DOI:10.11918/202601037

基于多基雷达的进动锥体目标角速度矢量估计

张荣政,陶 政,王 勇,张君秋

(哈尔滨工业大学 电子与信息工程学院,哈尔滨 150001)

摘 要:弹道导弹飞行中段是预警探测与识别拦截的重要阶段。弹头等重型锥体目标在释放后,由于不可避免的横向力矩干扰,通常会呈现出自旋与锥旋合成的复杂进动运动。针对单、双基雷达条件下角速度矢量存在不可完全观测性,且现有参数估计算法严重依赖观测几何并对环境噪声敏感等问题,本文提出了一种基于多基雷达微动曲线的进动目标角速度矢量估计方法。首先,通过构建进动锥体运动与多基雷达观测模型,提取出多部雷达高分辨距离像序列中散射点的微动曲线。其次,深入挖掘散射点微动规律,建立了散射点径向位移与锥旋角速度之间的几何约束关系,利用多视角下的线性约束条件实现对锥旋角速度矢量的精确求解。最终,结合微动曲线呈现的进动周期特性,推导计算出角速度的大小与矢量。数值仿真与重构实验表明,该方法在较低的信噪比条件下,对比传统方法能够实现对角速度矢量的稳定估计,具备更出色的抗噪鲁棒性,且利用估计参数重构的微动曲线有效验证了结果的物理一致性 。

关键词:锥体目标;多基雷达;微多普勒效应;锥旋运动;自旋运动;角速度估计

中图分类号:TN975 **文献标志码**:A **文章编号**:0367-6234(2026)08-0079-09

Estimation of angular velocity vector for precessing conical targets based on multi-static radar

Zhang Rongzheng, Tao Zheng, Wang Yong, Zhang Junqiu

(School of Electronics and Information Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: The midcourse phase of ballistic missile flight is an important stage for early warning, detection, recognition, and interception. After deployment, heavy conical targets such as warheads typically exhibit complex precession motion, a combination of spin and coning, due to unavoidable lateral torque interference. To address the problems that the angular velocity vector is incompletely observable under monostatic and bistatic radar conditions and that existing parameter estimation algorithms heavily rely on observation geometry and are sensitive to environmental noise, this paper proposed an estimation method for the angular velocity vector of precessing targets based on multi-static radar micro-motion curves. First, by constructing a precessing cone motion model and a multi-static radar observation model, this paper extracted the micro-motion curves of scattering points from the high-resolution range profile sequences of multiple radars. Second, by deeply mining the micro-motion laws of scattering points, this paper established a geometric constraint relationship between the radial displacement of scattering points and the coning angular velocity and realized the precise calculation of the coning angular velocity vector using linear constraints from multiple viewing angles. Finally, combined with the precession period characteristics exhibited by the micro-motion curves, the magnitude and vector of the angular velocity were derived and calculated. Numerical simulations and reconstruction experiments demonstrate that, compared with traditional methods, the proposed method can achieve stable estimation of the angular velocity vector under low signal-to-noise ratio conditions, exhibiting superior anti-noise robustness. Furthermore, the micro-motion curves reconstructed using the estimated parameters effectively verify the physical consistency of the results.

Keywords: conical target; multi-static radar; micro-Doppler effect; coning motion; spin motion; angular velocity estimation

弹道导弹飞行速度快、精度高、威力大,逐渐成为左右战场局势的关键。弹道导弹飞行过程中一般分为助推段、飞行中段和再入段,其中飞行中段飞行时间最长,是弹道导弹预警探测与识别拦截的重要

收稿日期:2026-01-09;**录用日期**:2026-02-21;**网络首发日期**:2026-03-19
网络首发地址:https://link.cnki.net/urlid/23.1235.t.20260318.1122.002
基金项目:国家杰出青年科学基金(62325104)
作者简介:张荣政(1995—),男,博士研究生;王 勇(1979—),男,教授,博士生导师
通信作者:王 勇,wangyong6012@hit.edu.cn

