

# 利用 F - K 谱评价地脉动台阵布设方案

陶夏新<sup>1,2</sup>, 郑鑫<sup>1</sup>, 吴建明<sup>3</sup>

(1. 哈尔滨工业大学 土木工程学院, 哈尔滨 150090, taoxiaxin@yahoo.com.cn;

2. 中国地震局 工程力学研究所, 哈尔滨 150080; 3. 交通运输部天津水运工程科学研究所, 天津 300356)

**摘要:** 为了充分获取有价值的地脉动记录, 并兼顾节省观测费用, 对常用的台阵进行分析, 得到一个布局合理的地脉动台阵布设方案. 利用最大似然法, 研究圆形、十字形、菱形形状以及测点数量不同的台阵在模拟的正弦衰减波场下所得到的频率波数谱(F - K 谱), 根据谱极值是否唯一及对应的波数矢量是否与入射波方向一致来评价布设的台阵是否合理, 为选择合理的台阵布设方案提供依据. 结果表明, 菱形台阵布设方案能用较少的测点获得较精确的计算结果, 是利用地脉动台阵观测估算场地剪切波速度结构的首选布设方案.

**关键词:** 台阵; 正弦衰减波场; 频率波数谱

中图分类号: TU311.3

文献标志码: A

文章编号: 0367 - 6234(2010)04 - 0505 - 05

## A demonstration of observation array configuration for micro-tremors by F - K spectrum method

TAO Xia-xin<sup>1,2</sup>, ZHENG Xin<sup>1</sup>, WU Jian-ming<sup>3</sup>

(1. School of Civil Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150090, China, taoxiaxin@yahoo.com.cn; 2. Institute of Engineering Mechanics, China Earthquake Administration, Harbin 150080, China; 3. Tian Jin Research Institute for Water Transport Engineering of the Ministry of Transport, Tianjin 300356, China)

**Abstract:** To ensure the rationality of array design and save the cost of observation, the conventional observation array was analyzed, and a rational configuration for micro-tremors was demonstrated in this paper. The frequency-wave number spectrum (F - K spectrum) from records at arrays with different shapes and survey point numbers in a simulated sine decaying wave field was investigated, in which the circle array cross-shaped array and rhombus-shaped array were included. The acceptability of the array configuration was validated by the criterion whether there is one and only one extreme on the F - K spectrum, and whether the direction of the vector is consistent with the direction of the incident wave. The result shows that using the rhombus-shaped array can obtain more precise result with few observation points, and it is the best configuration to estimate the structure of shear wave velocity of site by the micro-tremors array observation method.

**Key words:** array; sine decaying wave field; F - K spectrum

剪切波速度结构是工程场地评价中必不可少的基础性资料, 是场地条件的主要描述指标. 持续地研究开发方便、经济的场地近地表速度结构探查方法, 一直是工程地震研究的一个突出的重点. 利用地脉动台阵观测估算场地剪切波速度结构的方法以其不需要专门的振源, 可探测深度更大, 更

加适合于人口密集的城市等优点, 受到了研究者的关注<sup>[1]</sup>. 除了对实际场地上布设的各种观测台阵进行研究以外, 也有研究者利用模拟的波场来分析观测台阵的布设. Ohrnberger<sup>[2]</sup>利用模拟的波场比较并研究台阵的布设, 包括台阵的形状、测点个数等. Capon<sup>[3]</sup>, Okada<sup>[4]</sup>等都从不同角度对 F - K 谱进行了具体的分析及可靠性评价.

在此基础上, 本文将台阵分为圆形台阵、十字型台阵、菱形台阵 3 种情况来研究, 利用最大似然法估计台阵的测点数量从 5 个增加到 8 个时所得

收稿日期: 2009 - 03 - 01.

基金项目: 国家自然科学基金重点资助项目(50538030).

作者简介: 陶夏新(1949—), 男, 教授, 博士生导师.

到的 F - K 谱. 通过模拟的波场来分析这些形状的台阵在测点数量变化时得到的 F - K 谱稳定性的变化情况. 按以下思路来判断 F - K 谱的稳定性: 计算所得 F - K 谱应有唯一谱极值, 其对应的波数矢量应体现出入射波场的方向, 且波数大小应保持为一定量<sup>[5]</sup>.

