

doi: 10.11918/j.issn.0367-6234.2015.01.001

# 五自由度气浮台位置和姿态的分数阶控制

邓立为<sup>1</sup>, 宋申民<sup>1</sup>, 陈兴林<sup>2</sup>

(1. 哈尔滨工业大学 控制理论与制导技术研究中心, 150086 哈尔滨; 2. 哈尔滨工业大学 航天学院, 150001 哈尔滨)

**摘要:** 针对五自由度气浮台星体模拟器的姿态平台和位移平台, 分别设计分数阶滑模控制器和分数阶 PD<sup>α</sup> 控制器. 首先, 针对具有重力不平衡力矩和执行机构安装偏差的姿态平台模型, 设计了模糊参数自整定的分数阶滑模控制器. 利用分数阶微分算子的信息记忆性与遗传特性, 在传统滑模控制中引入分数阶微分算子, 利用模糊推理机制进行开关增益参数的自整定, 使新型控制器具有模糊控制、分数阶微分和滑模控制等多重优点. 利用分数阶 Lyapunov 稳定性定理, 证明了系统的稳定性. 其次, 针对与姿态平台有耦合效应的位移平台模型, 设计了分数阶 PD<sup>α</sup> 控制器; 最后, 在仿真过程中考虑执行机构的实际运行特性, 以数值仿真的形式进一步说明了所提出控制器的有效性和良好的控制性能.

**关键词:** 航天器姿态; 分数阶微积分; 分数阶滑模控制; 气浮仿真平台; 鲁棒控制

**中图分类号:** V448.25      **文献标志码:** A      **文章编号:** 0367-6234(2015)01-0001-07

## Fractional order control for position and attitude of 5-DOF air-bearing simulator

DENG Liwei<sup>1</sup>, SONG Shenmin<sup>1</sup>, CHEN Xinglin<sup>2</sup>

(1. Center for Control Theory and Guidance Technology, Harbin Institute of Technology, 150086 Harbin, China;

2. School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, 150001 Harbin, China)

**Abstract:** A fractional order sliding controller and a fractional proportional differential controller are designed for attitude and position of 5-DOF air-bearing simulator, respectively. Firstly, a new fuzzy parameter self-tuning robust fractional sliding mode controller is designed for attitude platform model under considering gravity unbalance torque and actuator assembling error. The fractional differential operator is introduced in traditional sliding mode control because of its information memory and genetic characteristics, and then switching gain parameter is achieved self-tuning by fuzzy reasoning mechanism, so that the new controller has the multiple advantages of fuzzy control, fractional differential operator and sliding mode control. The stability of the whole system is proved by Fractional Lyapunov Theory. Secondly, a fractional proportional differential controller is proposed for translational platform considering coupling effects with attitude model. Finally, the actual operating characteristics of the actuator are considered in the process of the simulation. Numerical simulations are also included to reinforce the analytic results and to validate the excellent effect of the new robust fractional sliding mode controller.

**Keywords:** spacecraft attitude; fractional calculus; fractional sliding mode control; air-bearing simulator platform; robust control

气浮仿真试验平台是卫星等航天器地面仿真

试验的重要组成部分, 3 个自由度以上的多自由度气浮仿真试验台可以模拟空间飞行器的位置与姿态运动, 能够在地面以全物理仿真的形式对控制律及视觉测量等多方面空间技术进行验证. 五自由度气浮台由两个自由度的平移运动和 3 个自由度的姿态运动组成, 大量文献对不同形式的平

收稿日期: 2014-02-24.

基金项目: 国家自然科学基金(61174037); 国家自然科学基金创新群体(61021002).

作者简介: 邓立为(1983—), 男, 博士研究生;

宋申民(1968—), 男, 教授, 博士生导师;

陈兴林(1963—), 男, 教授, 博士生导师.

通信作者: 宋申民, songshenmin@hit.edu.cn.

移运动以及姿态运动进行了研究. 文献[1]对3个自由度的气浮台姿态控制问题进行了研究. 文献[2]从五自由度气浮台的组成结构入手, 对测量系统、光学系统、控制系统和机械系统等进行了介绍. 文献[3]对在轨卫星姿态控制地面实验室平台进行了研究. 文献[4]针对气浮台质量特性的估计提出了几种算法, 并以实验的方式检验了其方法的有效性; 但是, 上述文献并没有考虑气浮球轴承的球心与姿态平台重心存在偏差的问题, 以及没有考虑执行机构的实际运行特性.

基于分数阶微分算子的鲁棒性与滑模控制优势产生的分数阶滑模控制, 近年来得到了广泛研究与应用. 文献[5]以两自由度的机械臂系统和水槽模型系统为例, 研究了一类非线性系统的模糊分数阶滑模控制问题, 给出了分数阶和整数阶两种滑模控制器的设计过程, 并在仿真中对比说明了分数阶滑模的优越特性. 文献[6]利用自适应神经网络模糊推理机, 针对两自由度的机械臂系统, 设计了分数阶模糊自适应滑模控制器, 对比说明了分数阶自适应滑模控制律的优越性. 文献[7]针对防抱死制动系统, 设计了分数阶滑模控制器和整数阶滑模控制器, 并利用仿真验证了分数阶滑模的良好特性. 总结上述文献及相关文献可知, 分数阶滑模控制器具有分数阶系统与滑模控制的双重优点, 有更好的鲁棒性和抗干扰性, 无论是在理论意义上还是在工程应用上都得到了广泛研究. 因上述文献中分数阶滑模控制的应用对象具有一定的特殊性以及文中假设具有一定的特殊性, 所以上述文献的结果并不能简单地应用到五自由度气浮台的位姿控制中. 而现有文献关于气浮台控制律设计的文献没有考虑执行机构安装误差、重心与球心调节偏差, 本文在考虑上述模型误差的基础上, 利用分数阶理论设计具有一定鲁棒性的位姿控制律.

