前向拦截自适应滑模制导律

花文华，陈兴林

（哈尔滨工业大学 航天学院，150001 哈尔滨，huawh6611@163.com）

摘 要：为拦截高速飞行目标，基于前向拦截的思想，给出了一种自适应滑模制导律. 通过弹道的不断调整，置拦截导弹于具有较快飞行速度的目标前方预测弹道上，使得二者的飞行方向满足一种特定的几何关系. 该制导律的推导考虑到了拦截导弹与目标的自动驾驶仪动态及其模型误差，且由于采用了自适应滑模的设计方法，不需要知道目标的加速度界和模型误差界. 采用运动学模型和实际的拦截导弹模型进行了仿真，结果表明该制导律可以实现高速机动目标的前向拦截，具有一定的可行性.

关键词：前向拦截；滑模控制；自适应控制；高速目标拦截

中图分类号：V448.133 **文献标志码**：A **文章编号**：0367－6234(2011)11－0030－04

Adaptive sliding-mode guidance law for head pursuit

HUA Wen-hua, CHEN Xing-lin

(School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, 150001 Harbin, China, huawh6611@163.com)

Abstract: Based on head pursuit consideration, a novel adaptive sliding-mode guidance law is presented for high-speed target interception. By adjusting the trajectory continuously, the interceptor is positioned ahead of the faster target to satisfy a specific geometry relation between the interceptor lead angle and the target flight direction relative to the line of sight (LoS). In this guidance law, the maneuvering dynamics of interceptor and target, and their model errors are considered. The boundary values of target acceleration and model errors are not required by use of adaptive sliding-mode design method. A realistic interceptor model is used in simulation and the results show that this guidance law can realize the head pursuit of high-speed targets and is feasibility.

Key words: head pursuit; sliding mode control; adaptive control; high speed target interception

高速目标，如再入段弹道导弹的拦截，对拦截导弹的性能提出了更高的要求，如大距离的目标检测，各执行子系统的快速响应等. 为了克服这些困难，文献[1－2]提出了一种前向拦截的思想，即通过事先机动将拦截导弹置于目标前方的预测飞行弹道上，且飞行方向与其保持一致，由于拦截导弹具有较低的飞行速度，目标接近导弹，从而实现目标的拦截. 基于这一思想，本文对文献[2]进行了扩展研究，给出了一种适用于前向拦截的自适应滑模制导律. 该制导律的推导考虑到了拦截导弹和目标的自动驾驶仪动态及其模型误差，由于采用了自适应滑模[3]的设计方法，不要求知道目标的加速度界和模型误差界.

1 前向拦截

1.1 问题的数学描述

起始阶段，拦截导弹位于目标前方，通过对自身弹道的不断调整，实现与目标接近的同时，不断减少飞行方向误差，并最终实现二者弹道的匹配. 由于目标从尾部接近拦截导弹，大大降低了对拦截导弹的速度要求和能耗要求，对于主动寻的拦截导弹而言，也降低了天线罩的热冲击承受力[4]要求.

假设拦截导弹是旋转稳定的，且主要针对制

收稿日期：2010－06－08.

基金项目：黑龙江省科技攻关计划资助项目(GZ06A104).

作者简介：花文华(1983—)，男，博士研究生；

陈兴林(1963—)，男，教授，博士生导师.

导末段进行研究，基于短时假设[5]，可将问题解耦为 2 个互相垂直的平面制导问题，如图 1 所示. 下标 M 和 T 分别对应拦截导弹和目标的相关状态，θ 为视线角，θ_M 和 θ_T 分别为拦截导弹和目标的速度与视线之间的夹角，r 为二者之间的距离，其相对运动关系可表示为

$$\dot{r} = V_r = V_M\cos\theta_M - V_T\cos\theta_T,$$
$$V_\theta = V_M\sin\theta_M - V_T\sin\theta_T.$$

其中：V_r、V_θ 分别为沿视线方向和视线法向上的相对运动速度，V_M 和 V_T 为拦截导弹和目标的飞行速度. 定义无量纲参数：

$$\kappa = V_M/V_T < 1.$$

设拦截导弹和目标的航迹角分别为 γ_M 和 γ_T，则

$$\gamma_M = \theta + \theta_M, \quad \gamma_T = \theta + \theta_T,$$
$$\dot{\gamma}_M = a_M/V_M, \quad \dot{\gamma}_T = a_T/V_T.$$

进一步转化，可以得到

$$\dot{\theta}_M = a_M/V_M - V_\theta/r, \tag{1}$$
$$\dot{\theta}_T = a_T/V_T - V_\theta/r. \tag{2}$$

