DOI:10.11918/202412039

宽带多波束形成中可变分数延时滤波器设计

郑浩锐,杨宇峰,潘颖达,刘家瑞,郁发新

(浙江大学 航空航天学院,杭州 310027)

摘 要:为降低截取方法对可变分数延时滤波器系数定点量化时带来的性能损失,优化分数延时滤波器工程应用的资源消耗,提出一种结合极小化极大(Minimax)方法和混合整数线性规划(mixed integer linear programming,MILP)的 Farrow 滤波器设计方法,并引入 Farrow 滤波器复用方式。首先,根据 Farrow 滤波器结构及系数对称性,将滤波器系数求解表征为具有幅频响应峰值误差约束和分数延时误差约束的优化问题,并对 Farrow 滤波器系数建立整数约束;其次,根据所建立的约束,对滤波器系数进行求解;再次,基于引入的 Farrow 滤波器复用方式,对资源消耗进行分析;最后,在 Xilinx VCU118 开发板上搭建 16 通道 4 波束的波束形成系统实验平台,对本文提出的滤波器设计方法及复用方式进行验证。实验结果表明:在相同量化位宽条件下,相比于传统截取量化方法,本文所提方法降低了分数延时滤波器的归一化均方误差和群延时误差;Farrow 滤波器组在复用后,资源消耗得到显著优化;实验平台形成的数字波束指向符合期望,无指向偏移现象。本文提出的设计方法与复用方式可为 Farrow 滤波器在宽带多波束形成中的工程应用提供参考。

关键词:可变分数延时滤波器;Farrow 结构;混合整数线性规划;极小化极大方法;模块复用

中图分类号:TN911 **文献标志码**:A **文章编号**:0367-6234(2026)09-0001-08

Design of variable fractional delay filter in broadband multi-beam forming

Zheng Haorui, Yang Yufeng, Pan Yingda, Liu Jiarui, Yu Faxin

(School of Aeronautics and Astronautics, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: To reduce the performance loss caused by fixed-point quantization of variable fractional delay filter coefficients using truncation methods and optimize the resource consumption of fractional delay filter engineering applications, this paper proposes a Farrow filter design method that combines the Minimax method and mixed integer linear programming(MILP). And, the multiplexing method of Farrow filters is introduced. Firstly, based on the Farrow filter structure and coefficient symmetry, the filter coefficient solution is characterized as an optimization problem with amplitude-frequency response peak error constraints and fractional delay error constraints and integer constraints are established on the Farrow filter coefficients. Secondly, based on the established constraints, the filter coefficients are solved. Then, resource consumption is analyzed based on the introduced Farrow filter reuse method. Finally, a 16-channel, 4-beam beamforming system experimental platform is built on the Xilinx VCU118 development board to validate the filter design method and multiplexing method proposed in this paper. The experimental results show that, under the same quantization bit width conditions, compared with traditional truncation quantization methods, the proposed method reduces the normalized root-mean-squared and group delay error of fractional delay filters. The Farrow filter bank has significantly optimized resource consumption after reuse. The digital beam pattern formed by the experimental platform meets expectations without any directional deviation. The design method and multiplexing method proposed in this paper can provide reference for the engineering application of Farrow filter in broadband multi-beamforming system.

Keywords: variable fractional delay filter; Farrow structure; mixed integer linear programming; Minimax method; module reuse

随着数字集成电路和数字信号处理等技术的发展,相控阵雷达中的模拟波束形成技术逐渐被数字波束形成(digital beamforming,DBF)技术所替代。DBF 的本质为数字化的空域滤波,通过增强目标方向入射到阵列的信号抑制来自非目标方向的干扰与噪声,进而提高信噪比。DBF 技术已广泛应用于雷

收稿日期:2024-12-12;**录用日期**:2025-01-03;**网络首发日期**:2025-02-05
网络首发地址:https://link.cnki.net/urlid/23.1235.t.20250127.1549.004
基金项目:浙江省科技计划项目(2025C01076)
作者简介:郑浩锐(2001—),男,硕士研究生;刘家瑞(1987—),男,副研究员,硕士生导师
通信作者:刘家瑞,jrliu@zju.edu.cn

达、通信以及电子对抗等领域,成为宽带数字阵列雷达的关键技术之一[1-2]。

传统的波束形成天线主要依赖模拟技术,通过调整阵列中每个元件接收信号的幅度和相位控制辐射方向。然而,移相器的使用限制了带宽,其只能控制信号中心频率指向目标角度,而频带中的其他频率会受波束斜视的干扰[3]。因此,对于宽带波束形成必须采用时延单元取代传统的移相器。早期大多采用模拟域时延方法补偿各阵元间接收信号的时间差,采用延时线的方式对信号进行时延控制。然而,这种方法只能补偿波长固定倍数的延时,之后需通过移相器补偿剩余的微小延时量;同时,还存在量化精度低、成本高、抗干扰差等问题[4]。DBF 技术的出现,为解决这些问题提供了新的思路:通过模数转换器(analog to digital converter,ADC)采样,将信号转移至数字域进行时延补偿[5-6]。数字域延时分两部分:一部分为采样周期整数倍的延时,通过移位寄存器或数据缓存即可实现;另一部分为分数倍延时,通过分数延时滤波器实现。拉格朗日插值法作为应用广泛的分数延时滤波器设计方法,虽然易于实现,但其设计出的滤波器在高频段性能恶化严重;而且,一旦修改了延时参数,则需重新计算滤波器系数,这对硬件实现造成了较大的困难[7-8]。而基于 Farrow 结构设计的分数延时滤波器只要根据通带带宽等参数设计好系数后,无需根据延时量重新计算系数,仅改变一个参数即可实现不同的分数延时量[9]。