## 1 气浮台位姿描述

### 1.1 坐标系定义

五自由度气浮仿真平台结构与文献[2]中的气浮台类似. 为了能够对气浮台的位移及姿态进行描述, 给出3个坐标系定义: 1) 惯性坐标系  $Ox_1y_1z_1$ , 以00级的大理石平台中心为原点, 定义垂直大理石平台平面向上的方向为  $z_1$  轴, 以平行大理石相对较长的边为  $x_1$  轴, 相对较短的边为  $y_1$  轴, 且  $Ox_1y_1z_1$  满足右手坐标原则; 2) 参考位移坐标系  $Oxyz$ , 以气浮球轴承的球心为坐标系原点, 其坐标轴与惯性坐标系各轴平行; 3) 气浮台体

坐标系  $Ox_b y_b z_b$ , 气浮平台由姿态平台和位移平台构成, 原点定义为姿态平台上的气浮球轴承的球心, 3个坐标轴固连于气浮台上, 以姿态平台视觉相机的安装方向为  $x_b$  轴, 以垂直于  $x_b$  轴平行于姿态平台的方向为  $y_b$  轴,  $z_b$  垂直于姿态平台向上, 满足右手规则, 该坐标系随着气浮台的旋转运动而运动, 是台上敏感器等设备安装时的基准坐标系.

### 1.2 气浮台姿态运动学方程

修正的罗德里格参数(modified Rodrigues parameters, MRPs)能在  $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$  无奇异的全局性描述刚体的姿态运动, 定义为<sup>[9]</sup>

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{e} \cdot \tan(\theta/4). \quad (1)$$

式中:  $\boldsymbol{e}$  是欧拉轴;  $\theta$  是欧拉旋转角;  $\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3]^T$  是体坐标系相对于惯性坐标系的 MRPs 描述.

MRPs 表示的气浮台姿态运动学方程为

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{G}(\boldsymbol{\sigma}) \boldsymbol{\omega}. \quad (2)$$

式中:  $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1 \omega_2 \omega_3]^T$  是本体坐标系相对于惯性坐标系的姿态角速度, 并表示于本体坐标系下.

矩阵  $\boldsymbol{G}(\boldsymbol{\sigma})$  的定义为

$$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{\sigma}) = \frac{1}{2} \left( \boldsymbol{I} + \boldsymbol{\sigma}^\times + \boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{\sigma}^T + \frac{1 - \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\sigma}}{2} \boldsymbol{I} \right). \quad (3)$$

式中:  $\boldsymbol{I}$  表示  $3 \times 3$  的单位矩阵;  $\boldsymbol{\sigma}^\times$  则表示由向量  $\boldsymbol{\sigma}$  生成的反对称矩阵, 可以表示为

$$\boldsymbol{\sigma}^\times = \begin{bmatrix} 0 & -\sigma_3 & \sigma_2 \\ \sigma_3 & 0 & -\sigma_1 \\ -\sigma_2 & \sigma_1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

### 1.3 气浮台姿态与位移动力学方程

对气浮台的姿态平台进行质量微元分割, 利用动量定理和牛顿第二运动定律等相关知识可以推导出气浮台的姿态与位移动力学方程, 推导思路与文献[10]类似. 本文重点研究在给定控制模型的基础上设计分数阶滑模控制律, 所以此处直接给出气浮台姿态及位移动力学方程, 在建模过程中考虑了气浮台不可避免的执行机构安装误差、重心与球心调节偏差, 其描述方程分别为

$$m_a \boldsymbol{r}_c^\times \boldsymbol{a}_0 + \boldsymbol{J} \dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega}^\times \boldsymbol{J} \boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{u}_1 + \boldsymbol{T}_{d1} + \boldsymbol{T}_{d2} + \boldsymbol{T}_g, \quad (5)$$

$$\boldsymbol{M} \boldsymbol{a}_0 + m_a (\boldsymbol{\omega}^\times (\boldsymbol{\omega}^\times \boldsymbol{r}_c) - \boldsymbol{r}_c^\times \dot{\boldsymbol{\omega}}) = \boldsymbol{u}_2 + \boldsymbol{T}_{d3}. \quad (6)$$

式中:  $m_a \in \mathbf{R}^+$  是气浮台姿态平台总质量;  $\boldsymbol{M}$  是气浮台姿态平台与位移平台总质量;  $\boldsymbol{r}_c$  是表示在本体坐标系下重心与球心之间的偏差;  $\boldsymbol{a}_0 \in \mathbf{R}^3$  表示气浮台加速度矢量;  $\boldsymbol{J} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$  是表示在本体坐标系下的气浮台转动惯量矩阵;  $\boldsymbol{T}_{d1} = [T_{d11} \ T_{d12} \ T_{d13}]^T$  定义为外干扰力矩;  $\boldsymbol{T}_{d2} = [T_{d21} \ T_{d22} \ T_{d23}]^T = \boldsymbol{\rho}_{\tau 1}^\times \boldsymbol{\tau}_1$  定义为姿态平

台上执行机构安装偏差造成的干扰力矩  $\boldsymbol{\rho}_{\tau_1} \in \mathbf{R}^3$  为姿态平台上执行机构安装偏差带来的姿态控制力  $\boldsymbol{\tau}_1$  的推力偏心矢量;  $\boldsymbol{T}_g = [T_{g1} \ T_{g2} \ T_{g3}]^T$  定义为重力不平衡力矩矢量;  $\boldsymbol{T}_{d3} = [T_{d31} \ T_{d32} \ T_{d33}]^T = \boldsymbol{\rho}_{\tau_2}^\times \boldsymbol{\tau}_2$  定义为位移平台上执行机构安装偏差造成的干扰力矩,  $\boldsymbol{\rho}_{\tau_2} \in \mathbf{R}^3$  为位移平台上执行机构安装偏差带来的位移控制力  $\boldsymbol{\tau}_2$  的推力偏心矢量;  $\boldsymbol{u}_1 = [u_{11} \ u_{12} \ u_{13}]^T$  表示姿态控制力矩;  $\boldsymbol{\tau}_2 = \boldsymbol{u}_2 = [u_{21} \ u_{22} \ u_{23}]^T$  表示位移控制力。

