

doi: 10.11918/j.issn.0367-6234.2015.01.008

超冗余液压振动台的模态空间解耦控制

魏巍, 杨志东, 韩俊伟

(哈尔滨工业大学 机电工程学院, 150001 哈尔滨)

摘要:为解决超冗余振动台在带负载工作时自由度间出现耦合运动的现象,提出一种基于模态空间的解耦控制策略。建立液压伺服系统的线性化模型,将液压缸视为液压弹簧,分析超冗余振动台的振动模态方程;通过标准模态矩阵及其逆矩阵,将超冗余振动台由自由度空间转到无耦合的模态空间进行控制;在模态空间应用三状态反馈控制,通过极点配置,实现自由度间的解耦控制。仿真结果表明,该模态解耦控制策略在时域和频域内均可有效降低超冗余振动台自由度间的动力学耦合,提高位姿的跟踪精度。

关键词: 模态控制;动力学解耦;三状态反馈;超冗余振动台;电液伺服系统

中图分类号: TH242.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 0367-6234(2015)01-0048-06

Modal space decoupling control for a hyper-redundant hydraulic shaking table

WEI Wei, YANG Zhidong, HAN Junwei

(School of Mechatronics Engineering, Harbin Institute of Technology, 150001 Harbin, China)

Abstract: To solve the problem of coupling movements between degrees of freedom (DOF) of hyper-redundant shaking table while working with a load, a novel decoupling control strategy based on modal space is proposed. Linear model of hydraulic servo system is established and modal equation of hyper-redundant shaking table is given by considering hydraulic cylinder as a hydraulic spring. By standard modal matrix and its inverse matrix, the hyper-redundant shaking table is controlled in non-coupling modal space instead of DOF space. Three variables feedback control is employed in modal space to achieve decoupling control by pole placement. Simulation results show that the proposed decoupling control strategy can effectively improve tracking accuracy and reduce the dynamic coupling among DOF in both time and frequency domain.

Keywords: modal control; dynamic decoupling control; three-variable feedback control; hyper-redundant shaking table; electro-hydraulic servo system

多轴振动台在大型结构件、建筑和桥梁等各类试验中发挥着重大的作用^[1-5]。与冗余度为2的常规冗余振动台相比,超冗余振动台的作动器数量超过8个,可以承受更大的负载^[6]。冗余振动台常用基于自由度零位线性化的控制策略^[7-8],其控制点为上平台的几何中心。当振动台带负载工作时,由于负载的质心与控制点不重合,使得振动台存在动力学耦合,即水平方向的运动与绕水平轴的转动之间存在耦合作用,降低了系统的位姿跟踪精度。超

冗余振动台由于具有更大的承载能力,因此其动力学耦合现象也更为突出。韩俊伟^[8]以瞬态力的方式提出了多轴振动台的动力学耦合现象,并通过对转动给定信号进行补偿来实现瞬态力的控制,但是其并未对水平和转动之间的耦合进行分析,且补偿策略中需要对加速度反馈信号进行微分,而实际加速度信号往往存在较大的噪声和失真。Tagawa等^[9]通过迭代的方式对给定信号进行补偿,实现振动台的解耦控制,不过该策略需要增加额外的振动控制器,并且需要较长的迭代时间。Plummer等^[10]为提高飞行模拟器的动态响应,提出模态控制策略。Jiang等^[11]在其基础上引入重力补偿,并增加压力反馈环节,提高系统的阻尼比,进一步拓展频宽。Yang^[12]和Ogbobe^[13]等将六自由度运动台从关节

收稿日期: 2014-03-07.

基金项目: 国家自然科学基金(51205077).

作者简介: 魏巍(1987—),男,博士研究生;

韩俊伟(1964—),男,教授,博士生导师.

通信作者: 魏巍, iamcoolweiwei@foxmail.com.

空间转换到模态空间进行解耦控制. 这些模态控制策略针对的是无冗余的 Gough-Stewart 运动台, 且其目的是增加单自由度运动时的频宽, 各个自由度之间则依然存在耦合现象.

