自由漂浮柔性空间机器人轨迹跟踪控制

胡庆雷[1], 翟艳霞[1], 霍 星[1,2]

(1. 哈尔滨工业大学 控制科学与工程系,150001 哈尔滨; 2. 渤海大学 工学院,121013 辽宁 锦州)

摘 要: 针对自由漂浮柔性空间机器人的轨迹跟踪控制问题,利用拉格朗日和假设模态法建立了动力学模型,综合考虑其欠驱动、柔性振动等特点,将其简化为一种带有柔性振动扰动完全可控的动力学模型;在此基础上,考虑载体姿态干扰,提出一种改进自适应非奇异终端滑模控制策略,该方法采用自适应技术实时在线学习扰动参数,并引入条件积分改进滑模面消除干扰引起的稳态误差,从而保证所设计的控制律对扰动具有良好的鲁棒性;最后,基于 Lyapunov 方法证明了该控制策略能够实现关节期望轨迹的跟踪. 仿真结果表明该控制策略对载体姿态干扰下系统轨迹跟踪控制的有效性和可靠性.

关键词: 柔性空间机器人;自由漂浮;轨迹跟踪;非奇异终端滑模;自适应控制;条件积分

中图分类号: V448.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 0367-6234(2012)05-0001-06

Free-floating flexible space robot trajectory tracking

HU Qing-lei[1], ZHAI Yan-xia[1], HUO Xing[1,2]

(1. Dept. of Control Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, 150001 Harbin, China;
2. College of Engineering, Bohai University, 121013 Liaoning Jinzhou, China)

Abstract: The problem of trajectory tracking of a two-link free-floating flexible space robot is concerned in this paper. The dynamic equations of the robot are firstly developed by using Lagrange's principle with elastic vibration, and then they are transformed into a fully controllable form with the flexible vibration disturbance for the purpose of controller synthesis. By this simplified model, a robust control approach using adaptive non-singular terminal sliding mode is developed, in which the dynamic uncertainty and disturbance can be eliminated via the online updating law, and the associated Lyapunov stability analysis are also investigated. Numerical simulation results show that the sliding mode is modified by adding a conditional integral to reduce the stable error in the present of attitude disturbance of a spacecraft.

Key words: flexible space robot; free-floating, trajectory tracking; non-singular terminal sliding mode; adaptive control; conditional integral

随着空间技术的发展,空间机器人技术得到广泛的应用. 质量轻、成本低、大范围的柔性空间机器人成为了现代空间技术的迫切需求[1-5]. 在空间机器人操作时,为了节省燃料,通常关闭航天器本体姿态控制器,使其处于自由漂浮状态[6]. 然而,柔性空间机器人在运动和操作时会产生扭曲、弹性、剪切等变形,这将影响空间机器人的稳定性和控制精度. 同时,由于空间机器人存在刚性与柔性的耦合,使得描述该系统的运动变得很复杂. 因此,研究柔性空间机器人的动力学分析及控制十分必要.

许多学者对柔性机器人控制问题做出了研究. 采用奇异摄动方法,文献[7]将柔性机器人的系统分离为刚性与柔性两部分,并进而对其动力学控制问题展开深入研究. 考虑到存在参数不确定性,文献[8]提出一种增广自适应控制方法来解决空间机器人的控制问题. 针对自由漂浮柔性

收稿日期: 2011-02-26.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61004072);高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(20102302110031);黑龙江省博士后科研启动基金资助项目;哈尔滨市留学回国基金资助项目(2010RFLXG001);中央高校基本科研业务费专项基金资助项目(HIT. NSRIF. 2009003).
作者简介: 胡庆雷(1979—),男,副教授,博士生导师.
通信作者: 胡庆雷, huqinglei@hit.edu.cn.

空间机械臂末端跟踪控制问题,Green 在文献[9]中提出了一类自适应模糊控制方法,并采用仿真方法验证了所提方法的有效性. 此外,文献[10-15]针对刚性空间机器人的轨迹跟踪控制问题也展开了一些相关的研究. 然而,尽管在上述的研究成果中针对于刚性机器人给出了可行的控制方案,但是对于柔性空间机器人的控制,目前研究成果相对较少,尤其是考虑柔性振动、欠驱动及存在系统载体姿态干扰的自由漂浮柔性空间机器人轨迹跟踪控制研究比较欠缺. 在这方面,文献[14]采用变结构控制方法在自由漂浮柔性空间机器人轨迹跟踪控制方面也展开初步的研究与探讨.

为此,本文在上述研究结果的基础上,对存在载体姿态干扰的自由漂浮柔性空间机器人系统,考虑系统柔性振动及欠驱动问题,提出一种非奇异终端滑模控制方案,以期实现系统关节空间的轨迹跟踪控制. 该方案采用自适应控制技术在线学习系统干扰参数;同时加入条件积分改进了终端滑模面,以消除干扰带来的稳态误差. Lyapunov 稳定性法分析证明了该控制器能够使轨迹跟踪误差收敛到零. 最后,仿真结果表明该方案能够实现对期望轨迹的跟踪.