从式(5)、(6)可以看出,姿态运动与位移运动之间具有耦合作用。姿态动力学方程(5)中,有位移运动中加速度矢量的影响,这主要是因为位移控制的执行机构冷气发动机的安装使得作用中心不能完全通过球心引起的。位移动力学方程(6)中有重心与球心之间的偏差  $\boldsymbol{r}_c$  的影响,这主要是由调平衡系统不能完全调节姿态平台重心与球心重合引起的。上述2种因素,在实际气浮台控制系统中必然存在,只能尽可能减少上述偏差,但不能完全消除偏差的存在。在调平衡系统的调节过程中,利用复摆工作原理对调平衡模块进行调节,如果重心在球心之上则是一个不稳定的倒立摆系统,所以应确保重心在球心之下,使得系统是一个稳定的复摆系统,但是如重心在球心下方距离过远,则会影响姿态系统的敏感度,影响了姿态系统的真实性。重力向量在参考位移坐标系的表示为  $\boldsymbol{F}_g = 0i + 0j - m_a gk$ ,重力不平衡力矩则可表示为  $\boldsymbol{T}'_g = \boldsymbol{r}_c \times \boldsymbol{F}_g$ ,利用坐标系的旋转矩阵转换关系,将  $\boldsymbol{T}'_g$  按照  $z(\psi) \rightarrow y(\theta) \rightarrow x(\phi)$  转序方式转换为本体坐标系的表示以符合姿态动力学方程的描述,转换过程为

$$\boldsymbol{T}_g = \boldsymbol{r}_c^\times \boldsymbol{C}_b \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -m_a g \end{bmatrix} = m_a g \begin{bmatrix} 0 & -\cos \phi \cos \theta & \sin \phi \cos \theta \\ \cos \phi \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ -\sin \phi \cos \theta & -\sin \theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中  $[\phi \ \theta \ \psi]^T$  表示的是参考位移坐标系与本体坐标系转换矩阵的欧拉角。

## 2 气浮台姿态和位移控制器设计

从式(2)和式(5)组成的姿态控制系统以及式(6)组成的位移控制系统方程可以看出,姿态控制系统相对复杂,所以本文针对姿态控制系统设计分数阶滑模控制律,并且为体现分数阶控制

的多样性,针对位移控制系统设计分数阶  $PD^\alpha$  控制律。

### 2.1 模糊参数自整定的分数阶滑模姿态控制律

针对由式(2)和式(5)组成的气浮台姿态控制系统,选取  $PD^{1+\alpha}$  型分数阶滑模面为

$$s = \lambda_1 \boldsymbol{\sigma} + \lambda_2 D^\alpha \boldsymbol{\sigma} + \lambda_3 \dot{\boldsymbol{\sigma}} \quad (8)$$

式中:  $\boldsymbol{s} = [s_1 \ s_2 \ s_3]^T$ ;  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbf{R}^+$  是比例增益;  $D^\alpha(\cdot)$  是分数阶微分算子, Caputo 型分数阶微积分统一定义为<sup>[8]</sup>

$${}_a D_t^\alpha f(t) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \int_0^t \frac{f^{(m)}(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-m+1}} d\tau, & m-1 < \alpha < m; \\ \frac{d^m}{dt^m} f(t), & \alpha = m. \end{cases} \quad (9)$$

式中:  $m$  为比  $\alpha$  大的最小整数;伽马函数  $\Gamma(\cdot)$  的定义为  $\Gamma(q) = \int_0^\infty e^{-t} t^{q-1} dt$ ;  $\frac{d^m}{dt^m}$  代表传统意义上的微分。当  $\alpha > 0$  时,符号  ${}_a D_t^\alpha$  表示分数阶微分;而当  $\alpha < 0$  时则表示在区间  $[a, t]$  上的分数阶积分。下文中,为简单方便利用符号  $D^\alpha z$  代替表示  ${}_a D_t^\alpha z$ 。

在上述分数阶滑模面式(8)的基础上,设计姿态控制律为

$$\boldsymbol{u}_1 = \boldsymbol{\omega}^\times \boldsymbol{J} \boldsymbol{\omega} + m_a \boldsymbol{r}_c^\times \boldsymbol{a}_0 - \boldsymbol{J} \boldsymbol{G}^{-1} [\lambda_1 \lambda_3^{-1} \boldsymbol{G} \boldsymbol{\omega} + \lambda_2 \lambda_3^{-1} D^{\alpha+1} \boldsymbol{\sigma} + \dot{\boldsymbol{G}} \boldsymbol{\omega} + k_1 \boldsymbol{s} + k_2 \text{sgn}(\boldsymbol{s})] \quad (10)$$

式中:  $k_1 \in \mathbf{R}^+$ ;  $\boldsymbol{k}_2 = \text{diag}([k_{21} \ k_{22} \ k_{23}])$  是对称正定矩阵;  $\text{sgn}(\boldsymbol{s}) = [\text{sign}(s_1) \ \text{sign}(s_2) \ \text{sign}(s_3)]^T$ ,  $\text{sign}(\cdot)$  是符号函数,定义为

$$\text{sign}(s) = \begin{cases} 1, & s > 0; \\ 0, & s = 0; \\ -1, & s < 0. \end{cases} \quad (11)$$

