

# 基于塑性极限状态的结构易损性分析

于刚<sup>1,2</sup>, 孙智<sup>1</sup>, 孙利民<sup>1</sup>

(1. 同济大学 土木工程防灾国家重点实验室, 上海 200092;

2. 上海市市政工程设计研究总院, 上海 200092, oriland@126.com.)

**摘要:** 为揭示结构体系存在的弱点, 研究局部损伤的敏感性对结构性能的影响, 提出基于塑性极限分析的结构易损性分析方法, 以桁架结构为对象, 将结构极限承载能力作为结构性能参数, 利用机构生成方法得到结构体系的极限荷载乘子及相应的失效模式. 在给定结构性能需求的前提下, 可以根据极限荷载乘子随不同损伤场景的损伤程度变化, 得到特定荷载模式下的最易损损伤场景. 算例分析结果表明: 结构性能随构件损伤程度的加大而降低; 由于结构拓扑构成的变化以及内力重分配的影响, 结构主导失效模式因构件破坏程度的不同而改变. 失效模式中所涉及的构件都是影响结构性能的关键构件, 因此可以为结构的设计、监测与维护提供参考.

**关键词:** 易损性; 塑性极限状态; 失效模式; 损伤场景; 结构健康监测

**中图分类号:** TU312

**文献标志码:** A

**文章编号:** 0367-6234(2010)12-1953-05

## Structural vulnerability analysis based on plastic limit state

YU Gang<sup>1,2</sup>, SUN Zhi<sup>1</sup>, SUN Li-min<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory for Disaster Reduction in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China;

2. Shanghai Municipal Engineering Design General Institute, Shanghai 200092, China, oriland@126.com)

**Abstract:** To reveal the weakness of structural system by studying structural performance susceptibility to local damage, a method of structural vulnerability analysis based on the plastic limit theory is proposed, and based on the mechanism generation method, the ultimate loading factor and the corresponding failure mode of a truss structural system are analyzed. The ultimate loading factor is then used to measure the performance of the structural system. By contrasting different damage scenarios under specified structural performance requirement, the most vulnerable damage scenario can be obtained according to the variation of ultimate loading factor to the severity of damage. The results of the case study show that the structural performance degenerates with the damage severity, and the dominative failure mode also changes with the damage severity due to the variation of structural topology composition and the redistribution of structural internal force. All the components related to a certain failure mode are the key components which serve as the most influential part to the structural performance. Therefore the analytical results can be as a reference for the structural design, monitoring and maintenance.

**Key words:** vulnerability; plastic limit analysis; failure mode; damage scenario; SHM

近年来, 由于一些民用基础设施的倒塌造成

了重大损失, 尤其是2001年9月11日纽约世贸大厦被袭击倒塌的事件以后, 在全世界范围内掀起了对结构损伤与其后果之间关系研究的高潮. 英国的Bristol大学较早开始了对结构易损性的研究, 并且发表了一系列的论文<sup>[1-3]</sup>, 研究是基于图论, 将结构的基本组成用结构环(structural ring)和结构簇(structural cluster)来表示, 针对结

收稿日期: 2009-04-13.

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(50538020); 土木工程防灾国家重点实验室自主研究课题基金-团队重点课题(SLDRCE08-A-05).

作者简介: 于刚(1981—), 男, 博士研究生;  
孙利民(1963—), 男, 教授, 博士生导师.

构的几何构成进行的. 易损场景的分析总共分成两个主要阶段: 由结构环和结构圆集合成簇, 再由结构簇组成整个结构的过程和由单个构件退出工作开始的分离过程. 在国内, 此类研究还相对较少. 刘西拉<sup>[4-6]</sup>较早进行了结构易损性的研究, 将结构易损性定义为结构在突发事件中容易受到伤害或者损伤的程度, 它反映了意外作用下结构的脆弱性, 其主要表现在连续性破坏与倒塌问题中. 柳承茂<sup>[7]</sup>对桁架结构的易损性进行了定量分析, 在结构拓扑分析和失效场景两个方面进行了探讨, 提出了基于结构冗余关联矩阵的拓扑易损性分析方法, 并基于结构应变能建立了框架结构易损性分析模型来揭示结构的易损失效场景. 于刚等进行了结构易损性分析在结构健康监测系统中应用的研究<sup>[8]</sup>. 上述研究都是以结构破坏后果与破坏成因之间的关系为核心的, 在结构不成比例倒塌研究方面取得了大量的研究成果. 但是由于结构损伤与成因之间的关系既受到结构体系自身材料以及拓扑构成的影响, 同时又在不同荷载作用下有不同的表现形式, 都给这种不成比例破坏的量化研究带来了较大的难度, 已有研究中的拓扑易损性分析在考虑荷载作用后将失去意义, 量化的研究仍然处于探索阶段.