1 数学模型

设自由漂浮柔性空间机器人系统由自由漂浮的刚性载体 B_0 和柔性机械臂 B_1、B_2 组成,如图1所示. 系统处于微重力环境中,忽略重力影响;柔性杆为均匀细长杆,忽略轴向变形和剪切变形,视为 Euler-Bernoulli 梁[6, 14]. 建立各个分体 B_i 的连体坐标系 $O_ix_iy_i$, $i=0,1,2$ 及惯性坐标系 OXY.

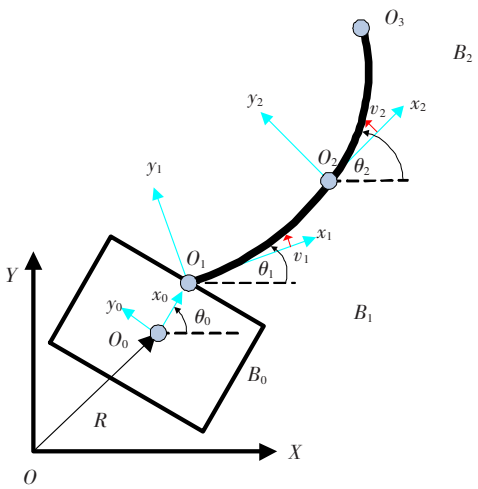


图1 自由漂浮柔性空间机器人的结构模型

根据拉格兰日法与假设模态法,经过推导可以得到的系统动力学方程[7-10, 16]:

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}}+\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}}+\boldsymbol{K}\boldsymbol{q}=\boldsymbol{Q}. \tag{1}$$

其中: $\boldsymbol{q}=[x_s\quad y_s\quad \theta_0\quad \theta_1\quad \theta_2\quad q_1\quad q_2]^{\mathrm{T}}$ 为系统的广义坐标, x_s、y_s、θ_0 为系统载体位置和姿态, θ_1、θ_2 分别为关节1、关节2转角, q_1、q_2 为模态坐标; $\boldsymbol{M}(q)$ 为系统质量矩阵; $\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})$ 为包含各种摩擦力的参数矩阵; $\boldsymbol{K}=\mathrm{diag}(0,k_1,k_2)$ 为刚度矩阵,其中振动模态 $\phi(x_i)=\sin(\pi/l_i)x_i$

$$k_i=\int_0^{l_i}\mathrm{EI}_i(\mathrm{d}^2\phi(x_i)/\mathrm{d}x_i^2)\,\mathrm{d}x_i,\ i=1,2.$$

2 动力学分析

自由漂浮柔性空间机器人系统刚性运动与柔性振动相互耦合,同时机械臂操作期间系统载体的位置和姿态是不受控的,方程(1)是高度非线性、非完整约束、欠驱动的.

设集中力

$$\boldsymbol{F}=[f_x\quad f_y\quad \tau_0\quad \tau_1\quad \tau_2\quad f_1\quad f_2]^{\mathrm{T}}.$$

其中 f_x、f_y 分别为作用于系统载体水平方向和垂直方向的控制推力; τ_0 为作用于载体的外部转矩; τ_1、τ_2 为作用于连杆关节转矩; f_1、f_2 为作用于柔性连杆上主动振动控制力. 由于系统载体位置、姿态不受控, $\boldsymbol{\tau}_p=[f_x\quad f_y\quad \tau_0]^{\mathrm{T}}=0$.

设 $\boldsymbol{q}=[\boldsymbol{q}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{q}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$ 表示刚形体位移矢量,其中 $\boldsymbol{q}_{\mathrm{r}}=[\boldsymbol{q}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{q}_{\mathrm{a}}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{q}_{\mathrm{p}}=[x_s\quad y_s\quad \theta_0]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{q}_{\mathrm{a}}=[\theta_1\quad \theta_2]^{\mathrm{T}}$;而 $\boldsymbol{q}_{\mathrm{e}}=[q_1\quad q_2]^{\mathrm{T}}$ 为柔性变形位移矢量. 根据文献[14]可得

$$\overline{\boldsymbol{M}}_{\mathrm{r}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{r}})\ddot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{r}}+\overline{\boldsymbol{C}}_{\mathrm{r}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{r}},\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{r}})\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{r}}+\overline{\boldsymbol{d}}_{\mathrm{e}}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}},\ddot{\boldsymbol{q}})=[\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{f}}\quad \boldsymbol{\tau}_{\mathrm{a}}]^{\mathrm{T}}. \tag{2}$$

其中: $\overline{\boldsymbol{d}}_{\mathrm{e}}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}},\ddot{\boldsymbol{q}})$ 表示柔性振动扰动; $\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{a}}=[\tau_1\quad \tau_2]^{\mathrm{T}}$; $\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{f}}$ 表示系统载体所受的干扰. 将式(2)展开可得

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{pp}}\ddot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{p}}+\boldsymbol{M}_{\mathrm{pa}}\ddot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{a}}+\boldsymbol{C}_{\mathrm{pp}}\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{p}}+\boldsymbol{C}_{\mathrm{pa}}\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{a}}+\boldsymbol{d}_{\mathrm{ep}}=\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{f}}, \tag{3}$$

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{ap}}\ddot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{p}}+\boldsymbol{M}_{\mathrm{aa}}\ddot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{a}}+\boldsymbol{C}_{\mathrm{ap}}\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{p}}+\boldsymbol{C}_{\mathrm{aa}}\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{a}}+\boldsymbol{d}_{\mathrm{ea}}=\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{a}}. \tag{4}$$

