

# 城市污水的流动特性理论研究

徐莹<sup>1,2</sup>, 伍悦滨<sup>3</sup>, 孙德兴<sup>1</sup>

(1. 哈尔滨工业大学 市政环境工程学院, 哈尔滨 150090; 2. 哈尔滨工业大学 土木工程学院, 哈尔滨 150090, joexying@126.com; 3. 哈尔滨工业大学 城市水资源与水环境国家重点实验室, 哈尔滨 150090)

**摘要:** 为了能使城市污水在污水源热泵方向进一步推广应用, 以原生污水源热泵系统中的流动工质——城市污水为研究对象, 采用理论推导与实验相结合的方法对城市污水在圆管中层流和紊流的流动特性进行分析与研究. 结果表明: 城市污水在流变性上体现为剪切稀化流体特性, 可以通过临界广义雷诺数判别流态. 在此基础上, 通过理论推导得到了层流和紊流状态下的压降计算公式, 并且通过阻力特性实验进行了验证. 研究结果对原生污水源热泵系统中水泵的选择有一定的指导意义.

**关键词:** 原生污水源热泵; 城市污水流动特性; 理论推导; 非牛顿流体

**中图分类号:** TU111.19 **文献标志码:** A **文章编号:** 0367-6234(2010)08-1292-05

## Theoretical research on flow characteristic of urban sewage

XU Ying<sup>1,2</sup>, WU Yue-bin<sup>3</sup>, SUN De-xing<sup>1</sup>

(1. School of Municipal and Environmental Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150090, China; 2. School of Civil Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150090, China, joexying@126.com; 3. State Key Laboratory of Urban Water Resource and Environment, Harbin Institute of Technology, Harbin 150090, China)

**Abstract:** In order to extend the utilization of urban sewage in sewage heat pump system, based on the urban sewage which is the flow working fluid in untreated sewage heat pump system, characteristics of laminar flow and turbulent flow were studied in theoretical derivation and experimental analysis. The results show that the urban sewage has the shear-thinning characteristic in rheology, so the generalized Reynolds number can be used to determine the flow pattern. The pressure loss equations under laminar and turbulent flow conditions were deduced theoretically and verified by experiment. The research results are favourable for pump choose of untreated sewage heat pump system.

**Key words:** untreated sewage heat pump; flow characteristic of urban sewage; theoretical derivation; non-Newtonian fluid

暖通空调的能源消耗给环境带来了巨大的压力, 开发利用低位可再生清洁能源是暖通空调能源消耗的新模式, 而城市污水则是理想的低位冷热源, 是非常重要的不可多得的新能源<sup>[1-2]</sup>. 城市污水具有如下特点: 1) 城市污水水量大, 排放污水

的建筑区建筑面积与所排放污水所含冷热量可供暖通空调建筑面积比为 6.4 ~ 11.2; 2) 城市污水温度适宜, 与现有水源热泵机组蒸发与冷凝的工作温度有良好的匹配; 3) 城市污水分布区域广, 通常有建筑物之处均有城市污水, 也均需供暖空调. 基于上述优点, 开发利用城市污水作为热泵冷热源为建筑物供暖空调具有节能环保效益, 符合生态建筑的发展趋势.

目前, 国内大量研究都侧重于污水源热泵系统的价值与前景方面, 而对流动特性问题的研究却很少<sup>[3-4]</sup>, 缺乏基础理论研究. 城市原生污水的流动阻力特性是污水源热泵系统水力与换热工况

收稿日期: 2008-11-07.

基金项目: “十一五”国家科技支撑计划资助项目(2006BAJ16B03); 黑龙江省科技攻关计划资助项目(GB078C20202); 黑龙江省留学回国基金资助项目(LC06C16).

作者简介: 徐莹(1981—), 女, 博士后;  
孙德兴(1942—), 男, 教授, 博士生导师.

设计计算的重要问题,是系统稳定运行的关键.由于对城市原生污水流动特性的研究几乎没有,因此在管路与换热设备的设计方面缺少依据.目前水源热泵获得了大量推广应用,城市污水受到了很大关注,实际的应用趋势已超前于理论研究现状,加快这方面的理论研究具有重要实际意义.

