

应用大碟形刀具加工面齿轮的理论分析

彭先龙, 方宗德, 苏进展, 蒋进科

(西北工业大学 机电学院, 710072 西安)

摘要: 为了提高大碟形(渐开线齿廓)刀具(滚刀或砂轮)加工面齿轮的效率,提出了一种无进给运动的大碟形刀具加工面齿轮的方法. 设计了碟形刀具,分析了用无进给运动的大碟形刀具制造面齿轮的加工原理,通过坐标变换建立了面齿轮的齿面方程和过渡曲面方程. 增加一个转角很小的附加运动以降低齿面误差,避免齿面干涉. 应用齿面接触分析说明了面齿轮的啮合性能. 计算实例表明:大半径碟形刀具和附加运动能加工出齿面精度较高的面齿轮,最大齿面误差为 $19\ \mu\text{m}$. 齿面接触分析表明这种面齿轮的啮合性能不亚于理论面齿轮的啮合性能.

关键词: 面齿轮;碟形刀具;滚齿;磨齿;齿面接触分析

中图分类号: TH132.41

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2013)05-0080-06

Theory analysis for application of disk tool of long radius in face gear machining

PENG Xianlong, FANG Zongde, SU Jinzhan, JIANG Jinke

(School of Mechanical Engineering, Northwestern Polytechnical University, 710072 Xi'an, China)

Abstract: A method of face gear machined by long radius disk (profile of involute) tool (hob or grinding wheel) without feed motion was proposed aiming at improvement of processing efficiency of face gear machined by such tools. By coordinate transformation the derivation of equations of working flank and fillet surfaces of tooth was based on the design of disk tool and theory analysis of applying the disk tool without feed motion in the face gear machining. To reduce the errors of working flank and even avoid flank interference caused by such method of face gear manufacturing, another motion which rotated in a small angle rang was added into the process of face gear machining. Tooth contact analysis (TCA) was applied to demonstrate the meshing performance of the face gear cut by such method. Numerical examples illustrate that disk tool of long radius with additional motion is able to manufacture face gear with high-precision working flank (the max error of working flank is $19\ \mu\text{m}$), and the meshing performance of such face gear drive demonstrated by TCA is not second to that face gear drive wit theoretic working flank.

Key words: face gear; disk tool; hobbing; grinding; tooth contact analysis

面齿轮在国外已成功应用于直升机的主动传动系统,能减轻齿轮箱重量和提高承载能力^[1],并能简化分流-汇流传动结构^[2].

面齿轮的加工方法主要有插齿刀插齿、蜗杆刀具滚齿(磨齿)和碟形刀具滚齿(磨齿)3种加工方法. 面齿轮的插齿加工技术已经很成熟了^[3-4],但由于插齿加工的齿面精度较低,不能用

于航空面齿轮传动. 蜗杆刀具滚切、磨削面齿轮的加工效率高^[3,5-6],但蜗杆齿面受奇异性影响,导致某些参数的插齿刀不存在对应蜗杆,且滚刀或砂轮制造复杂,磨损后修整困难. 虽然国内学者^[7]研究了用蜗杆砂轮磨齿原理磨削面齿轮,但由于还没有开发出蜗杆砂轮的修整设备,依然难于加工齿面精度较高的面齿轮. Hermann 和 Litvin^[8-9]简述过碟形砂轮(具有渐开线齿廓)加工面齿轮的方法. 采用碟形砂轮磨削面齿轮具有砂轮结构简单,设计制造和修整方便且不存在奇异性优点;但碟形砂轮需要沿齿向运动(即进

收稿日期: 2012-05-30.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50875211).

作者简介: 彭先龙(1982-),男,博士研究生;

方宗德(1948-),男,教授,博士生导师.

通信作者: 彭先龙,pxljsh@126.com.

给运动),使得碟形砂轮磨削面齿轮的加工效率极低.

当碟形砂轮的半径趋于无穷大时,其齿廓可以认为等同于插齿刀的渐开线齿廓,从而当碟形砂轮的半径足够大时,不需要进给运动即可磨削出齿面精度较高的面齿轮,同时提高加工效率.同样原理的滚刀可以用于面齿轮的粗切过程中.