由于 $\boldsymbol{M}_{\mathrm{pp}}$ 可逆,方程(3)变形代入方程(4),整理化简可得

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{a}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{r}})\ddot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{a}}+\boldsymbol{H}_{\mathrm{a}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{r}},\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{r}})+\boldsymbol{d}_{\mathrm{a}}=\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{a}}. \tag{5}$$

其中:

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{a}}=\boldsymbol{M}_{\mathrm{aa}}-\boldsymbol{M}_{\mathrm{ap}}\boldsymbol{M}_{\mathrm{pp}}^{-1}\boldsymbol{M}_{\mathrm{pa}},$$

$$\boldsymbol{H}_{\mathrm{a}}=(\boldsymbol{C}_{\mathrm{ap}}-\boldsymbol{M}_{\mathrm{ap}}\boldsymbol{M}_{\mathrm{pp}}^{-1}\boldsymbol{C}_{\mathrm{pp}})\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{p}}+(\boldsymbol{C}_{\mathrm{aa}}-\boldsymbol{M}_{\mathrm{ap}}\boldsymbol{M}_{\mathrm{pp}}^{-1}\boldsymbol{C}_{\mathrm{pa}})\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{a}},$$

$$\boldsymbol{d}_{\mathrm{a}}=\boldsymbol{d}_{\mathrm{ea}}-\boldsymbol{M}_{\mathrm{ap}}\boldsymbol{M}_{\mathrm{pp}}^{-1}\boldsymbol{d}_{\mathrm{ep}}+\boldsymbol{M}_{\mathrm{ap}}\boldsymbol{M}_{\mathrm{pp}}^{-1}\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{f}}.$$

对于自由漂浮柔性空间机器人系统,方程(5)将柔性振动作为系统扰动的一部分,并且将欠驱动问题转换为全驱动问题. 本文将通过方程(5)设计控制算法实现系统轨迹跟踪.

3 控制器设计

在简化动力学模型(5)的基础上,假设期望

的轨迹为 $\boldsymbol{q}_{\mathrm{ad}} = \boldsymbol{\theta}_{\mathrm{d}}$,则其相应的跟踪误差定义为 $\boldsymbol{e} = \boldsymbol{q}_{\mathrm{a}} - \boldsymbol{q}_{\mathrm{ad}}$. 由方程(5)可知

$$\ddot{\boldsymbol{e}} = \boldsymbol{M}_{\mathrm{a}}^{-1}(\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{a}} - \boldsymbol{H}_{\mathrm{a}} - \boldsymbol{d}_{\mathrm{a}}) - \ddot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{ad}}. \tag{6}$$

选取如下非线性滑模面[17-23]:

$$\boldsymbol{s} = \boldsymbol{e} + \boldsymbol{\beta}^{-1}\dot{\boldsymbol{e}}^{p/q}. \tag{7}$$

其中 $\boldsymbol{\beta} = \mathrm{diag}(\beta_1, \beta_2)$,并且 $\beta_i > 0(i = 1,2)$;p 和 q 均为奇数,且 $0 < q < p < 2q$.

注 1　对向量 $\boldsymbol{z} \in \mathbf{R}^{n\times 1}$,定义

$$\boldsymbol{z}^{q/p} = [z_1^{q/p} \quad z_2^{q/p} \quad \cdots \quad z_n^{q/p}]^{\mathrm{T}}.$$

根据等效控制设计方法,控制律形式可描述为

$$\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{a}} = \boldsymbol{\tau}_{\mathrm{eq}} + \boldsymbol{\tau}_{\mathrm{sw}}. \tag{8}$$

其中 $\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{eq}}$ 为等效控制作用,$\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{sw}}$ 为切换控制作用.

当系统状态进入滑模面上后,即满足 $\boldsymbol{s} = 0$ 与 $\dot{\boldsymbol{s}} = 0$. 由此,可以确定等效控制

$$\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{eq}} = \boldsymbol{H}_{\mathrm{a}} + \boldsymbol{M}_{\mathrm{a}}\ddot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{ad}} - \frac{q}{p}\boldsymbol{M}_{\mathrm{a}}\boldsymbol{\beta}\dot{\boldsymbol{e}}^{(2-p/q)}.$$

为确定切换控制作用保证滑动模态的存在,考虑系统扰动项,设系统扰动项 $\boldsymbol{d} = \boldsymbol{M}_{\mathrm{a}}^{-1}\boldsymbol{d}_{\mathrm{a}}$.

假设 1　系统扰动 $\boldsymbol{d}(t)$ 有界,且满足下列不等式:

$$\|\boldsymbol{d}(t)\| \leqslant D.$$

其中 D 为未知的干扰界.

对于未知常数 D 的选取,本文给出一种自适应学习的方法[22]来实时在线对其估计. 因此,设计如下非线性控制部分:

$$\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{sw}} = -\boldsymbol{M}_{\mathrm{a}}(\hat{D} + k)\mathrm{sgn}(\boldsymbol{s}).$$

其中 $k > 0$,$\hat{D}$ 为 D 的估计. 为了避免外部干扰对 $\hat{D}$ 影响,给出如下改进型自适应学习律[22]:

$$\dot{\hat{D}} = -\mu\hat{D} + \frac{1}{\gamma}\frac{p}{q}\|\boldsymbol{\beta}^{-1}\|\,\|\dot{\boldsymbol{e}}^{p/q-1}\|\,\|\boldsymbol{s}\|. \tag{9}$$

式中:γ 为自适应因子;$\dot{\mu}(t) = -r\mu(t)$,且 $r > 0$,$\mu(0) > 0$.