目前,国内外不少学者对分数延时滤波器展开了研究。Sun 等[8]提出了一种同时适用于偶数阶和奇数阶可变分数延时滤波器的多段优化设计算法,该算法对分数延时参数进行分段并分别求解每个分段中的滤波器系数,有效地降低了滤波器设计的复杂度。王乐宁等[10]在 Farrow 结构的基础上,利用 Hermite 插值法逼近理想非整数延时滤波器的系统函数,解决了高频部分衰减失真过大等问题,且降低了频带内的均方误差。王静雯等[11]在极小化极大(Minimax)方法的基础上,通过添加 L_1 正则化约束项改进权系数优化模型,进一步提高了系数的稀疏度,减少了乘法器和加法器的数量。庄陵等[12]将时域插值与泰勒级数展开相结合,对 Farrow 结构进行系数配置,使近一半滤波器系数独立,并使得滤波器结构的复杂度降低。Deng 等[13-14]分别对 Minimax 以及加权最小二乘法(weighted least squares,WLS)展开研究,推导出了对称结构,减少了一半需要计算的系数,并实现了高性能的分数延时滤波器。然而,上述研究求解得到的都是浮点数系数滤波器的理想性能,并没有考虑在实际工程应用中系数定点量化后的性能损失。

鉴于此,本文提出将混合整数线性规划(mixed integer linear programming,MILP)方法与 Minimax 方法结合,直接求解得出符合量化位宽要求的滤波器系数,无需再进行截取量化操作;同时,引入 Farrow 滤波器的复用方式,减少重复模块的例化数量,旨在提高分数延时滤波器的性能,并降低资源开销;最后,通过在现场可编程逻辑门阵列(field programmable gate array,FPGA)上搭建实验平台,验证分数延时滤波器设计方法以及复用方式的有效性。

1 宽带波束形成原理

考虑由 K 个各向同性阵列单元组成一维均匀线阵的波束接收情况,图 1 为其基本结构。其中,Δl 为空间波程差,d 为阵列间距,θ 为来波方向,θ_0 为期望波束指向。考虑到较大的阵列间距会产生栅瓣,而较小的间距会增加所需的收发器数量,因此,阵列间距一般选择最大频率对应波长的一半作为最优解[15]。

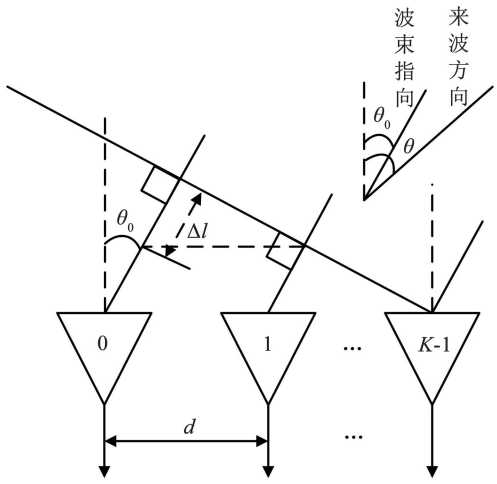


图 1 一维线阵模型

Fig. 1 One-dimensional linear array model

假设存在一个远场窄带信号,当来波信号的入射角为 θ 时,对第 k 个阵元接收到的带载波信号进行下变频,可得

$$S_k(t,f,\theta)=s(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_c\tau_k(\theta)} \tag{1}$$

式中:f 为相移值对应的频率;f_c 为载波频率;$s(t)$ 为基带信号;$\tau_k(\theta)=(kd\sin\theta)/c$ 为相对于第 0 个阵元接收到信号的时间差,c 为光速。

对于窄带信号,时延可以转化成一个与其线性相关的相移 $\Delta\varphi=(2\pi kd\sin\theta)f_c/c$。采用移相器对相移进行补偿,选定 θ_0 为期望波束指向,再对处理后的信号进行叠加,得到的结果为

$$E(t,f,\theta)=s(t)\sum_{k=0}^{K-1}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi kd}{c}(f_c\sin\theta-f\sin\theta_0)} \tag{2}$$

然而，当入射信号为宽带信号时，相移仅近似时延，与实际时延并不完全相同，信号会受到波束斜视的影响[16]。根据式(2)，移相器的取值只能为信号中心频率对应的相移值，这导致了其余频率分量的阵内相位补偿不等于空间相位差，从而引起色散。当入射信号频率相对中心频率偏移 Δf 时，波束指向的偏移角[17]为

$$\Delta\theta = -\frac{\tan\theta_0}{f_c}\Delta f \tag{3}$$

根据式(3)，随着入射信号带宽的增大，波束指向的偏移角度会增大。同时，考虑到宽带信号的包络在各阵元间的差异不能像窄带信号一样忽略不计，因此必须采用真延时的方式代替移相。在宽带波束形成中，需要先对基带信号进行时延控制，再对相移 $\Delta\varphi = (2\pi kd\sin\theta)f_c/c$ 进行补偿。图 2 为基于数字真延时的宽带波束形成系统结构。其中，n 代表整数延时量，τ 代表分数延时量，φ 为相移值。