将液压缸考虑为液压弹簧, 建立超冗余振动台的自由振动模型, 通过标准模态矩阵将振动微分方程中的质量矩阵和刚度矩阵进行对角化处理. 在自由度零位线性化控制框架下引入标准模态矩阵及其逆矩阵, 将自由度控制转为模态控制, 使得多输入多输出系统 (MIMO) 变成多个单输入单输出系统 (SISO). 在模态空间内应用 SISO 系统的三状态反馈策略, 对各个模态传递函数进行极点配置, 实现各自由度之间的解耦控制.

1 超冗余振动台模型

1.1 超冗余液压振动台

本文研究的超冗余液压振动台共有 12 组液压伺服系统, 均匀分布在自由度空间 3 个垂直方向, 其冗余自由度为 6, 如图 1 所示. 每套液压伺服系统包括伺服阀、液压缸、位移及加速度传感器等, 分别通过球铰与上平台和基础相连接. 图 1 中给出了体坐标系及惯性坐标系的方向, 初始位置时, 2 个坐标系的原点在上平台几何中心重合.

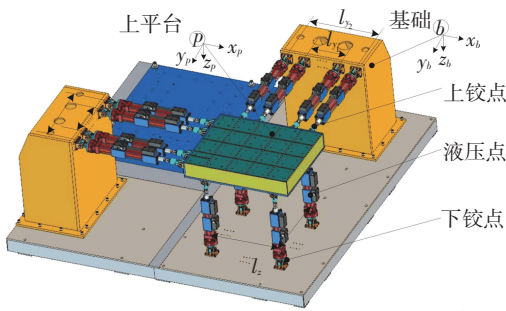


图 1 超冗余液压振动台

1.2 电液伺服系统模型

超冗余振动台的电液伺服系统主要由伺服阀和双出杆对称缸组成, 如图 2 所示.

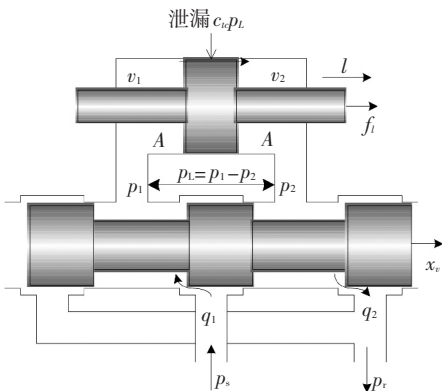


图 2 电液伺服系统

电液伺服阀的固有频率一般远大于液压缸的固有频率, 因此可以将伺服阀看成一个比例环节^[14]:

$$x_{v,j} = k_v i_{u,j} \quad (1)$$

式中: $x_{v,j}$ 为第 j 个伺服阀阀芯位移, $i_{u,j}$ 为第 j 个伺服阀的输入电流信号, k_v 为阀芯位移与电流之间的比例系数.

为便于分析, 对液压系统模型进行线性化处理. 考虑液压缸处于中位, 对滑阀的流量方程在工作点附近进行泰勒展开, 可以得到

$$Q_{L,j} = k_q x_{v,j} - k_c P_{L,j} \quad (2)$$

式中: $Q_{L,j}$ 为第 j 个液压缸的负载流量, k_q 为流量增益, k_c 为流量压力系数, $P_{L,j}$ 为第 j 个液压缸的负载压力.

液压缸的流量连续性方程为

$$Q_{L,j} = A \dot{l}_j + c_{le} p_{L,j} + c_r \dot{p}_{L,j} \quad (3)$$

式中: A 为液压缸有效面积; l_j 为第 j 个液压缸的活塞位移; c_{le} 为液压缸的总泄漏系数; c_r 为油液压缩系数, 且 $c_r = V_t / (4\beta_e)$, V_t 为液压缸腔总容积, β_e 为等效体积弹性模数.