本文主要分析大碟形滚刀(砂轮)滚切(磨削)面齿轮的原理、齿面误差以及降低误差的方法,并通过齿面接触分析(TCA)说明这种方法加工出的面齿轮的啮合特性.

1 小齿轮和碟形刀具的齿面

1.1 齿条方程

图1为用于展成小齿轮和插齿刀的齿条(a)及其所用的坐标系(b),小齿轮用于TCA,而插齿刀用来展成面齿轮的理论齿面和定义碟形刀具^[10-11],在这里一并简述它们的齿面方程, $i = 1$ 对应小齿轮和 $i = s$ 对应插齿刀.

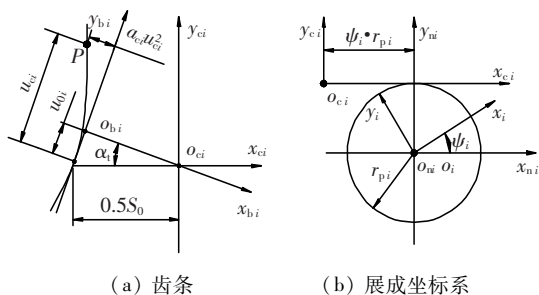


图1 小齿轮和插齿刀的展成

坐标系 S_{bi} 、 S_{ci} 均位于齿条刀的端截面内, $S_0 = \pi m/2$ 为齿条分度线处的齿槽宽, α_i 是齿条端面压力角, u_{ci} 为齿条齿面参数, a_{ci} 是齿条修形系数, u_{0i} 是抛物线与直齿廓切点的位置参数.齿条齿面 Σ_{ci} 在坐标系 S_{ci} 中可由式(1)和式(2)表示为

$$\mathbf{R}_{bi}(u_{ci}, l_{ci}) = [a_{ci}u_{ci}^2 \quad u_{ci} - u_{0i} \quad l_{ci} \quad 1]^T, \quad (1)$$

$$\mathbf{R}_{ci}(u_{ci}, l_{ci}) = \mathbf{M}_{cibi} \cdot \mathbf{R}_{bi}. \quad (2)$$

式中: l_{ci} 是沿齿条长度方向的齿面参数, \mathbf{M}_{cibi} 是坐标系 S_{bi} 到坐标系 S_{ci} 的坐标变换矩阵.齿条的单位法矢为

$$\mathbf{n}_{ci}(u_{ci}, l_{ci}) = \frac{\partial \mathbf{R}_{ci}}{\partial u_{ci}} \times \frac{\partial \mathbf{R}_{ci}}{\partial l_{ci}} \Big/ \left| \frac{\partial \mathbf{R}_{ci}}{\partial u_{ci}} \times \frac{\partial \mathbf{R}_{ci}}{\partial l_{ci}} \right|.$$

1.2 小齿轮和插齿刀的齿面方程

小齿轮和插齿刀的齿面 Σ_1 、 Σ_s 可以分别由齿条齿面 Σ_{c1} 、 Σ_{cs} 包络而成,如图1(b)所示.图中的圆和坐标轴 x_{ci} 分别重合于小齿轮(插齿刀)的分

度圆和齿条的分度线, S_{ci} 、 S_i 分别与齿条和小齿轮(插齿刀)固联, S_{ni} 是固定坐标系. ψ_i 、 $\psi_i r_{pi}$ 分别是小齿轮(插齿刀)的转角和齿条的位移, r_{pi} 是小齿轮(插齿刀)分度圆的半径.通过坐标变换和啮合方程可以确定小齿轮(插齿刀)在坐标系 S_i 中的齿面位矢 $\mathbf{R}_i(u_{ci}, l_{ci})$ 和法矢 $\mathbf{n}_i(u_{ci}, l_{ci})$.