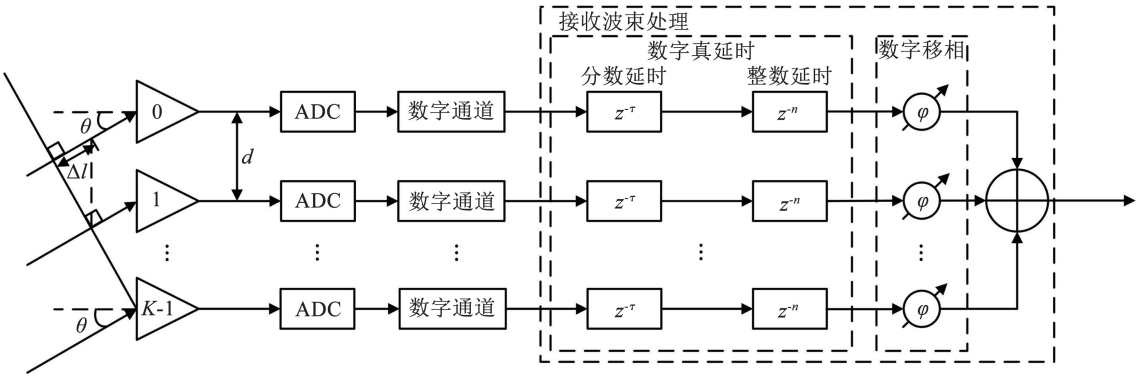


图 2　宽带波束形成系统结构

Fig. 2　Structure of broadband beamforming system

图 2 中的数字真延时分整数延时和分数延时两部分进行实现。整数延时可表示为 $n = \text{round}(\tau_k/T)$，其中 T 为信号的采样周期，round(·)为四舍五入函数；分数延时可表示为 $\tau = \tau_k/T - n$。

2　基于 Farrow 滤波器的数字真延时实现

目前，Farrow 滤波器大多采用 WLS 方法或 Minimax 方法进行系数计算[18]。前者设计方法可以使频率响应的总误差最小，后者使频率响应的峰值误差最小。因此，在滤波器复杂度相同的情况下，采用 Minimax 方法设计出的滤波器总误差能量通常大于 WLS 方法，而其峰值误差通常小于 WLS 方法[13-14,19-20]。图 3 为 Farrow 滤波器结构。其中，M 为子滤波器个数，N 为子滤波器阶数，C_M、C_{M-1}、C_0 为子滤波器，$a(N,M)$、$a(-N,M)$ 为子滤波器系数，x、y 分别为滤波器输入、输出数据。

在 Minimax 方法的基础上，对 Farrow 滤波器进行设计与优化。理想的分数延时滤波器的频率响应为

$$H_{\text{ideal}}(w,\tau) = \mathrm{e}^{-\mathrm{j}w\tau} \tag{4}$$

式中：$w \in [0,\alpha\pi]$ 为通带范围，$\alpha \in (0,1)$；$\tau \in [-0.5,0.5]$ 为可变分数延时参数。而 Farrow 滤波器的实际频率响应为

$$H(w,\tau) = \sum_{n=-N}^{N} h_n(\tau)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}wn} = \sum_{n=-N}^{N}\sum_{m=0}^{M} a(n,m)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}wn}\tau^m \tag{5}$$

式中：$a(n,m)$ 为滤波器系数，h_n 为 Farrow 滤波器系数多项式。Farrow 滤波器的系数存在对称性[21-22]，可使需计算的系数减少一半，同时，对于 $m=0$ 的子滤波器存在 $a(n,0)=\delta(n)$，其中 $\delta(\cdot)$ 为单位冲激函数。基于此，将式(5)写成矩阵形式。

$$H(w,\tau) = 1 + \sum_{m=1}^{M_e} \boldsymbol{c}_m^{\mathrm{T}}\boldsymbol{b}_{em}\tau^{2m} - \mathrm{j}\sum_{m=1}^{M_o} \boldsymbol{s}_m^{\mathrm{T}}\boldsymbol{b}_{om}\tau^{2m-1} \tag{6}$$

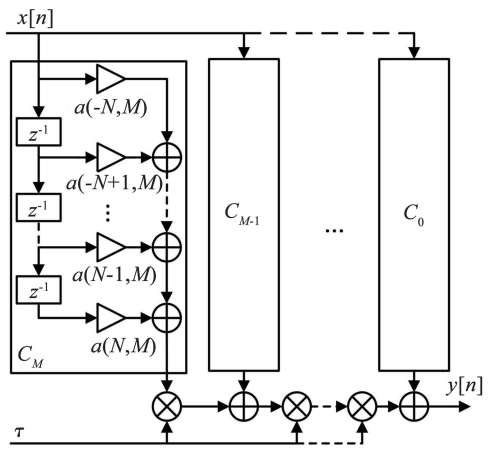


图 3　Farrow 滤波器结构

Fig. 3　Farrow filter structure

其中：

$$\begin{cases}\boldsymbol{c}_m^{\mathrm{T}} = [1\ \cos(\omega)\ \cos(2\omega)\ \cdots\ \cos(N\omega)] \\ \boldsymbol{s}_m^{\mathrm{T}} = [\sin(\omega)\ \sin(2\omega)\ \cdots\ \sin(N\omega)]\end{cases} \tag{7}$$

$$\boldsymbol{b}_{em}=\begin{bmatrix} a(0,2m) \\ 2a(1,2m) \\ \vdots \\ 2a(N,2m) \end{bmatrix},\boldsymbol{b}_{om}=\begin{bmatrix} 2a(1,2m-1) \\ 2a(2,2m-1) \\ \vdots \\ 2a(N,2m-1) \end{bmatrix} \tag{8}$$

式中：$M_e=\text{floor}(M/2)$ 和 $M_o=\text{ceiling}(M/2)$ 分别为偶对称和奇对称的子滤波器个数，floor(·)和 ceiling(·)分别为向下取整和向上取整函数；$\boldsymbol{c}_m^{\mathrm{T}}$、$\boldsymbol{s}_m^{\mathrm{T}}$ 为三角函数矩阵；$\boldsymbol{b}_{em}$、$\boldsymbol{b}_{om}$ 分别为偶对称和奇对称的子滤波器系数矩阵。

对式(6)进行解耦[13]，将其写成实部和虚部的形式，便于后续将一个复杂的非线性问题进行简化求解。

$$\begin{cases} \text{Re}(H(w,\tau)) = 1+\sum\limits_{m=1}^{M_e}\boldsymbol{c}_m^{\mathrm{T}}\boldsymbol{b}_{em}\tau^{2m} \\ \text{Im}(H(w,\tau)) = -\sum\limits_{m=1}^{M_o}\boldsymbol{s}_m^{\mathrm{T}}\boldsymbol{b}_{om}\tau^{2m-1} \end{cases} \tag{9}$$