阶段。导弹弹头和重型诱饵等锥体目标与分导舱分离后,为了保持运动姿态,一般会采取自旋稳定的方式进行姿态控制,同时由于释放过程中不可避免的产生横向力矩干扰,自旋稳定的锥体目标将会绕空间某一定向轴进行锥旋,自旋与锥旋的合成运动称为进动[1-5]。弹头等锥体目标的自旋、进动等都是典型的微动,弹头与诱饵不同的微动特征差异为目标识别提供了有效途径[6-7]。利用高分辨雷达和现代信号处理技术对弹道目标的微动及成像特征进行提取,可以作为弹道目标识别的重要依据[8-11]。

近年来,围绕锥体目标微动特性的研究主要集中在微动特征提取与目标三维重构等方向。文献[12]使用两部雷达将回波信号进行时频分析并完成包络提取,以上下包络差为依据提取出锥旋角速率与自旋角速率等进动参数,但只估计出了角速度的大小,未进一步提取角速度的方向;文献[13]对时频分布结果采用经验模式分解方法,将时频曲线分解成若干独立曲线来估计目标的微动参数,但经验模式分解方法在信号存在高频噪声时会有模式混叠问题,无法有效处理复杂的雷达信号;文献[14]结合时频分布与逆 Radon 变换进行微动参数估计,但时频分布存在交叉项与分辨率的矛盾,在含有多个散射点的复杂目标中更为突出,对微动模型的依赖性较强;文献[15]虽然通过单基雷达实现了对进动锥柱体目标三维微动参数的估计,但单基雷达缺乏垂直于雷达径向的分辨率,只能得到角速度矢量的参考解;文献[15]使用混合体制的雷达组网,构建包含宽窄带雷达信息的联合方程组实现了进动目标结构参数的求解,但是对信噪比要求较高;文献[16]使用宽带组网雷达,通过几何分析的方法构建非线性方程组来减少未知量,实现对三维锥旋矢量的求解,但提取精度受到微动曲线振幅提取精度以及算法初值选取的影响,并且需要去除无实际物理意义的重根。上述方法在理想条件下能够取得一定效果,但其性能往往受到观测几何以及目标结构复杂度等因素的制约。

相比单基与双基雷达系统,多基雷达能够从多个观测视角同时获取目标微动信息,有助于克服单双基视角条件下的不可观测性问题,为角速度矢量的三维估计提供更多约束条件。同时,微动曲线作为微动调制在距离维上的直接体现,其物理含义清晰,能够直观反映散射点的运动轨迹,为建立微动模型与角速度参数之间的映射关系提供了便利。

基于上述分析,本文提出了一种基于多基雷达微动曲线的进动锥体目标角速度矢量估计方法。通过构建散射点微动曲线与锥旋、自旋角速度之间的几何关系模型,利用多基观测下的线性约束条件,实现了锥旋角速度矢量与自旋角速度矢量的估计。数值仿真结果表明,所提方法在不同信噪比条件下均具有较高的估计精度和良好的抗噪性能,同时利用估计得到的角速度参数重构的微动轨迹与原始曲线在物理意义上保持一致性,验证了方法的有效性。

1 微动目标运动与雷达观测模型

首先建立微动目标的运动模型,随后给出多雷达条件下的观测模型,并简要说明微动曲线的提取方法,为后续运动参数估计奠定基础。

1.1 坐标系定义与微动目标运动模型

为便于描述目标相对于雷达的空间三维旋转运动,建立 3 个坐标系,分别是以雷达位置 Q 为原点的雷达坐标系 $QUVW$,以目标质心 O 为原点且坐标轴与雷达坐标系的坐标轴平行的参考坐标系 $OXYZ$,以及以目标质心 O 为原点的目标本地坐标系,其随着目标在雷达坐标系中的运动而运动,如图 1所示。