1.3 碟形刀具

碟形刀具用来加工面齿轮,其齿面为一旋转曲面.确定碟形刀具齿面 Σ_g 的坐标系如图2所示,粗实线即为碟形刀具的产形线.该产形线是插齿刀任一轮齿的轴截面线,因此有 $l_{cs} = 0$.图中 S_k 为固定坐标系,坐标系 S_g 、 S_s 分别与碟形刀具和插齿刀固联. E_g 是插齿刀和碟形刀具的中心距, r_g 是刀具外半径, ψ_g 是刀具的齿面参数.在坐标系 S_g 中刀碟形刀具齿面 Σ_g 的位矢及法矢分别为: $\mathbf{R}_g(u_{cs}, \psi_g)$ 、 $\mathbf{n}_g(u_{cs}, \psi_g)$.

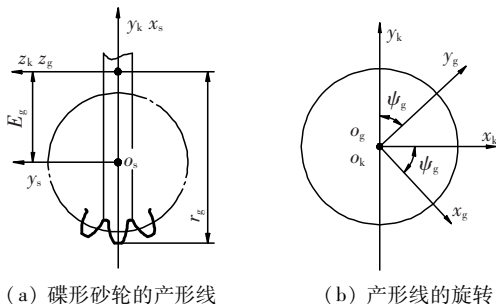


图2 确定碟形刀具

2 面齿轮的加工

2.1 加工原理

采用碟形刀具加工面齿轮的原理如图3所示,图4是所用的坐标系.刀具绕其自身的轴线 z_g 旋转,做切削运动;刀具绕插齿刀轴线 z_s 旋转,同时面齿轮绕自身轴线 z_2 旋转,模拟插齿刀加工面齿轮的过程.加工出一个齿槽后,面齿轮分度,实行逐齿加工.当碟形刀具还做平行于插齿刀轴线 z_s 的平动时(进给运动),半径较小的碟形刀具(例如 $r_g = 60 \text{ mm}$)即可加工理论面齿轮.但本文的碟形刀具不做进给运动,而采用较大的半径,以达到提高加工效率的目的.

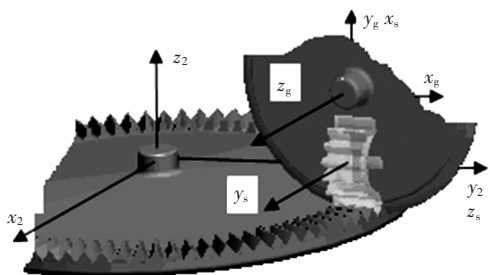


图3 碟形刀具加工面齿轮三维模型

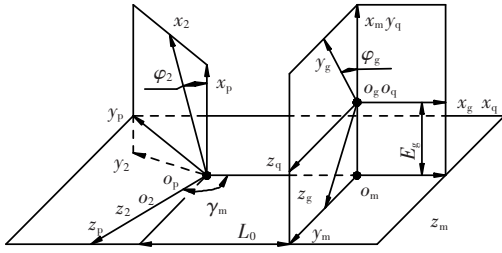


图4 碟形刀具加工面齿轮坐标系

2.2 面齿轮工作齿面

面齿轮的工作齿面 Σ_2 由碟形刀具的渐开线齿廓加工,展成坐标系如图4所示。 S_g 、 S_2 分别与碟形刀具、面齿轮固联,其余坐标系为辅助坐标系,坐标系 S_m 相当于 S_g 。 L_0 为面齿轮齿宽中点半径, ϕ_g 、 ϕ_2 、 ω_g 、 ω_2 分别为碟形刀具和面齿轮的转角和转速,且满足如下关系:

$$\omega_2/\omega_g = \phi_2/\phi_g = N_s/N_2 = m_{2s}$$

式中: N_s 、 N_2 、 m_{2s} 分别是插齿刀的齿数、面齿轮的齿数和插齿刀与面齿轮的传动比。通过坐标变换和啮合方程,面齿轮齿面方程表达如下:

$$\begin{cases} \mathbf{R}_2(u_{cs}, \psi_g, \phi_g) = \mathbf{M}_{2g}(\phi_g) \cdot \mathbf{R}_g(u_{cs}, \psi_g), \\ f(u_{cs}, \psi_g, \phi_g) = \mathbf{n}_g(u_{cs}, \psi_g) \cdot \mathbf{v}_g^{g2} = 0. \end{cases}$$