Minimax 方法是指在频率响应峰值误差最小化的条件下，求得最优的滤波器系数，即 $\min\max|H(w,\tau)-H_{\text{ideal}}(w,\tau)|$。根据式(9)，可将其划分成两个子约束：

$$\begin{aligned} &\min\ \varepsilon_{\mathrm{R}} \\ &\text{s.t.}\ \ |\text{Re}(H(w,\tau))-\cos(w\tau)|\leqslant\varepsilon_{\mathrm{R}} \end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned} &\min\ \varepsilon_{\mathrm{I}} \\ &\text{s.t.}\ \ |-\text{Im}(H(w,\tau))-\sin(w\tau)|\leqslant\varepsilon_{\mathrm{I}} \end{aligned} \tag{11}$$

式中 ε_{R}、ε_{I} 为约束式的最大值。

为得到更接近理想性能的分数延时滤波器，在式(10)和式(11)约束的基础上，加入群延时误差约束[23]。根据 Farrow 结构，可知其理想群延时为 $\tau_{\text{ideal}}=N+\tau$，假设实际群延时为 τ_{w}，可建立如下约束：

$$\begin{aligned} &\min\ \max|H(w,\tau)-H_{\text{ideal}}(w,\tau)| \\ &\text{s.t.}\ \ |\tau_{\mathrm{w}}-\tau_{\text{ideal}}|\leqslant c_{\text{delay}} \end{aligned} \tag{12}$$

式中 c_{delay} 为分数延时滤波器的群延时误差，由实际设计需求决定。

假设实际相位响应为 $\theta_{\mathrm{w}}(w,\tau)$，根据式(5)，可得其三角关系为

$$\begin{cases} \sin\theta_{\mathrm{w}}(w,\tau)\approx\text{Im}(H(w,\tau)) = -\sum\limits_{n=-N}^{N}h_n(\tau)\sin(wn) \\ \cos\theta_{\mathrm{w}}(w,\tau)\approx\text{Re}(H(w,\tau)) = \sum\limits_{n=-N}^{N}h_n(\tau)\cos(wn) \end{cases} \tag{13}$$

通过假设实际相位响应近似于理想相位响应，即 $\theta_{\mathrm{w}}(w,\tau)\approx\theta_{\text{ideal}}(w,\tau)$ 以及三角恒等式可得

$$\theta_{\mathrm{w}}(w,\tau)-\theta_{\text{ideal}}(w,\tau)\approx\sin(\theta_{\mathrm{w}}(w,\tau)-\theta_{\text{ideal}}(w,\tau))=-\sum_{n=-N}^{N}\sum_{m=0}^{M}a(n,m)\tau^m\sin(w(n-(N+\tau))) \tag{14}$$

群延时误差可由式(14)的偏导得到，即

$$\tau_{\mathrm{w}}-\tau_{\text{ideal}}=-\frac{\partial(\theta_{\mathrm{w}}(w,\tau)-\theta_{\text{ideal}}(w,\tau))}{\partial w}=\sum_{n=-N}^{N}\sum_{m=0}^{M}(n-(N+\tau))a(n,m)\tau^m\times\cos(w(n-(N+\tau))) \tag{15}$$

上述约束求解得到的系数都是浮点数，在工程应用中，是无法直接使用的，需要对计算出的系数进行定点量化。常规的方法是对浮点数乘以 2^p（p 为量化位宽）后，再进行四舍五入取整，直接对生成的浮点数系数进行截取。随着量化位宽的提高，定点化后的滤波器性能会逐渐逼近浮点数滤波器。但是，考虑到 Farrow 滤波器本质上为一个有限长单位冲激响应滤波器（finite impulse response，FIR）组和乘累加器组的组合结构，在工程实现时会调用较多的乘法器。随着量化位宽的提高，会大大增加滤波器所占据的面积。这导致了性能和面积之间存在一定的取舍，为降低传统截取量化方法对滤波器性能造成的损失，在相同量化位宽的条件下获得更好的性能，在前文的基础上，引入 MILP 方法，直接求解符合量化要求的定点数系数[24]。

假设 Farrow 滤波器系数 $a(n,m)$ 在数字电路中占据的位宽为 p（最高位代表符号位，次高位代表整数位），$a(n,m)_{\text{bin}}$ 为系数在数字电路中的存储结果。同时，根据实际计算，发现系数 $a(0,2)$ 为唯一一个大于 1 的系数。基于此，可得 MILP 的整数约束为

$$a(n,m)\times2^{p-2}=a(n,m)_{\text{bin}} \tag{16}$$

为对比截取方法与本文提出的 MILP 方法生成的 Farrow 滤波器的性能，设定 $M=5$、$N=15$、$p=12$ bit、$c_{\text{delay}}=0.001$ 采样周期、通带范围 $\omega=0.8\pi$，基于已建立的约束，分别求解两种方法生成的滤波器系数。采用 Gurobi 求解器进行约束求解，图 4 ~ 图 7 为两种方法得到的分数延时滤波器在通带范围内的幅频响应误差和群延时误差。