证明 选取 Lyapunov 函数为

$$V = 0.5 \boldsymbol{s}^T \boldsymbol{s} \quad (12)$$

通过对式(12)求导,并利用式(5)可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \boldsymbol{s}^T \dot{\boldsymbol{s}} = \boldsymbol{s}^T (\lambda_1 \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \lambda_2 D^{\alpha+1} \boldsymbol{\sigma} + \lambda_3 \dot{\boldsymbol{\sigma}}) = \\ &= \boldsymbol{s}^T (\lambda_1 \boldsymbol{G} \boldsymbol{\omega} + \lambda_2 D^{\alpha+1} \boldsymbol{\sigma} + \lambda_3 \dot{\boldsymbol{G}} \boldsymbol{\omega} + \\ & \quad \lambda_3 \boldsymbol{G} \boldsymbol{J}^{-1} (\boldsymbol{u}_1 + \boldsymbol{T}_{d1} + \boldsymbol{T}_{d2} + \boldsymbol{T}_g - \\ & \quad m_a \boldsymbol{r}_c^\times \boldsymbol{a}_0 - \boldsymbol{\omega}^\times \boldsymbol{J} \boldsymbol{\omega})) \end{aligned} \quad (13)$$

将控制律式(10)代入式(13)中,可以进一步得到

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \boldsymbol{s}^T (\lambda_1 \boldsymbol{G} \boldsymbol{\omega} + \lambda_2 D^{\alpha+1} \boldsymbol{\sigma} + \lambda_3 \dot{\boldsymbol{G}} \boldsymbol{\omega} + \lambda_3 \boldsymbol{G} \boldsymbol{J}^{-1} (\boldsymbol{\omega}^\times \boldsymbol{J} \boldsymbol{\omega} + \\ & \quad m_a \boldsymbol{r}_c^\times \boldsymbol{a}_0 - \boldsymbol{J} \boldsymbol{G}^{-1} [\lambda_1 \lambda_3^{-1} \boldsymbol{G} \boldsymbol{\omega} + \lambda_2 \lambda_3^{-1} D^{\alpha+1} \boldsymbol{\sigma} + \\ & \quad \dot{\boldsymbol{G}} \boldsymbol{\omega} + k_1 \boldsymbol{s} + k_2 \text{sgn}(\boldsymbol{s})] + \boldsymbol{T}_{d1} + \boldsymbol{T}_{d2} + \boldsymbol{T}_g - \\ & \quad m_a \boldsymbol{r}_c^\times \boldsymbol{a}_0 - \boldsymbol{\omega}^\times \boldsymbol{J} \boldsymbol{\omega})) = -\boldsymbol{s}^T (k_1 \boldsymbol{s} + k_2 \text{sgn}(\boldsymbol{s})) + \\ & \quad \boldsymbol{s}^T \lambda_3 \boldsymbol{G} \boldsymbol{J}^{-1} (\boldsymbol{T}_{d1} + \boldsymbol{T}_{d2} + \boldsymbol{T}_g) \end{aligned} \quad (14)$$

假设  $\|\boldsymbol{T}_{d1}\| \leq d_1$ ,  $\|\boldsymbol{T}_{d2}\| \leq d_2$ ,  $\|\boldsymbol{T}_g\| \leq$

$d_3$ , 当选取  $k_2 \geq \|\lambda_3 GJ^{-1}\| (d_1 + d_2 + d_3)$  时, 对上式进行化简整理可以得到

$$\dot{V} + k_1^{-1} 2^{\frac{1}{2}} V^{\frac{1}{2}} \leq 0. \quad (15)$$

利用文献[8]中分数阶 Lyapunov 稳定性定理及文献[11]中的经典滑模控制引理可知, 闭环系统的状态在有限时间内收敛到滑模面  $s=0$ . 利用文献[12]滑模 PID 控制的结论可以得到  $\lim_{t \rightarrow \infty} \sigma = \dot{\sigma} = 0$ , 进一步利用矩阵  $G(\sigma)$  的非奇异性, 可知  $\lim_{t \rightarrow \infty} \omega = 0$ .

在控制律(10)中, 符号函数的特性会引起系统控制力矩的抖振, 饱和函数可以解决此问题, 定义为

$$\text{sign}(s_i) \rightarrow \text{sat}(s_i) = \begin{cases} 1, & s_i > \phi; \\ s_i/\phi, & |s_i| \leq \phi, \phi \in \mathbf{R}^+; \\ -1, & s_i < -\phi. \end{cases} \quad (16)$$

引入饱和函数之后, 如果  $k_2$  过小, 系统进入滑模面的时间会过长, 抗干扰能力减弱, 稳态精度提高. 如果  $k_2$  过大, 系统进入滑模面的时间较短, 抗干扰能力增强, 稳态精度降低. 因此, 开关增益  $k_2$  的整定, 要综合考虑系统的响应时间和稳态精度, 本文采用模糊推理机制进行参数自整定.

## 2.2 分数阶 PD $^\mu$ 位移控制律

用  $\rho = [x \ y \ 0]^T$  表示当前气浮台在惯性坐标系中的位置, 利用类似传统 PID 控制思想, 文中采用分数阶 PD $^\mu$  控制律对气浮台位移进行控制. 设计分数阶 PD $^\mu$  控制律为

$$u_2 = \delta_1 \rho + \delta_2 D^\mu \rho. \quad (17)$$

式中:  $\delta_1, \delta_2 \in \mathbf{R}^+$ ;  $D^\mu(\cdot)$  是分数阶微分算子.