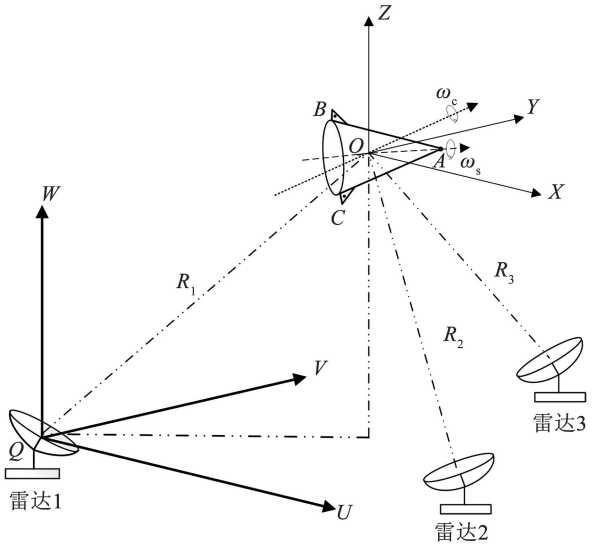


图 1 进动锥体运动模型

Fig. 1 Precession model of conical target

参考坐标系可以视为雷达坐标系的整体平动,目标本地坐标系可以视为参考坐标系的三维旋转,同一向量在目标本地坐标系和参考坐标系中具有不同的表达式,它们之间的关系由欧拉旋转矩阵 $\boldsymbol{R}_{\text{init}}$ 确定,假设初始时刻参考坐标系是由本地坐标系围绕 z 轴旋转 ϕ,围绕 y 轴旋转 θ,再围绕 x 轴旋转 φ 变换而成,即初始欧拉角为(ϕ,θ,φ),那么有:

$$\boldsymbol{R}_{\text{init}}=\begin{bmatrix}\cos\phi & -\sin\phi & 0\\ \sin\phi & \cos\phi & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\cos\theta & 0 & \sin\theta\\ 0 & 1 & 0\\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\varphi & -\sin\varphi\\ 0 & \sin\varphi & \cos\varphi\end{bmatrix} \tag{1}$$

对发射信号的回波进行脉冲压缩处理,得到其一维距离像[17]:

$$|S_{\text{d}}(f,t_{\text{m}})|=\sigma T_{\text{p}}\text{sinc}\left(T_{\text{p}}\left(f+\frac{2k}{c}R_{\Delta}(t_{\text{m}})\right)\right) \tag{2}$$

式中:$R_{\Delta}(t_{\text{m}})=R(t_{\text{m}})-R_{\text{ref}}$,$R(t_{\text{m}})$为在慢时间 t_{m} 时刻散射点到雷达的距离,R_{ref}为目标到雷达的参考距离。

回波信号的一维距离像峰值位于$f=-2kR_{\Delta}(t_{\text{m}})/c$处,通过乘以因子 $-c/(2k)$,f 可被转化 $R_{\Delta}(t_{\text{m}})$,因此可以将一维距离像 $f-t_{\text{m}}$ 所在的平面称为慢时间–距离像平面。

当锥体目标位于雷达远场做进动运动时,不考虑目标平动,将图 1 雷达与目标散射点之间的关系简化为如图 2 所示,近似有:

$$R_{\Delta}(t_{\text{m}})=R(t_{\text{m}})-R_{\text{ref}}=\overrightarrow{|QA|}-\overrightarrow{|QO|}\approx\overrightarrow{|OH|} \tag{3}$$

图 2 中 H 为散射点 A 在雷达视线方向上的投影点。

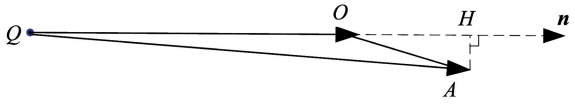


图 2　雷达与目标几何关系简化示意

Fig. 2　Simplified schematic diagram of geometric relationship between radar and target

当锥体目标上的散射点 A 在围绕质心 O 进行进动过程中,散射点在雷达视线上的投影长度$\overrightarrow{|OH|}$不断变化,此时由式(2)、(3)可知,距离像峰值呈现为随 $R_{\Delta}(t_{\text{m}})$变化的曲线,该曲线反映了散射点的微动特征。