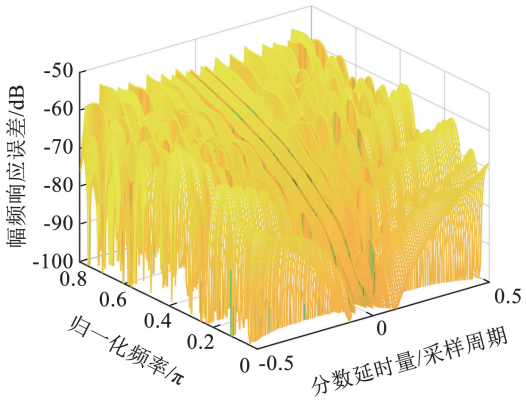


图 4　截取方法幅频响应误差

Fig. 4　Amplitude-frequency response error of capture method

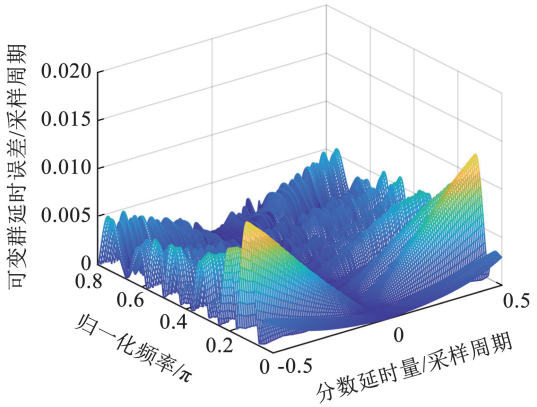


图 5　截取方法群延时误差

Fig. 5　Group delay error of capture method

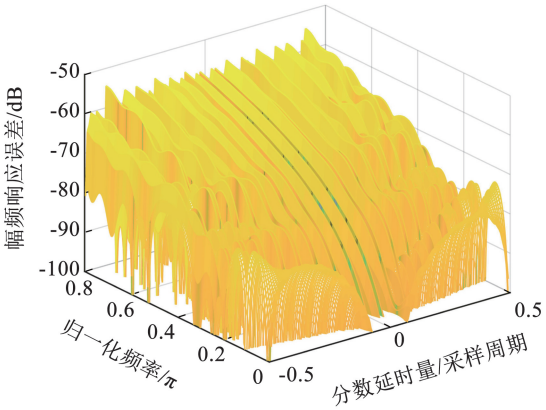


图 6　MILP 方法幅频响应误差

Fig. 6　Amplitude-frequency response error of MILP method

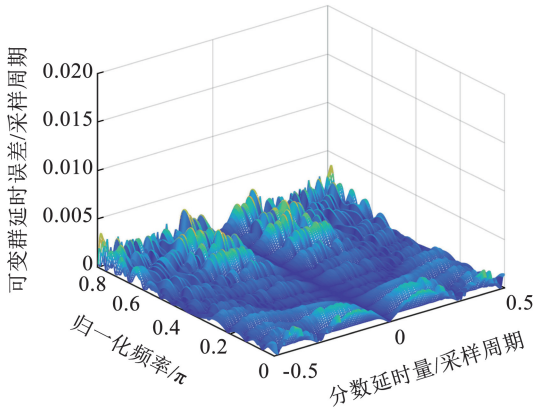


图 7　MILP 方法群延时误差

Fig. 7　Group delay error of MILP method

约束求解结果表明：相比于传统截取方法，采用 MILP 方法得到的分数延时滤波器虽然幅频响应的峰值误差相近，但归一化均方误差降低了 14.6%，在归一化频率[0，0.6π]区间内，幅频响应误差得到了显著优化；同时，最大可变群延时误差降低了 70.7%，在通带范围内的误差曲线更加平坦。

进一步提升截取方法的定点化位宽至 14 bit，设定参数 $M=5$、$N=15$、$c_{\text{delay}}=0.001$ 采样周期，将生成的分数延时滤波器与本文方法得到的位宽 12 bit分数滤波器进行群延时性能对比。图 8 为两者在分数延时 τ 分别为 0.1、0.2、0.3 采样周期时的实际群延时曲线。

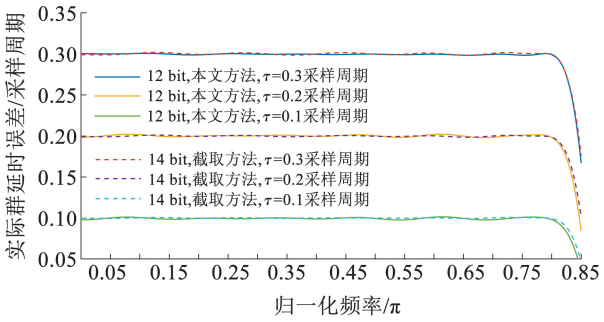


图 8　实际群延时误差对比

Fig. 8　Comparison of actual group delay error

由图 8 可知，两者的实际群延时曲线的平坦度相似。根据求解结果，本文方法与截取方法在 $\tau=0.1$ 采样周期时，最大群延时误差分别为 0.001 5、0.000 8采样周期；在 $\tau=0.2$ 采样周期时，最大群延时误差分别为 0.002 1、0.001 5 采样周期；在 $\tau=0.3$采样周期时，最大群延时误差分别为0.000 5、0.001 8采样周期。两种不同位宽的分数延时滤波器在群延时性能方面表现相近，但在工程实际应用时，12 bit 位宽相较于14 bit位宽可以缩减很大的资源开销。

为了更好地说明本文方法相较于截取方法的优势，基于文献[13－14]提出的 Minimax 方法与 WLS 方法，在参数 $M=5$、$N=15$ 的条件下生成分数延时滤波器，并对滤波器系数进行 12 bit 截取量化，与本文方法得到的 12 bit 滤波器性能进行对比，结果见表 1。

表 1　Farrow 滤波器性能比较

Tab. 1　Performance comparison of Farrow filters

设计方法	最大幅频响应误差/dB	最大群延时误差/采样周期	归一化均方误差/%
本文方法	－55.18	0.003 6	0.035
传统 Minimax 方法	－54.15	0.012 4	0.040
传统 WLS 方法	－49.95	0.013 5	0.054