式中: \mathbf{M}_{2g} 是 S_g 到 S_2 的坐标变换矩阵, $\mathbf{v}_g^{g2} = \mathbf{v}_g^{g2}(u_{cs}, \psi_g, \phi_g)$ 是在 S_g 中面齿轮与碟形刀具的相对速度。面齿轮的齿面法矢为

$$\mathbf{n}_2(u_{cs}, \psi_g, \phi_g) = \mathbf{L}_{2g}(\phi_g) \cdot \mathbf{n}_g(u_{cs}, \psi_g)$$

式中: \mathbf{L}_{2g} 由矩阵 \mathbf{M}_{2g} 删除最后一行和最后一列得到。

2.3 面齿轮过渡曲面

用插齿刀的齿顶圆角加工面齿轮的过渡曲面,能够降低面齿轮的齿根弯曲应力。一般情况下,过渡曲面不需要磨削,但在滚切过程中,需要加工出过渡曲面。滚刀齿顶圆角的定义如图5所示。在插齿刀坐标系中,点A为插齿刀渐开线与齿顶圆角的切点,用于展成面齿轮工作齿面与过渡曲面的切线,其位置由面齿轮的工作齿面齿高 $(-r_{ps} - m)$ 和外半径 L_2 确定。此处的 ρ ,若选文献[12]的推荐值,过渡曲面的计算不收敛,建议按下式计算:

$$\rho = \frac{(r_{as} + R_{sx})}{(1 - \sin \theta)}$$

4.1 齿面计算与齿面误差

根据上述公式和面齿轮设计参数,计算得到了用碟形刀具 ($r_g = 310 \text{ mm}$) 加工面齿轮的数字

式中: r_{as} 为插齿刀的齿顶圆半径, R_{sx} 为A点位矢 \mathbf{R}_s 在x轴向分量, θ 为A点法矢与水平线的夹角。因此以点C为圆心, AB圆弧上任一点D的位矢为

$$\mathbf{R}_{sc} = [R_{sx} + \rho \sin \theta - \rho \cos \beta \pm R_{sy} \pm \rho \cos \theta \pm \rho \sin \beta \quad l_{ci} \quad 1]^T$$

式中: R_{sy} 为A点位矢 \mathbf{R}_s 在y轴向分量, β 为曲面参数,圆角的法矢为式(3):

$$\mathbf{n}_{sc} = [\pm \cos \beta \quad -\sin \beta \quad 0]^T \quad (3)$$

用类似于齿面方程建立的方法推导面齿轮的过渡曲面。

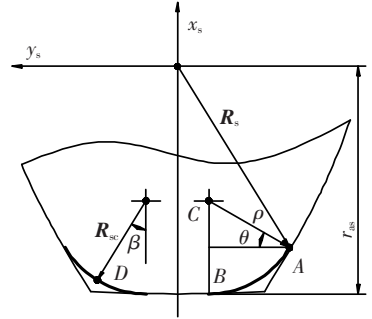


图5 滚刀齿顶圆角的定义

3 齿面接触分析

齿面接触分析是指对两连续啮合齿面 Σ_1 和 Σ_2 的啮合过程进行计算机模拟,以获得两齿轮的啮合特性。用于齿面接触分析的坐标系见文献[13]。 S_1 和 S_2 分别与小齿轮和面齿轮固联, Φ_1 、 Φ_2 是它们的转角。 S_f 为固定坐标系,小齿轮和面齿轮齿面 Σ_1 、 Σ_2 将在 S_f 中切触。坐标系 S_e 、 S_q 、 S_d 用来模拟安装误差 Δq 、 $\Delta \gamma$ 、 ΔE , B 是插齿刀与小齿轮分度圆半径之差, γ 是轴夹角, $\gamma_f = \gamma_m + \Delta \gamma$ 。小齿轮和面齿轮齿面在 S_f 中的接触方程表示为

$$\begin{cases} \mathbf{R}_{f2}(u_{cs}, \psi_g, \phi_g, \Phi_2) = \mathbf{R}_{f1}(u_{cs}, l_{cs}, \Phi_1), \\ \mathbf{n}_{f2}(u_{cs}, \psi_g, \phi_g, \Phi_2) = \mathbf{n}_{f1}(u_{cs}, l_{cs}, \Phi_1). \end{cases}$$