第 j 个液压缸的出力 $f_{i,j}$ 表示为

$$f_{i,j} = A P_{L,j} \quad (4)$$

1.2 超冗余振动台的自由振动模型

将超冗余液压振动台中的液压缸考虑为液压弹簧, 可以得到如图 3 所示的自由振动模型, 其中液压弹簧刚度为

$$k_l = A^2 / c_r \quad (5)$$

该自由振动模型的振动微分方程可以表示为

$$M \ddot{q} + Kq = 0$$

式中 q 为自由度空间的位姿向量.

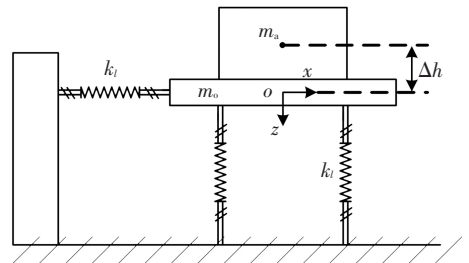


图 3 超冗余液压振动台的自由振动模型

根据动能方程和势能方程, 可得质量矩阵:

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & m_a \Delta h & 0 \\ 0 & m & 0 & -m_a \Delta h & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -m_a \Delta h & 0 & I_x & 0 & 0 \\ m_a \Delta h & 0 & 0 & 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_z \end{bmatrix}$$

式中: m_a 为负载质量, m_o 为上平台质量, I_x, I_y, I_z

分别为平台和负载绕 x, y, z 轴的总转动惯量, $m = m_a + m_o$ 为中上平台及负载的总质量, Δh 为负载质心与上平台中心的距离. 刚度矩阵 \mathbf{K} 表示为

$$\mathbf{K} = k_i \mathbf{J}^T \mathbf{J}. \quad (6)$$

式中: \mathbf{J} 为雅可比矩阵, 是自由度位姿速度到液压缸速度的变换矩阵 $\dot{\mathbf{i}} = \mathbf{J}\dot{\mathbf{q}}$.

根据振动理论^[15], 振动模态关于质量矩阵和刚度矩阵正交, 因此存在标准模态矩阵 Φ , 使得

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{M}} &= \Phi^T \mathbf{M} \Phi = \mathbf{I}, \\ \hat{\mathbf{K}} &= \Phi^T \mathbf{K} \Phi. \end{aligned} \quad (7)$$

式中: $\hat{\mathbf{M}}$ 为模态质量矩阵; \mathbf{I} 为单位矩阵; $\hat{\mathbf{K}}$ 为模态刚度矩阵, 即

$$\hat{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \omega_6^2 \end{bmatrix}.$$

式中 ω_j 为第 j 阶模态对应的固有频率.

标准模态矩阵及模态刚度矩阵可以调用 MATLAB 中的语句 $[\Phi, \hat{\mathbf{K}}] = \text{eig}(\mathbf{K}, \mathbf{M})$ 进行求解. 结合式(6)和式(7)可以得

$$\Phi^T \mathbf{J}^T \mathbf{J} \Phi = \hat{\mathbf{K}}/k_i. \quad (8)$$

2 模态空间解耦控制

2.1 三状态反馈控制

由于液压系统的阻尼比较小, 系统在液压固有频率附近有较大的谐振峰, 稳定性不好, 因此振动台的控制中常用三状态反馈控制来增加系统阻尼比, 改善稳定性^[8].

对于典型的电液位置伺服系统, 如果不考虑伺服阀的动态特性, 其比例控制时的开环特性可以近似描述为三阶传递函数:

$$G(s) = \frac{k}{s \left(\frac{s^2}{\omega_h^2} + \frac{2\zeta_h s}{\omega_h} + 1 \right)}.$$

三状态反馈的控制框图如图 4 所示, 设系统经过三状态反馈控制后的期望开环传递函数为

$$G_0(s) = \frac{k_0}{s \left(\frac{s^2}{\omega_{h0}^2} + \frac{2\zeta_{h0} s}{\omega_{h0}} + 1 \right)}. \quad (9)$$