定理 1　考虑系统(6)且满足假设 1. 如果选取滑模面(7),并采用给出的控制律(8)以及参数自适应律(9),则系统在有限时间内到达滑模面 $\boldsymbol{s}(t) = 0$,也即系统满足有限时间稳定.

证明　考虑如下 Lyapunov 函数:

$$\bar{V} = 0.5(\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s} + \gamma\tilde{D}^2) + \gamma r^{-1}\mu D^2. \tag{10}$$

其中 $\tilde{D} = D - \hat{D}$ 表示参数 D 的估计误差. 由于 D 为常数,则有 $\dot{\tilde{D}} = -\dot{\hat{D}}$ 成立. 对 $\bar{V}$ 求时间的导数

$$\dot{\bar{V}} = \boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{s}} + \gamma\tilde{D}\dot{\tilde{D}} + \gamma r^{-1}\dot{\mu}D^2. \tag{11}$$

将式(8)、(9)代入式(11)可得

$$\begin{aligned}\dot{\bar{V}} \leqslant & -(p/q)k\boldsymbol{\beta}^{-1}\dot{\boldsymbol{e}}^{p/q-1}\|\boldsymbol{s}\| + \tilde{D}((p/q)\|\beta^{-1}\| \\ & \|\dot{\boldsymbol{e}}^{p/q-1}\|\,\|\boldsymbol{s}\| + \gamma\dot{\tilde{D}}) + \gamma r^{-1}\dot{\mu}D^2 \leqslant \\ & -(p/q)k\boldsymbol{\beta}^{-1}\dot{\boldsymbol{e}}^{p/q-1}\|\boldsymbol{s}\| + \gamma\mu\tilde{D}\hat{D} + \gamma r^{-1}\dot{\mu}D^2.\end{aligned}$$

由 $\dot{\mu}(t) = -r\mu(t)$ 可知,

$$\begin{aligned}\gamma\mu\tilde{D}\hat{D} + \gamma r^{-1}\dot{\mu}D^2 = & \gamma\mu\tilde{D}\hat{D} - \gamma\mu D^2 = \\ & \gamma\mu[D\hat{D} - \hat{D}^2 - D^2] \leqslant \\ & \gamma\mu[0.5(D^2 + \hat{D}^2) - \hat{D}^2 - D^2] = \\ & -\gamma\mu(\hat{D}^2 + D^2)/2 < 0.\end{aligned} \tag{12}$$

可得,$\dot{\bar{V}} \leqslant -(p/q)k\boldsymbol{\beta}^{-1}\dot{\boldsymbol{e}}^{p/q-1}\|\boldsymbol{s}\|$.

由此,当 $\boldsymbol{s}(0) \neq 0$ 时,考虑到 p、q 为奇数,且 $1 < p/q < 2$,可得 $\dot{\boldsymbol{e}}^{p/q-1} \geqslant 0$,也即 $\dot{\bar{V}} \leqslant 0$,系统是有限时间稳定,并且满足 $\boldsymbol{s}(t) = 0$.

此外,当 $\boldsymbol{s} = 0$ 满足后,系统(6)可改写为 $\boldsymbol{e} + \beta^{-1}\dot{\boldsymbol{e}}^{p/q} = 0$,同时可得有限收敛时间 t_{s} 为[17,21-22]

$$Ct_{\mathrm{s}} = \frac{p}{\|\boldsymbol{\beta}\|(p-q)}\|\boldsymbol{e}(t_{\mathrm{r}})\|^{1-q/p}.$$

此外,为了减小滑模控制的抖振,采用饱和函数 $\mathrm{sat}(\boldsymbol{s}/\phi)$ 来替代符号函数 $\mathrm{sgn}(\boldsymbol{s})$,即

$$\mathrm{sat}(\boldsymbol{s}/\phi) = \begin{cases}\mathrm{sgn}(\boldsymbol{s}), & \|\boldsymbol{s}\| \geqslant \phi; \\ \boldsymbol{s}/\phi, & \|\boldsymbol{s}\| \leqslant \phi.\end{cases}$$

其中 $\phi > 0$ 为边界层厚度[24]. 控制律 $\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{a}} = \boldsymbol{\tau}_{\mathrm{eq}} + \boldsymbol{\tau}_{\mathrm{sw}}$ 有

$$\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{eq}} = \boldsymbol{H}_{\mathrm{a}} + \boldsymbol{M}_{\mathrm{a}}\ddot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{ad}} - (q/p)\boldsymbol{M}_{\mathrm{a}}\boldsymbol{\beta}\dot{\boldsymbol{e}}^{(2-p/q)}, \tag{13a}$$

$$\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{sw}} = -\boldsymbol{M}_{\mathrm{a}}(\hat{D} + k)\mathrm{sat}(\boldsymbol{s}/\phi). \tag{13b}$$