## 3 仿真分析

利用 MATLAB 对本文设计的控制律进行验证, 分数阶微分算子  $D^\alpha \sigma$  的数值计算, 直接利用文献[13]的分数阶控制工具箱 FOMCON 进行仿真. 分析姿态控制律(10)的具体形式可知, 控制律的设计需要姿态参数  $\sigma$ 、气浮台加速度矢量  $a_0$ 、角速度  $\omega$  以及变量的分数阶微分运算. 在工程实际中, 惯性测量单元 IMU 包含陀螺仪和加速度计, 分别完成对角速度  $\omega$  和气浮台加速度矢量  $a_0$  的测量, 并对角速度  $\omega$  进行解算得到姿态参数  $\sigma$ . 在实际的气浮台控制系统中, 采用 PC104 和 DSP2812 双控制核心. 当 PC104 作为控制核心时, 采用 xPC 实时控制系统方式, 利用分数阶工具箱 FOMCON 中的 simulink 仿真模块进行分数阶运算. 当 DSP2812 作为控制核心时, 利用分数

阶工具箱 FOMCON 中分数阶微分的数值实现方式 M 文件简单转化为 C 语言进行实现.

在实际的气浮台控制系统中, 执行机构由反作用飞轮和冷气发动机组成, 反作用飞轮能够提供连续控制力矩, 但是所提供的控制力矩较小, 冷气发动机能够提供较大的控制力, 但是其控制方式是开关控制, 也就是只能控制冷气发动机的开启与关闭, 并不能控制其所提供的控制力大小. 仿真过程中, 考虑冷气发动机的实际运行特性, 即考虑其开延迟及关延迟特性  $\tau_1 = \tau_2 = 10 \text{ ms}$ , 控制系统的采样周期为 50 ms, 姿态控制的成对冷气发动机中单个提供的最大力矩为  $u'_{1i} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ ,  $i = 1, 2, 3$ , 最小有效输出冲量  $I_{1i} = 0.01 \text{ N} \cdot \text{s}$ . 位移控制的冷气发动机所提供的最大力为  $u'_{2i} = 2 \text{ N}$ ,  $i = 1, 2, 3$ , 最小有效输出冲量  $I_{2i} = 0.02 \text{ N} \cdot \text{s}$ . 在采样时刻根据控制律计算得到的控制量的大小对冷气发动机进行控制, 如果  $u_{1i} \geq u'_{1i}$ , 则在这一个控制周期内保持冷气发动机为全开状态; 如果  $u_{1i} < u'_{1i}$ , 则利用占空比计算冷气发动机所需开启的时间, 实现位移控制的冷气发动机与此工作原理相同.

### 3.1 仿真参数设定

气浮台的转动惯量  $J = J_0 + \Delta J$ , 仿真参数设定如下:  $J_0 = \text{diag}([96 \ 91 \ 50]) \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,  $\Delta J = 3\%J$ ,  $r_c = [0 \ 0 \ 0.01]^T \text{ mm}$ ,  $m_a = 82.5 \text{ kg}$ ,  $M = 148.6 \text{ kg}$ .

反作用飞轮的转动惯量为  $J' = \text{diag}([0.006 \ 41 \ 0.006 \ 41 \ 0.006 \ 41]) \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ . 反作用飞轮的工作转速范围是  $\pm 6 \ 000 \text{ r/min}$ , 最大反作用力矩  $0.1 \text{ N} \cdot \text{m}$ .

气浮台初始位置及姿态信息设定为

$$\sigma_0 = [-0.119 \ 6 \ 0.274 \ 1 \ 0.603 \ 5]^T,$$

$$\omega_0 = [0.1 \ -0.2 \ 0.4]^T \text{ rad/s},$$

$$\rho_0 = [0.4 \ -0.6 \ 0]^T \text{ m},$$

$$v_0 = \dot{\rho}_0 = [0 \ 0 \ 0]^T \text{ m/s},$$

$$T_d = 0.01 \begin{bmatrix} 3\cos(0.001t) + 2\sin(0.001t) \\ 5\cos(0.001t) + 3 \\ 4\cos(0.001t) - 3\sin(0.001t) + 1 \end{bmatrix} \text{ N} \cdot \text{m}.$$

控制器参数选取如下:

$$\alpha = 0.6, \mu = 0.5, \lambda_1 = 0.45, \lambda_2 = 0.3,$$

$$\lambda_3 = 1, k_1 = 1.6, \delta_1 = 3, \delta_2 = 22.$$

模糊推理系统的输入为滑模面  $s_i$  及其导数  $\dot{s}_i$ , 输出为  $k_{2i}$ . 输入对应的模糊语言变量均定义为  $\{\text{NB}, \text{NM}, \text{NS}, \text{ZE}, \text{PS}, \text{PM}, \text{PB}\}$ , 与其对应的论域为  $s_i = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$  和  $\dot{s}_i = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ . 其中, NB 为负大; NM 为负

中;NS 为负小;ZE 为零;PS 为正小;PM 为正中;PB 为正大. 输出对应的模糊语言定义为  $\{P1, P2, P3, P4\}$ , 与其对应的论域为  $k_{2i} = \{0.1, 0.8, 1.5, 2.2\}$ . 其中, P1 为正小; P2 为正中; P3 为正大; P4 为正最大.  $k_{2i}$  利用重心法进行解模糊计算得到. 又根据滑模趋近到达条件  $s_i \dot{s}_i \leq 0$  可知, 模糊规则中存在无效不可能的输出, 用 NO 表示.

采用的模糊规则为: If  $s_i$  is A and  $\dot{s}_i$  is B, then  $k_{2i}$  is C. 模糊输入输出对应的推理规则和隶属度函数分别见表 1 和图 1.