由表 1 可以看出，相较于另外两种方法经截取量化后得到的滤波器性能，采用本文方法得到的滤波器的最大群延时误差分别降低了 0.008 8、0.009 9 采样周期，归一化均方误差分别降低了 0.005、0.019 个百分点。

根据图 4～图 7 及表 1 可知，本文方法相比传统的截取定点量化方法，在降低归一化均方误差和最大群延时误差方面表现出明显优势。在相同量化位宽的条件下，本文基于 MILP 方法设计的分数延时滤波器具有更优的性能。

在宽带多波束形成系统工程实现时,通常需要例化多个 Farrow 滤波器以满足对同一通道信号添加不同分数延时的功能。若不进行模块复用,则需要例化通道数与波束数乘积数量的分数延时滤波器,这将导致其占用大量逻辑资源。因此,在工程应用时,为减少系统面积,降低资源消耗,可采用模块复用的方式减少重复模块的例化数量。基于 Farrow 滤波器结构可分为 FIR 滤波器组和延时参数乘累加器组两部分。由于 Farrow 滤波器为可调延时滤波器,一旦系数计算完成,无需根据不同的延时量进行修改。因此,在设计时,不需要多次例化完整的 Farrow 滤波器,只需多次例化延时参数乘累加器组,并单次例化 FIR 滤波器组,即可实现对同一通道施加不同的延时,进而实现多波束形成。图 9 为具体的 Farrow 滤波器复用结构。其中,I 为输入通道数,J 为形成的波束数。

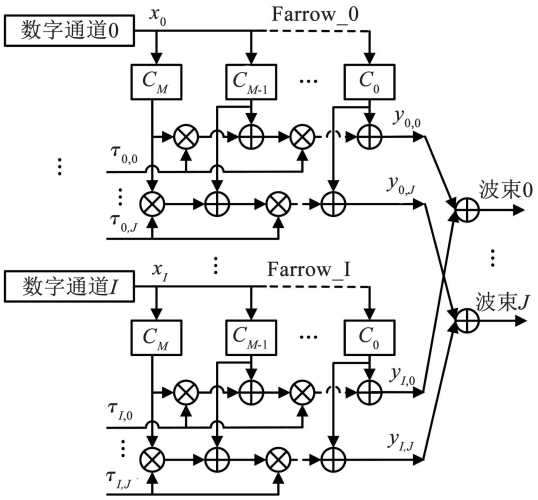


图 9　Farrow 滤波器复用结构

Fig. 9　Farrow filter reuse structure

经过上述复用,FIR 滤波器组的例化数量可减少至通道数。

3　测试与分析

为了对比本文方法生成的系数位宽 12 bit 滤波器与截取方法生成的系数位宽 14 bit 滤波器在工程应用中的资源开销,采用 Xilinx VCU118 开发板对两者进行综合。在综合时,设置仅在延时参数乘累加器处采用数字信号处理器(digital signal processor,DSP),其他均采用查找表(look-up table,LUT)、触发器(flip-flop,FF)和查找表 RAM(look-up table random access memory,LUTRAM)实现。表 2 为两者的资源消耗对比。

由图 8 的仿真结果已知两者的群延时性能相近。在此前提下,系数位宽 12 bit 的分数延时滤波器的资源消耗相较于系数位宽 14 bit 的滤波器可以节省 16.5% LUT 以及 8.0% FF(表 2)。同时,在多波束形成中,通常需要例化多个 Farrow 滤波器,两者消耗的资源差距会进一步扩大。

表 2　不同位宽滤波器资源消耗对比

Tab. 2　Comparison of resource consumption of filters with different bit widths

设计方法	资源消耗量			
	LUT	FF	DSP	LUTRAM
12 bit 量化本文方法	4 964	2 429	5	36
14 bit 量化截取方法	5 948	2 641	5	36

基于 Xilinx VCU118 开发板,在 Farrow 滤波器复用和不复用的情况下,分别搭建 16 通道 4 波束宽带多波束形成系统所需的 Farrow 滤波器组,并进行综合。表 3 为 Farrow 滤波器组复用和不复用情况下的资源消耗对比。

表 3　Farrow 滤波器组不同实现方式的资源消耗对比

Tab. 3　Comparison of resource consumption of different implementations of Farrow filter banks

实现方式	资源消耗量			
	LUT	FF	DSP	LUTRAM
复用	83 121	42 650	320	576
不复用	315 681	137 133	320	2 304

由表 3 可知,经过复用,资源消耗得到了显著的优化。其中,LUT 减少了 73.7%,FF 减少了 68.9%,LUTRAM 减少了 75.0%。除 DSP 之外的资源消耗约为不复用的 30%。

为进一步验证本文设计的可变分数延时滤波器在宽带多波束形成系统中应用的有效性,基于 Xilinx VCU118 开发板,采用本文的复用方式,搭建 16 通道 4 波束的宽带接收多波束形成实验平台进行测试。利用线性调频信号作为系统输入信号,设置采样率 $f_s = 200$ MHz、带宽 $B = 30$ MHz、中心频率 $f_0 = 50$ MHz。实验平台及测试框图如图 10 和图 11 所示。