由图 4 中可得该系统的开环传递函数为

$$G_0(s) = \frac{k_{df} k}{s \left(\frac{s^2}{\omega_h^2} + \left(\frac{2\zeta_h}{\omega_h} + k k_{df} \right) s + 1 + k k_{vf} \right)}. \quad (10)$$

三状态反馈控制的设计, 就是求取图 4 中的 3 个反馈系数, 比较式(9)与式(10), 令其系数相

等, 可得

$$\begin{aligned} k_{df} &= \frac{2}{k \omega_h} \left(\frac{\omega_{h0}}{\omega_h} \zeta_{h0} - \zeta_h \right), \\ k_{vf} &= \frac{(\omega_{h0}^2 / \omega_h^2 - 1)}{k}, \\ k_{df} &= \frac{k_0 (1 + k_{vf} k)}{k}. \end{aligned}$$

式中: k_{af}, k_{vf}, k_{df} 分别为加速度、速度及位移反馈系数.

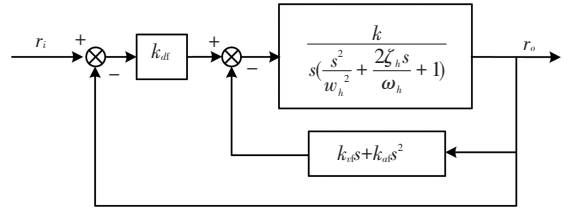


图 4 三状态反馈控制

2.2 模态空间解耦控制

由于超冗余振动台的承载能力较大, 与负载和平台质量相比, 液压缸的质量可以忽略不计, 用单刚体描述其动力学方程即可. 另外考虑到多轴振动台在垂向有重力平衡装置, 且离心力和科氏力对系统的动态特性影响较小^[16], 因此将其动力学微分方程表示为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^T \mathbf{f}_l. \quad (11)$$

式中: $\mathbf{f}_l = [f_{l,1} \ f_{l,2} \ \cdots \ f_{l,12}]^T$ 为 12 个液压缸的出力构成的矢量. 结合式(2)~(4)可得

$$f_{l,j} = \frac{k_v k_q A}{c_r s + k_{ce}} \dot{i}_{u,j} + \frac{A^2 s}{c_r s + k_{ce}} l_j. \quad (12)$$

式中: $k_{ce} = k_c + c_{ce}$, 为总的流量压力系数. 考虑到振动台的 12 个液压缸, 式(12)可变为

$$\mathbf{f}_l = \frac{k_v k_q A}{c_r s + k_{ce}} \dot{\mathbf{i}}_u + \frac{A^2 s}{c_r s + k_{ce}} \mathbf{l}. \quad (13)$$

式中: $\mathbf{i}_u = [i_{u,1} \ i_{u,2} \ \cdots \ i_{u,12}]^T$ 为 12 个伺服阀的输入电流构成的矢量; $\mathbf{l} = [l_1 \ l_2 \ \cdots \ l_{12}]^T$ 为 12 个液压缸位移构成的矢量.

将式(13)代入式(11), 并进行拉斯变换, 得

$$\mathbf{M} s^2 \mathbf{q} = \mathbf{J}^T \left(\frac{k_v k_q A}{c_r s + k_{ce}} \dot{\mathbf{i}}_u + \frac{A^2 s}{c_r s + k_{ce}} \mathbf{l} \right), \quad (14)$$

令 $\mathbf{i}_u = \mathbf{J} \mathbf{u}$, $\mathbf{l} \approx \mathbf{J} \mathbf{q}$, 式(14)变为

$$\mathbf{M} s^2 \mathbf{q} = \frac{k_v k_q A}{c_r s + k_{ce}} \mathbf{J}^T \mathbf{J} \dot{\mathbf{u}} + \frac{A^2 s}{c_r s + k_{ce}} \mathbf{J}^T \mathbf{J} \mathbf{q}. \quad (15)$$

结合式(5)和式(15), 整理可得

$$s \left(\frac{\mathbf{M}}{k_l} s^2 + \frac{\mathbf{M} k_{ce}}{A^2} s + \mathbf{J}^T \mathbf{J} \right) \mathbf{q} = \frac{k_v k_q}{A} \mathbf{J}^T \mathbf{J} \mathbf{u}. \quad (16)$$

