

# 在轨加注航天器的姿态动力学模型

张 龙, 段广仁, 张永安

(哈尔滨工业大学 控制理论与制导技术研究中心, 150001 哈尔滨, g. r. duan@hit. edu. cn)

**摘 要:** 针对推进剂在轨加注的过程会使航天器转动惯量产生显著变化而影响航天器的稳定姿态,对航天器在轨加注整个物理过程进行详细分析,并对在轨加注航天器转动惯量的变化规律进行研究. 在一定前提条件下,给出了一种转动惯量参数的有效计算方法,进而给出时变参数航天器姿态动力学模型. 通过测量推进剂流速,该方法可实现在线计算. 仿真结果表明方法的正确性以及航天器结构参数对转动惯量变化的影响.

**关键词:** 航天器;在轨加注;姿态动力学;时变参数;转动惯量

中图分类号: V412.4

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2011)05-0020-05

## Attitude dynamics model of on-orbit refueling spacecrafts

ZHANG Long, DUAN Guang-ren, ZHANG Yong-an

(Center for Control Theory and Guidance Technology, Harbin Institute of Technology, 150001 Harbin, China, g. r. duan@hit. edu. cn)

**Abstract:** Because the spacecraft moment-of-inertia changes obviously during the on-orbit propellant refueling process, this paper provides a detailed analysis of the change of moment-of-inertia. Based on some reasonable assumptions, the paper proposes an effective algorithm for computing the moment-of-inertia. Including only one variable, the propellant flow velocity, the proposed algorithm can compute the moment-of-inertia on-line. As a natural result, the time-varying attitude dynamic model for the on-orbit refueling spacecraft is established. Finally, the numerical simulation illustrates the algorithm correctness and the effect of the spacecraft related parameters on the moment-of-inertia. This result provides theoretical foundations for attitude control system design of on-orbit refueling spacecrafts.

**Key words:** spacecraft; on-orbit refueling; attitude dynamics; time-varying parameters; moment-of-inertia

航天器在轨加注技术(spacecraft on-orbit refueling)是航天器在轨服务计划中的重要组成部分和关键技术<sup>[1]</sup>. 航天器在轨加注的过程,就是1个携带补给推进剂液体的航天器(补给航天器)与需要进行推进剂补给的航天器(目标航天器)在空间中实现对接后,通过连通的管道将推进剂液体由补给航天器贮箱输送到目标航天器贮箱的过程. 航天器实现在轨加注的用途表现在<sup>[2-7]</sup>:

1) 具有很高的经济效益,节约发射时必需携带大量推进剂的发射成本,延长卫星使用寿命,免

除发射相同功能替代卫星的费用.

2) 为实现航天器的大范围连续机动和深空探测提供必要的物质前提.

航天器在轨加注过程是1个涉及多学科的复杂过程. 以贮箱中的推进剂液体为对象,文献[2]重点分析了在轨加注过程中液体传输装置的模型仿真试验. 文献[3]给出了加注过程中贮箱内的推进剂流体力学和热力学分析的一些结果. 文献[4]给出了一种加注贮箱的结构设计方法和空间实验结果. 然而已有文献对在轨加注过程中的航天器整体动力学模型的研究还很少,但航天器姿态稳定对加注过程顺利完成提供必要保障,因此,本文对在轨加注过程中的航天器姿态动力学的有关内容进行了初步研究.

收稿日期: 2010-01-05.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60710002); 机器人技术与系统国家重点实验室资助项目(SKLR200801A03).

作者简介: 张 龙(1983—),男,博士研究生;

段广仁(1962—),男,长江学者特聘教授,博士生导师.