## 1 模型的建立

### 1.1 污水源热泵流动工质

污水源热泵技术不同于已有的应用二级出水的热泵技术.其应用范围广泛,不局限于污水处理厂,可在市区内距城市污水干渠位置合适的地方任意开发使用.而且城市污水是一种全新流动工质,这种流动工质来自于市区内的居民区、工厂、学校、餐厅饭馆、洗浴中心等场所,是经过粗滤后的城市污水,其中含有的固体杂质的尺径不大于3 mm.经过以上定义,可将本文的研究结果应用于各地的城市污水,这种流动工质的流动特性与地域位置无关.

### 1.2 物理模型的建立

城市原生污水中含有大量污物,包括大小尺度泥沙类和悬浮纤维类<sup>[5]</sup>,是一种固液两相,固相多组分流体,微观的流动机理和管内的速度分布是十分复杂的,尤其是污物的尺径分布广,不规则,很难建立精确描述的物理数学模型,考虑到城市污水冷热源系统需要的是污水宏观的流动与换热特性,因此将污水流动视为均质流,将固相污物存在的影响归结到流体粘度特性之中<sup>[6-7]</sup>.本文主要研究城市污水作为均质非牛顿流体的流动问题,该问题尚未有成熟的理论条件.

## 2 城市污水的流变特性

### 2.1 表观粘度的定义

对牛顿流体,表观粘度 $\eta$ 为常数,摩擦切应力表示为:

$$\tau = \eta \dot{\gamma}. \quad (1)$$

式中: $\eta$ 为流体的表观粘度, $\text{Pa} \cdot \text{s}$ ;  $\tau$ 为摩擦切应力, $\text{Pa}$ ;  $\dot{\gamma}$ 为剪切速率, $\text{s}^{-1}$ ,  $\dot{\gamma} = \frac{du}{dy}$ ;  $u$ 为速度, $\text{m/s}$ ;  $y$ 为沿流动方向的坐标位置, $\text{m}$ .

对非牛顿幂律流体,摩擦切应力为:

$$\tau = k \dot{\gamma}^n. \quad (2)$$

式中: $k$ 为非牛顿流体的流动系数; $n$ 为非牛顿流体的流变指数.

则粘度式可表示为:

$$\eta = k \dot{\gamma}^{n-1}. \quad (3)$$

当 $n > 1$ 时为剪切稠化流体, $n < 1$ 时为剪切稀化流体<sup>[8-9]</sup>.可以由公式看出,确定表观粘度公式即是确定公式中的本构常数 $k$ 、 $n$ 值,本文将通过多次重复性实验得到本构常数.

### 2.2 实验结果与分析

实验所用城市污水的流变特性经由RS150系列平板式哈克流变仪测定.经过多次反复的测定,经得起重复性的检验,得到的综合结果如图1所示.

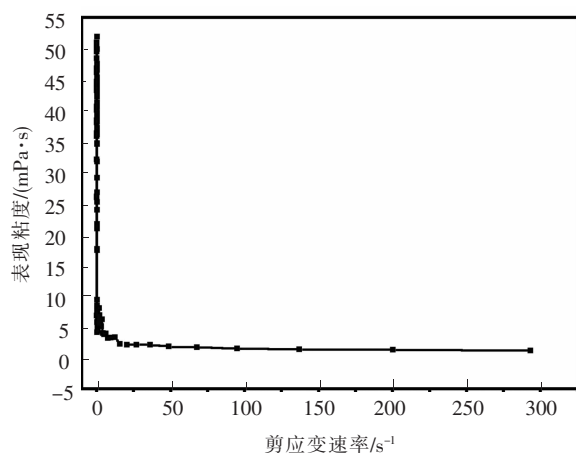


图1 城市污水的流变特性测试结果

图1中,因水样中含有3 mm左右的固体颗粒,应力项和粘度项发生了一定程度的紊乱.图中曲线表明,城市原生污水在起初的一段呈宾汉流体特性,有一个屈服值存在,这主要是因为污水是多相流体,屈服值的存在是由于分散在水中的颗粒间有强烈的相互作用,只有在施加的切应力足以破坏网状结构时,流动才能进行.另外,由于实验中读数有一定的误差或者测试装置受到污染等情况综合导致造成的,而多次重复性实验,避免了这些误差的产生.当 $\frac{du}{dy} > 40 (\text{s}^{-1})$ 时,污水的粘度已经基本不变,可视为牛顿流体,粘度约为清水的2.3~3.5倍.但是曲线总体却呈现了剪切稀化流体的特性.粘度曲线拟合的结果为:

$$\eta = 0.0853 \cdot \left( \frac{du}{dy} \right)^{-0.8334}.$$

与式(3)对比可知, $k = 0.0853$ ,  $n = 0.1666$ .这一结果更加证实了城市原生污水的剪切稀化特性.针对以上结果,将城市污水视为剪切稀化流体,分别对其在层流和湍流状态下的流动特性加以分析.