为了避免积分饱和问题[25-28],给出如下改进的滑模面:

$$\boldsymbol{s} = \boldsymbol{e} + \boldsymbol{\beta}^{-1}\dot{e}^{p/q} + \boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\sigma}. \tag{14}$$

其中 $\boldsymbol{\alpha} = \mathrm{diag}[\alpha_1, \alpha_2]$,$\alpha_i > 0(i = 1,2)$,并且参数 $\boldsymbol{\alpha}$、$\boldsymbol{\beta}$ 选取使得多项式 $s^2 + \boldsymbol{\beta}_i^{-1}s + \boldsymbol{\alpha}_i(i = 1,2)$ 为 Hurwitz 多项式;$\boldsymbol{\sigma}$ 满足

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = -\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\sigma} + \phi\mathrm{sat}(\boldsymbol{s}/\phi). \tag{15}$$

定义增广误差 $\boldsymbol{e}_{\mathrm{a}} \triangleq \boldsymbol{e} + \boldsymbol{\beta}^{-1}\dot{\boldsymbol{e}}^{p/q}$,显然,在边界层外,也即 $\|\boldsymbol{s}\| \geqslant \phi$,式(15)可改写为 $\dot{\boldsymbol{\sigma}} = -\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\sigma} + \phi\mathrm{sgn}(\boldsymbol{s})$;在边界层内,也即 $\|\boldsymbol{s}\| \leqslant \phi$,式(15)改写为 $\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{e} + \boldsymbol{\beta}^{-1}\dot{\boldsymbol{e}}^{p/q} = \boldsymbol{e}_{\mathrm{a}}$. 由此,可有如下结论:

定理 2　考虑系统(6),满足假设 1 并选取滑模面(14). 如果采用控制律(13)与参数自适应律(9),则闭环系统是有界稳定的.

证明　基于上面的分析,该证明将分两种情况展开讨论:

1) 当 $\|\mathrm{sat}(\boldsymbol{s}/\phi)\| \leqslant 1$,$\forall \boldsymbol{s} \in \mathbf{R}^2$,特别地 $\|\boldsymbol{\sigma}(0)\| \leqslant \phi/\|\boldsymbol{\alpha}\|$ 时,则有 $\|\boldsymbol{\sigma}(t)\| \leqslant \phi/\|\boldsymbol{\alpha}\|$,$\forall t > 0$,相应地,$\boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{\sigma}} = -\boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\sigma} + \phi\boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}}\mathrm{sat}(\boldsymbol{s}/\phi) \leqslant -\|\boldsymbol{\alpha}\|\,\|\boldsymbol{\sigma}\|^2 + \phi\|\boldsymbol{\sigma}\| \leqslant 0$. 由此可得 $\boldsymbol{\sigma}$ 满足 $\{\|\boldsymbol{\sigma}\| \leqslant \phi/\|\boldsymbol{\alpha}\|\}$.

2) 对 $\boldsymbol{s}$ 求导,可得

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{s}} = & (p/q)\boldsymbol{\beta}^{-1}\dot{\boldsymbol{e}}^{p/q-1}[-(\hat{D} + k)\mathrm{sat}(\boldsymbol{s}/\phi) - \boldsymbol{d}] + \\ & \boldsymbol{\alpha}[-\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\sigma} + \phi\mathrm{sat}(\boldsymbol{s}/\phi)].\end{aligned}$$

如果选取 Lyapunov 函数(10),并对其求导可得

$$\dot{V}=\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\{(p/q)\boldsymbol{\beta}^{-1}\dot{\boldsymbol{e}}^{p/q-1}[-(\hat{D}+k)\mathrm{sat}(\boldsymbol{s}/\phi)-\boldsymbol{d}]+\boldsymbol{\alpha}[-\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\sigma}+\phi\mathrm{sat}(\boldsymbol{s}/\phi)]\}+\gamma\tilde{D}\dot{\tilde{D}}+\gamma r^{-1}\mu D^2.$$

当 $\|\boldsymbol{s}\|\geqslant\phi$ 时,$\mathrm{sat}(\boldsymbol{s}/\phi)=\mathrm{sgn}(\boldsymbol{s})$;由(1)知 $\|\mathrm{sat}(\boldsymbol{s}/\phi)\|\leqslant 1$,$\|\boldsymbol{\sigma}\|\leqslant\phi/\|\boldsymbol{\alpha}\|$,可得

$$\dot{V}\leqslant-(p/q)\boldsymbol{\beta}^{-1}\dot{\boldsymbol{e}}^{p/q-1}k\|\boldsymbol{s}\|+2\phi\|\boldsymbol{\alpha}\|\|\boldsymbol{s}\|+\gamma\mu\tilde{D}\hat{D}+\gamma r^{-1}\mu D^2.$$

由式(12),且当 $\boldsymbol{s}\neq 0$ 时 $\dot{\boldsymbol{e}}^{p/q-1}>0$ 可知

$$\dot{V}\leqslant-\frac{p}{q}\boldsymbol{\beta}^{-1}\dot{\boldsymbol{e}}^{p/q-1}k\|\boldsymbol{s}\|+2\phi\|\boldsymbol{\alpha}\|\|\boldsymbol{s}\|\leqslant 0,$$

$$\forall k>2\phi\|\boldsymbol{\alpha}\|/\left(\frac{p}{q}\|\boldsymbol{\beta}^{-1}\|\|\dot{\boldsymbol{e}}^{p/q-1}\|\right).$$

当 $\|\boldsymbol{s}\|\leqslant\phi$ 时,$\mathrm{sat}(\boldsymbol{s}/\phi)=\boldsymbol{s}/\phi$,$\dot{\boldsymbol{\sigma}}=\boldsymbol{e}_{\mathrm{a}}=\boldsymbol{e}+\boldsymbol{\beta}^{-1}\dot{\boldsymbol{e}}^{p/q}$;由于积分的存在,当 $t\to\infty$ 将使得 $\boldsymbol{e}_{\mathrm{a}}=0$,进而 $\boldsymbol{e}=0$. 至此定理得证.