## 1 加注过程描述及简化

在推进剂加注过程中,推进剂液体在完成对接的组合航天器内部产生了位移和形变,从而导致组合航天器的转动惯量发生持续变化,进而使航天器的正常姿态产生偏差.由于需要对组合航天器进行姿态修正,因此对转动惯量参数的变化规律进行研究是必要的.通常的航天器转动惯量是以航天器质心位置为定点进行计算的,此时组合航天器的质量分布和质心位置同时变化,使得这种转动惯量计算难以实现,文献[8]给出了一种不必确定系统质心位置的变化,而直接得到系统转动惯量的计算方法,但对象系统中各部分只有位移的改变而无质量和形状的变化.结合加注过程的实际情况,本文将其拓展到系统的各部分既有位移变化又有质量和形状变化,给出了在轨加注过程中组合航天器的转动惯量变化规律,进而给出组合航天器姿态动力学模型.

在加注中对航天器转动惯量变化规律产生影响的因素有很多,例如:推进剂贮箱的个数、贮箱形状类型、贮箱在航天器中的安装位置、微重力情况下液体在贮箱中的分布情况等等.参考俄罗斯和美国已有的在轨加注系统的设计方案<sup>[6-7]</sup>,在不失一般性的基础上,本文首先给出了模型分析的一些前提条件,对推进剂传输系统(加注系统)进行简化以便于转动惯量变化规律的刻画.

1) 航天器推进剂传输子系统的贮箱与航天器推进子系统的贮箱分开设计.即加注过程是在两航天器加注子系统的液体贮箱之间进行推进剂输送,当两航天器分离后,目标航天器再将推进剂由加注系统贮箱逐步输送至推进系统贮箱.

2) 在推进剂加注过程开始之前,目标航天器的贮箱为空,补给航天器的贮箱为全充液.

3) 考虑使用一元推进剂——联氨( $H_2NNH_2$ )的情况,将整个过程涉及的贮箱减少到2个.

4) 两航天器的对接装置均安装于航天器体坐标系的 $Ox$ 轴上.

5) 两个推进剂贮箱为轴对称腔体(圆柱体),并且对称轴与对接轴重合.

6) 贮箱内配备有推进剂管理装置,用于将液体约束成规则几何体(圆柱体)以实现气液分离,即便于转动惯量的描述又有效的防止了液体晃动.

以上前提条件的依据是:条件1)的目的是保证加注过程的可靠性,参考了美国“轨道快车(Orbital Express)”的结构设计.条件2)保证了全充液

贮箱整体可以等效为刚体处理,整体的转动惯量等于液体等效刚体转动惯量和刚性贮箱转动惯量之和<sup>[9]</sup>.条件3)可以推广为二元推进剂(燃烧剂和氧化剂)即4个液体贮箱,为了确保系统安全性,二元推进剂的加注过程采用的是逐一传输的方式,等同于将一元推进剂的加注过程进行了2次.条件4)参考了现有的三轴稳定姿态航天器的自主交会对接技术<sup>[10]</sup>.条件5)的依据是航天器的贮箱都具有轴对称性并安装在对称轴上.条件6)是依据现有的航天器推进剂贮箱都安装有液体管理装置,保障液体和气体分离的实际情况.此外贮箱为圆柱体的条件只是为了后文描述需要,贮箱形状可以改成任何规则几何形式,并且两航天器的推进剂贮箱可以为不同的几何体.

## 2 动力学建模

在推进剂加注过程中,由于液体的传输使得航天器中液体的位置和形状发生了变化,导致转动惯量连续发生变化,从而对航天器姿态产生影响.针对此过程建立基于时变转动惯量参数的姿态动力学模型.