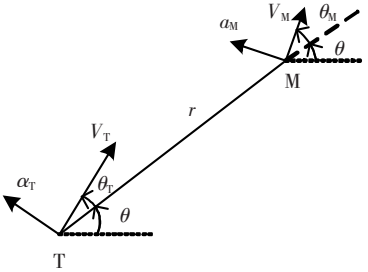


图 1　平面相对运动关系

1.2　前向拦截制导律

前向拦截制导律定义为[2]

$$\theta_M = n\theta_T. \tag{3}$$

即拦截导弹速度矢量的前置角与目标相对于视线的飞行方向成比例，从而使得 $\lim\limits_{t\to t_f}\theta_M = 0$，$\lim\limits_{t\to t_f}\theta_T = 0$ 同时成立. 其中 t_f 定义为

$$t_f = \arg\limits_t\{r(t)\dot{r}(t) = 0\}.$$

2　前向拦截自适应滑模制导律

2.1　拦截导弹和目标动态

式(3) 描述了 θ_M 与 θ_T 之间要求满足的几何规则，不含有显式的控制量，因此需要进一步推导这一规则与拦截导弹加速度命令 a_{Mc} 之间的关系. 假设拦截导弹和目标闭环横向加速度可采用一阶传递函数近似表示为

$$\dot{a}_M = (a_{Mc} - a_M)/\tau_M + \Delta_M,$$
$$\dot{a}_T = (a_{Tc} - a_T)/\tau_T + \Delta_T.$$

其中，τ_M 和 τ_T 分别为拦截导弹和目标的自动驾驶仪时间常数，Δ_M 和 Δ_T 为有界模型误差，且

$$|\Delta_M| \leqslant M_M, \quad |\Delta_T| \leqslant M_T.$$

M_M 和 M_T 未知. 相比较而言，拦截导弹可以较为精确的建模，即 $M_M \ll M_T$，因此可忽略其模型误差.

假设目标的横向加速度命令有界，即 $|a_{Tc}| \leqslant M_{Tc}$. 其中 M_{Tc} 未知.

2.2　自适应滑模制导律推导

基于式(3)，定义偏差 $e = \theta_M - n\theta_T$. 其中 n 为制导时间常数. 由于假设拦截导弹和目标具有一阶自动驾驶仪动态特性，偏差相对阶为 2，需要对 e 进行求导，从而产生拦截导弹机动命令 a_{Mc} 项，因此定义滑模面

$$s = e + \tau\dot{e}. \tag{4}$$

其中 τ 为常数. 由式(4) 可以得到 $e = e_0\exp(-(t - t_0)/\tau)$，$\tau$ 决定了偏差 e 趋于零的速度.

基于式(4) 定义的滑模面，所设计的制导律由等效控制 a_{Mc}^{eq} 加切换控制 a_{Mc}^{uc} 两部分组成，a_{Mc}^{eq} 部分主要作用是，当不存在模型误差和目标机动的情况下，使得系统趋近并保持在滑模面上，a_{Mc}^{uc} 则用于实现对模型误差和目标机动等的鲁棒性，即二者存在的情况下，使得系统趋于滑模面，即

$$a_{Mc} = a_{Mc}^{eq} + a_{Mc}^{uc}. \tag{5}$$

其中，

$$a_{Mc}^{eq} = f_{aM}a_M + f_{aT}a_T + f_\theta\dot{\theta},$$
$$f_{aM} = \left(1 - \frac{\tau_M}{\tau} - \frac{\tau_M V_M(n-1)\cos\theta_M}{r}\right),$$
$$f_{aT} = \left(\frac{\tau_M\kappa n}{\tau} - \frac{\kappa n\tau_M}{\tau_T} + \frac{\tau_M V_M(n-1)\cos\theta_T}{r}\right),$$
$$f_\theta = (n-1)\tau_M V_M(2V_r/r - 1/\tau),$$
$$a_{Mc}^{uc} = -\tau_M V_M/\tau(ks + \mu\mathrm{sign}(s)),$$
$$\mu = (n\tau/\tau_T V_T)\hat{M}_{Tc} + (n\tau/V_T)\hat{M}_T.$$

自适应律：

$$\dot{\hat{M}}_{Tc} = (n\tau\gamma_1/\tau_T V_T)|s|, \tag{6}$$
$$\dot{\hat{M}}_T = (n\tau\gamma_2/V_T)|s|. \tag{7}$$

式中：$k, \gamma_1, \gamma_2 > 0$ 为设计参数，$\hat{M}_{Tc}$ 和 $\hat{M}_T$ 分别为 M_{Tc} 和 M_T 的估计值，为避免抖振，采用饱和函数近似代替符号函数，边界层取为 0.02，近似为 1°.