表 1 模糊规则表

$k_{2i}$	$s_i$						
	PB	PM	PS	ZE	NS	NM	NB
NB	P4	P3	P2	P1	NO	NO	NO
NM	P3	P3	P2	P1	NO	NO	NO
NS	P2	P2	P2	P1	NO	NO	NO
ZE	P1	P1	P1	P1	P1	P1	P1
PS	NO	NO	NO	P1	P2	P2	P2
PM	NO	NO	NO	P1	P2	P3	P3
PB	NO	NO	NO	P1	P2	P3	P4

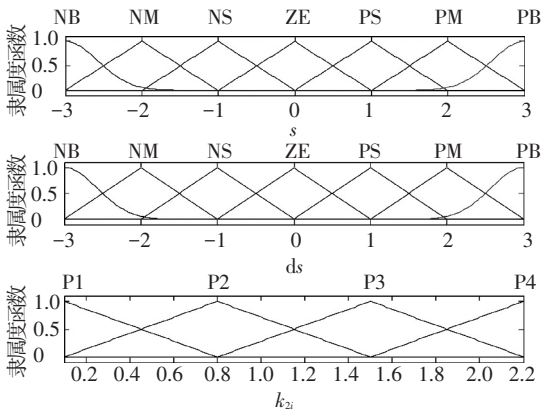


图 1 模糊输入输出隶属度函数

### 3.2 仿真结果分析

与大理石平台中心相距  $[40, -60]$  cm 的气浮平台, 以一定初始姿态与初始角速度进行放飞, 在姿态控制律 (10) 和位移控制律 (17) 作用下, 得到仿真结果: 图 2 是修正罗德里格参数  $\sigma$  表示的姿态信息; 图 3 是气浮台的角速度信息; 图 4 姿态控制律  $u_1$  的曲线, 4 个子图的横坐标都是时间  $t$ , 为了能够清晰看到冷气发动机的工作状态, 图中只给出了仿真时间中的部分时间段. 为了能够清晰看到控制律  $u_1$  分量的 PWM 工作方式, 图 4(b) ~ (d) 分别是向量  $u_1$  各个分量的局部放大图; 图 5 是气浮台的位移运动信息; 图 6 是位移控制律  $u_2$  曲线. 图 6 中的 4 个子图表达方式与图 4 相同, 图 6(b) ~ (d) 分别是向量  $u_2$  各个分量的局部放大图.

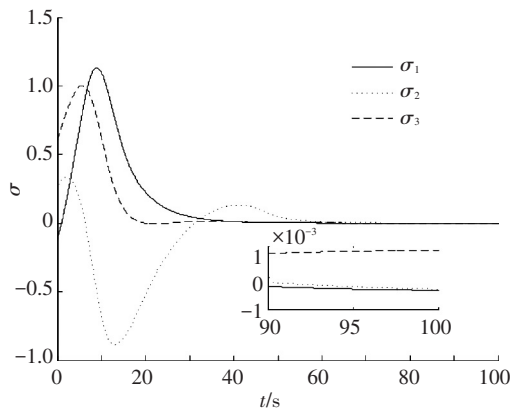


图 2 冷气发动机作用下的姿态曲线

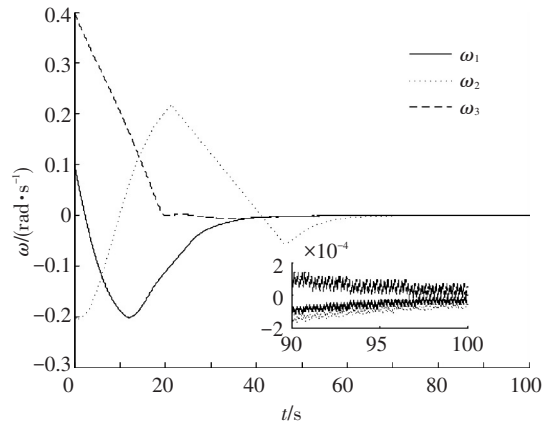


图 3 冷气发动机作用下的角速度曲线

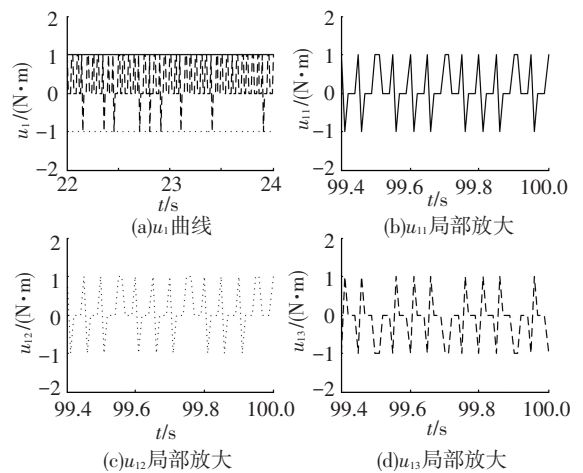


图 4 姿态控制律  $u_1$  曲线

图 2 和图 3 表明, 分数阶滑模控制器 (10) 能快速实现对姿态的控制, 并且具有较高的稳态精度. 图 4 表明仿真程序合理, 符合冷气发动机的实际运行特性, 能够以开关控制方式很好地对冷气发动机进行控制; 从图 5 的子图中可以看出在冷气发动机的作用下, 可以很好地利用 PWM 波方式对位移平台进行控制. 另外一方面, 从图 3 的子图中可以看出, 角速度在稳态阶段有一定的抖振现象, 这是由于冷气发动机的实际控制力大小不可控引起的, 不能够产生足够小的力来实现对小误差的进一步控制. 在实际的气浮台系统中, 在系统控制误差达到

某些给定值时,切换系统的执行机构,利用反作用飞轮控制,可以解决这种抖振现象,并能进一步提高系统的控制精度. 图 5 表明仿真场景合理,假设气浮台气膜厚度不变,也就是气浮球轴承中心高度不变,与理论分析中  $\rho_{03} \equiv 0$  符合,并且在分数阶 PD <sup>$\alpha$</sup>  控制律作用下能够很好地控制气浮台运动到期望位置. 图 6 位移控制律的结论分析与姿态控制律的分析类似.