### 1 估算 F - K 谱的最大似然法

F - K 谱将时间 - 空间域中的波动信号在频率 - 波数域中表示, 其谱值反映了波动的幅值和能量密度<sup>[6]</sup>. 二维的 F - K 谱实质是一个等高线图, 反映特定频率波的频率波数谱密度与波数矢量分量  $\vec{k}_x, \vec{k}_y$  之间的关系. 根据谱中极值点的位置, 可以得到对应的波数矢量  $\vec{k}$ , 判断出波入射到台阵的方向, 进而可根据极值点对应的  $k_x, k_y$  值计算出此频率瑞利波相速度.

假设在平面上共布置了  $M$  个传感器, 第  $m$  个传感器采集到的时域信号记为  $R_m(t)$ . 把每个传感器采集到的数据分成不重叠的  $N$  块后, 将时域中的信号进行快速傅里叶变换 (FFT), 可以计算得到测点间的互功率谱<sup>[7-8]</sup>.

$$S_{ij}(f) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N [R_{in}^*(f) * R_{jn}(f)].$$

式中:  $R_{in}(f), R_{jn}(f)$  分别为第  $i$  和第  $j$  个拾振器的第  $n$  块数据傅里叶变换.

进而可得到 F - K 谱

$$P(f, \vec{k}) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M B_i^*(f, \vec{k}) \times B_j^*(f, \vec{k}) \times S_{ij}(f) \times \exp[i\vec{k}(x_i - x_j)]. \quad (1)$$

式中:  $x_i, x_j$  分别为传感器  $R_i$  和  $R_j$  的坐标位置;  $B_i(f, \vec{k})$  为最佳权函数矩阵;  $Q_{ij}(f, \vec{k})$  为矩阵

$\exp[i\vec{k} * (x_i - x_j)] * S_{ij}(f)$  的逆矩阵.

式(1)即最大似然法 (MLM) 在实际应用时估算 F - K 谱的公式, 通过它可求出每一频率  $f$  对应的高分辨率的二维 F - K 谱. 通过谱中极值点对应的波数矢量  $\vec{k}$  可求得瑞利波的相速度以及波的入射方向. F - K 谱图上谱的极值点和图中原点的连线与  $k_x$  正方向的夹角即为波的入射方向.

### 2 台阵形状和测点数量对 F - K 谱的影响

采用 MLM 法编制了计算程序, 对圆形、十字形、菱形台阵在不同测点数量时, 输入模拟的正弦衰减波场分别计算 F - K 谱, 根据 F - K 谱的谱极值特征评价台阵的布设方案.

#### 2.1 圆形台阵

圆形台阵是指测点布置在一个同心圆上, 圆心上也布置一个测点, 如图 1 所示. 模拟波场的方向从西向东, 以测点 2 和 6 接收到模拟信号的时间作为记录的起始时刻, 并假设这两点所接收到的信号为  $\exp(-600 \times t^2) \times \sin(2 \times \pi \times 0.1 \times t)$ . 各个测点根据空间位置的不同所接收到的正弦波衰减信号如表 1 所示. 台阵的测点数量按测点编号从 5 个逐渐增加到 8 个时, 在模拟波场下所得到的 F - K 谱见图 2.

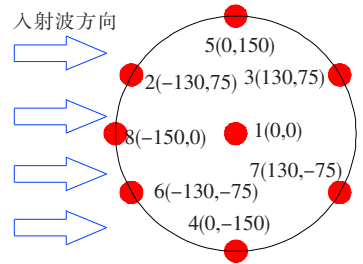


图 1 半径不变的圆形台阵

表 1 半径不变的圆形台阵各测点接收信号

测点编号	测点接收信号
1, 4, 5	$\exp(-600 \times (t - 0.006)^2) \times \sin(2 \times \pi \times 0.1 \times (t - 0.006))$
2, 6	$\exp(-600 \times t^2) \times \sin(2 \times \pi \times 0.1 \times t)$
3, 7	$\exp(-600 \times (t - 2 \times 0.006)^2) \times \sin(2 \times \pi \times 0.1 \times (t - 2 \times 0.006))$
8	$\exp(-600 \times (t + 0.000923)^2) \times \sin(2 \times \pi \times 0.1 \times (t + 0.000923))$

