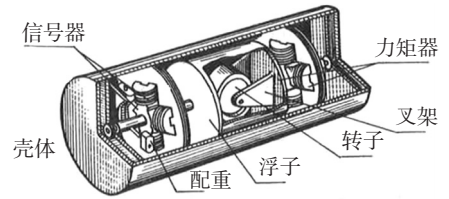


图 1 液浮积分陀螺结构

图 1 中信号器和力矩器均安装在内环轴方向, 信号器的作用是把输出转角转换成电压信号, 力矩器的作用是对液浮积分陀螺施加控制力矩^[8].

2 斜装基础理论

斜装理论在导弹、卫星、飞船的姿态控制、角度测量中应用广泛. 在零动量卫星的姿态控制中, 通过调节卫星飞轮的转速, 进行飞轮与卫星星体之间的角动量交换, 可以实现卫星姿态转角控制. 与此同时, 研究发现, 不同的飞轮配置形式, 系统储存外扰角动量的能力差别较大^[13], 换言之, 改变飞轮的相对安装关系, 系统的抗扰能力将发生变化, 斜装形式能够将飞轮彼此间的耦合降至最低, 比正交安装形式具有更大的优势, 这种理论同样适用于 IMU.

2.1 斜装形式及原理

3 块液浮陀螺(编号: G_1, G_2, G_3) 安装在 IMU 台体上, 其输入轴均匀分布于半锥角为 $54.735 6^\circ$ 的圆锥体侧面, 任意 3 个输入轴在空间不共面. 各输入轴取向及坐标轴定义如图 2 所示, 其中 IMU 坐标系为 $X_b - Y_b - Z_b$, 液浮陀螺坐标系为 $X_a - Y_a - Z_a$, 各输入轴在 $O - Y_b - Z_b$ 平面的投影关系如图 3 所示.

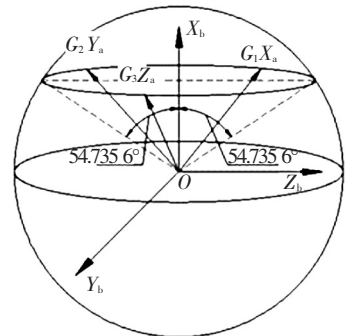


图 2 液浮陀螺输入轴取向及坐标轴定义

设 IMU 的 X_b 轴正向角速度为 ω_{xb} , Y_b 轴正向角速度为 ω_{yb} , Z_b 轴正向角速度为 ω_{zb} . 依据图 2 和图 3 中液浮陀螺输入轴与 $X_b - Y_b - Z_b$ 坐标轴之间的夹角关系, 可以得到 3 块液浮陀螺的敏感输

出如下:

$$G_1 = \cos \theta \times \omega_{xb} - 0.5\sin \theta \times \omega_{yb} + (\sqrt{3}/2)\sin \theta \times \omega_{zb}$$

$$G_2 = \cos \theta \times \omega_{xb} - 0.5\sin \theta \times \omega_{yb} + (\sqrt{3}/2)\sin \theta \times \omega_{zb}$$

$$G_3 = \cos \theta \times \omega_{xb} + \sin \theta \times \omega_{yb}$$

其中 $\theta = 54.7356^\circ$.

将上述方程写成矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -0.5\sin \theta & (\sqrt{3}/2)\sin \theta \\ \cos \theta & -0.5\sin \theta & -(\sqrt{3}/2)\sin \theta \\ \cos \theta & \sin \theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{xb} \\ \omega_{yb} \\ \omega_{zb} \end{bmatrix}$$

令

$$P = \begin{bmatrix} \cos \theta & -0.5\sin \theta & (\sqrt{3}/2)\sin \theta \\ \cos \theta & -0.5\sin \theta & -(\sqrt{3}/2)\sin \theta \\ \cos \theta & \sin \theta & 0 \end{bmatrix}$$

那么矩阵 P 就是液浮陀螺坐标系 $X_a - Y_a - Z_a$ 相对于 IMU 坐标系 $X_b - Y_b - Z_b$ 的方向余弦矩阵.