稳定性分析. 定义 Lyapunov 函数为

$$V = s^2/2 + \tilde{M}_{Tc}^2/2\gamma_1 + \tilde{M}_T^2/2\gamma_2. \tag{8}$$

其中，$\tilde{M}_{Tc} = M_{Tc} - \hat{M}_{Tc}$，$\tilde{M}_T = M_T - \hat{M}_T$.

对式(8) 两边求导，并结合式(1)，(2)，(4)，(5) 以及自适应律式(6) 和(7)，可以得到

$$\dot{V} = s\dot{s} - \frac{1}{\gamma_1}\tilde{M}_{Tc}\dot{\hat{M}}_{Tc} - \frac{1}{\gamma_2}\tilde{M}_T\dot{\hat{M}}_T = s(-ks - \mu\mathrm{sign}(s) - \frac{n\tau}{\tau_T V_T}\cdot a_{Tc} - \frac{n\tau}{V_T}\cdot\Delta_T) - \frac{1}{\gamma_1}\tilde{M}_{Tc}\dot{\hat{M}}_{Tc} -$$

$$\frac{1}{\gamma_2}\tilde{M}_T\dot{\hat{M}}_T \leqslant -ks^2 - \left(\frac{n\tau}{\tau_T V_T}\cdot\hat{M}_{Tc} + \frac{n\tau}{V_T}\cdot\hat{M}_T\right)|s| + \left(\frac{n\tau}{\tau_T V_T}\cdot M_{Tc} + \frac{n\tau}{V_T}\cdot M_T\right)|s| - \frac{1}{\gamma_1}\tilde{M}_{Tc}\dot{\hat{M}}_{Tc} -$$

$$\frac{1}{\gamma_2}\tilde{M}_T\dot{\hat{M}}_T = -ks^2 + \frac{n\tau}{\tau_T V_T}\cdot\tilde{M}_{Tc}|s| +$$

$$\frac{n\tau}{V_T}\cdot\tilde{M}_T|s| - \frac{1}{\gamma_1}\tilde{M}_{Tc}\dot{\hat{M}}_{Tc} - \frac{1}{\gamma_2}\tilde{M}_T\dot{\hat{M}}_T = -ks^2.$$

因此,V 是有界的,相应的 s、$\dot{s}$、$\tilde{M}_{Tc}$、$\tilde{M}_T \in L_\infty$,从而 $\hat{M}_{Tc}$、$\hat{M}_T \in L_\infty$. 由 $\int_0^\infty s^2(t)\mathrm{d}t \leqslant k^{-1}[V(0) - V(\infty)] < \infty$,$s \in L_2$,又由式(6)和(7)知 $\dot{\hat{M}}_{Tc}$、$\dot{\hat{M}}_T \in L_\infty \cap L_2$. 利用 Barbala 定理可得到 s 及偏差 e 渐进收敛到零,自适应律 $\dot{\hat{M}}_{Tc}$、$\dot{\hat{M}}_T$ 也渐进收敛到零.

3 仿真模型

3.1 导弹模型

文献[6]给出了一种在平坦非旋转地球表面内飞行质点的三维运动方程,转化为二维的情形,可表示为

$$\dot{x}_M = V_M\cos\gamma_M, \quad \dot{y}_M = V_M\sin\gamma_M,$$

$\dot{V}_M = (T - D)/m - g\sin\gamma_M$,$\dot{\gamma}_M = (a_M - g\cos\gamma_M)/V_M$. 其中:$(x_M, y_M)$ 为惯性参考平面内的导弹位置坐标;T 和 D 分别为导弹推力和飞行中所受到的阻力;m 为导弹质量;g 为重力加速度.

3.2 阻力模型

空气动力学阻力模型[6]为

$$D = D_0 + D_i, \quad D_0 = C_{d0}Q\varepsilon,$$

$D_i = \lambda m^2 a_M^2/(Q\varepsilon)$,$\lambda = \nu/(\pi A_r)$,$Q = \rho V_M^2/2$. 其中:$C_{d0}$ 和 λ 分别为零升力阻力系数和诱导阻力系数;A_r 为展弦比;ν 为效率因子;ρ 为大气密度;ε 为参考面积;Q 为动压.