物理量的下标“a”表示目标航天器,下标“t”表示补给航天器,下标“ $x, y, z$ ”表示相应体坐标系下的 $Ox, Oy, Oz$ 轴上的分量形式,下标“q”表示推进剂液体部分.如图1所示,定义目标航天器的体坐标系 $O_a X_a Y_a Z_a$ ,其中 $O_a$ 位于目标航天器的质心位置, $O_a X_a, O_a Y_a, O_a Z_a$ 轴与3个中心惯性主轴重合;定义补给航天器的体坐标系 $O_t X_t Y_t Z_t$ ,其中 $O_t$ 位于补给航天器的质心位置, $O_t X_t, O_t Y_t, O_t Z_t$ 轴与3个中心惯性主轴重合.如图2所示,定义组合航天器的体坐标系 $O_c X_c Y_c Z_c$ 和轨道坐标系 $O_o X_o Y_o Z_o$ ,并假设 $O_c X_c Y_c Z_c$ 与 $O_a X_a Y_a Z_a$ 重合.

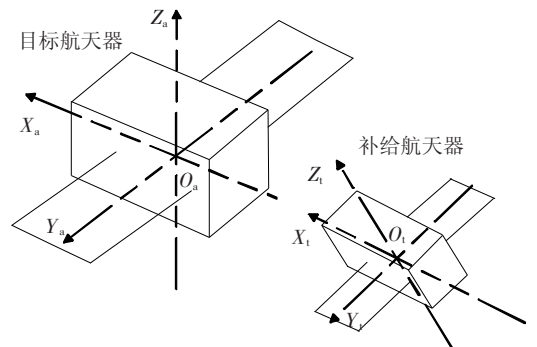


图1 对接前两航天器体坐标系示意

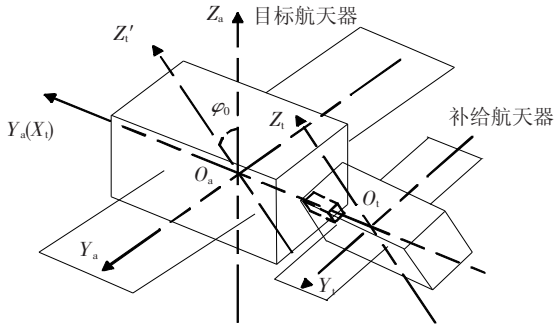


图2 两航天器对接后体坐标系示意

当物体由若干个几何形状简单的物体组成时,计算整体的转动惯量可先分别计算每一部分(物体)的转动惯量,然后相加得到<sup>[9]</sup>. 因此将航天器中用于加注的推进剂液体看作独立的部分,并将航天器剩余部分看作另1个部分,由此组合航天器的转动惯量就由4个部分相加得到. 假设在加注过程中:补给航天器总质量为 $m_t$ ,贮箱中推进剂的质量为 $m_{tq}$ 、质心位置为 $\mathbf{r}_{tq}$ 、转动惯量为 $\mathbf{I}_{tq}$ ,剩余部分质量为 $m'_t$ 、剩余部分的转动惯量为 $\mathbf{I}'_t = \text{diag}\{I'_{tx}, I'_{ty}, I'_{tz}\}$ ;目标航天器总质量为 $m_a$ ,贮箱中推进剂的质量为 $m_{aq}$ 、质心位置为 $\mathbf{r}_{aq}$ 、转动惯量为 $\mathbf{I}_{aq}$ ,剩余部分质量为 $m'_a$ 、剩余部分的转动惯量为 $\mathbf{I}'_a = \text{diag}\{I'_{ax}, I'_{ay}, I'_{az}\}$ ;加注过程中传输推进剂的总质量为 $m_s$ . 根据前提条件4)~6)可知,液体形状约为圆柱体且以 $O_c X_c$ 轴为中心对称轴,则两部分液体的质心将一直处于对接轴 $O_c X_c$ 轴上,设 $\mathbf{r}_{tq}$ 的初始值为 $(x_{tq0} \ 0 \ 0)^T$ , $\mathbf{r}_{aq}$ 的初始值为 $(x_{aq0} \ 0 \ 0)^T$ . 根据假设3),补给航天器圆柱体贮箱的底面半径为 $R_{tq}$ ,母线长为 $l_{tq}$ ,则贮箱沿 $O_c X_c, O_c Y_c, O_c Z_c$ 轴的惯量半径为

$$\rho_{tx} = \frac{\sqrt{2}}{2} R_{tq},$$

$$\rho_{ty} = \rho_{tz} = \sqrt{\frac{3R_{tq}^2 + \left(l_{tq} - \frac{m_s}{\rho_q \pi R_{tq}^2} t\right)^2}{12}}.$$