针对考虑荷载作用下结构体系的易损性分析, 本文提出了以极限承载力作为结构性能评价参数的结构易损性分析评价方法, 该方法可以获悉结构在特定荷载作用下的弱点所在, 从而使得结构的监测与维护更具有目的性.

## 1 结构损伤敏感性

当外荷载达到某一限值时, 结构将变成几何可变机构, 变形将无限值地增长, 从而失去承载能力, 这种状态称为结构的塑性极限状态. 结构从给定的荷载初始值  $f$  成比例增加到使得结构成为几何可变机构时的极限荷载, 用参数  $\lambda$  乘以荷载初始值来表示, 即  $\lambda \cdot f$ , 参数  $\lambda$  称为极限荷载系数.

在小变形假设前提下, 对于有限离散结构体系, 以  $f \in \mathbf{R}^n$  表示外荷载向量, 其中  $n$  为结构位移自由度数量. 在给定的外荷载  $f$  作用下, 用  $\lambda^*$  表示结构极限荷载系数. 用  $\underline{\lambda}$  表示极限荷载系数的需求限制值, 这个值反映了结构设计中设计人员对结构的要求, 因此有  $\underline{\lambda} \in \mathbf{R}_{++}$  表示完好结构在既有正常荷载作用下不会发生塑性倒塌破坏. 若以构件截面面积的折减表示结构发生损伤, 则构件的损伤可用构件截面面积乘以损伤系数  $\alpha \in [0, 1]$  来表示, 其中 0 表示无损伤, 1 表示完全失

效. 在结构发生损伤后, 结构体系的极限承载能力将会下降. 因此, 以结构的极限承载能力作为结构性能参数, 以初始荷载  $f$  和结构损伤系数  $\alpha$  为变量的结构性能约束方程可写为

$$\lambda^*(f, \alpha) \geq \underline{\lambda}. \quad (1)$$

将损伤场景定义为结构在一个破坏事件中发生损伤的构件集合, 用参数  $ds$  (damage scenario) 表示. 则对于一个特定的损伤场景  $ds_i$ , 若以  $\hat{\alpha}$  表示结构体系的容许损伤系数, 则在极限荷载系数约束方程的约束下, 容许损伤系数可表示为

$$\hat{\alpha}(\underline{\lambda}) = \max\{\alpha \mid \lambda^*(f, \alpha_{ds_i}) \geq \underline{\lambda}\}. \quad (2)$$

因此,  $\hat{\alpha}$  既是结构损伤场景的函数, 同时又是结构设计需求  $\underline{\lambda}$  的函数. 在给定的  $\underline{\lambda}$  要求下, 结构容许损伤系数  $\hat{\alpha}$  将会随着损伤场景的变化而变化. 若违反了式(2)约束关系, 则表示结构体系失效. 考察不同损伤场景的容许损伤系数, 即可得到结构体系对于不同损伤场景的敏感程度. 式(2)所表示的关系为一优化问题, 但是由于损伤场景的不确定性, 很难进行直接求解, 因此本文针对桁架结构提出了易于求解的方法.

## 2 易损性分析在桁架结构中的实现

要考察结构体系对于损伤的敏感性, 首先要求得结构体系的极限荷载乘子. 本文假定材料本构关系服从刚塑性模型, 并假定求解过程中外荷载按比例加载. 另  $n^m$  表示结构体系中构件的数量, 用  $p = p_i \in \mathbf{R}^{n^m}$  表示构件轴向力向量, 则结构体系外荷载  $f$  与构件内力  $p$  之间的平衡方程可表示为

$$\mathbf{H}p = f. \quad (3)$$

式中:  $\mathbf{H} \in \mathbf{R}^{n \times n^m}$  为平衡矩阵.

用  $\bar{\sigma}_i > 0$  和  $\bar{\sigma}_{ci} < 0$  分别表示第  $i$  个构件的受拉和受压屈服应力. 在构件受压时, 受压屈服应力则要根据构件约束条件以及长细比考虑构件的稳定系数折减, 因此有  $\bar{\sigma}_i \geq |\bar{\sigma}_{ci}|$ . 再令  $a_i > 0$  表示构件的截面面积, 则构件容许内力可表示为

$$\begin{aligned} \bar{p}_i &= \bar{\sigma}_i a_i, \\ \bar{p}_i &= \bar{\sigma}_{ci} a_i. \end{aligned} \quad (4)$$

构件轴向内力的容许集  $I \subset \mathbf{R}^{n^m}$  可表示为  $I = \{p \in \mathbf{R}^{n^m} \mid |\bar{p}_i| \geq |p_i| \ (i = 1, 2, \dots, n^m)\}$ .