4 仿真结果及分析

为验证该自适应滑模制导律的性能,针对运动学和实际的拦截导弹模型分别进行仿真,取 $\tau = 0.1$,$n = 3$,$k = 2$,$\gamma_1 = \gamma_2 = 0.1$,$\tau_M = 0.2$ s,$\tau_T = 0.2$ s,假设目标和拦截导弹的初始位置分别为($x_{T0} = 0$,$y_{T0} = 0$)和($x_{M0} = 4\,000$ m,$y_{M0} = 3\,000$ m),$\theta_{T0} = 20°$,拦截导弹模型和阻力模型的相关参数来自文献[6],为改变飞行速度略作调整.

1)运动学模型情形. 图2为针对目标机动命令 $a_{Tc} \in \{20g, 0, -20g\}$ 的3条前向拦截弹道,其中 $\kappa = 0.625$,$V_T = 1\,600$ m/s,$\theta_{M0} = 45°$,从图中可以看出,即使较大的初始指向误差,拦截导弹仍能够通过自身弹道的调整,逐渐接近目标的飞行弹道,并最终实现弹道的匹配,其中,目标相对于LoS的飞行方向误差分别为3.773,0和3.774. 图3为相应的拦截导弹加速度变化曲线,相比于目标机动性能,该制导律对拦截导弹的机动性能要求不高.

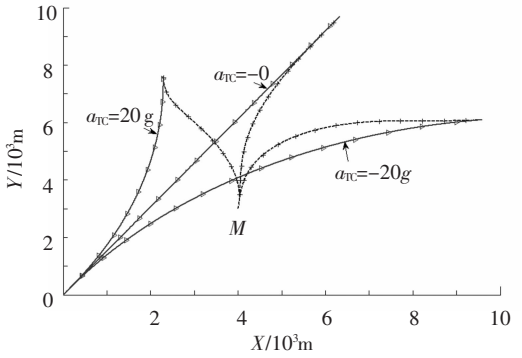


图2 前向拦截弹道,$a_{Tc} \in \{20g, 0, -20g\}$

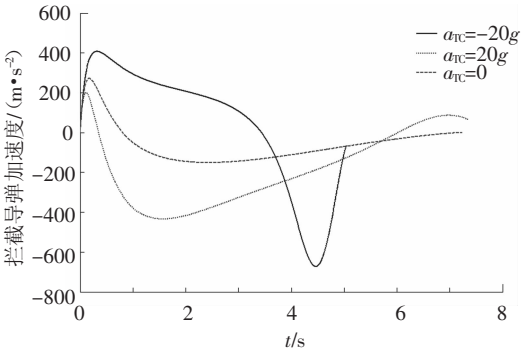


图3 前各拦截导弹加速度,$a_{Tc} \in \{20g, 0, -20g\}$

图4为 $V_M \in \{1\,000, 1\,100, 1\,200\}$ m/s 的3条前向拦截弹道,其中 $a_{Tc} = 20$ g,$V_T = 1\,600$ m/s,$\theta_{M0} = 45°$. 从图中可以看出,随着 κ 的增加,拦截导弹飞行时间有所增加,分别为5.043 s,6.245 s,7.857 s,但在经过一个较短时间的调整以后,弹道更趋于平滑,目标相对于视线的飞行方向误差分别为3.773,3.417和3.166,也随之较少,如图5所示,拦截导弹机动性能要求也降低,因此在实际应用中,需要在拦截导弹飞行速度和机动能力之间进行折中考虑,以满足一定能量消耗和误差容限的要求.