目标航天器圆柱体贮箱的底面半径为 $R_{aq}$ ,母线长为 $l_{aq}$ ,则贮箱沿 $O_c X_c, O_c Y_c, O_c Z_c$ 轴的惯量半径为

$$\rho_{ax} = \frac{\sqrt{2}}{2} R_{aq},$$

$$\rho_{ay} = \rho_{az} = \sqrt{\frac{3R_{aq}^2 + \left(\frac{m_s}{\rho_q \pi R_{aq}^2} t\right)^2}{12}}.$$

在推进剂传输过程中流速表示为 $m_s$ ,则 $m_{tq}, m_{aq}, \mathbf{r}_{tq}(t), \mathbf{r}_{aq}(t), \mathbf{I}_{tq}(t), \mathbf{I}_{aq}(t)$ 的变化分别

表示为

$$m_{tq} = m_q - m_s t, m_{aq} = m_s t,$$

$$\mathbf{r}_{tq}(t) = \left( x_{tq0} - \frac{m_s}{2\rho_q \pi R_{tq}^2} t \ 0 \ 0 \right)^T,$$

$$\mathbf{r}_{aq}(t) = \left( x_{aq0} + \frac{l_{aq}}{2} - \frac{m_s}{2\rho_q \pi R_{aq}^2} t \ 0 \ 0 \right)^T,$$

$$\mathbf{I}_{aq}(t) = \begin{pmatrix} \rho_{ax}^2 m_s t & & \\ & \rho_{ay}^2 m_s t & \\ & & \rho_{az}^2 m_s t \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{I}_{tq}(t) = \begin{pmatrix} \rho_{tx}^2 (m_q - m_s t) & & \\ & \rho_{ty}^2 (m_q - m_s t) & \\ & & \rho_{tz}^2 (m_q - m_s t) \end{pmatrix}$$

其中 $\rho_q$ 为推进剂的密度, $\pi$ 为圆周率, $t$ 为传输时间. 根据前面得到的有关物理量并参考文献[8]的方法,得到加注过程中组合航天器的转动惯量的计算公式为

$$\mathbf{I}(t) = \mathbf{I}' + \mathbf{I}_{tq}(t) + \mathbf{I}_{aq}(t) + m_{tq}(t) (\mathbf{r}_{tq}^T(t) \mathbf{r}_{tq}(t) \mathbf{E} - \mathbf{r}_{tq}(t) \mathbf{r}_{tq}^T(t)) + m_{aq}(t) (\mathbf{r}_{aq}^T(t) \mathbf{r}_{aq}(t) \mathbf{E} - \mathbf{r}_{aq}(t) \mathbf{r}_{aq}^T(t)) - \frac{[\mathbf{a}^T \mathbf{a} \mathbf{E} - \mathbf{a} \mathbf{a}^T]}{m_t + m_a}. \quad (1)$$

其中

$$\mathbf{a} = m_{tq}(t) \mathbf{r}_{tq}(t) + m_{aq}(t) \mathbf{r}_{aq}(t),$$

$\mathbf{I}'$ 为两航天器的剩余部分(即不考虑液体部分时)在 $O_c X_c Y_c Z_c (O_a X_a Y_a Z_a)$ 坐标系下所得到的转动惯量之和. 计算方法如下:

以坐标系 $O_a X_a Y_a Z_a$ 为基准坐标系,设 $O_a$ 与 $O_t$ 之间的相对位置向量 $\mathbf{r}_{at} = (x_1, y_1, z_1)$ , $\varphi_0, \theta_0, \psi_0$ 为欧拉角,根据前提条件6), $O_a X_a$ 与 $O_t X_t$ 重合在一起如图2所示,则

$$\mathbf{r}_{at} = (x, 0, 0)^T, \theta_0 = \psi_0 = 0,$$

得到 $O_t X_t Y_t Z_t$ 到 $O_a X_a Y_a Z_a$ 的坐标转移矩阵为

$$\mathbf{C}_{at} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c \varphi_0 & s \varphi_0 \\ 0 & -s \varphi_0 & c \varphi_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{22} & c_{23} \\ 0 & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

其中 $c$ 和 $s$ 分别表示 $\cos(\cdot)$ 和 $\sin(\cdot)$ ,则补给航天器剩余部分的转动惯量在坐标系 $O_a X_a Y_a Z_a$ 下为

$$\mathbf{I}'_t = \mathbf{C}_{at} \mathbf{I}'_t \mathbf{C}_{at}^T. \quad (3)$$

进一步可得 $\mathbf{I}'$ 在坐标系 $O_a X_a Y_a Z_a$ 下的表达式为

$$\mathbf{I}' = \mathbf{I}'_a + \mathbf{I}'_t + m'_t (\mathbf{r}'_t \mathbf{r}'_t \mathbf{E} - \mathbf{r}'_t \mathbf{r}'_t) - \frac{(m'_t \mathbf{r}'_t)^T (m'_t \mathbf{r}'_t) \mathbf{E} - (m'_t \mathbf{r}'_t) (m'_t \mathbf{r}'_t)^T}{m'_t + m'_a}. \quad (4)$$

将式(2)、(3)以及化简后的  $r_{at}$  代入式(4) 计算后得到非对角线元素为

$$c_{22}c_{23}I_{ly} + c_{23}c_{33}I_{lz} = -c\varphi_0s\varphi_0I_{ly} + s\varphi_0c\varphi_0I_{lz} = c\varphi_0s\varphi_0(I_{lz} - I_{ly}). \quad (5)$$

$$I' = \text{diag}\{I'_x, I'_y, I'_z\} = \begin{pmatrix} I_{ax} + I_{lx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{ay} + c_{22}^2 I_{ly} + c_{23}^2 I_{lz} + m'x^2 & 0 \\ 0 & 0 & I_{az} + c_{32}^2 I_{ly} + c_{33}^2 I_{lz} + m'x^2 \end{pmatrix} \quad (6)$$

将其代入式(1)经过运算得到

$$I(t) = \text{diag}\{I_x(t), I_y(t), I_z(t)\}. \quad (7)$$

观察  $I(t)$  的解析形式可以发现,其变化只与已传输的液体质量  $m_s t$  有关. 因此对于非匀速传输,可通过实时测量流速  $m_s$  并积分得到已传输液体质量  $\int_0^t m_s(\tau) d\tau$  带入式(7)中得到转动惯量.

若考虑组合航天器为三轴稳定刚体航天器,将得到的结果代入欧拉方程可得到时变参数的姿态动力学模型为

$$I(t) \cdot \dot{\omega} + \omega \times I(t) \cdot \omega = M.$$

其中  $\omega$  是组合航天器本体相对于地心惯性坐标系的角速率,  $M$  是组合航天器所受到的力矩包括控制力矩和环境干扰力矩.

### 3 仿真分析

设定模型标称参数,补给航天器参数如下:总质量  $m_t = 534$  kg,长  $x_t = 2$  m,宽  $y_t = 1.25$  m,高  $z_t = 1.25$  m,贮箱质心位置  $x_{tq0} = 2.5$  m,贮箱半径  $r_{tq} = 0.3$  m,母线长度  $l_{tq} = 0.7$  m. 目标航天器参数:总质量  $m_a = 967$  kg,长  $x_a = 3$  m,宽  $y_a = 2$  m,高  $z_a = 1.5$  m,贮箱质心位置  $x_{aq0} = 0$  m,贮箱半径  $r_{aq} = 0.3$  m,母线长度  $l_{aq} = 0.7$  m. 其它参数:推进剂传输流速  $m_s = 1$  kg/s,推进剂质量  $m_q = 200$  kg,  $\varphi_0 = 30^\circ$ ,  $x = 2.5$ ,  $\rho_q = 1004$  kg/m<sup>3</sup>. 在下面的仿真中,将以组合航天器在  $O_c Z_c$  轴的转动惯量分量为例,说明在前面给出的前提条件下航天器转动惯量随某些参数变化时的变化规律.