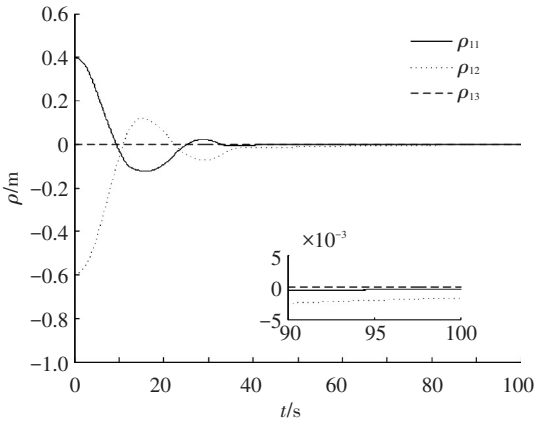


图 5 冷气发动机作用下的位移运动曲线

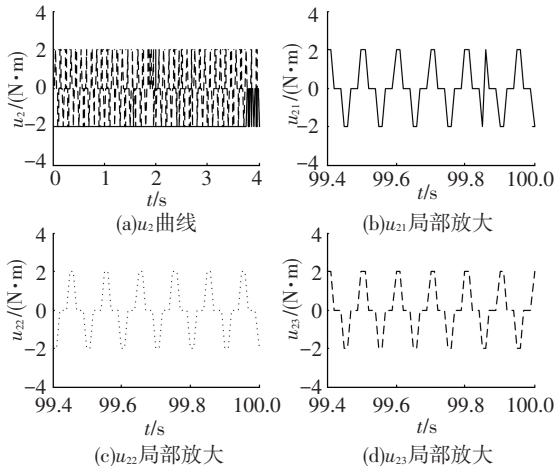


图 6 位移控制律  $u_2$  曲线

为了能够清晰看到气浮台姿态与位移动力学方程(5)和(6)的耦合效应,当  $u_1 = 0$  和  $T_{d1} = T_{d2} = 0$  时,姿态动力学方程仅在重力不平衡力矩  $T_g$  和耦合项  $m_a r_c^x a_0$  作用下,气浮台姿态的运动状况如图 7 所示. 当  $u_2 = 0$  和  $T_{d3} = 0$  时,位移动力学方程仅在耦合项  $m_a (\omega^x (\omega^x r_c) - r_c^x \dot{\omega})$  作用下,气浮台的位移运动状况如图 8 所示.

从图 7 可以看出,气浮台姿态仅在重力不平衡力矩  $T_g$  和耦合项  $m_a r_c^x a_0$  作用下,三轴姿态做幅值增大的周期性运动. 姿态平台重心在气浮球轴承球心的正下方,从而使得姿态平台的运动表现为类似“复摆模型运动”. 位移平台的运动通过加速度  $a_0$  形成以耦合项  $m_a r_c^x a_0$  的形式作用在姿

态平台上,影响了姿态平台的控制. 从图 8 以及局部放大子图看出,姿态平台的运动较小地影响着位移平台.

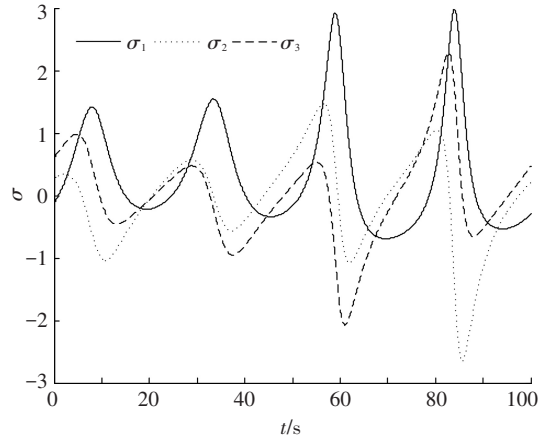


图 7 耦合影响下的姿态曲线

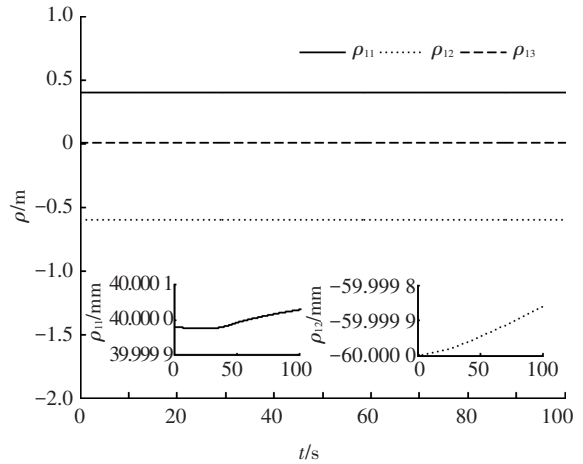


图 8 耦合影响下的位移运动曲线

为减小图 3 中角速度的抖振现象,当姿态控制偏差达到一定精度 ( $|\sigma_i| < 0.001, i = 1, 2, 3$ ) 时,切换系统的执行机构,利用反作用飞轮对姿态进行控制. 冷气发动机和反作用飞轮切换作用下的姿态变化曲线见图 9,角速度变化曲线见图 10,反作用飞轮的转速曲线见图 11.