式中: \mathbf{R}_{f2} 、 \mathbf{n}_{f2} 、 \mathbf{R}_{f1} 、 \mathbf{n}_{f1} , 分别为面齿轮和小齿轮在 S_f 中的位矢和法矢, 可通过坐标变换得到。

4 算例

下文将通过算例说明上述加工方法的计算及齿面误差和 TCA, 设计参数如表1所示。

表1 面齿轮传动设计参数

面齿轮传动参数	小齿轮齿数	插齿刀齿数	面齿轮齿数	端面压力角 / (°)	模数 / mm	轴夹角 / (°)	面齿轮内径 / mm	面齿轮外径 / mm
设计值	25	28	160	25	3	90	235	265

齿面,如图6所示。与面齿轮的理论齿面相比,虽然结构形式类似,但是局部特征还是存在很大的不同。例如工作齿面存在齿面误差:

$$\delta = n_{2s} \cdot (R_{2s} - R_2).$$

式中: n_{2s} , R_{2s} 分别为面齿轮理论齿面的单位法矢、位矢. 该计算误差如图 7(a) 所示, 齿高方向对应由齿根到齿顶的 5 个点, 齿宽方向对应由内端到外端的 9 个点. 从图 7(a) 可以看出齿顶、齿根、内端和外端的齿面误差最大, 而越接近齿面中心, 误差越小. 再例如过渡曲面均由圆弧线构成, 因此要完整地切出高度为 $m/4$ 的过渡曲面, 齿根处有微小的根切量 Δ . 齿面误差 δ 和根切量 Δ 与碟形刀具外半径有关, 如图 8 所示, 随着刀具外半径的增加, 齿面误差和根切量有所减小.

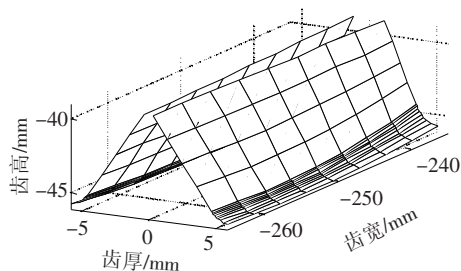
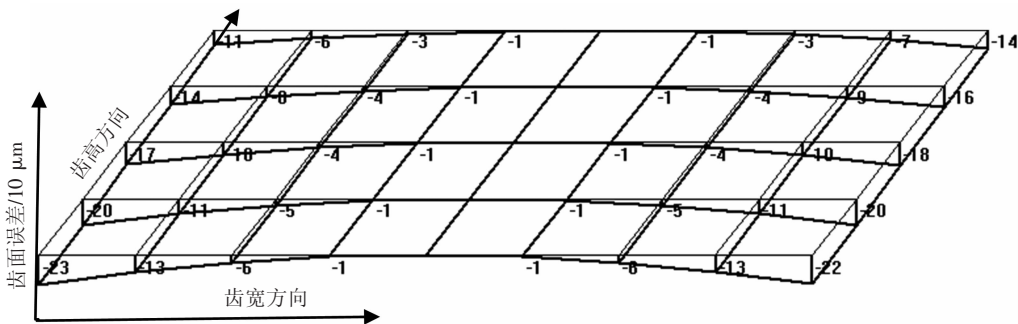
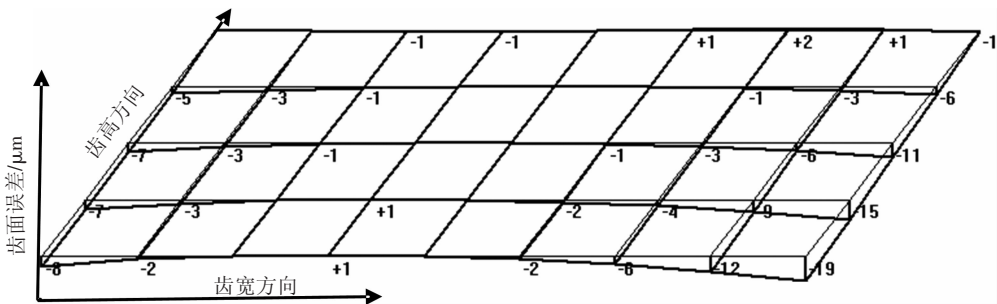