## 3 城市污水的阻力特性实验

### 3.1 实验原理

根据有压管路中沿程阻力损失的计算公式,

计算沿程阻力系数  $\lambda$  ,即由达西公式:

$$h_f = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{u^2}{2g} \tag{4}$$

可得

$$\lambda = \frac{2gdh_f}{l} \cdot \frac{1}{u^2} = \frac{2gdh_f}{l} \left( \frac{1}{4} \frac{\pi d^2}{Q} \right)^2 = K \frac{h_f}{Q^2} \tag{5}$$

其中:  $h_f$  为沿程水头损失,  $mH_2O$ ;  $\lambda$  为沿程阻力系数;  $l$  为管长,  $m$ ;  $d$  为管道直径,  $m$ ;  $g$  为重力加速度,  $m/s^2$ ;  $Q$  为管道内流量,  $m^3/s$ ;  $K = \frac{\pi^2 g d^5}{8l}$ .

实验装置简图如图2所示.

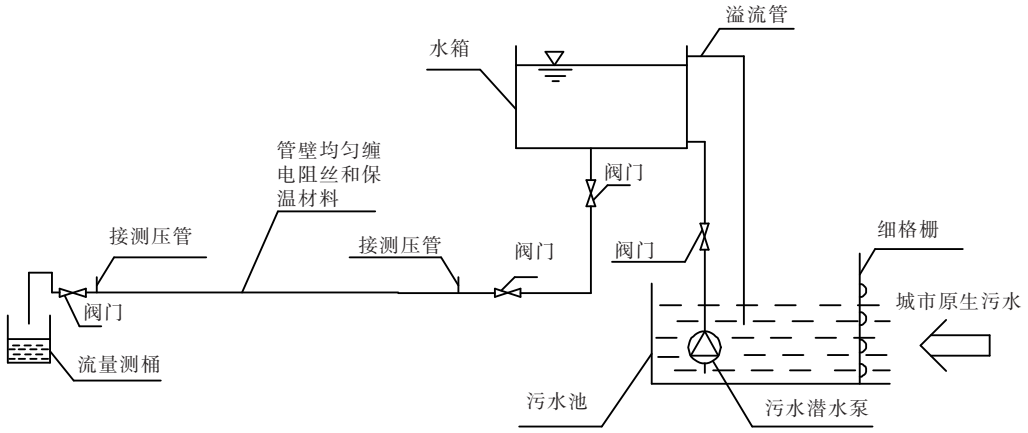


图2 实验装置简图

### 3.2 实验方法

流体流量测量采用体积法,标准桶体积为  $V, m^3$ ,时间采用秒表测量,压差由测压管读出.全开流量调节阀、进水阀,适当关小旁通阀开度,增大实验管道内流量,待流量稳定之后,用体积法测定流量,同时测量水温、即两测点压差.改变流量5~6次,重复上述步骤.

## 4 城市污水的流态判别准则

### 4.1 稳定性系数的定义

圆管流动中半径为  $r$  处的雷诺数为

$$Re_r = \frac{\rho u r}{\eta} \tag{6}$$

式中:  $Re_r$  为半径为  $r$  处的雷诺数;  $\rho$  为流体的密度,  $kg/m^3$ ;  $r$  为管道断面上任意位置的半径,  $m$ .

圆管中的紊流首先发生在紊动性最大的半径为  $r$  的某一层流体中,用该层流体的雷诺数  $(Re_r)_{max}$  来代替整个断面上的牛顿雷诺数,作为判别流态的准则<sup>[8, 10]</sup>.

$$\eta = k\gamma^{n-1} = k \left( \frac{\tau}{k} \right)^{\frac{n-1}{n}} = k \left( \frac{\Delta p r}{2kl} \right)^{\frac{n-1}{n}} \tag{7}$$

将公式  $u = \frac{n}{n+1} \left( \frac{\Delta p}{2kl} \right)^{\frac{1}{n}} (R^{\frac{n+1}{n}} - r^{\frac{n+1}{n}})$  和式

(7)代入式(6),经整理后可得

$$Re_r = \frac{n}{n+1} \frac{\rho}{k} \left( \frac{\Delta p}{2kl} \right)^{\frac{2-n}{n}} (R^{\frac{n+1}{n}} r^{\frac{1}{n}} - r^{\frac{n+2}{n}}) \tag{8}$$