(5)

根据塑性极限分析的上下限定理, 结构的塑性极限荷载可以由满足机动容许条件的最低上限值表示, 根据式(3)和式(5), 结构极限荷载系数  $\lambda^*$  可以表示为

$$\lambda^*(f) = \min_{\lambda, p} \{ \lambda \mid \mathbf{H}p = f, p \in I \}. \quad (6)$$

式中:  $\lambda$  和  $p$  是变量.

桁架结构极限荷载乘子的求解方法一直是结构极限分析中的热点问题,从上世纪 70 年代以来,许多学者开始研究基于计算机分析的结构失效模式的自动生成算法,对于桁架结构来说,基本失效模式就是机构,利用得到的机构即可得到极限荷载乘子. 这些研究中有两种代表性的方法: Watwood<sup>[9]</sup> 提出了一种独立机构生成方法,可以得到相应于非约束自由度的相互独立的基本机构,其他机构都可通过基本机构的组合来确定. 但是对于复杂结构,独立机构组合的数量将会远远超过所需. Alwis<sup>[10]</sup> 给出了另一种机构生成算法,可以得到响应于具体荷载形式的可能出现的机构,并且可以很容易地去掉外荷载做功  $W = 0$  时不可能出现的机构. 本文即在此方法的基础上进行了分析.

假设离散结构的线性相容关系用节点描述,表示为

$$\mathbf{e} = \mathbf{C}\mathbf{u}. \quad (7)$$

式中:  $\mathbf{u}$  为节点位移率向量;  $\mathbf{C}$  是  $\mu \times v$  阶联系矩阵,其中  $\mu > v$ . 根据逆步变换原理,结构的线性平衡方程可表示为

$$\tilde{\mathbf{C}}\mathbf{s} = \lambda \cdot \mathbf{f}. \quad (8)$$

式中:  $\mathbf{s}$  为广义应力向量,  $\mathbf{f}$  是荷载向量,  $\lambda$  是比例加载因子.

构造如下形式的非奇异  $v \times v$  阶矩阵:

$$\mathbf{A} = \left\{ \begin{array}{c} \tilde{\mathbf{f}} \\ \mathbf{C}^a \end{array} \right\}. \quad (9)$$

式中:  $\mathbf{C}^a$  是从  $\mathbf{C}$  中选出的  $(v-1)$  行,剩余的存于矩阵  $\mathbf{C}^b$ . 向量  $\mathbf{e}$  相应地分为  $\mathbf{e}^a$  和  $\mathbf{e}^b$  两个如下形式的向量:

$$\mathbf{e}^a = \mathbf{C}^a \mathbf{u}, \quad (10)$$

$$\mathbf{e}^b = \mathbf{C}^b \mathbf{u}. \quad (11)$$

由式(9)和式(10)可得

$$\mathbf{A}^{-1} \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{W} \\ \mathbf{e}^a \end{array} \right\} = \mathbf{u}. \quad (12)$$

其中:  $\mathbf{W}$  是荷载  $p$  在  $\mathbf{u}$  上所做的功,表达式为

$$\mathbf{W} = \tilde{\mathbf{f}} \cdot \mathbf{u}. \quad (13)$$

将式(12)得到的  $\mathbf{u}$  代入式(11),得

$$\mathbf{e}^b = \mathbf{W}\mathbf{h} + \mathbf{H}\mathbf{e}^a. \quad (14)$$

式中:  $[\mathbf{h} \mid \mathbf{H}] = \mathbf{C}^b \mathbf{A}^{-1}$ . 通过将  $\mathbf{e}^a = \mathbf{0}$  代入式(14),其中  $\mathbf{0}$  表示零向量. 可以导出如下形式的一个机构:

$$\mathbf{e}^b = \mathbf{W}\mathbf{h}. \quad (15)$$

为了获得  $\mathbf{h}$ ,不需要计算显式的  $\mathbf{A}^{-1}$ . 而是首

先对  $\mathbf{C}$  进行 Gauss-Jordan 消元,通过对矩阵  $\mathbf{H}$  进行简单的列变换来交换式(14)中  $\mathbf{e}^a$  与  $\mathbf{e}^b$  的某些分量可以得到不同的机构. 对于外力功  $W = 0$  的情况,为不可能产生机构,可直接剔除. 结构对应于某个失效模式的破坏荷载乘子可以根据式(15)所求得的破坏机构来获得:

$$\lambda_u = \mathbf{h}^T \tilde{\mathbf{p}}. \quad (16)$$

根据塑性极限分析的上限定理,作为结构体系的极限荷载乘子,其值应该为对应所有失效模式的荷载乘子中最小的,即

$$\lambda^*(f) = \min_{\lambda, p} \{ \lambda_u^i \mid i = 1, 2, \dots, n_{fs} \}. \quad (17)$$

式中:  $n_{fs}$  为结构失效模式的数量.

结构极限荷载乘子  $\lambda^*(f)$  是结构损伤系数  $\alpha$  的单调非增函数,在给定的结构需求  $\underline{\lambda}$  后,结构的某些损伤场景使得结构极限荷载乘子降低,直到  $\lambda^*(f) = \underline{\lambda}$ ,此时的损伤系数即为结构最大容许损伤系数. 根据以上分析,还可以同时得到不同损伤场景在不同的损伤程度下结构主导失效模式,即最小极限荷载乘子所对应失效模式,从而为监测与维护提供明确的指导.

### 3 算例分析

本文根据以上理论分析,应用 Matlab 软件编制程序,进行了算例分析. 算例采用 Pinto<sup>[3]</sup> 文章中一个平面桁架结构,结构几何模型及构件编号如图 1 所示,结构上所作用的荷载如图 2 所示,其他参数见表 1. 分析中考虑了受压构件的稳定性,对受压构件强度按稳定系数进行了折减.

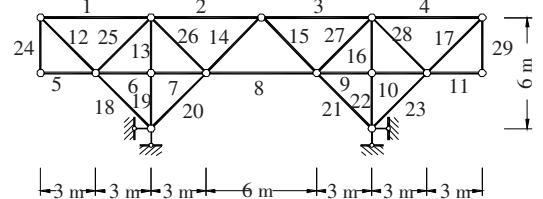


图 1 平面桁架结构几何模型及构件编号

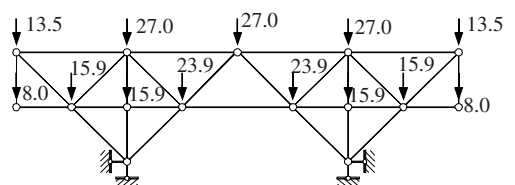


图 2 结构上作用的荷载(kN)

此结构可以看作是一个桁架结构桥梁的主桁架平面,由构件 5~11 组成的平面为桥面. 在本算例损伤场景确定中,选取行人容易触及的构件或构件组合作为损伤场景,共 4 个:(24),(12,25),

(13), (14,26). 极端事件中支撑构件的破坏作为损伤场景,共3个:(18), (19), (20). 分析结果如图3所示,图中给出了结构极限荷载乘子对于每个损伤场景不同损伤程度的变化.

表1 截面面积及构件承载能力

构件编号	截面面积/cm <sup>2</sup>	稳定系数	承载能力/kN	
			抗拉	抗压
1~4	4	0.242	68	16.456
5~7	4	0.568	68	38.624
8	4	0.242	68	16.456
9~11	4	0.568	68	38.624
12	19	0.816	323	263.568
13	19	0.902	323	291.346
14	19	0.816	323	263.568
15	19	0.816	323	263.568
16	19	0.902	323	291.346
17	19	0.816	323	263.568
18	19	0.816	323	263.568
19	19	0.902	323	291.346
20	19	0.816	323	263.568
21	19	0.816	323	263.568
22	19	0.902	323	291.346
23	19	0.816	323	263.568
24	4	0.696	68	47.328
25~28	4	0.532	68	36.176
29	4	0.696	68	47.328

从图中可以看出,对于(13), (18), (19), (20)这4个损伤场景,在发生完全损伤时,结构的极限荷载乘子仍然大于0,说明这几个场景的损伤只会造成结构承载能力的下降,即使完全破坏,剩余结构也不会形成机构而破坏. 对于(24), (12,25), (14,26)这3个损伤场景,不但会造成结构极限承载能力下降,而且会在其完全破坏时,结构变成机构而完全失效.