图 6 碟形刀具加工面齿轮的数字齿面



(a) $r_g = 310$ mm



(b) $r_g = 400$ mm

图 7 无进给运动的碟形刀具加工面齿轮的误差

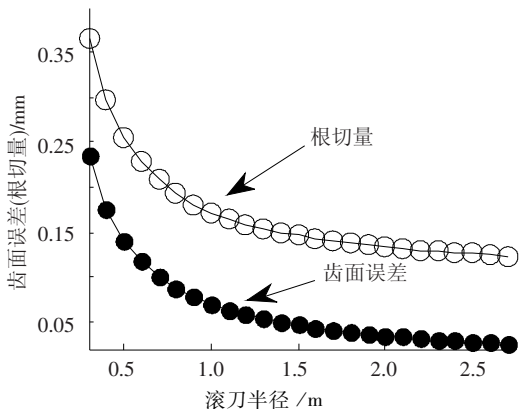


图 8 齿面误差和根切量随刀具半径的变化

4.2 降低齿面误差

根切量主要影响齿根应力的分布, 而不会影

响啮合特性. 但齿面误差会很大程度上影响齿面啮合性能, (造成齿面干涉), 因此有必要降低齿面误差. 在滚切过程中存在的齿面误差可以认为是精加工(磨齿)预留的加工余量.

为减小齿面误差, 一方面可以增大砂轮的半径, 但由图 8 可知, 即便砂轮半径增加到 1 m, 齿面误差依然较大, 并且对机床的精度、刚度等性能提出了更高要求; 另一方面可以在面齿轮的磨齿过程中附加一个运动.

本文的附加运动为砂轮绕 y_q 做连续的旋转 Ω , 坐标系 S_q 位于 S_m 和 S_q 之间(图 9). 由于在工作齿面的 4 个顶点处的齿面误差最大, 可以按下式计算由内端到外端, 由齿顶到齿根处的 Ω_1 、 Ω_2 、

Ω_3, Ω_4 :

$$\delta = n_{2s} \cdot [R_{2s} - R_2(u_{cs}, \psi_g, \varphi_g, \Omega_i)] = 0.$$

式中, $i = 1, 2, \dots, 4$, 则工作齿面任意一点的 Ω 为

$$\Omega = \Omega_1 + (\Omega_3 - \Omega_1) \cdot h/H + [\Omega_2 + (\Omega_4 - \Omega_2) \cdot h/H - \Omega_1 - (\Omega_3 - \Omega_1) \cdot h/H] \cdot l/L.$$

式中: H, L, h, l 分别为工作齿面齿高、齿宽和任意点的齿高、齿宽, 并且 h, l 还要和砂轮位矢联系, 以方便 TCA 分析. Ω 在本文的设计参数下, 变化区间在 $\pm 1^\circ$. 通过上述的附加运动, 最大齿面误差由 $230 \mu\text{m}$ 减小到了 $19 \mu\text{m}$ ($r_g = 400 \text{ mm}$), 如图 7(b) 所示. 只要不引起齿面干涉即可, 因为无进给运动的滚切(磨削)的面齿轮与理论面齿轮存在很大差异.