图 2 表明, 当测点数量为 5 个时, 半径不变的圆形台阵在模拟波场下所得到的 F - K 谱极值对应的波数范围过大; 而当测点数量从 6 个依次增加到 8 个时, 所得到的 F - K 谱均只有单一的谱极值, 谱极值对应的波数大小为  $-0.005 \text{ rad/m}$ , 极值对应的波数矢量方向也与模拟波场的入射波方向相吻合. 因此可以得出如下结论, 半径不变的

圆形台阵在模拟的平稳波场下, 最少采用 6 个测点就能得到稳定的 F - K 谱.

#### 2.2 十字型台阵

十字型台阵见图 3, 模拟波场的方向从西向东, 以测点 1(4, 5, 7) 接收到模拟信号的时间作为记录的起始时刻, 并假设测点 1(4, 5, 7) 所接收到的信号为  $\exp(-600 \times t^2) \times \sin(2 \times \pi \times 0.1 \times t)$ . 各个

测点根据空间位置的不同所接收到的衰减信号如表2所示. 台阵的测点数量按测点编号从5个逐渐增

加到8个时,在模拟波场下所得到的F-K谱见图4.

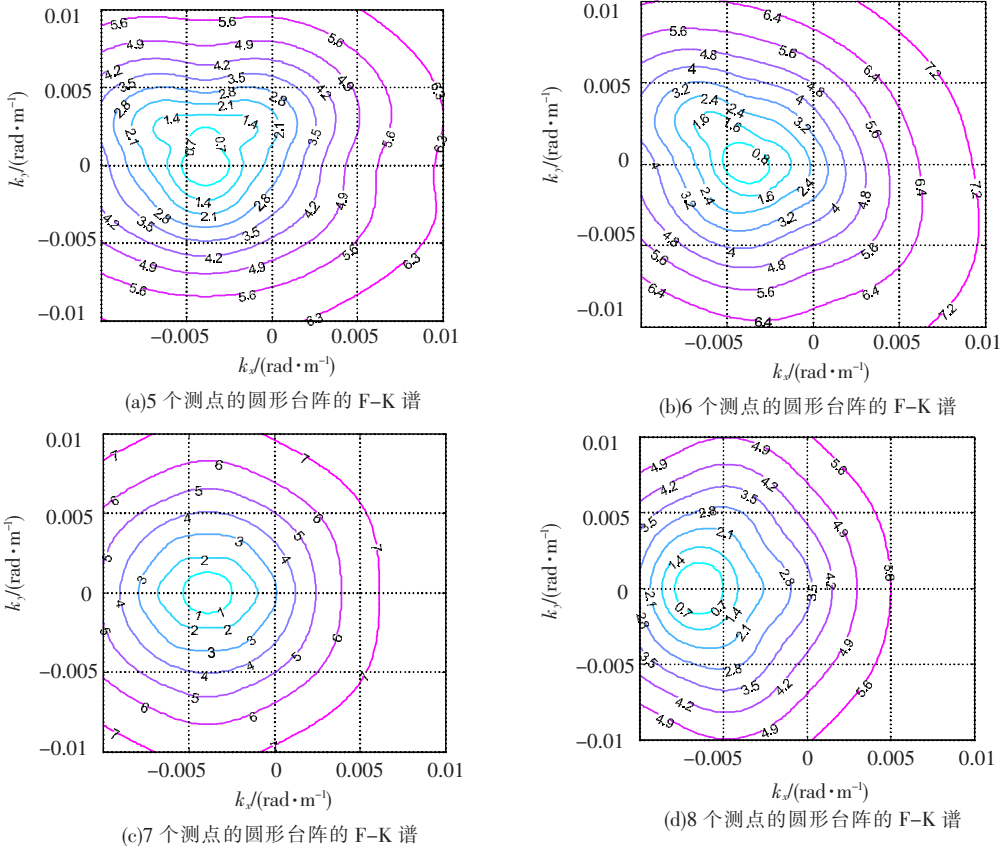


图2 半径不变的圆形台阵的F-K谱

表2 十字型台阵各测点接收信号

测点编号	各测点接收信号
1,4,5,7	$\exp(-600 \times t^2) \times \sin(2 \times \pi \times 0.1 \times t)$
2	$\exp(-600 \times (t - 0.003)^2) \times \sin(2 \times \pi \times 0.1 \times (t - 0.003))$
3	$\exp(-600 \times (t + 0.006)^2) \times \sin(2 \times \pi \times 0.1 \times (t + 0.006))$
6	$\exp(-600 \times (t + 0.012)^2) \times \sin(2 \times \pi \times 0.1 \times (t + 0.012))$
8	$\exp(-600 \times (t - 0.006)^2) \times \sin(2 \times \pi \times 0.1 \times (t - 0.006))$