图中的另一个需要解释的现象是在(13), (18), (19)损伤场景中出现了阶跃现象,出现此现象的原因是在随着破坏程度增加的过程中,结构的主导失效模式发生了变化,以损伤模式(13)为例,在13号构件破坏程度的发展过程中,主导失效模式的变化可以在计算过程中获得. 损伤系数 $\alpha \in [0, 0.8]$ 时,主导失效模式为由1号和4号构件组成的失效模式,在此范围内,结构承载能力不受13号构件破坏的影响,说明结构对13号构件的损伤具有一定的鲁棒性. 随着破坏程度的增加,在 $\alpha > 0.8$ 以后,结构体系失去了对13号构件的鲁棒性,13号构件出现在破坏模式中,因此随着13号构件破坏程度继续增加,结构的极限承载能力开始下降.

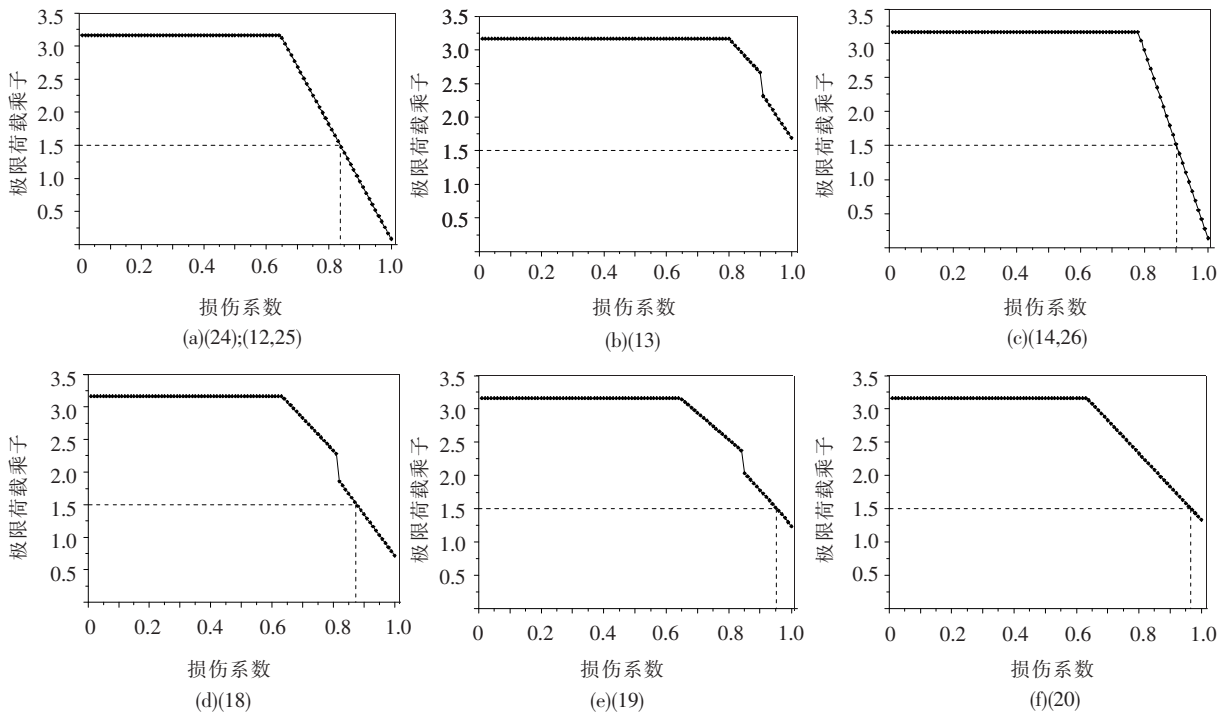


图3 结构对不同损伤场景的敏感性

鉴于所考察失效场景在一定的破坏程度内都非主导失效模式中的构件破坏,因此为了体现结构对于非主导失效模式构件的破坏具有一定的鲁棒性,本算例针对主导失效模式中构件(1,4)发

生损伤的损伤场景也做了分析,结构如图4所示. 从图中可以看出,对于结构主导失效模式中构件的破坏,结构不存在鲁棒性,其中的构件的破坏将立即引起结构承载能力的降低,并且在较小的损

伤系数下即可使得结构承载能力降低到承载能力需求限制值. 因此,在某些极端事故下,主导失效模式中的构件损伤场景是所有损伤场景中易损性最高的损伤场景.

为了对不同损伤场景进行对比,在假定结构最低承载能力要求为  $\lambda = 1.5$  的前提下,对于不同损伤场景,结构性能降低至此承载能力限制值的容许损伤程度列于表 2,表中的容许损伤程度指的是损伤场景发生相应于损伤系数的破坏的面积折减占结构总面积的比例.