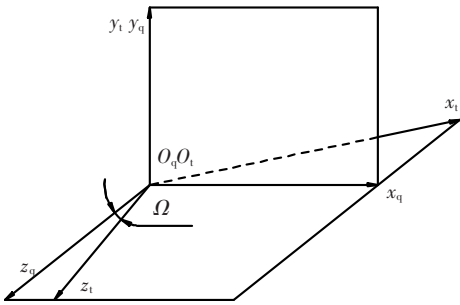


图9 砂轮的附加运动

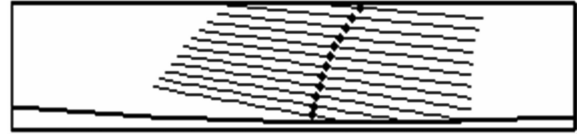
4.3 齿面接触分析 (TCA)

齿面接触分析结果如图 10、11 所示. 在无安装误差的情况下, 接触路径位于齿宽的中部, 如图 10(a) 所示, 偏向面齿轮的外端, 并且传动误差不为零, 如图 11 的粗实线所示. 这不同于理论面齿轮的啮合特性. 图 10(b) 所示在轴向安装误差 Δq 的作用下, 接触路径向面齿轮的外端移动, 并且传动误差进一步增大, 如图 11 细虚线所示. 而在中心距误差 ΔE 的影响下, 接触路径向内端移动, 如图 10(c), 并且接触椭圆长轴的长度增加了, 并减小了传动误差的幅值(没有给出误差图). 轴夹角安装误差 $\Delta \gamma$ 使得接触路径向外端移动, 如图 10(d), 使得传动误差大幅增加, 如图 11 粗虚线所示.

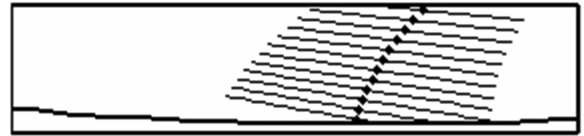
进一步分析表明: 中心距安装误差 ΔE 无论取正值或负值均会使传动误差减小; 其他的安装无论取正值或负值都会增加传动误差. ΔE 取负值接触印痕向面齿轮外端移动, 增加齿面干涉的危险, 而取正值则反之; 其他安装误差取负值接触印痕向外端移动, 降低齿面干涉的危险, 而取正值则反之.

上述传动误差会引起噪音和振动. 可以对小齿轮实行齿向修形, 以获得预设的抛物线传动误差. 采用修形参数为 $a_{c1} = 0.002, u_{o1} = 1.4 \text{ mm}$

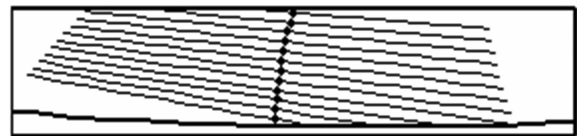
的齿廓修形后, 面齿轮传动的接触路径如图 10(e) 所示, 接触路径偏向面齿轮的内端, 并获得了抛物线传动误差, 如图 11 细实线所示. 由此看出小齿轮修形, 能够改善面齿轮的啮合性能.



(a) 无安装误差



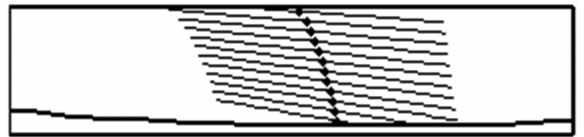
(b) 安装误差: $\Delta q = -0.3 \text{ mm}, \Delta \gamma = 0^\circ, \Delta E = 0 \text{ mm}$



(c) 安装误差: $\Delta q = 0 \text{ mm}, \Delta \gamma = 0^\circ, \Delta E = 0.4 \text{ mm}$



(d) 安装误差: $\Delta q = 0 \text{ mm}, \Delta \gamma = -0.1^\circ, \Delta E = 0 \text{ mm}$