式(16)即为采用自由度零位线性化控制时的系统传递函数,由于质量矩阵 M 为非对角矩阵,因此该系统的各个自由度位姿之间存在耦合,引入标准模态矩阵 Φ ,令 $q = \Phi\hat{q}$, $u = \Phi\hat{u}$,并结合式(8),式(16)变为

$$s \left(\frac{\hat{M}}{k_l} s^2 + \frac{\hat{M}k_{ce}}{A^2} s + \frac{\hat{K}}{k_l} \right) \hat{q} = \frac{k_v k_q \hat{K}}{A k_l} \hat{u}.$$

由于模态质量矩阵 \hat{M} 、模态刚度矩阵 \hat{K} 均为对角矩阵,经过模态矩阵变换后,系统由 MIMO 解耦为 6 个 SISO 三阶系统,模态位移与模态控制量间可以实现独立控制.第 i 阶模态的开环传递函数可以描述为

$$s \left(\frac{s^2}{\omega_i^2} + \frac{s}{A^2 \omega_i^2 / (k_{ce} k_l)} + 1 \right) \hat{q}_i = \frac{k_v k_q}{A} \hat{u}_i. \quad (17)$$

式中 ω_i 为第 i 阶模态的固有频率, \hat{q}_i 为第 i 阶模态

位移, \hat{u}_i 为第 i 阶模态控制量. 根据式(17)得

$$2 \frac{\omega_i}{\zeta_i} = \frac{A^2 \omega_i^2}{k_{ce} k_l}. \quad (18)$$

式中: ζ_i 为第 i 阶模态的阻尼比,由式(18)得

$$\zeta_i = \frac{k_{ce} k_l}{2A^2 \omega_i}.$$

根据上文分析,并将三状态控制策略引入模态空间进行控制,可以得到如图 5 所示的模态解耦控制策略.液压缸的位移、速度及加速度反馈信号经过自由度合成矩阵转为自由度反馈信号,将自由度反馈信号通过模态变化转为模态反馈信号,参与模态空间的三状态反馈控制,模态控制量 \hat{u} 经过模态矩阵和自由度分解矩阵转为 12 路电液伺服阀的电流输入 i_u ,从而实现超冗余振动台在模态空间的解耦控制.

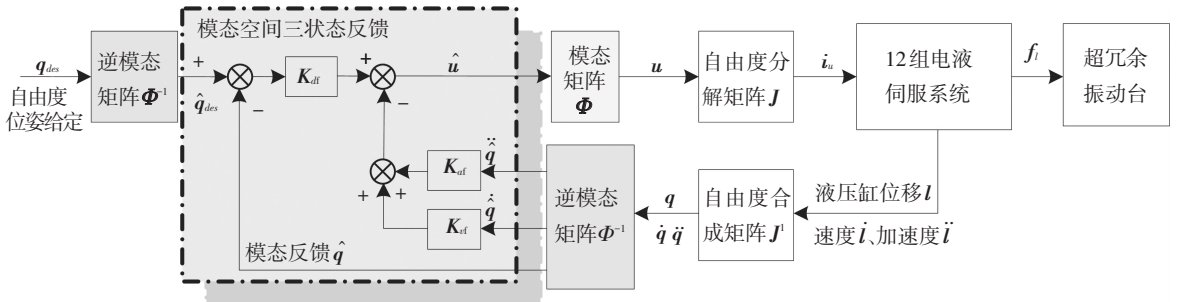


图 5 超冗余液压振动台的模态解耦控制框图

3 仿真分析

在 Simulink 中,根据式(1)~(4)建立电液伺服系统的仿真模型,超冗余振动台机械动力学部分的仿真模型通过 SimMechanics 建立,其仿真模型如图 6 所示.

本文研究的超冗余液压振动台的仿真参数如表 1 所示.仿真时采用定步长,步长为 1 ms.