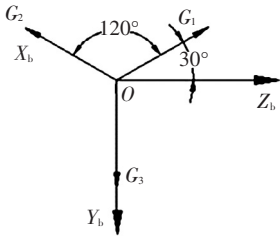


图 3 液浮陀螺输入轴在 $O-Y_b-Z_b$ 平面的投影

由坐标变换理论可知,两坐标系间任何复杂的角位置关系都可以看作有限次基本旋转(仅绕一根轴的旋转)的复合,方向余弦矩阵等于基本旋转确定的变换矩阵的连乘.由坐标变换的性质可知,两个直角坐标系之间的方向余弦矩阵为单位正交矩阵,由于

$$\|P\| = \left\| \begin{bmatrix} \cos \theta & -0.5\sin \theta & (\sqrt{3}/2)\sin \theta \\ \cos \theta & -0.5\sin \theta & -(\sqrt{3}/2)\sin \theta \\ \cos \theta & \sin \theta & 0 \end{bmatrix} \right\| =$$

$$(3\sqrt{3}/2)\sin^2\theta\cos \theta = 1,$$

$$P^T P = I.$$

由此可知 P 为单位正交矩阵,可见斜装的液浮陀螺输入轴之间也是相互正交的,这也是本文各种夹角关系推导的理论基础.

2.2 仪表斜装夹角关系推导

惯性仪表误差参数标定时,需给定陀螺仪和加速度计以精确已知的输入量,也就是说,对斜装形式的液浮陀螺而言,要标定出陀螺的误差参数,需要将 IMU 台体上敏感的角度和加速度精确折算至陀螺的敏感轴方向,因此必须首先推导陀螺输入轴和台体坐标轴 X_b, Y_b, Z_b 之间的夹角.

设 G_1 陀螺输入轴与 X_b, Y_b, Z_b 轴的夹角分别

为 $\alpha_{1x}, \alpha_{1y}, \alpha_{1z}$, G_2 陀螺输入轴与 X_b, Y_b, Z_b 轴的夹角分别为 $\alpha_{2x}, \alpha_{2y}, \alpha_{2z}$, G_3 陀螺输入轴与 X_b, Y_b, Z_b 轴的夹角分别为 $\alpha_{3x}, \alpha_{3y}, \alpha_{3z}$,下面给出这些夹角的推导过程.

1) 根据本文第 2 节的斜装形式,可知

$$\alpha_{1x} = 54.7356^\circ, \alpha_{2x} = 54.7356^\circ, \alpha_{3x} = 54.7356^\circ. \quad (1)$$

2) 由图 3 可知, G_3 陀螺输入轴在 $O - Y_b - Z_b$ 平面内与 Y_b 轴重合,因此 G_3 陀螺输入轴与 $O - X_b - Y_b$ 在一个平面内,可知 G_3 陀螺输入轴与 Z_b 轴垂直,且与 Y_b 的夹角是与 X_b 夹角的余角,由此可知

$$\alpha_{3y} = 90^\circ - 54.7356^\circ = 35.2644^\circ, \alpha_{3z} = 90^\circ. \quad (2)$$

3) 由图 2 可知,在空间中, G_1 陀螺输入轴与 Z_b 轴夹角为锐角, G_2 陀螺与 Z_b 轴夹角为钝角,由图 3 可知, G_1 陀螺与 Z_b 轴夹角为 30° , G_2 陀螺与 Z_b 轴夹角为 150° ,根据此角度关系,可知推出

$$\begin{cases} \alpha_{1z} = \arcsin(\cos 30^\circ \times \sin 54.7356^\circ) = 45^\circ, \\ \alpha_{2z} = \arcsin(\cos 150^\circ \times \sin 54.7356^\circ) = 135^\circ. \end{cases} \quad (3)$$

4) 由图 2 可知,在空间中, G_1, G_2 陀螺输入轴与 Y_b 轴夹角为钝角,由图 3 可知, G_1, G_2 陀螺与 Y_b 轴投影夹角为 120° ,由此推出

$$\begin{cases} \alpha_{1y} = \arcsin(\cos 150^\circ \times \sin 54.7356^\circ) = 114.095^\circ, \\ \alpha_{2y} = \arcsin(\cos 150^\circ \times \sin 54.7356^\circ) = 114.095^\circ. \end{cases} \quad (4)$$

由式(1)~(4)得到如表 1 所示的陀螺输入轴与 IMU 坐标轴之间的夹角关系.

表 1 陀螺输入轴与 IMU 坐标轴的夹角关系 ($^\circ$)

IMU 坐标轴	G_1 输入轴与坐标轴间夹角	G_2 输入轴与坐标轴间夹角	G_3 输入轴与坐标轴间夹角
X_b	54.7356	54.7356	54.7356
Y_b	114.0950	114.0950	35.2644
Z_b	45.0000	135.0000	90.0000

陀螺的输入轴、电机轴以及输出轴三者相互正交,形成右手定则关系,同时依据表 1 陀螺输入轴与 IMU 坐标轴的关系,给出陀螺电机轴与 IMU 坐标轴的夹角关系,如表 2 所示.