当取推进剂液体质量  $m_q$  为 150、200、300 kg 时,得到图 3,可以看到随着推进剂质量的逐渐增大,转动惯量的变化幅度逐渐增大,变化曲率也逐渐增大.

当取推进剂传输流速  $m_s$  为 0.75、1(±0.4 kg/s 的均匀分布随机扰动)、1.5 kg/s 时,得到图 4,可以看到随着推进剂传输速度的加快,转动惯量的变化速率逐渐加快. 加入随机扰动的结果表明转动惯量的变化对随机波动并不敏感.

当取补给航天器推进剂贮箱初始质心位置

若满足  $I_{lz} = I_{ly}$ ,即补给航天器是以  $O_t X_t$  为对称轴的轴对称体,则式(5)表示的非对角线元素等于零. 因此得到最终的转动惯量阵为

$x_{tq0}$  为 2.5、2.2、1.9 m 时,得到图 5,可以看到当贮箱位置逐渐靠近组合航天器质心时,转动惯量的变化范围逐渐减小.

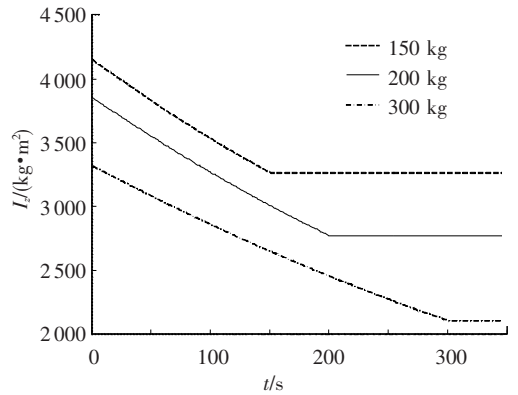


图 3 传输质量不同时转动惯量  $I_z$  的变化曲线

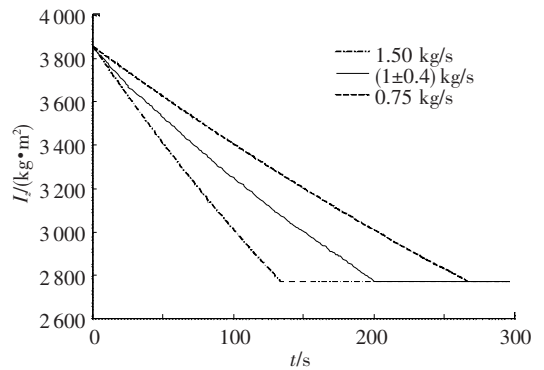


图 4 传输速度不同时转动惯量  $I_z$  的变化曲线

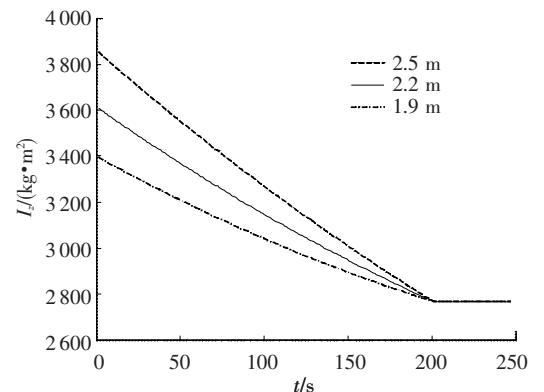


图 5 贮箱安装位置不同时转动惯量  $I_z$  的变化曲线

当取补给航天器推进剂贮箱的半径  $r_{iq}$  为 0.2、0.3、0.4 m, 相应的贮箱母线长度  $l_{iq}$  变为 1.575、0.7、0.397 m 时, 得到图 6, 可以看到贮箱形状的不同将导致转动惯量变化曲率的不同. 原因是贮箱形状(母线长度)的不同将造成贮箱液体质心位置变化速率的不同, 由此影响组合航天器的转动惯量变化规律.