4 仿真比较与分析

采用文献[9]给出的柔性空间机器人系统物理参数 $m_0=600$ kg, $b_0=3.0$ m, $m_1=m_2=1.5075$ kg, $l_1=l_2=4.5$ m 和 $F_{\mathrm{EI}_1}=F_{\mathrm{EI}_2}=1\,676\ \mathrm{N\cdot m^2}$进行仿真验证. 假设期望轨迹与初始值分别为

$$\theta_{1\mathrm{d}}=\frac{\pi}{2}\left(\frac{t}{10}-\frac{1}{2\pi}\sin\frac{\pi}{5}t\right),$$

$$\theta_{1\mathrm{d}}=\frac{\pi}{2}\left(1-\frac{t}{10}+\frac{1}{2\pi}\sin\frac{\pi}{5}t\right),$$

$$\theta_1(0)=0.4\ \mathrm{rad},\ \theta_2(0)=1.2\ \mathrm{rad}.$$

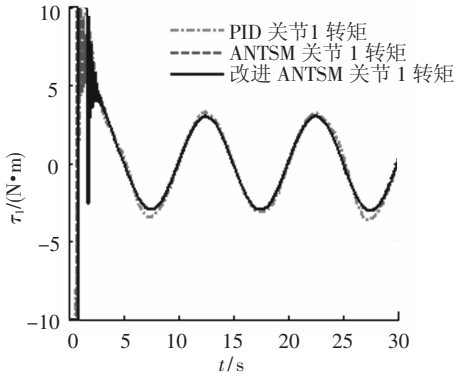
此外,在仿真研究中,假设系统控制力矩输入限制在 $|\tau_i|\leqslant 10\ \mathrm{N\cdot m}$, $i=1,2$,并且相应的控制器参数选取为 $\beta=\mathrm{diag}(0.5,1)$,$\alpha=\mathrm{diag}(15,18)$,$q=7$,$p=9$,$k=2$,$\phi=0.05$;$\gamma=10$,$r=5$ 和 $\mu(t)=\mathrm{e}^{-5t}$.

4.1 无载体干扰的仿真结果

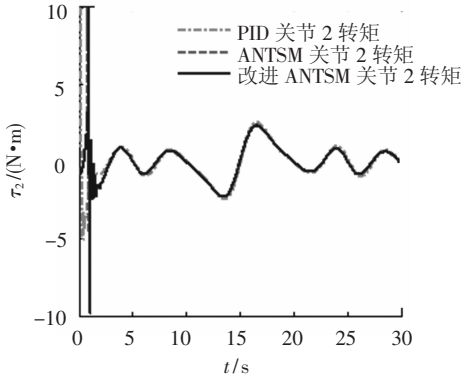
在这种情况下,分两种情况:采用滑模面(7)的控制器(8)与采用滑模面(14)的控制器(19)进行仿真,并进一步与传统的 PID 控制仿真进行比较. 仿真结果如图 2 ~ 5 所示. 从仿真图中可知,系统在 PID 控制及本文设计控制器输入力矩在相同限制条件下,均能跟踪期望关节转角;显然本文设计的控制器关节转角误差更小,跟踪精度更高;同时,控制作用只是引起微小的柔性模态振动.

4.2 载体干扰下的仿真结果

在上述相同的控制参数与仿真初始条件下,假设在仿真时间 $t=30$ s 处,突然加入载体干扰力矩 $\boldsymbol{\tau}_f=[0\quad 0\quad 10]^{\mathrm{T}}(\mathrm{N\cdot m})$,其相应的仿真结果如图 6 所示. 仿真结果表明:在存在载体姿态干扰的情况下,选取滑模面(14)的控制器(19)稳态跟踪误差更小,相对于选取终端滑模(7)的控制器(8)跟踪精度很高.