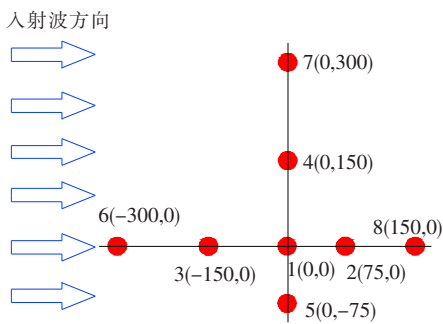


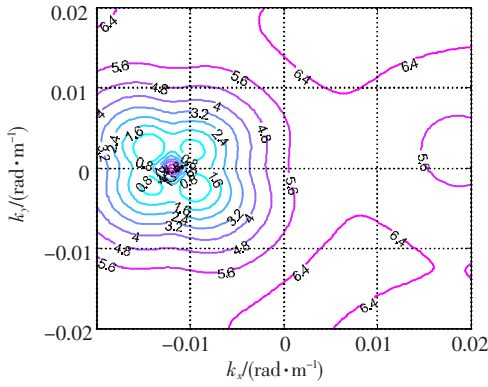
图3 十字型台阵

图4表明,当测点数量为5个时,十字型台阵在模拟波场下所得到的F-K谱图存在4个极值,无法判断对应的波数大小和入射波的方向;当测点个数从6个增加到8个时,F-K谱只有单一的谱极值,谱极值对应的波数大小为 $-0.008 \text{ rad/m}$ ,

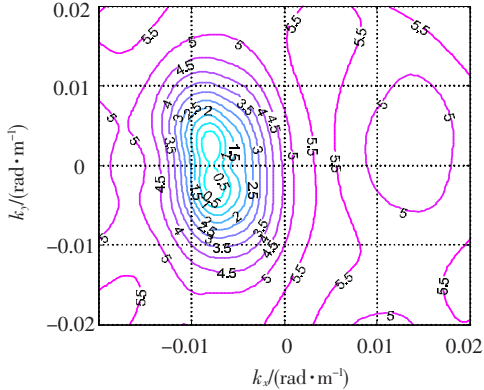
波数矢量所体现的入射波方向与模拟波场的方向是相同的. 于是得出如下结论,十字型台阵只需6个测点就能得到稳定的F-K谱,能够节省资金;在实际布设时,台阵的各个测点容易定位,减少了由于定位误差对F-K谱结果的影响.

### 2.3 菱形台阵

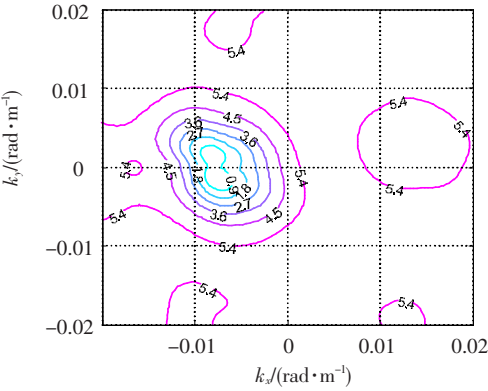
菱形台阵如图5所示,模拟波场的方向从北向南,以测点2(5,8)接收到模拟信号的时间作为记录的起始时刻,并假设测点2(5,8)所接收到的信号为 $\exp(-600 \times t^2) \times \sin(2 \times \pi \times t)$ . 各个测点根据空间位置的不同所接收到的正弦波衰减信号如表3所示. 台阵的测点数量按测点编号从5个逐渐增加到8个时,在模拟波场下所得到的F-K谱见图6.