然后,求  $Re_r$  得最大值:

$$Z = (Re_r)_{max} = \frac{n}{n+1} \frac{\rho}{k} \left( \frac{\Delta p}{2kl} \right)^{\frac{2-n}{n}} r^{\frac{1}{n}} (R^{\frac{n+1}{n}} - r^{\frac{n+1}{n}}) \tag{9}$$

其中:  $Z$  为稳定性系数,是判别幂律流体流动状态的一个准则;  $\Delta p$  为管道内的压差,  $Pa$ ;  $R$  为管道的半径,  $m$ .

### 4.2 流态判别准则

将式(9)整理化简后可得:

$$Z = n \left( \frac{1}{n+2} \right) \frac{\rho}{k} \left( \frac{\Delta p}{2kl} \right)^{\frac{2-n}{n}} R^{\frac{n+2}{n}} \tag{10}$$

幂律流体的平均流速  $u = \left( \frac{\Delta p}{2kl} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{n}{1+3n} R^{\frac{n+1}{n}}$ ,

于是,上式写成

$$Z = \frac{\rho u^2}{\tau_w} \varphi(n) \tag{11}$$

式中:  $\varphi(n) = n \left( \frac{3n+1}{n} \right)^2 \left( \frac{1}{n+2} \right)^{\frac{n+2}{n}}$ ;  $\tau_w$  为壁面处的切应力,  $Pa$ .

由于摩擦系数  $f = \frac{\tau_w}{\frac{\rho u^2}{2}}$ , 因此  $Z = \frac{2\varphi(n)}{f}$ .

当处于层流至紊流的临界状态时,  $Z_c = 808$ <sup>[8]</sup>, 于是

$$f_c = \frac{2\varphi(n)}{808} = \frac{\varphi(n)}{404} \tag{12}$$

式中:  $Z_c$  为层流临界状态时的稳定性系数;  $f_c$  为层流临界状态时的摩阻系数.

层流的阻力系数公式:

$$f_c = \frac{16}{(Re')_c} \text{ 或 } (Re')_c = \frac{16}{f_c}. \quad (13)$$

而由广义雷诺数  $Re' = \frac{\rho d^{n'} u^{2-n'}}{k' 8^{n'-1}}$ , 在求得临界

广义雷诺数  $(Re')_c$  后, 即可计算出临界流速, 从而判定出是层流还是紊流, 其中  $n' = n, k' = k \left( \frac{1+3n}{4n} \right)^n$ .

## 5 城市污水圆管层流及紊流压降公式

### 5.1 层流压降公式的推导

当  $u < u_c$  时, 流动处于层流状态, 圆管层流流

量  $Q = \int_0^R 2\pi r u dr$ , 积分整理得

$$Q = \frac{\pi R^3}{\tau_w} \int_{\tau}^{\tau_w} f(\tau) \tau^2 d\tau. \quad (14)$$

将幂律流体的变形速度  $f(\tau) = \left( \frac{\tau}{k} \right)^{\frac{1}{n}}, \tau_w =$

$\frac{\Delta p R}{2l}$  分别代入式(14)经整理得

$$Q = \pi \left( \frac{\Delta p}{2kl} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{n}{1+3n} R^{\frac{1+3n}{n}}. \quad (15)$$

式(15)变形后可得幂律流体压降

$$\Delta p = Q^n \left( \frac{1+3n}{\pi n} \right)^n \frac{2kl}{R^{1+3n}}. \quad (16)$$

牛顿流体 ( $n = 1$ ) 在一定的流量下,  $\Delta p$  与  $R^4$  成反比, 管径稍有变化, 就引起压降大幅度的改变. 压降对管径变化的反应是极为灵敏的. 因此, 在实际工程中, 通过调整管径来改变压降的方法是极为有效的. 然而对剪切稀化流体,  $n < 1$ , 通过调整管径来改变压降就不像牛顿流体那么灵敏了.

### 5.2 紊流压降公式的验证

当  $u > u_c$  时, 流动处于紊流状态. 非牛顿流体的紊流计算方法远不如层流计算方法成熟. 紊流摩阻计算的一般方法是通过实验及因次分析, 确定阻力系数的经验或半经验公式, 再按达西公式计算压降. 为了得到城市污水源热泵流动工质紊流流动阻力系数与管径、流速的关系, 对本实验的测试数据作进一步的分析归纳. 污水源热泵工质层流状态下可以由压降公式直接计算流动阻力, 而水力与换热工况有时会处于紊流条件下, 紊流阻力系数是探讨紊流换热特性的重要依据. 图 3 为在 3 种实验条件下压差与速度的拟合结果,

图中分别给出了拟合得到的方程.