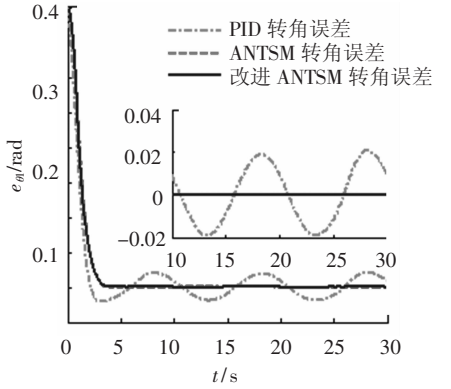


(a)第 1 个连杆关节转矩

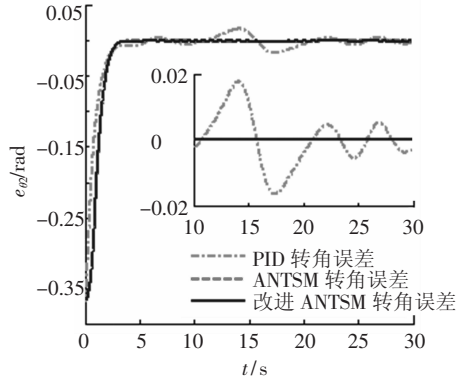


(b)第 2 个连杆关节转矩

图 2 输入控制转矩

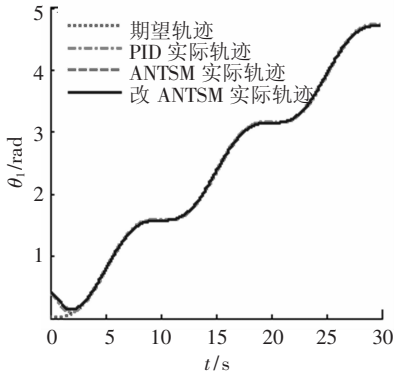


(a)第 1 个连杆关节转角误差曲线

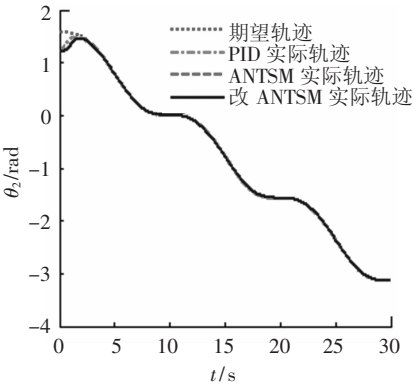


(b)第 2 个连杆关节转角误差曲线

图 3 关节转角误差曲线

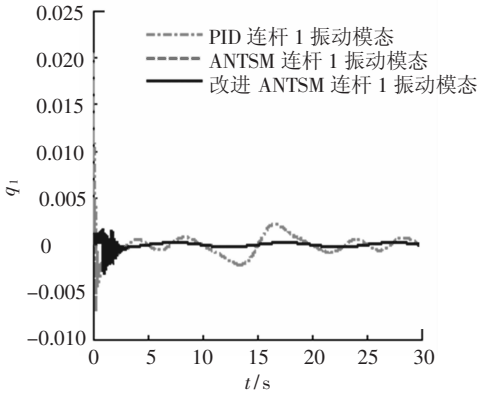


(a)第 1 个连杆关节转角曲线

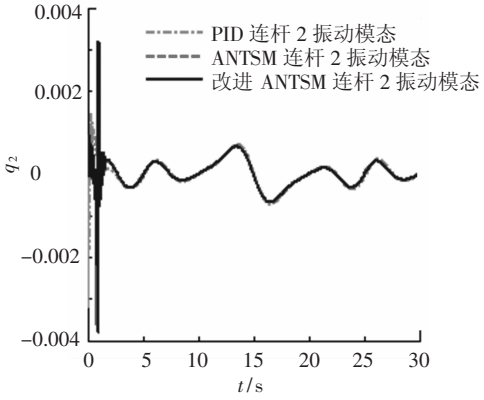


(b)第 2 个连杆关节转角曲线

图 4　关节转角曲线

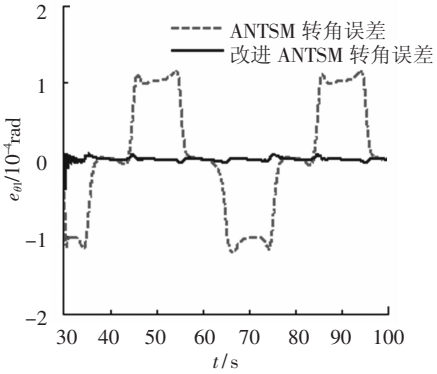


(a)第 1 个连杆柔性模态振动曲线

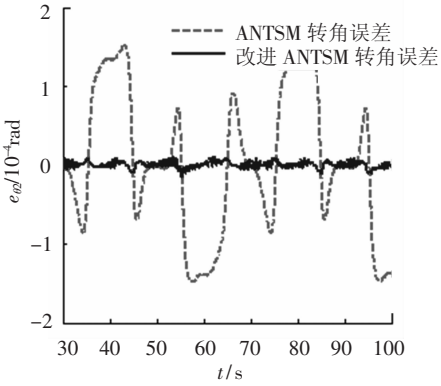


(b)第 2 个连杆柔性模态振动曲线

图 5　柔性模态振动曲线



(a)第 1 个连杆关节转角误差曲线



(b)第 2 个连杆关节转角误差曲线

图 6　载体姿态干扰条件下的关节转角误差曲线

5　结　论

针对平面运动双连杆自由漂浮柔性空间机器人轨迹跟踪控制问题,本文设计了一种较为简单的控制终端滑模控制策略,能够在载体姿态干扰条件下跟踪关节期望轨迹,解决了带有柔性振动扰动的欠驱动空间机器人系统轨迹跟踪控制问题. 最后,数值仿真研究结果表明所提出的控制方法能够很好的实现跟踪目标,且具有良好的鲁棒性和工程应用的潜在能力.