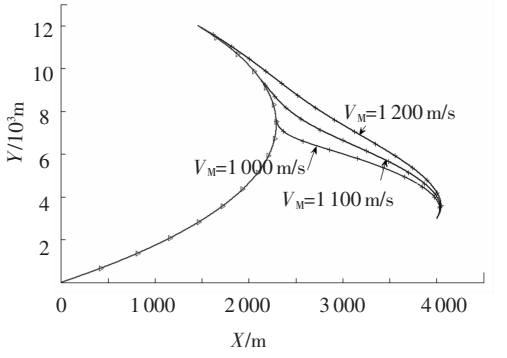


图4 前向目标拦截弹道,$V_M \in \{1\,000, 1\,100, 1\,200\}$ m/s

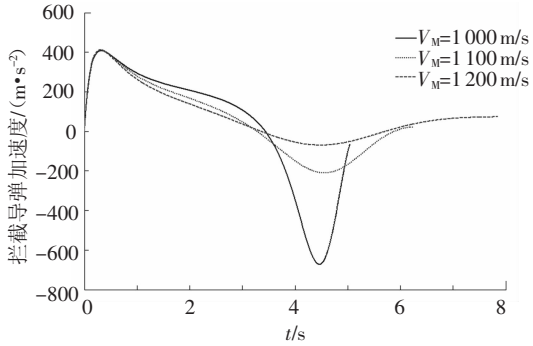


图 5　前向拦截导弹加速度，$V_M \in \{1\,000, 1\,100, 1\,200\}$ m/s

2）实际的拦截导弹模型情形. 图 6 为采用实际的拦截导弹模型，针对“bang-bang”机动目标的前向拦截弹道，该类型机动是最优的目标规避机动[7]，假设目标只具有一次机动命令切换，时间为 t = 5 s，大小为 $10g$，θ_{M0} = 100°，V_T = 1 000 m/s. 拦截导弹速度 V_M 变化曲线如图 7 所示，κ < 1. 图 8 为拦截导弹加速度变化曲线，从图中可以看出在拦截末端导弹加速度取较小的数值，图 9 为目标相对于 LoS 的飞行方向变化曲线，最终的误差为 2. 644.

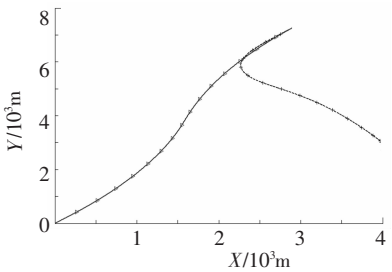


图 6　“bang-bang”机动目标前向拦截弹道

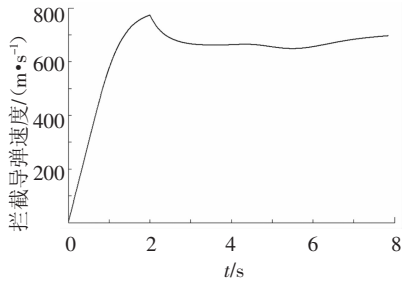


图 7　拦截导弹速度

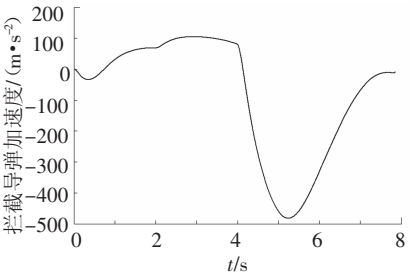


图 8　“bang-bang”机动目标前向拦截导弹加速度

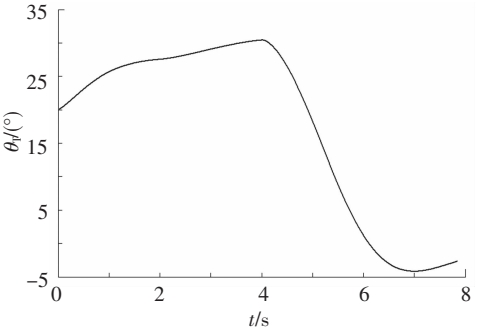


图 9　目标相对于视线的飞行方向变化

5　结　论

针对高速目标拦截问题，基于前向拦截思想，给出了一种自适应滑模制导律. 通过弹道的不断调整，将拦截导弹置于具有较快飞行速度的目标前方弹道上，从而实现二者弹道的匹配. 基于自适应滑模设计方法，该制导律考虑到了拦截导弹和目标自动驾驶仪动态，模型误差等因素，不要求知道目标的加速度界和模型误差界. 仿真结果表明，该制导律可以实现高速机动目标的前向拦截，相比较于目标机动，对导弹的机动能力要求不高.

参考文献：

[1] GOLAN O M, ROM H, YEHEZKELY O. System for destroying ballistic missiles: U. S. , 6 209820 B1 [P]. 2001 - 4 - 3.

[2] GOLAN O M, SHIMA T. Head pursuit guidance for hypervelocity interception [C]//Proceeding of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. Washington, DC: AIAA press, 2004:1 - 12.

[3] ZHOU Di, MU Chundi, XU Wenli. Adaptive sliding-mode guidance of a homing missile [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1999, 22(4): 589 - 594.

[4] 赵善友. 防空导弹武器寻的制导控制系统设计[M]. 北京：宇航出版社, 1992.

[5] 钱杏芳, 林瑞雄, 赵亚男. 导弹飞行力学[M]. 北京：北京理工大学出版社, 2000.

[6] KEE P E, DONG L, SIONG C J. Near optimal mid-course guidance law for flight vehicle [C]//Proceedings of 36th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. Reno, NV: AIAA press, 1998:12 - 15.

[7] SHINAR J, STEINBERG D. Analysis of optimal evasive maneuvers based on a linearized two-dimensional kinematic model [J]. Journal of Aircraft, 1977, 14(8): 795 - 802.

（编辑　张　宏）