由图 3 中的紊流测试结果有  $\Delta p \sim u^{1.7}$ , 即有:

$$\frac{\Delta p}{l} = \lambda \cdot \frac{\rho}{d} \cdot \frac{u^2}{2} \sim u^{1.7}, \text{ 设紊流条件下阻力系数与管径、流速的关系式为}$$

$$\lambda = c \cdot \rho^{-1} \cdot d^a \cdot u^b. \quad (17)$$

其中:  $a, b, c$  为经验公式中的假设系数.

由实验室的测试结果有

$$\Delta p_1 = \lambda_1 \frac{l_1 \rho u_1^2}{d_1} = 4\,362.4 u_1^{1.7}. \quad (18)$$

$$\Delta p_2 = \lambda_2 \frac{l_2 \rho u_2^2}{d_2} = 2\,821.9 u_2^{1.7}. \quad (19)$$

$$\Delta p_3 = \lambda_3 \frac{l_3 \rho u_3^2}{d_3} = 1\,798.3 u_3^{1.7}. \quad (20)$$

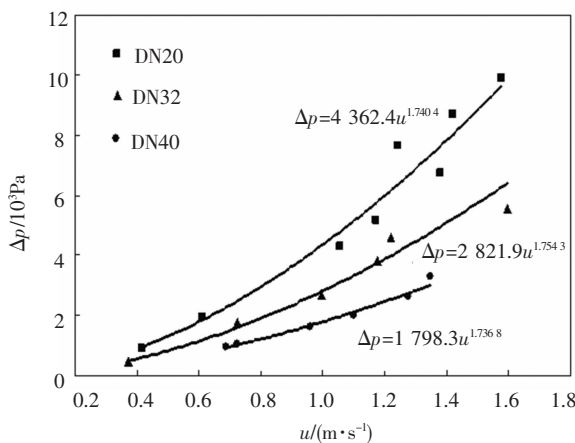


图 3 污水源热泵工质在不同管径的管道中阻力测试结果  
将式(17)代入式(18)一式(20)中, 得到: 紊流时, 阻力系数与管径、流速的关联关系为

$$\begin{cases} a = 0.314 \\ b = -1.984. \\ c = 96.738 \end{cases} \quad (21)$$

即有

$$\lambda = 96.738 \cdot \rho^{-1} \cdot d^{0.314} \cdot u^{-1.984}. \quad (22)$$

代入污水源热泵工质的密度值  $973.719 \text{ kg/m}^3$ , 得到:

$$\lambda = 0.0993 \cdot d^{0.314} \cdot u^{-1.984}. \quad (23)$$

式(23)就是宏观上得到的阻力系数计算式.

非牛顿流体的圆管紊流计算, 目前还没有成熟的计算方法, 经常使用的一些经验或半经验公式, 适用条件一般也仅限于光滑区. 由于非牛顿流体的粘度较大, 在管路中流动时的雷诺数较小, 因此光滑区的计算公式一般能满足工程上的要求. 紊流光滑区的阻力系数  $\lambda$ , 不仅取决于广义雷诺数  $Re'$ , 而且取决于  $n'$ , 通常有两种计算方法: 布拉修斯型经验公式和根据卡门公式及有关实验资料整理出来的半经验公式. 下面将本文得到的经

验公式和应用广泛的布拉修斯型经验公式进行对比验证。

布拉修斯型经验公式:

$$\lambda = \frac{a}{(Re')^b} \tag{24}$$

式中:  $a, b$  均为流动指数函数, 对应于不同流动指数  $a$  和  $b$  的值可查表 1<sup>[8]</sup> 得到。

$$\Delta p = \lambda \frac{d}{l} \frac{\rho u^2}{2}$$

其中, 广义雷诺数, 实际上把雷诺数公式

$Re = \frac{\rho u d}{\eta}$  中的牛顿粘度换成了有效粘度而得出的雷诺数, 剪切稀化流体的广义雷诺数  $Re'$  采用的是幂律流体的广义雷诺数<sup>[11]</sup>, 公式如下:

$$Re' = \frac{\rho u d}{k' \left(\frac{8u}{d}\right)^{n'-1}} = \frac{\rho d^{n'} u^{2-n'}}{k' 8^{n'-1}} \tag{25}$$