表 2 陀螺电机轴与 IMU 坐标轴的夹角关系 ($^\circ$)

IMU 坐标轴	G_1 电机轴与坐标轴间夹角	G_2 电机轴与坐标轴间夹角	G_3 电机轴与坐标轴间夹角
X_b	90	90	90
Y_b	30	30	90
Z_b	60	120	0

3 液浮陀螺误差模型

液浮陀螺是基于角动量原理工作的机械转子

陀螺, 由高速旋转的转子和安装转子的框架系统组成. 在实际应用中, 全浮状态的液浮陀螺是不存在的, 加工误差、力热环境变化、滚珠轴承磨损等各种干扰因素都可能引起液浮陀螺的敏感误差, 从而影响惯性导航系统的工作精度^[14]. 液浮陀螺误差与有关物理量之间关系的数学表达式, 称为液浮陀螺的误差模型. 误差模型是研究误差规律的数学模型, 误差模型的建立主要依据陀螺的结构、工作原理以及应用精度要求. 液浮陀螺在装入 IMU 之前, 进行短期稳定性测试, 液浮陀螺装入 IMU 后, 随 IMU 进行的环境试验前后的稳定性测试. 测试时性能判定的依据就是分析液浮陀螺误差模型中参数的变化量, 因此误差参数的分离是一项重要工作. 研究相同的误差参数(如本文的一次项漂移系数)在液浮陀螺单表误差模型和液浮陀螺 IMU 模型中分离结果的一致性, 对单表误差参数的长期稳定性监测及 IMU 中陀螺误差参数的追溯均有重要意义.

3.1 单表误差模型

惯性仪表的误差模型与它的应用环境紧密相关, 本文研究的斜装液浮 IMU 用于星船任务, 当液浮陀螺用于航天运载器时, 加速度对陀螺的漂移影响很大, 其误差模型特别突出误差与加速度的关系^[15], 如下式所示^[6]:

$$\omega_d = D_F + D_I \omega_1 + D_s \omega_s + D_{10} \omega_1 \omega_0 + D_{0s} \omega_0 \omega_s + D_{sI} \omega_s \omega_1 + D_{II} \omega_1^2 + D_{ss} \omega_s^2. \quad (5)$$

其中: ω_d 为液浮陀螺总漂移率; D_F 为与加速度无关的漂移; D_I 为与陀螺输入轴方向比力成正比的漂移系数; D_s 为与陀螺电机轴方向比力成正比的漂移系数; D_{II} 为与陀螺输入轴方向比力平方成正比的漂移系数; D_{sI} 为与陀螺电机轴方向比力平方成正比的漂移系数; D_{ss} 为与陀螺电机轴方向过载平方成正比的漂移系数; D_{10} 、 D_{0s} 为与陀螺输入轴、电机轴指定的两方向比力之积成正比的漂移系数; ω_1 为陀螺输入轴方向的角加速度; ω_s 为陀螺电机轴方向的角加速度; ω_0 为陀螺输出轴方向的角加速度.

本文讨论的液浮陀螺一次项漂移系数指的是 D_I 、 D_s 两项, 它们都是与比力成正比的漂移系数, 故称为一次项漂移系数, 其中 D_s 指沿输入轴的质量不平衡力矩所引起的漂移系数, D_I 指沿电机轴的质量不平衡力矩所引起的漂移系数.

机械加工的残余应力、装配应力、高温时的热膨胀等都将引起结构的变形, 从而造成质心和浮心的位移, 浮子的质心不稳定、浮心不稳定、浮力的变化是这两项系数变化的主要原因.

3.2 液浮陀螺在 IMU 中的误差模型

液浮陀螺安装到台体上之后, 仪表和控制电路的综合零位误差、仪表安装面的误差、IMU 台体周围的环境是影响液浮陀螺精度的主要因素, 因此在实际应用中斜装液浮陀螺 IMU 的误差模型采用如下形式:

$$\begin{cases} N_{G1} = D_{01} + G_{x1} A_{xb} + G_{y1} A_{yb} + G_{z1} A_{zb} + P_{x1} A_{xb}^2 + P_{y1} A_{yb}^2 + P_{z1} A_{zb}^2 + E_{x1} \omega_{xb} + E_{y1} \omega_{yb} + E_{z1} \omega_{zb}, \\ N_{G2} = D_{02} + G_{x2} A_{xb} + G_{y2} A_{yb} + G_{z2} A_{zb} + P_{x2} A_{xb}^2 + P_{y2} A_{yb}^2 + P_{z2} A_{zb}^2 + E_{x2} \omega_{xb} + E_{y2} \omega_{yb} + E_{z2} \omega_{zb}, \\ N_{G3} = D_{03} + G_{x3} A_{xb} + G_{y3} A_{yb} + G_{z3} A_{zb} + P_{x3} A_{xb}^2 + P_{y3} A_{yb}^2 + P_{z3} A_{zb}^2 + E_{x3} \omega_{xb} + E_{y3} \omega_{yb} + E_{z3} \omega_{zb}. \end{cases} \quad (6)$$