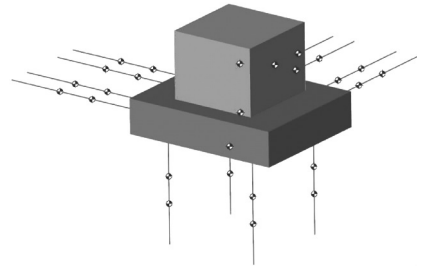


图 6 超冗余振动台 SimMechanics 仿真模型

表 1 超冗余液压振动台的仿真参数

上平台 质量/kg	负载 质量/kg	负载偏 心距/m	转动惯量/(kg · m ²)			液压缸有效 作用面积/ cm ²	液压缸 行程/ mm	总流量 压力系数/ (m ³ · s ⁻¹ · Pa ⁻¹)	等效体积 弹性模数/ MPa	伺服阀流量 (7 MPa 降压)/ (L · min ⁻¹)
			绕 x 轴	绕 y 轴	绕 z 轴					
1 000	4 000	0.5	1 930	1 960	960	18.85	80	4 × 10 ⁻¹²	0.7	630

水平方向液压缸的距离 $l_{x1} = l_{y1} = 0.5$ m, $l_{x2} = l_{y2} = 1$ m;垂直方向液压缸之间的距离 $l_z = 1$ m,如图 1 所示.

为对本文的解耦控制策略进行验证,将其与传统自由度零位线性化控制下的效果相比较.首先在 x 方向给定幅值为 5 mm、频率为 10 Hz 的正弦信号,同时在绕 y 轴方向给定幅值为 0.01 rad、频率为 1 Hz 的正弦信号.解耦控制前后绕 y 轴的转角如图 7 所示.图 7 中可以看出,采用传统控制策略时,沿 x

方向的运动会产生一个绕 y 轴的倾覆力矩,使得绕 y 轴的转动受到干扰力矩的影响,转角的跟踪精度下降,波形出现失真,采用解耦控制后,转动姿态的跟踪精度明显有了较大改善.

图 8 为绕 y 轴转角误差的比较,可以看出,未解耦时绕 y 轴的转角误差存在一个频率为 10 Hz 的波动分量,该波动是 x 方向平动对绕 y 轴转动的耦合作用结果.引入解耦控制后,这部分的耦合误差受到了明显的抑制.