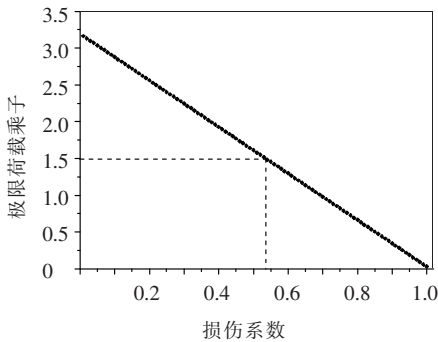


图 4 结构对主导失效模式破坏的敏感性

表 2 结构容许损伤程度

损伤场景	$\hat{\alpha}(\lambda)$	容许损伤程度
(24)	0.834	0.011
(12,25)	0.837	0.065
(13)	1.000	0.064
(14,26)	0.901	0.070
(18)	0.877	0.056
(19)	0.954	0.061
(20)	0.967	0.062
(1,4)	0.536	0.008

可见,结构对于所考察损伤场景的损伤敏感性从高到低依次为:(1,4)→(24)→(18)→(19)→(20)→(13)→(12,25)→(14,26).

通过结构对不同损伤场景的敏感性分析可以找到相应于不同损伤度的最薄弱部位,同时,根据不同的破坏程度,还可以得到相应于最小荷载乘子的结构主导失效模式.在进行结构监测与维护时,即可根据损伤的破坏程度来确定结构承载能力的变化,从而得到破坏对于结构性能的量化影响.根据主导失效模式可知,在特定损伤程度下,影响结构性能的不仅仅是破坏构件本身,还有其主导失效模式中所包括的其他构件.在监测与维护时,这些构件都应该考虑在内.

## 4 结 论

1) 基于结构塑性极限分析,以结构塑性极限

荷载系数  $\lambda^*$  作为结构性能评价指标,分析结构对于不同损伤场景的损伤敏感性.可对此类构件做重点监测,为结构的监测与维护提供依据.

2) 通过分析可得到结构在不同损伤程度下的主导失效模式,而结构对主导失效模式的破坏将比其他损伤场景更具敏感性.鉴于此,可在结构设计中加强部分构件,从而将主导失效模式转移至破坏事件不易触及的地方;或者采取适当保护措施,降低结构易损性.

3) 不同成因造成的不同破坏场景的分析可遵循本文提出的分析过程,所不同的只是荷载模式的变化.可采用极限荷载乘子作为结构性能参数来研究结构对于不同损伤场景的敏感性,但是结构性能参数并不限于此.

## 参 考 文 献:

- [1] AGARWAL J, BLOCKLEY D, WOODMAN N. Vulnerability of 3-dimensional trusses [J]. Structural Safety, 2001, 23(3): 203-220.
- [2] AGARWAL J, BLOCKLEY D, WOODMAN N. Vulnerability of structural systems [J]. Structural Safety, 2003, 25(3): 263-286.
- [3] PINTO J T, BLOCKLEY D I, WOODMAN N J. The risk of vulnerable failure [J]. Structural Safety, 2002, 24(2/3/4): 107-122.
- [4] 刘西拉. 结构工程学科的进展与前景 [M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2007.
- [5] 柳承茂, 刘西拉. 基于刚度的构件重要性评估及其与冗余度的关系 [J]. 上海交通大学学报, 2005, 39(05): 746-750.
- [6] 邱德锋, 周艳, 刘西拉. 突发事件中结构易损性的研究 [J]. 四川建筑科学研究, 2005, 31(02): 55-59.
- [7] LIU Chengmao, LIU Xila. Structural vulnerability analysis of three dimensional truss [C]//Proceedings of the IABSE Symposium on STRUCTURES AND EXTREME EVENTS. Lisbon: ETH Honggerg, 2005.
- [8] YU Gang, SUN Zhi, SUN Limin. Bridge Vulnerability analysis based health monitoring system design [C]//Proceedings of the IABSE Conference on Operation, Maintenance and Rehabilitation of Large Infrastructures Projects. Copenhagen: ETH Honggerg, 2006: 22-23.
- [9] WATWOOD V B. Mechanism generation for limit analysis of frames [J]. Journal of Structural Division, 1979, 105: 1-15.
- [10] ALWIS W A M. Limit analysis using systematically generated mechanisms [J]. Computers & structures, 1988, 28(3): 353-359. (编辑 魏希柱)