其中: N_{G1} 、 N_{G2} 、 N_{G3} 为液浮陀螺 G_1 、 G_2 、 G_3 通道在单位时间内输出的脉冲数, Λ/s ; D_{01} 、 D_{02} 、 D_{03} 为液浮陀螺 G_1 、 G_2 、 G_3 通道的零偏, Λ/s ; E_{x1} 、 E_{y1} 、 E_{z1} 、 E_{x2} 、 E_{y2} 、 E_{z2} 、 E_{x3} 、 E_{y3} 、 E_{z3} 为液浮陀螺 G_1 、 G_2 、 G_3 通道相对于 IMU 坐标轴 $X_b - Y_b - Z_b$ 的安装误差角, $\Lambda/(\text{''})$; G_{x1} 、 G_{y1} 、 G_{z1} 、 G_{x2} 、 G_{y2} 、 G_{z2} 、 G_{x3} 、 G_{y3} 、 G_{z3} 为液浮陀螺 G_1 、 G_2 、 G_3 通道与 IMU 坐标轴 $X_b - Y_b - Z_b$ 方向比力有关的漂移系数, $\Lambda/(s \cdot g_0)$; P_{x1} 、 P_{y1} 、 P_{z1} 、 P_{x2} 、 P_{y2} 、 P_{z2} 、 P_{x3} 、 P_{y3} 、 P_{z3} 为液浮陀螺 G_1 、 G_2 、 G_3 通道与 IMU 坐标轴 $X_b - Y_b - Z_b$ 方向的比力平方有关的的漂移系数, $\Lambda/(s \cdot g_0^2)$; A_{xb} 、 A_{yb} 、 A_{zb} 为 IMU 坐标轴 $X_b - Y_b - Z_b$ 方向的比力, m/s^2 ; ω_{xb} 、 ω_{yb} 、 ω_{zb} 为 IMU 坐标轴 $X_b - Y_b - Z_b$ 方向的角速度, $(\text{''})/s$. E_{x1} 、 E_{y1} 、 E_{z1} 、 E_{x2} 、 E_{y2} 、 E_{z2} 、 E_{x3} 、 E_{y3} 、 E_{z3} 这 9 个误差参数为装在 IMU 中的液浮陀螺的一次项漂移系数, 本文研究这 9 个误差系数与单表一次项漂移系数 D_I 、 D_s 的对应关系, 及如何根据 IMU 标定出来的这些参数计算液浮陀螺单表的一次项漂移系数 D_I 、 D_s .

4 系统级分离算法

液浮陀螺在装入 IMU 台体前, 一次项漂移系数 D_I 、 D_s 的分离方法一般是采用经典的转台伺服法和力矩反馈法. 对单个液浮陀螺而言, 这两种测试方法均可方便地分离出 D_I 、 D_s , 而液浮陀螺装入斜装 IMU 台体后, 传统的转台伺服法和力矩反馈法将无法分离出 D_I 、 D_s , 若在液浮陀螺不从 IMU 台体上拆卸的情况下分离一次项漂移系数, 需要采用系统级分离算法.

4.1 算法的原理

本文的分离算法是基于不拆卸陀螺而实现一次项漂移系数分离的系统级分离算法. 即利用式

(6) 中液浮陀螺的误差参数来分离 D_1, D_s , 式(6)液浮陀螺的误差参数标定是通过斜装标定算法^[16]得到的, 这种标定算法采用了传统正交安装形式的标定工装, 若设计倾斜标定工装, 则一次项漂移系数的分离算法与传统三轴正交安装的液浮陀螺算法一致, 但会带来标定设备的误差积累, 不可取^[17]. D_1, D_s 的分离算法的前提是式(6)中的液浮陀螺误差参数 $G_{x1}, G_{y1}, G_{z1}, G_{x2}, G_{y2}, G_{z2}, G_{x3}, G_{y3}, G_{z3}$ 和 $E_{x1}, E_{y1}, E_{z1}, E_{x2}, E_{y2}, E_{z2}, E_{x3}, E_{y3}, E_{z3}$ 已通过斜装标定算法得到, 在此前提下, 设计了陀螺一次项分离算法, 算法的设计原理为:

- 1) 将 IMU 坐标轴上敏感的加速度准确分解到液浮陀螺 G_1, G_2, G_3 的输入轴和电机轴上, 这是分离液浮陀螺一次项漂移系数 D_1, D_s 的基础;
- 2) 保证液浮陀螺 G_1, G_2, G_3 通道相对于 IMU 坐标轴 $X_b - Y_b - Z_b$ 的安装误差角的稳定性, 这是分离液浮陀螺一次项漂移系数 D_1, D_s 准确性的保证;
- 3) 在具体算法实现上, 必须将液浮陀螺安装面的倾斜误差辨识出来进行补偿, 这是高精度算法的必要措施.