(e) 小轮齿廓修形, 无安装误差

图10 齿面接触路径和印痕

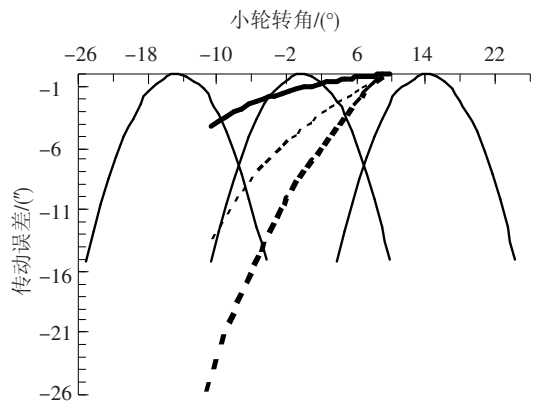


图11 传动误差

5 结论

1) 提出了应用大碟形刀具(滚刀或砂轮)加工面齿轮的方法, 给出了使用的刀具, 分析了刀具的运动和面齿轮的加工原理, 推导了面齿轮的工

作齿面和过渡曲面的方程。

2) 通过计算实例说明了面齿轮的这种加工方法所产生的齿面误差和过渡曲面的根切,仅增加刀具的外半径以减小齿面误差的代价太大。因此提出了减小齿面误差的附加运动,该附加运动能有效地降低齿面误差,给出了该附加运动的计算方法,得到了齿面精度较高的面齿轮。

3) 通过齿面接触分析,研究了用这种加工方法制造的面齿轮的啮合性能。结果表明:不存在干涉并能正确啮合,但其啮合性能与理论面齿轮的啮合性能有较大区别。安装误差对其啮合性能有影响,并且需要避免引起齿面干涉的安装误差,例如中心距安装误差 ΔE 尽量取正值而不是负值。小齿轮的齿廓修形也能改善这种面齿轮的啮合性能,因此需对小齿轮实行适当的修形,这种面齿轮的啮合性能不亚于理论面齿轮的啮合性能。

参考文献

- [1] LITVIN F L. Gear geometry and applied theory[M]. Second edition. New York: Cambridge University Press, 2004: 508 - 546.
- [2] BILL R C. Summary highlights of the advanced rotorcraft transmission (ART) program [R]. Washington: American Institute of Aeronautics, 1992: AIAA Paper, 92 - 3362.
- [3] LITVIN F L, FUENTES A. Face gear drive with helical involute pinion: geometry, generation by a shaper and a worm, avoidance of singularities and stress analysis [R]. Washington: NASA Center for Aerospace Information, 2005: NASA/CR-2005 - 213443.
- [4] 赵宁,曾晓春,郭辉,等. 斜齿面齿轮齿面仿真及轮齿接触分析[J]. 航空动力学报, 2008, 23(10): 1927 - 1932.
- [5] LITVIN F L, FUENTES A, ZANZI C, *et al.* Face gear drive with spur involute pinion geometry, generation by a worm, stress analysis [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2002, 191 (25): 2785 - 2813.
- [6] LITVIN F L, FUENTES A, ZANZI C. Design, generation, and stress analysis of two versions of geometry of face gear drives [J]. Mechanism and Machine Theory, 2002, 37 (10): 1179 - 1211.
- [7] STADTFELD H J. Coniface face gear cutting and grinding [EB/OL]. (2010 - 09 - 30) [2011 - 07 - 15]. <http://www.gearsolutions.com/article/detail/6020/coniface-face-gear-cutting-and-grinding>.
- [8] 郭辉. 面齿轮滚齿加工方法及其啮合性能研究[D]. 西安: 西北工业大学机电学院, 2009: 98 - 105.
- [9] LITVIN F L, WANG J C, BOSSLER R B, *et al.* Face gear drives: design, analysis and testing for helicopter transmission application [R]. Baltimore, Maryland: [s. n.], 1992: AVSCOM Technical Report 92 - C - 009.
- [10] LITVIN F L, FUENTES A, GONZALEZ-PEREZ I, *et al.* Modified involute helical gears: Computerized design, simulation of meshing and stress analysis [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2003, 192 (33): 3619 - 3655.
- [11] ZANZI C, PEDRERO J I. Application of modified geometry of face gear drive [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2005, 194 (27), 3047 - 3066.
- [12] 袁哲俊,刘华明. 刀具设计手册[M]. 北京: 机械工业出版社, 1999: 94 - 1105.
- [13] LITVIN F L. Gear geometry and applied theory [M]. Englewood Cliffs: A Paramount Communication Company, 1994: 490 - 525.

(编辑 杨波)