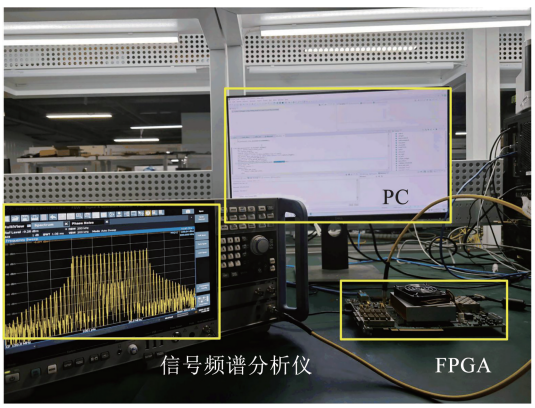


图 10　实验平台

Fig. 10　Experimental platform

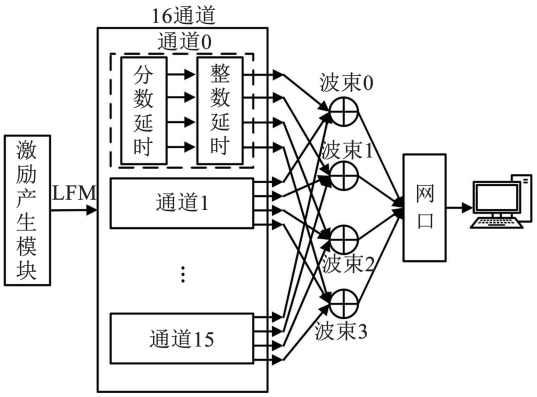


图 11　测试框图

Fig. 11　Test block diagram

为模拟各阵元接收到信号的时间差，对线性调频信号添加其最大频率对应半波长相关的延时。并在不同时间段内，对线性调频信号添加不同入射角度对应的延时，模拟实际应用场景下阵元接收来自不同方向的来波信号。同时，利用 PC 抓取 FPGA 处理后的数据，在 MATLAB 中进行分析。设定期望波束指向 θ_0 分别为 −30°、−15°、15°、30°。图 12 为实验平台形成的多波束方向图。

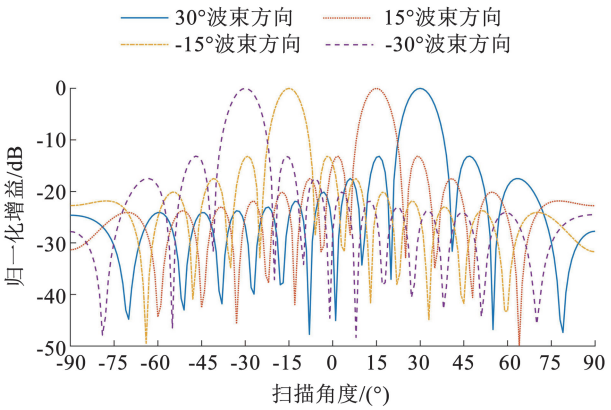


图 12　多波束形成方向图

Fig. 12　Multi-beamforming pattern

由图 12 可以看出，实验平台形成的数字波束指向符合期望。实验平台的测试结果说明本文提出的可变分数延时滤波器设计方法与引入的 Farrow 滤波器复用方式在宽带多波束形成中应用的有效性。

为进一步证明利用真延时代替移相器实现波束形成可避免波束斜视的影响，设定期望波束指向 $\theta_0 = 30°$，采用中心频率分别为 35 MHz 和 65 MHz 的单音信号作为系统输入信号形成的波束方向图如图 13所示。

由图 13 可以看出，65 MHz 和 35 MHz 的单音信号形成的波束指向符合预期，说明基于真延时的波束形成可有效克服波束斜视的干扰，不会出现指向偏移的现象。

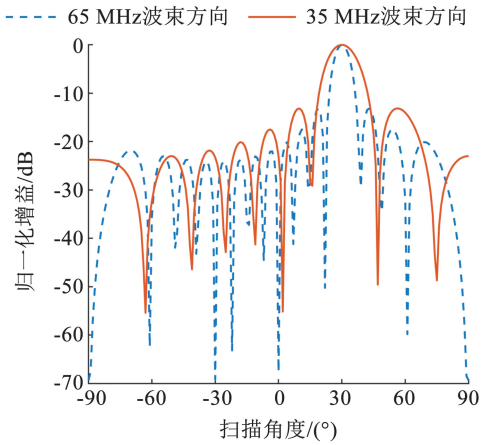


图 13　单音信号波束形成方向图

Fig. 13　Monophonic signal beamforming pattern

4　结　论

1）利用真延时模块代替移相器实现波束形成，可有效解决波束斜视问题，当入射信号为宽带信号时，不会出现波束指向偏移的情况。

2）本文提出的基于混合整数线性规划的 Farrow 滤波器设计方法可直接求解出符合量化位宽要求的滤波器系数，相较于传统截取量化方法，可显著降低分数延时滤波器的归一化均方误差和群延时误差。在相同量化位宽的条件下，可得到性能更好的分数延时滤波器。

3）在多波束形成系统中，本文引入的 Farrow 滤波器复用方式可显著降低系统资源开销。16 通道 4 波束宽带多波束形成系统所需的 Farrow 滤波器组在复用后，资源消耗得到了优化，其中 LUT 减少了 73.7%，FF 减少了 68.9%，LUTRAM 减少了 75.0%。

4）本文搭建的 16 通道 4 波束宽带接收多波束形成实验平台可得到符合期望的数字波束指向，证明所提出的 Farrow 滤波器设计方法以及引入的复用方式的有效性。

参考文献

[1] 张书瑞. 宽带数字阵列波束形成技术研究[D]. 南京：南京理工大学，2022：3
Zhang Shurui. Research on broadband beamforming for digital array [D]. Nanjing: Nanjing University of Science & Technology, 2022: 3. DOI:10.27241/d.cnki.gnjgu.2019.001787

[2] 朱元江，杨康，鲍秋香，等. 数字阵列宽带多波束发射设计与验证[J]. 电子科技大学学报，2023，52(6)：818
Zhu Yuanjiang, Yang Kang, Bao Qiuxiang, et al. Testbed for digital arrays assisted broadband multi-beam transmission [J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2023, 52(6): 818. DOI: 10.12178/1001−0548.2023077