4.2 算法的实现

由本文 1.2 节斜装原理知, 3 块液浮陀螺输入轴相互之间是正交的, 因此 3 块液浮陀螺的标度因子 E_1, E_2, E_3 可计算如下:

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{E_{x1}^2 + E_{y1}^2 + E_{z1}^2} \\ \sqrt{E_{x2}^2 + E_{y2}^2 + E_{z2}^2} \\ \sqrt{E_{x3}^2 + E_{y3}^2 + E_{z3}^2} \end{bmatrix}.$$

那么

$$\begin{cases} \alpha_{1x} = \arccos(E_{x1}/E_1), \\ \alpha_{1y} = \arccos(E_{y1}/E_1), \\ \alpha_{1z} = \arccos(E_{z1}/E_1). \end{cases} \quad (7a)$$

$$\begin{cases} \alpha_{2x} = \arccos(E_{x2}/E_2), \\ \alpha_{2y} = \arccos(E_{y2}/E_2), \\ \alpha_{2z} = \arccos(E_{z2}/E_2). \end{cases} \quad (7b)$$

$$\begin{cases} \alpha_{3x} = \arccos(E_{x3}/E_3), \\ \alpha_{3y} = \arccos(E_{y3}/E_3), \\ \alpha_{3z} = \arccos(E_{z3}/E_3). \end{cases} \quad (7c)$$

理论上, $\alpha_{1x}, \alpha_{1y}, \alpha_{1z}, \alpha_{2x}, \alpha_{2y}, \alpha_{2z}, \alpha_{3x}, \alpha_{3y}, \alpha_{3z}$ 的角度值与表 1 应该完全一致, 而实际上这些夹角包含了液浮陀螺输入轴和 IMU 坐标轴之间的安装误差, 在一次项漂移系数分离时, 将安装误差项考虑进去, 便保证了 4.1 中第 1) 项的要求. 除此之外, 还有一项重要的误差项需要隔离, 那就是陀螺安装面与台体安装面之间的不平度误差, 即

4.1 中的第 3) 项. 该项误差的辨识方法是根据本文表 1 和表 2 的夹角关系进行数学推导得到的. 令 3 块陀螺一次项漂移系数分别是 $D_{11}, D_{1s}, D_{21}, D_{2s}, D_{31}, D_{3s}$, 这 6 个系数的推导分以下 3 种情况.

1) 当 $\alpha_{1x} - 54.7356^\circ > 0^\circ, \alpha_{1y} - 114.095^\circ > 0^\circ, \alpha_{1z} - 45^\circ > 0^\circ$ 时, 或 $\alpha_{1x} - 54.7356^\circ < 0^\circ, \alpha_{1y} - 114.095^\circ < 0^\circ, \alpha_{1z} - 45^\circ < 0^\circ$ 时, G_1 陀螺的一次项漂移系数与 G_{x1}, G_{y1}, G_{z1} 的关系如下式所示:

$$\begin{cases} G_{x1}/E_1 = D_{11} \cos \alpha_{1x} + D_{1s} \cos[90^\circ - (\alpha_{1x} - 54.7356^\circ) \times 18.7292], \\ G_{y1}/E_1 = D_{11} \cos \alpha_{1y} + D_{1s} \cos[30^\circ + (\alpha_{1y} - 114.095^\circ) \times 0.8861], \\ G_{z1}/E_1 = D_{11} \cos \alpha_{1z} + D_{1s} \cos[60^\circ - (\alpha_{1z} - 45^\circ) \times 1.1102]. \end{cases} \quad (8)$$

若上述关系不成立, 那么 G_1 陀螺的一次项漂移系数与 G_{x1}, G_{y1}, G_{z1} 的关系如式(9)所示.

$$\begin{cases} G_{x1}/E_1 = D_{11} \cos \alpha_{1x} + D_{1s} \cos(90^\circ), \\ G_{y1}/E_1 = D_{11} \cos \alpha_{1y} + D_{1s} \cos(30^\circ), \\ G_{z1}/E_1 = D_{11} \cos \alpha_{1z} + D_{1s} \cos(60^\circ). \end{cases} \quad (9)$$