由以上仿真分析可以看到, 传输过程中涉及的诸多参数都对组合航天器的转动惯量带来不同形式的影响, 进而会影响航天器的姿态系统的动态特性. 可见对于在轨加注中的航天器建立基于时变转动惯量参数的姿态动力学模型是必要的. 此外, 合理的仿真结果也验证了本文转动惯量计算方法的正确性.

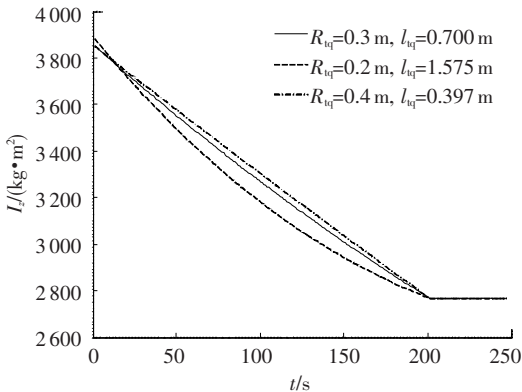


图 6 贮箱形状不同时转动惯量  $I_x$  的变化曲线

## 4 结 论

本文给出一种简单有效的在轨加注过程中航天器转动惯量参数的计算方法, 该方法可实时计算参数变化, 从而得到航天器的时变姿态动力学模型. 本文的工作为在轨加注航天器的结构设计和动力学分析提供了一些有益的参考, 也为在轨加注过程中航天器的姿态控制系统设计奠定了一定的基础.

## 参考文献:

- [1] LENGYEL A. Design of a small spacecraft to perform on-orbit servicing tasks[C]//AIAA Space 2001 Conference and Exposition. Albuquerque: [s. n.], 2001, AIAA 2001-4528.
- [2] CHATO D J. Technologies for refueling spacecraft on-orbit[C]//AIAA Space 2000 Conference and Exposition. California: [s. n.], 2000, AIAA 2000-5107.
- [3] DOMINICK S M, TEGART J R. Fluid dynamics and thermodynamics of a low gravity liquid tank filling method[C]//28th Aerospace Sciences Meeting. Nevada: [s. n.], 1990, AIAA 1990-0590.
- [4] CHATO D J, MARTIN T A. Vented tank resupply experiment: flight test results[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2006, 43(5):1124-1130.
- [5] WOOD C C. Evaluation of experimental and analytical data for orbital refueling systems[C]//AIAA 5th Propulsion Joint Specialist Conference. Colorado: [s. n.], 1969, AIAA 1969-566.
- [6] DIPPREY N F, ROTENBERGER S J. Orbital express propellant resupply servicing[C]//39th AIAA/ASME/SAM/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit. Huntsville: [s. n.], 2003, AIAA 2003-4898.
- [7] FANG B T. Kinetic energy and angular momentum about the variable center of mass of a satellite[J]. AIAA Journal, 1965, 3(8):1540-1542.
- [8] 魏延明, 潘海林. 空间机动服务平台在轨补给技术研究[J]. 空间控制技术与应用, 2008, 34(2):18-22.
- [9] 耿长福. 航天器动力学[M]. 北京: 中国科学技术出版社, 2006:234-236.
- [10] 唐国金, 罗亚中, 张进. 空间交会对接任务规划[M]. 北京: 科学出版社, 2008:35-55.

(编辑 张 宏)