[3] Liebold Z, Broughton B, Shemelya C. Effects of fractional time delay as a low-power true time delay digital beamforming architecture [J]. Electronics, 2024, 13(14): 2723. DOI: 10.3390/

electronics13142723

[4] Corbin J, Howadr R L. TDU quantization error impact on wideband phased-array performance[C]//2000 IEEE International Conference on Phased Array Systems and Technology. Dana Point: IEEE, 2000: 457. DOI: 10.1109/PAST.2000.858996

[5] Jneibi A A, Abououf M, Saleh H, et al. Application specific design for digital beam-former (DBF) [C]//24th IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems (ICECS). Batumi: IEEE, 2017: 111. DOI: 10.1109/ICECS.2017.8292038

[6] Talisa S H, Ohaver K W, Comberiate T M, et al. Benefits of digital phased array radars[J]. Proceedings of the IEEE, 2016, 104(3): 530. DOI: 10.1109/JPROC.2016.2515842

[7] 林文涛, 贾玉博, 张紫文, 等. 基于加权最小二乘法的分数延时滤波器设计[J]. 仪表技术与传感器, 2023(1): 44
Lin Wentao, Jia Yubo, Zhang Ziwen, et al. Fractional delay filter design based on weighted least square method [J]. Instrument Technique and Sensor, 2023(1): 44. DOI:10.3969/j.issn.1002-1841.2023.01.009

[8] Sun Jieyi, Wang Yongqing, Shen Yuyao, et al. Multisegment optimization design of variable fractional-delay FIR filters[J]. Digital Signal Processing, 2021, 112: 103005. DOI: 10.1016/j.dsp.2021.103005

[9] Farrow C W. A continuously variable digital delay element[C]// IEEE International Symposium on Circuits and Systems. Espoo: IEEE, 1988: 2641. DOI: 10.1109/ISCAS.1988.15483

[10] 王乐宁, 喻敏, 姚直象, 等. Hermite 分数时延滤波器在声纳信号源仿真逆波束形成中的应用[J]. 兵工学报, 2019, 40(7): 1460
Wang Lening, Yu Min, Yao Zhixiang, et al. Application of Hermite fractional time delay filter in simulation of inverse beamforming of sonar signal source[J]. Acta Armamentarii, 2019, 40(7): 1460. DOI: 10.3969/j.issn.1000-1093.2019.07.016

[11] 王静雯, 周文静, 沈明威, 等. 基于稀疏约束的低复杂度可变分数时延滤波器[J]. 数据采集与处理, 2024, 39(2): 481
Wang Jingwen, Zhou Wenjing, Shen Mingwei, et al. Low-complexity design of sparse-constrained variable fractional delay filter[J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2024, 39(2): 481. DOI: 10.16337/j.1004-9037.2024.02.020

[12] 庄陵, 刘莹, 宋诗苇. 具有系数相关性的可变分数时延滤波器设计方法[J]. 通信学报, 2024, 45(4): 137
Zhuang Ling, Liu Ying, Song Shiwei. Method for the design of variable fractional delay filters with coefficient-dependence relation [J]. Journal on Communications, 2024, 45(4): 137. DOI: 10.11959/j.issn.1000-436x.2024088

[13] Deng Tianbo. Decoupling minimax design of low-complexity variable fractional-delay FIR digital filters [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2011, 58(10): 2398. DOI: 10.1109/TCSI.2011.2123510

[14] Deng Tianbo, Lian Yong. Weighted-least-squares design of variable fractional-delay FIR filters using coefficient symmetry [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(8): 3023. DOI: 10.1109/TSP.2006.875385

[15] Hashemi H, Chu T, Roderick J. Integrated true-time-delay-based ultra-wideband array processing [J]. IEEE Communications Magazine, 2008, 46(9): 162. DOI: 10.1109/MCOM.2008.4623722

[16] Jang S, Lu R, Jeong J, et al. A 1-GHz 16-element four-beam true-time-delay digital beamformer [J]. IEEE Journal of Solid-State Circuits, 2019, 54(5): 1304. DOI: 10.1109/JSSC.2019.2894357

[17] Longbrake M. True time-delay beamsteering for radar[C]//2012 IEEE National Aerospace and Electronics Conference (NAECON). Dayton: IEEE, 2012: 246. DOI: 10.1109/NAECON.2012.6531062

[18] Gu Jie, Xu Min, Zhou Wenjing, et al. Efficient aperture fill time correction for wideband sparse array using improved variable fractional delay filters[J]. Sensors, 2024, 24(13): 4327. DOI: 10.3390/s24134327

[19] Deng Tianbo, Chivapreecha S, Dejhan K. Bi-minimax design of even-order variable fractional-delay FIR digital filters [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2012, 59(8): 1766. DOI: 10.1109/TCSI.2011.2180431

[20] Huang Y, Pei S, Shyu J. WLS design of variable fractional-delay FIR filters using coefficient relationship[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2009, 56(3): 220. DOI: 10.1109/TCSII.2008.2011598

[21] Deng Tianbo. Symmetric structures for odd-order maximally flat and weighted-least-squares variable fractional-delay filters [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2007, 54(12): 2718. DOI: 10.1109/TCSI.2007.905649

[22] Deng Tianbo. Symmetry-based low-complexity variable fractional-delay FIR filters [C]//2004 IEEE International Symposium on Communications and Information Technology. Sapporo: IEEE, 2004: 194. DOI: 10.1109/ISCIT.2004.1412478

[23] Liu Xiaowei, Ren Guangliang, Zhang Wenchao, et al. Optimized design of a variable fractional delay filter with delay error constraints [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2023, 70(8): 3164. DOI: 10.1109/TCSII.2023.3245723

[24] Ta H Q, Lenhat T. Design of FIR filter with discrete coefficients based on mixed integer linear programming[C]//9th International Conference on Signal Processing (ICSP 2008). Beijing: IEEE, 2008: 9. DOI: 10.1109/ICOSP.2008.4697056