2) 当 $\alpha_{2x} - 54.7356^\circ > 0^\circ, \alpha_{2y} - 114.095^\circ > 0^\circ, \alpha_{2z} - 135^\circ < 0^\circ$ 时, 或 $\alpha_{2x} - 54.7356^\circ < 0^\circ, \alpha_{2y} - 114.095^\circ < 0^\circ, \alpha_{2z} - 135^\circ > 0^\circ$ 时, G_2 陀螺的一次项漂移系数与 G_{x2}, G_{y2}, G_{z2} 的关系如下:

$$\begin{cases} G_{x2}/E_2 = D_{21} \cos \alpha_{2x} + D_{2s} \cos[90^\circ - (\alpha_{2x} - 54.7356^\circ) \times 18.7292], \\ G_{y2}/E_2 = D_{21} \cos \alpha_{2y} + D_{2s} \cos[30^\circ + (\alpha_{2y} - 114.095^\circ) \times 0.8861], \\ G_{z2}/E_2 = D_{21} \cos \alpha_{2z} + D_{2s} \cos[120^\circ + (\alpha_{2z} - 135^\circ) \times 1.1103]. \end{cases} \quad (10)$$

若上述关系不成立, 那么 G_2 陀螺的一次项漂移系数与 G_{x2}, G_{y2}, G_{z2} 的关系如下所示:

$$\begin{cases} G_{x2}/E_2 = D_{21} \cos \alpha_{2x} + D_{2s} \cos(90^\circ), \\ G_{y2}/E_2 = D_{21} \cos \alpha_{2y} + D_{2s} \cos(30^\circ), \\ G_{z2}/E_2 = D_{21} \cos \alpha_{2z} + D_{2s} \cos(120^\circ). \end{cases} \quad (11)$$

3) 当 $\alpha_{3x} - 54.7356^\circ > 0^\circ, \alpha_{3y} - 35.2644^\circ > 0^\circ, \alpha_{3z} - 90^\circ < 0^\circ$ 时, 或 $\alpha_{3x} - 54.7356^\circ < 0^\circ, \alpha_{3y} - 35.2644^\circ < 0^\circ, \alpha_{3z} - 90^\circ > 0^\circ$ 时, G_3 陀螺的一次项漂移系数与 G_{x3}, G_{y3}, G_{z3} 的关系如下:

$$\begin{cases} G_{x3}/E_3 = D_{31} \cos \alpha_{3x} + D_{3s} \cos[90^\circ - (\alpha_{3x} - 54.7356^\circ) \times 18.7292], \\ G_{y3}/E_3 = D_{31} \cos \alpha_{3y} + D_{3s} \cos[90^\circ - (\alpha_{3x} - 35.2644^\circ) \times 13.2839], \\ G_{z3}/E_3 = D_{31} \cos \alpha_{3z} + D_{3s} \cos[180^\circ - (\alpha_{3x} - 54.7356^\circ)]. \end{cases} \quad (12)$$

若上述关系不成立, 那么 G_3 陀螺的一次项漂移系数与 G_{x3} 、 G_{y3} 、 G_{z3} 的关系如下式所示:

$$\begin{cases} G_{x3}/E_3 = D_{31}\cos\alpha_{3x} + D_{3s}\cos(90^\circ), \\ G_{y3}/E_3 = D_{31}\cos\alpha_{3y} + D_{3s}\cos(90^\circ), \\ G_{z3}/E_3 = D_{31}\cos\alpha_{3z} + D_{3s}\cos(0^\circ). \end{cases} \quad (13)$$

观察以上 6 个公式, 可知公式里的已知项分别是 G_{x1} 、 G_{y1} 、 G_{z1} 、 G_{x2} 、 G_{y2} 、 G_{z2} 、 G_{x3} 、 G_{y3} 、 G_{z3} 以及 α_{1x} 、 α_{1y} 、 α_{1z} 、 α_{2x} 、 α_{2y} 、 α_{2z} , 未知项是 D_{11} 、 D_{1s} 、 D_{21} 、 D_{2s} 、 D_{31} 、 D_{3s} , 9 个方程, 6 个未知数, 可以顺利将 3 块液浮陀螺一次项漂移系数分离出来。

4.3 算法的性能验证

为了验证该算法的精度和效果, 选取 3 块功能正常、性能优良的液浮陀螺进行试验验证, 共设计了均可独立解算出陀螺一次项漂移系数的 3 种试验方案. 通过计算 3 种方案的极差来验证一次项漂移系数系统级分离算法的精度。

1) 方案一. 液浮陀螺装入 IMU 台体之前, 采用力矩反馈法对 3 块液浮陀螺一次项漂移系数 D_1 、 D_s 进行分离, 结果记为‘单表 1’, 测试现场如图 4 所示。