参考文献：

[1] TIAN Fu-yang, WU Hong-tao, SUN Hong-li. Efficient numerical integration method for dynamic of flexible space robots system [C]//2009 International Asia Conference on Informatics in Control, Automation, and Robotics. Bangkok: CAR, 2009: 102 – 106.

[2] YU Zhi-fu, YU Yong-bo, SHANG De-yong, *et al.* On orbit servicing flexible space robots dynamics and control during capturing target [C]//2010 International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation. Changsha: ICMTMA, 2010: 817 – 820.

[3] KIRAN G S, KUMAR A, PATHAK P M, *et al.* Trajectory control of flexible space robot [C]//Proceedings of 2008 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation. Takamatsu: ICMA, 2008: 738 – 743.

[4] ZHAO Hong-chao, CHEN De-qang. Optimal motion planning for flexible space robots [C]//Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway: IEEE, 1996: 393 - 398.

[5] 丁希仑,王树国. 空间机器人柔性臂的动力学轨迹跟踪控制[J]. 机器人,1997,19(4):256 - 258.

[6] MUROTSU Y, TSUJIO S, SENDA K, *et al.* Trajectory control of flexible manipulators on a free-flying space robot[J]. IEEE, 1992, 12(3):51 - 57.

[7] 王从庆,张承龙. 自由浮动柔性双臂空间机器人系统的动力学控制[J]. 机械工程学报,2007,43(10):196 - 200.

[8] 洪昭斌, 陈力. 漂浮基柔性空间机械臂关节运动的拟增广自适应控制及柔性振动实时主动抑制[J]. 振动与冲击,2010,29(1):200 - 206,247.

[9] GREEN A, SASIADEK J Z. Intelligent tracking control of a free-flying flexible space robot manipulator [C]// Collection of Technical Papers-AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference 2007. Hilton Head: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2007: 132 - 156.

[10] CHU Ming, JIA Qing-xuan, SUN Han-xu. Global terminal sliding mode robust control for trajectory tracking and vibration suppression of two-link flexible space manipulator [C]//Proceedings of the 2009 IEEE International Conference on Intelligent Computing and Intelligent Systems. Shanghai: ICIS, 2009:353 - 357.

[11] CHEN Wei, YU Yue-qing, ZHAO Xin-hua, *et al.* Dynamic control of the underactuated flexible robot in the operational space [C]//2009 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation. Changchun: ICMA, 2009:3223 - 3228.

[12] CAO Wen-jun, XU Jian-xin. Dynamic modeling and adaptive VSC of two-link flexible manipulators using a hybrid sliding surface [C]//Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control. Piscataway: IEEE, 2000: 5143 - 5148.

[13] WANG Yan-min, FENG Yong, YU Xing-huo. Fuzzy terminal sliding mode control of two-link flexible manipulators [C]//Proceedings of the 34th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society. Orlando: IECON, 2008: 1620 - 1625.

[14] 翟艳霞, 自由漂浮柔性空间机器人轨迹跟踪控制研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2011: 1 - 16.

[15] 陈志勇,陈力. 柔性空间机械臂振动抑制的模糊终端滑模控制[J]. 振动、测试与诊断, 2010,30(5): 481 - 486,592.

[16] CHEN Y, MEIROVITCH L. Control of a flexible space robot executing a docking maneuver [C]//Advances in the Astronautical Sciences. Reston, VA: AIAA, 1993: 756 - 766.

[17] FENG Yong, YU Xing-huo, MAN Zhi-hong. Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators [J]. Automatica, 2002, 38(12): 2159 - 2167.

[18] 冯勇,鲍晟,余星火. 非奇异终端滑模控制系统的设计方法[J]. 控制与决策,2002,17(2):194 - 198.

[19] 胡剑波,时满宏,庄开宇,等. 一类非线性系统的 Terminal 滑模控制[J]. 控制理论与应用,2005,22(3): 495 - 498,502.

[20] 赵文杰. 不确定非线性系统的变结构控制研究[D]. 保定: 华北电力大学, 2005: 12 - 16.

[21] 王艳敏. 柔性机械手非奇异终端滑模控制方法的研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2009: 9 - 15.

[22] LIU Shuang, MA Cai-wen, LUO Cui-hua, *et al.* Adaptive control of free-floating space robot with disturbance based on robust fuzzy compensator [C]//Proceedings of the 2nd International Conference on Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics. Nanjing: IHMSC, 2010:23 - 28.

[23] 颜闽秀. 几类控制系统的若干滑模控制问题研究及应用[D]. 沈阳:东北大学,2008: 3 - 15.

[24] 胡庆雷. 挠性航天器姿态机动的主动振动控制[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2006: 99 - 102.

[25] 李军红,李兰君,阳武娇. 采用可变边界层法削弱一类非线性变结构系统的抖振[J]. 系统科学与数学, 2008,28(9):1084 - 1091.

[26] SINGH A, KHALIL H K. Regulation of nonlinear systems using conditional integrators [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control,2005, 15(8): 339 - 362.

[27] SINGH A, KHALIL H K. State feedback regulation of nonlinear systems using conditional integrators [C]// Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control. Nassau: CDC, 2004: 4560 - 4564.

[28] SESHAGIRI S, KHALIL H K. Robust output feedback regulation of minimum-phase nonlinear systems using conditional integrators[J]. Automatica, 2005, 41(1): 43 - 54.

(编辑 张 宏)