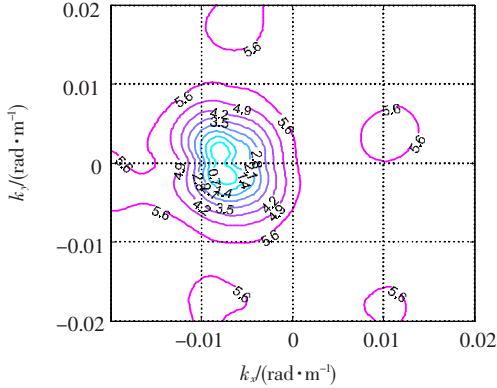
(a) 5个测点的十字型台阵的 F-K 谱



(b) 6个测点的十字型台阵的 F-K 谱



(c) 7个测点的十字型台阵的 F-K 谱



(d) 8个测点的十字型台阵的 F-K 谱

图4 十字型台阵的 F-K 谱

图6表明,当测点数从5个依次增加到8个时,菱形台阵在模拟波场下所得到的 F-K 谱图均只存在单一的谱极值,能够获知极值对应的波数大小,波数大小为0.003rad/m,波数矢量对应

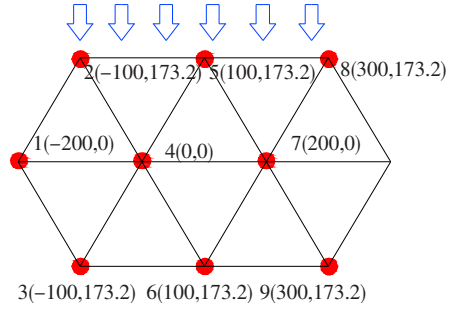
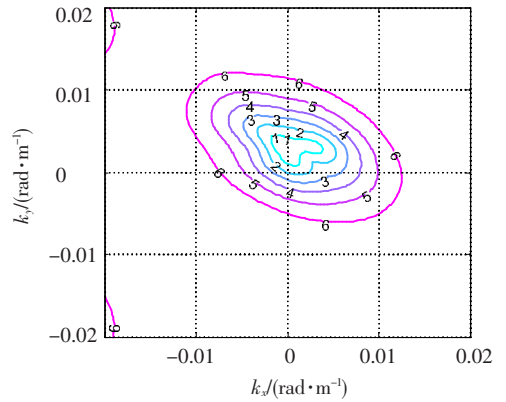


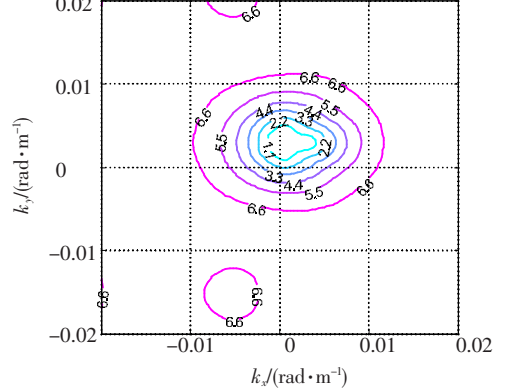
图5 菱形台阵

表3 菱形台阵各测点接收信号

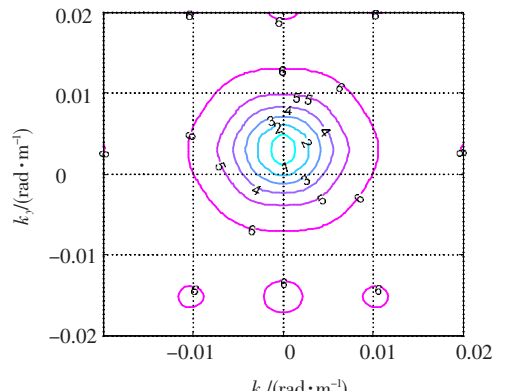
测点编号	各测点接收信号
1, 4, 7	$\exp(-600 \times (t - 0.006)^2) \times \sin(2 \times \pi \times (t - 0.006))$
2, 5, 8	$\exp(-600 \times t^2) \times \sin(2 \times \pi \times t)$
3, 6	$\exp(-600 \times (t - 0.012)^2) \times \sin(2 \times \pi \times (t - 0.012))$