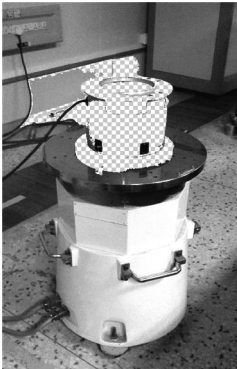


图 4 液浮陀螺单表测试现场

2) 方案二. 将 3 块液浮陀螺按照图 2 和图 3 所示形式安装到 IMU 台体上, 其中陀螺安装面与 IMU 安装面的精度在要求范围内; 对 IMU 采用斜装标定算法(24 位置法、多速率点标定法)进行标定, 测试现场如图 5 所示; 标定出式(6)中的所有误差参数, 如表 3、4 所示。

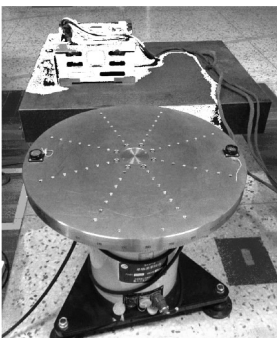


图 5 液浮陀螺 IMU 测试现场

表 3 液浮陀螺误差角标定结果

参数	参数要求值/ ($\Lambda \cdot (^\circ)^{-1}$)	标定结果/ ($\Lambda \cdot (^\circ)^{-1}$)	合格与否
E_1		1.467 6	合格
E_2	1.0 ~ 3.0	1.468 5	合格
E_3		1.477 5	合格
E_{x1}	0.842 5 ~ 0.852 9	0.847 3	合格
E_{x2}	0.842 7 ~ 0.853 2	0.847 8	合格
E_{x3}	0.848 0 ~ 0.858 5	0.853 3	合格
E_{y1}	-0.605 2 ~ -0.593 5	-0.601 1	合格
E_{y2}	-0.609 0 ~ -0.597 2	-0.600 0	合格
E_{y3}	1.202 8 ~ 1.210 3	1.206 2	合格
E_{z1}	1.033 6 ~ 1.042 7	1.036 7	合格
E_{z2}	-1.042 8 ~ -1.033 7	-1.038 1	合格
E_{z3}	-0.006 3 ~ 0.006 6	-0.000 8	合格

表 4 液浮陀螺相关漂移系数标定结果

参数	参数要求值/ ($\Lambda \cdot (s \cdot g_0)^{-1}$)	标定结果/ ($\Lambda \cdot (s \cdot g_0)^{-1}$)	合格与否
G_{x1}		2.421 0	合格
G_{y1}		4.055 4	合格
G_{z1}		6.517 9	合格
G_{x2}		0.863 4	合格
G_{y2}	< 13.23	4.641 9	合格
G_{z2}		-3.408 1	合格
G_{x3}		0.990 1	合格
G_{y3}		1.449 5	合格
G_{z3}		-9.977 5	合格

根据表 3、4 的标定结果, 按照式(7)解算出 3 块液浮陀螺输入轴和 IMU 坐标轴 $X_b - Y_b - Z_b$ 之间的夹角:

$$\begin{cases} \alpha_{1x} = 54.740 6^\circ, \\ \alpha_{1y} = 114.186 9^\circ, \\ \alpha_{1z} = 45.061 3^\circ. \end{cases} \quad (14a)$$

$$\begin{cases} \alpha_{2x} = 54.741 5^\circ, \\ \alpha_{2y} = 114.124 1^\circ, \\ \alpha_{2z} = 134.994 1^\circ. \end{cases} \quad (14b)$$

$$\begin{cases} \alpha_{3x} = 54.727 1^\circ, \\ \alpha_{3y} = 35.278 7^\circ, \\ \alpha_{3z} = 90.037 7^\circ. \end{cases} \quad (14c)$$

观察式(14)和表 1 的数据, 可知解算 3 块陀螺一次项漂移系数 D_{11} 、 D_{1s} 、 D_{21} 、 D_{2s} 、 D_{31} 、 D_{3s} 需采用式(8)、式(10)及式(13)。

3) 方案三. 将 3 块陀螺从 IMU 台体上拆下, 重复 1) 项试验, 结果记为‘单表 2’。

3 种试验方案的计算结果及极差计算结果见表 5。由表 5 可知,系统级分离算法相对于高精度的单表力矩反馈法极差优于 $1.301 \times 10^{-3} (\text{°}) \cdot (\text{h} \cdot \text{g}_0)^{-1}$,而液浮陀螺一次项漂移系数的短期稳定性一般在 $1.0 \times 10^{-2} (\text{°}) \cdot (\text{h} \cdot \text{g}_0)^{-1}$,可知系统级分离算法的精度很高,与单表的分离精度基本没有差别,因此采用该算法可以在不拆卸陀螺的情况下实现对陀螺一次项漂移系数的分离,是一套行之有效的算法。