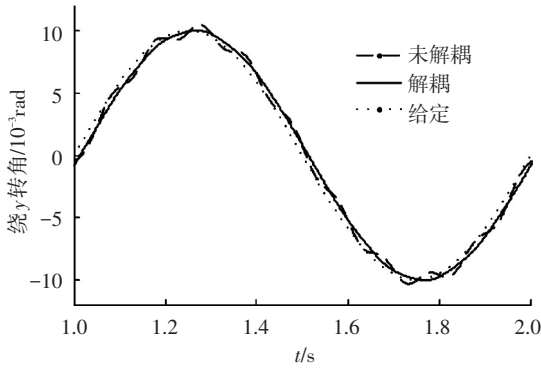


图 7 解耦前后绕 y 轴正弦转角跟踪比较

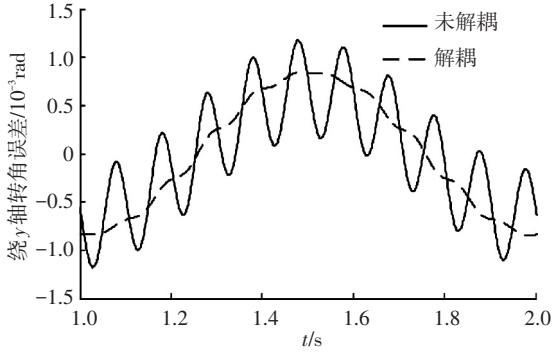
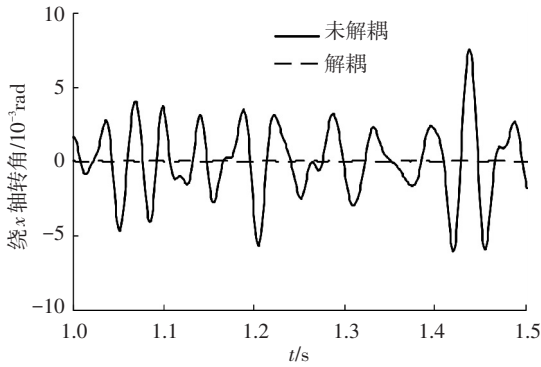
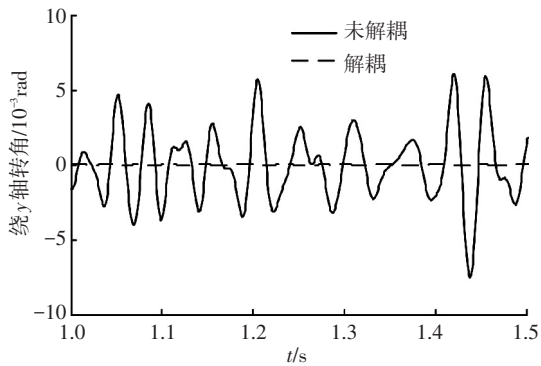


图 8 解耦前后绕 y 轴正弦转角误差比较

分别在 x, y 方向用 $0 \sim 50$ Hz 的随机信号对系统进行激励,其他方向的信号给定(设为零).解耦前后,绕 x, y 轴的耦合转角如图 9 所示.从图 9 可看出,未解耦时,绕 x 轴和 y 轴的耦合转角的平均幅值约为 0.004 rad,而经过解耦控制后,耦合转角降低到几乎为零.



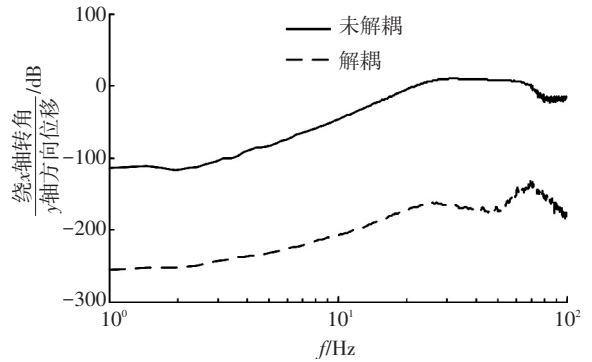
(a) 绕 x 轴耦合转角时域比较



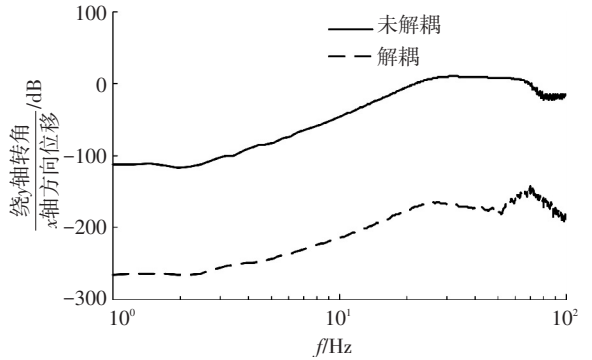
(b) 绕 y 轴耦合转角时域比较

图 9 解耦前后耦合转角的时域比较

将绕 x 轴的耦合转角与 y 方向位移的比值进行傅里叶变换,图 10(a) 给出了解耦前后绕 x 轴耦合转角比值在频域上的耦合对比图.同样,解耦前后绕 y 轴耦合转角比值在频域上的耦合对比分析如图 10(b) 所示.从图 10 中可以看出,未解耦时,绕 x 轴的耦合比值最大为 20 dB,解耦后,最大耦合比值减低到了 -140 dB.解耦控制后,绕 x 轴的耦合比值和绕 y 轴的耦合比值在大部分的频率范围内与未解耦时相比降低了 150 dB,转动与平动之间的耦合显著下降.