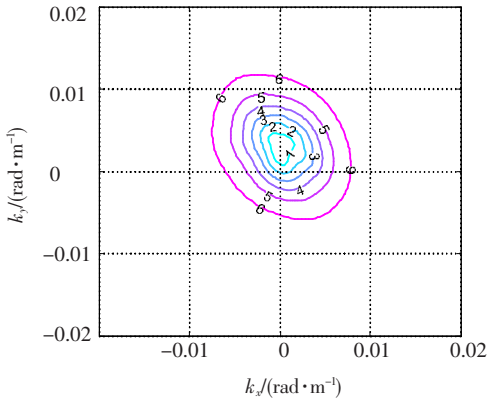
(a) 5个测点的菱形台阵的 F-K 谱



(b) 6个测点的菱形台阵的 F-K 谱



(c) 7个测点的菱形台阵的 F-K 谱



(d)8个测点的菱形台阵的F-K谱

图6 菱形台阵的F-K谱

的入射波方向与模拟波场的方向也是精确吻合的.因此,可以得出如下结论,菱形台阵在布设时,至少5个测点就能得到稳定的F-K谱图,各个测点容易定位,能够减少定位误差对分析结果的影响.

### 3 结 语

通过对3种形状台阵在模拟平稳波场下所得到的F-K谱的分析可知,随着台阵测点个数的增加,F-K谱的稳定性逐渐增强.但是每增加一个测点就要增加一个观测人员,同时增加还要相应增加观测仪器,由于观测经费有限,在实际布设台阵时,不可能为了片面追求更稳定的F-K谱而无限增加观测点数量.应该根据场地的实际情况,以最少数量的观测点数得到足够稳定的F-K谱为原则,节省观测经费和人力物力,获取最大的效益.分析结果表明,菱形的台阵布设方案能够以较少的测点获得很好的F-K谱极值,而且计算入射波方向与实际入射波方向吻合,而且菱形台阵布设也比较方便,这种形式的台阵可以作为采用F-K法进行地脉动台阵分析的最佳选择.

### 参考文献:

[1] 师黎静. 基于地脉动的近地表三维速度结构探测和建模成像[D]. 哈尔滨:中国地震局工程力学研究所,2007:1-18.

- [2] OHRNBERGER M, SCHISSELE E, CORNOU C, *et al.* Microtremor array measurements for site effect investigations; comparison of analysis methods for field data crosschecked by simulated wavefields[C]//Proceedings of the 13th World Conference on Earthquake Engineering. Vancouver: [s. n.], 2004, 8: 940-945.
- [3] CAPON J. High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis[C]//Proceedings of the Institute of Electrical and Electronics Engineers. [S. l.]: IEEE, 1969, 57(8): 1408-1418.
- [4] OKADA H. "The microtremor survey method" Geophysical monograph series[J]. Society of Exploration Geophysicists, 2003(12): 1-5.
- [5] OHRNBERGER M, SCHISSELE E, CORNOU C, *et al.* Frequency wavenumber and spatial autocorrelation methods for dispersion curve determination from ambient vibration recordings[C]//Proceedings of the 13th World Conference on Earthquake Engineering. Vancouver: [s. n.], 2004, 8: 946-955.
- [6] 束永平, 贾丽萍, 张建武. 频率/波数谱法用于分析鱼雷壳体样品[J]. 兵工学报, 2000, 21(2): 178-187.
- [7] 杨学林, 吴世明, 周亚刚. 利用短周期地脉动推断深层地基S波速度[J]. 振动工程学报. 2000, 16(4): 12-18.
- [8] APOSTOLIDIS P, RAPTAKIS D, ROUMELIOTI A, *et al.* Determination of S-wave velocity structure using microtremors and spac method applied in Thessaloniki (Greece) [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering. 2004, 24(1): 49-67.
- [9] MATSUOKA T, SHIRAISH H, HCHINOHE S. Estimation of three-dimensional S-wave velocity structure using microtremor array observations in the central Kanto Plain[C]//Proceedings of the 6th SEGJ International Symposium. Tokyo: [s. n.], 2003: 429-436.
- [10] 陶夏新, 师黎静, 董连成. 中日地脉动台阵联合观测[J]. 世界地震工程, 2002, 18(2): 4-31.

(编辑 赵丽莹)