表 5 一次项漂移系数系统级分离算法与单表力矩反馈法计算结果及极差计算结果 $(\text{°}) \cdot (\text{h} \cdot \text{g}_0)^{-1}$

表号	参数	单表 1 结果	分离算法 结果	单表 2 结果	极差/ 10^{-4}
G_1	D_{11}	4.193 101	4.192 621	4.192 798	4.800
	D_{1s}	5.771 452	5.771 440	5.772 109	6.690
G_2	D_{11}	1.584 331	1.584 334	1.584 927	5.960
	D_{1s}	6.132 195	6.131 210	6.132 201	9.910
G_3	D_{11}	1.686 599	1.686 447	1.686 514 3	1.520
	D_{1s}	-9.977 666	-9.976 657	-9.976 365	13.010

5 结 论

本文研究的斜装液浮陀螺一次项漂移系数的分离算法具有以下特点:

1)首次对斜装形式下的液浮陀螺一次项漂移系数分离算法进行了研究,算法与传统三轴正交形式下算法不同。

2)算法采用系统级标定方案,分离算法不需要复杂的标定工装,减少了误差积累,参数的分离精度高、残差小。

3)该算法结果与单表一次项漂移系数结果的极差优于 $1.301 \times 10^{-3} (\text{°}) \cdot (\text{h} \cdot \text{g}_0)^{-1}$,接近单表一次项参数的分离水平,是一种实用的高精度分离算法。

4)该研究成果已在工程型号中得到运用,实现了液浮陀螺一次项漂移系数的连续和可追溯性监测。

参 考 文 献

[1] PORTNEY J, LIPMAN J. The history of inertial technology at litton [C]//IEEE Plan's 94 Position Location & Navigation Symposium. New York: The Institute of EEE Inc., 1994:31-36.
 [2] 刘靖洁,龙凤,刘小方.液浮陀螺精度影响分析[J].航空科学技术,2010(2): 22-24.

[3] 赵民智,纪丽敏,万承军.我国惯性仪表的技术特点及发展综述[J].传感器世界,2009(7):16-19.
 [4] WARREN S, FLENNIKEN I, WALL J H, et al. Characterization of various IMU error sources and the effect on navigation performance [C]//ION GNSS.Fort worth. Texax; Curran Associates, Ins., 2005:967-979.
 [5] XING Z, GEBRE-EQZIABHER D. Modeling and bounding low cost inertial sensor Error [C]//IEEE Plan's 2008 Position Location & Navigation Symposium. New York: The Institute of EEE Inc., 2008:466-478.
 [6] 钟万登.液浮惯性器件[M].北京:宇航出版社,1994: 1-13.
 [7] 严恭敏,李四海,秦永元.惯性仪器测试与数据分析[M].北京:国防工业出版社,2012:35-41.
 [8] 张宗麟.惯性导航与组合导航[M].北京:航空工业出版社,2000:57-60.
 [9] AGGARWAL P, SYED Z, NIU X, et al. A standard testing and calibration procedure for low cost mems inertial sensors and units[J].The Journal of Navigation, 2008, 61(2): 323-336.
 [10] VECCO L, CROS G. Space gyro: a new method for calibration [C]//Symposium Gyro Technology. Stuttgart: DGON, 2002: 13.0-13.7.
 [11] 华冰,刘建业,孙永荣.弹道导弹 IMU 斜装余度配置设计的性能分析[J].兵工学报,2007, 28(10): 1209-1211.
 [12] Van DEN BOSCH P P J. Adaptive attitude control for large-angle slew manoeuvres[J]. Automatica, 1986, 22(2):209-215.
 [13] 章仁为.卫星轨道姿态动力学与控制[M].北京:北京航空航天大学出版社,1998: 265-278.
 [14] DEHNERT J, ROMANOVAS M, LINK T, et al. Analysis, modelling and implementation of system identification methods for Z-axis vibratory mems gyroscope [C]//Symposium Gyro Technology. Stuttgart: DGON, 2006:8. 1-8. 14.
 [15] BERMA Z. Inertial sensors—a new approach for low cost calibration and testing [C]//Internal Sensors and Systems 2011. Karlsruhe: [s.n.], 2011: 8.1-8.17.
 [16] 程耀强,徐德民,万彦辉,等.斜装激光陀螺石英加速度计标定算法研究[J].压电与声光,2013, 35(3): 362-367.
 [17] Dr GREWAL M S, MIYASAKO R S, SMITHJ M. Application of fixed point smoothing to the calibration, alignment and navigation data of inertial navigation systems [C]//IEEE Plan's 88 Position Location & Navigation Symposium. New York: The Institute of EEE Inc., 1988:476-479. (编辑 张 宏)