(a) 绕 x 轴耦合转角频域比较



(b) 绕 y 轴耦合转角频域比较

图 10 解耦前后耦合转角的频域比较

4 结 论

1) 将液压缸作为液压弹簧,建立了超冗余液压振动台的自由振动模型,给出了振动微分方程中的质量矩阵和刚度矩阵,并用标准模态矩阵将其对角化.

2) 分别通过雅可比矩阵和标准模态矩阵,将超冗余振动台的控制由关节空间转换到自由度空间,再由自由度空间转换到模态空间进行三状态反馈解耦控制,使得 MIMO 系统的控制转为多个 SISO 系统的控制.

3) 对基于模态空间的解耦控制策略进行了仿真分析,结果表明,与传统的自由度零位线性化控制策略相比,超冗余液压振动台在本文提出的解耦方法下,转动跟踪精度显著提高,且在频域和

时域上,自由度位姿间的耦合均明显减小.

参考文献

- [1] GHORASHI A, PLUMMER A R, EDGE KEVIN A, et al. Accurate decoupled linear modeling for robust H_{∞} control of multi axis shaking tables [C]//Proceedings of the ASME Dynamic Systems and Control Conference. Hollywood: American Society of Mechanical Engineers, 2009:1555-1562.
- [2] SHUNSUKE Y, TAKAHIRO S, TOSHIRO T. The shaking table test of the interaction between the pier type wharf and the container crane during earthquakes [J]. Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Part C, 2002, 68:3209-3216.
- [3] JI Xiaodong, KOUICHI K, TAKUYA N, et al. A substructure shaking table test for reproduction of earthquake responses of high-rise buildings [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 2009, 38:1381-1399.
- [4] KIM J W, XUAN D J, KIM Y B. Design of a forced control system for a dynamic road simulator using QFT [J]. International Journal of Automotive Technology, 2008, 9(1):37-43.
- [5] DELLA-FLORA L, GRÜNDLING H A. Time domain sinusoidal acceleration controller for an electrodynamic shaker [J]. IET Control Theory and Applications, 2008, 12(2):1044-1053.
- [6] SEVERN R T. The development of shaking tables-A historical note [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 2011, 40(2):195-213.
- [7] MATABI M, KOUICHI K, YASUTAKA T, et al. Shaking table-test model coupled dynamics in E-Defense [J]. Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Part C, 2006, 72:30-36.
- [8] 韩俊伟. 三向六自由度大型地震模拟振动台的研制 [D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 1996.
- [9] TAGAWA Y, KAJIWARA K. Controller development for the E-Defense shaking table [J]. Journal of System and Control Engineering, 2007, 221(2):171-181.
- [10] PLUMMER A R, GUINZIO P S. Modal control of an electrohydrostatic flight simulator motion system [C]//Proceedings of the ASME Dynamic Systems and Control Conference. Hollywood: American Society of Mechanical Engineers, 2009:1257-1264.
- [11] JIANG Hongzhou, HE Jingfeng, TONG Zhizhong. Modal space control for a hydraulically driven Stewart platform [J]. Journal of Control Engineering and Technology, 2012, 2(3):106-115.
- [12] YANG Chifu, HUANG Qitao, HAN Junwei. Decoupling control for spatial six-degree-of-freedom electro-hydraulic parallel robot [J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2012, 28(1):14-23.
- [13] OGBOBE P O, YE Zhengmao, JIANG Hongzhou, et al. Modal space decoupled controller for hydraulically driven six degree of freedom parallel robot [C]//Proceedings of 2010 2nd International Conference on Mechanical and Electronics Engineering. Piscataway: IEEE Computer Society Press, 2010:1280-1284.
- [14] 李洪人. 液压控制系统 [M]. 北京:国防工业出版社, 1990.
- [15] 金斯伯格 J H. 机械与结构振动:理论与应用 [M]. 白化同,李俊宝,译. 北京:中国宇航出版社, 2005.
- [16] JIANG Hongzhou, HE Jingfeng, TONG Zhizhong. Characteristics analysis of joint space inverse mass matrix for the optimal design of a 6-DOF parallel manipulator [J]. Mechanism and Machine Theory, 2010, 45(5):722-739.

(编辑 杨波)