表 1 布拉修斯型经验公式中的  $a$  和  $b$

$n'$	$a$	$b$
0.2	0.258 4	0.349
0.3	0.274 0	0.325
0.4	0.284 8	0.307
0.6	0.296 0	0.281
0.8	0.304 4	0.263
1.0	0.311 6	0.250
1.4	0.321 2	0.231
2.0	0.330 4	0.213

表 2 两种经验公式计算阻力系数  $\lambda$  的比较结果

管径	布拉修斯经验公式计算结果	本文经验公式计算结果
DN20	0.023 7	0.023 8
DN32	0.022 8	0.029 1
DN40	0.021 2	0.030 2

表 2 是布拉修斯型经验公式和本文经验公式的计算结果比较, 从中可以看出, 管径较小时, 本文得到的阻力系数是完全符合计算精度要求的, 但是随着管径逐渐增大, 误差会越来越大. 这主要是由于读数不准确、局部阻力增大等实验误差造成的. 因为污水热源泵系统中的污水换热器采用的都是管壳式换热器, 而管壳式换热器管径愈小换热器愈紧凑、便宜, 但是, 压降将增加. 为了满足允许的压降, 一般选用 DN20 的管子. 对于易结垢的物料, 为方便清洗, 采用 DN25 的管子. 对于有气-液两相流的工艺物流, 一般选用较大的管径, 例如再沸器、锅炉用管多采用 DN32 的管子. 所以本文推导的经验公式可以满足工程上的要求。

## 6 结 论

1) 将城市污水视为均质流体, 将污染物的存

在归结到流动参数的变化中, 主要体现在粘度特性, 流动与换热问题可由单相非牛顿流模型描述.

2) 多次实验测得污水的粘度, 选择稳定的实验结果拟合曲线, 得出切应力本构方程为  $\tau = 0.085 3 \cdot \left(\frac{du}{dy}\right)^{0.166 6}$ , 该方程符合污水的剪切稀化特性.

3) 推导出剪切稀化流体分别在层流状态下的压降计算公式  $\Delta p = Q^n \left(\frac{1+3n}{\pi n}\right)^n \frac{2kl}{R^{1+3n}}$ .

4) 对紊流实验结果作了分析, 得出经验公式, 用布拉修斯型经验公式的计算结果与本文经验公式的计算结果进行了对比, 结果表明, 本文得到的经验公式应用于管径小于 DN32 的管道计算时是可行的. 考虑到污水换热器的管径一般都在 DN15 至 DN25 之间, 所以本文得出的经验公式可以作为工程应用参考.

## 参 考 文 献:

[1] 龙惟定. 试论我国暖通空调业的可持续发展[J]. 暖通空调, 2003, 29(3): 23-25.

[2] 赵庆波, 单葆国. 世界能源需求现状与展望[J]. 中国能源, 2002, 18(2): 18-21.

[3] WALKERS. Energy from waste in the sewage treatment plants process [C]//IEEE Conference of Opportunities and Advances in International Electric Power Generation. Durham: IET Conference Publication, 1996: 73-75.

[4] STIJEMSTROMB. Feeding large heating pumps from sewage water treatment plants [C]//Proceedings of the International Conference on Application and Efficiency of Heat Pump Systems. Munich: [s. n.], 1990: 183-192.

[5] 周彤编. 污水回用决策与技术[M]. 北京: 化学工业出版社, 2002.

[6] 王光谦. 固液两相流基本理论及其最新应用[M]. 北京: 科学出版社, 1992.

[7] 刘大有. 关于两相流, 多相流, 多流体模型和非牛顿流等概念的探讨[J]. 力学进展, 1994, 24(1): 66-74.

[8] 沈崇棠, 刘鹤年. 非牛顿流体力学及其应用[M]. 北京: 高等教育出版社, 1999.

[9] 张维佳. 幂律型非流顿流体本构常数的测量精度问题[J]. 计量学报, 1994, 15(2): 35-38.

[10] 刘存方, 赵新明. 两平行流之间幂律流体层流剪切流动的数学模型[J]. 水动力学研究与进展: A 辑, 1999, 14(3): 24-26.

[11] 宫敬, 严大凡. 非牛顿管流摩阻计算方法的比较[J]. 石油规划设计, 1994, 5(3): 28-32.

(编辑 魏希柱)