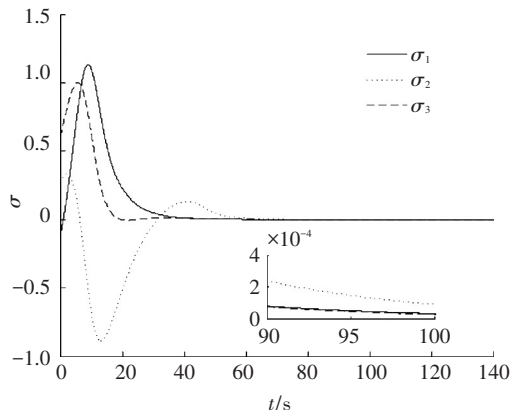


图 9 冷气发动机和飞轮切换作用下的姿态曲线

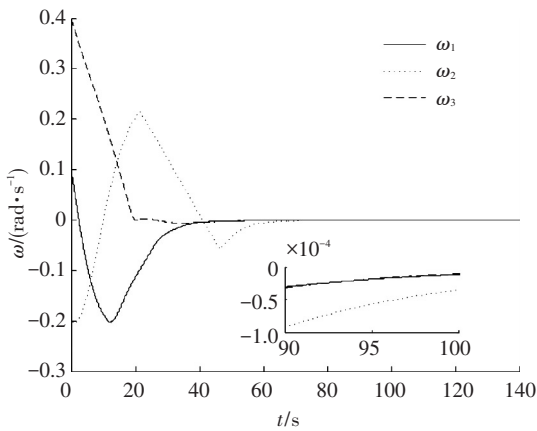


图 10 冷气发动机和飞轮切换作用下的角速度曲线

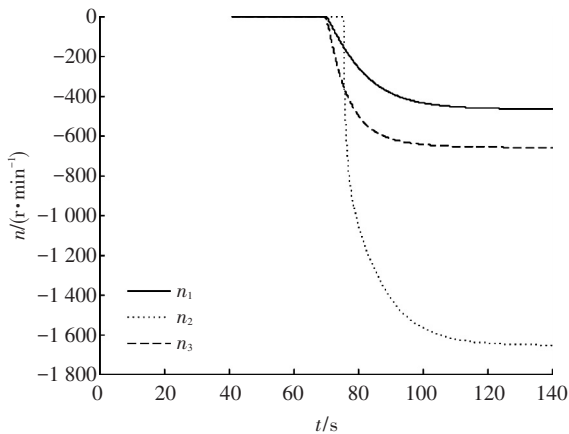


图 11 反作用飞轮转速曲线

从图 9、10 和图 2、3 对比可知, 在姿态参数  $\sigma$  达到一定精度之后, 切换系统的执行机构, 利用反作用飞轮进行控制, 消除了角速度的抖振现象, 并且进一步提高了系统的控制精度。从图 11 可知, 在姿态参数  $\sigma$  达到一定精度之后, 反作用飞轮开始起作用, 在进一步提高系统的控制精度之后, 转速趋于稳定并在合理转速范围内, 符合工程实际要求。

## 4 结 语

本文针对五自由度气浮仿真平台的位置与姿态控制问题, 在具有位姿耦合特性的模型基础上, 分别设计了分数阶  $PD^\mu$  律及分数阶滑模控制律。并以其对足够贴近气浮台实际运行状况的仿真场景进行仿真, 仿真过程及仿真结果表明, 所设计的控制律具有参数整定容易、抗干扰性强、和良好鲁棒性等优点, 具有一定的工程实际应用价值, 能够为气浮台的实际研究提供一定的理论基础。

在气浮平台搭建的同时, 研究反作用飞轮与冷气发动机的切换控制, 以及研究具有冗余执行机构的控制分配问题, 是下一步研究的主要内容。

## 参考文献

[1] LI Y B, GAO Y H. Study on attitude control for three degrees of freedom air-bearing spacecraft simulator

- [C]//2010 International Conference on Mechanic Automation and Control Engineering, MACE2010. Wuhan: [s.n.], 2010: 408-411.
- [2] XU J, BAO G, YANG Q J, et al. Design and development of a 5-DOF air-bearing spacecraft simulator [C]//2009 International Asia Conference on Informatics in Control, Automation, and Robotics, CAR 2009. Bangkok: [s.n.], 2009: 126-130.
- [3] TRAGESSE S G, AGNES G S, FULTON J. SIMSAT: A ground-based platform for demonstrating satellite attitude dynamics and control [C]//2002 ASEE Annual Conference and Exposition: Vive L'ingenieur. Montreal: [s.n.], 2002: 11951-15959.
- [4] SCHWARTZ J L, HALL C D. System identification of a spherical air-bearing spacecraft simulator [C]//AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting. Maui, HI: [s.n.], 2005: 333-350.
- [5] DELAVARI H, GHADERI R, RANJBAR A, et al. Fuzzy fractional order sliding mode controller for nonlinear systems [J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2010, 15(4): 963-978.
- [6] EFE M O. Fractional fuzzy adaptive sliding-mode control of a 2-DOF direct-drive robot arm [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, 2008, 38(6): 1561-1570.
- [7] TANG Y G, ZHANG X Y, ZHANG D L, et al. Fractional order sliding mode controller design for antilock braking systems [J]. Neurocomputing, 2013, 111: 122-130.
- [8] DADRAS S, MOMENI H R. Fractional terminal sliding mode control design for a class of dynamical systems with uncertainty [J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2012, 17(1): 367-377.
- [9] LIANG H Z, WANG J Y, SUN Z W. Robust decentralized coordinated attitude control of spacecraft formation [J]. Acta Astronautica, 2011, 69(5/6): 280-288.
- [10] 许剑. 五自由度气浮仿真试验台样机的研制及其关键技术的研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2010.
- [11] LI S H, DING S H, LI Q. Global set stabilization of the spacecraft attitude control problem based on quaternion [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2010, 20(1): 84-105.
- [12] 吕建婷, 李传江, 马广富. 卫星姿态调节的滑模 PID 控制器设计 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 2008, 40(7): 9-12.
- [13] TEPLJAKOV A, PETLENKOV E, BELIOV J. FOMCON: Fractional-order modeling and control toolbox for MATLAB [C]//18th International Conference-Mixed Design of Integrated Circuits and Systems. Gliwice: [s.n.], 2011: 684-689.