1.2　目标散射点的微多普勒效应分析与微动曲线提取

当图 3 所示的锥体目标位于雷达远场做进动运动时,不考虑目标平动,目标自身的微动会对雷达回波产生频率调制,这种由微动引起的调制现象称为微多普勒效应。对于进动目标的锥顶散射点 A 与尾翼散射点 B,由于其运动形式不同,所引起的微多普勒效应也不完全相同。

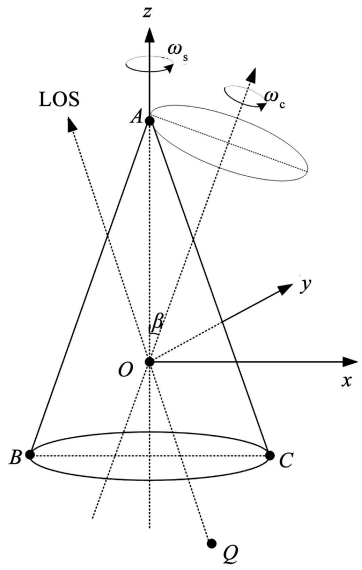


图 3　锥体目标示意

Fig. 3　Schematic diagram of conical target

对于尾翼散射点 B,其在围绕自旋轴 $\boldsymbol{\omega}_{\text{s}}$ 进行自旋的同时还围绕空间某一定向轴 $\boldsymbol{\omega}_{\text{c}}$ 进行锥旋,它与目标质心 O 的径向距离 $R_{\Delta}(t_{\text{m}})$近似为:

$$R_{\Delta,\text{B}}(t_{\text{m}})\approx(\boldsymbol{R}_{\text{coning}}\boldsymbol{R}_{\text{spining}}\boldsymbol{R}_{\text{init}}\boldsymbol{r}_{\text{B}})^{\text{T}}\cdot\boldsymbol{n} \tag{4}$$

式中:$\boldsymbol{n}$ 为雷达视线方向单位向量,$\boldsymbol{r}_{\text{B}}$ 为尾翼散射点在本地坐标系下的坐标,$\boldsymbol{R}_{\text{init}}$为旋转矩阵,$\boldsymbol{R}_{\text{coning}}$与 $\boldsymbol{R}_{\text{spining}}$为目标的自旋矩阵与锥旋矩阵,根据罗德里格斯旋转公式有:

$$\boldsymbol{R}_{\text{spining}}=\boldsymbol{I}+\hat{\boldsymbol{\omega}}'_{\text{s}}\sin(\Omega_{\text{s}}t)+\hat{\boldsymbol{\omega}}'^{2}_{\text{s}}[1-\cos(\Omega_{\text{s}}t)] \tag{5}$$

$$\boldsymbol{R}_{\text{coning}}=\boldsymbol{I}+\hat{\boldsymbol{\omega}}'_{\text{c}}\sin(\Omega_{\text{c}}t)+\hat{\boldsymbol{\omega}}'^{2}_{\text{c}}[1-\cos(\Omega_{\text{c}}t)] \tag{6}$$

式中:$\Omega_{\text{s}}=\|\boldsymbol{\omega}_{\text{s}}\|$,$\Omega_{\text{c}}=\|\boldsymbol{\omega}_{\text{c}}\|$,$\boldsymbol{\omega}'_{\text{s}}=\boldsymbol{\omega}_{\text{s}}/\Omega_{\text{s}}=(\omega'_{\text{s}X},\omega'_{\text{s}Y},\omega'_{\text{s}Z})^{\text{T}}$,$\boldsymbol{\omega}'_{\text{c}}=\boldsymbol{\omega}_{\text{c}}/\Omega_{\text{c}}=(\omega'_{\text{c}X},\omega'_{\text{c}Y},\omega'_{\text{c}Z})^{\text{T}}$,斜对称矩阵$\hat{\boldsymbol{\omega}}'_{\text{s}}$与 $\hat{\boldsymbol{\omega}}'_{\text{c}}$构造如下:

$$\hat{\boldsymbol{\omega}}'_{\text{s}}=\begin{bmatrix}0 & -\omega'_{\text{s}Z} & \omega'_{\text{s}Y}\\ \omega'_{\text{s}Z} & 0 & -\omega'_{\text{s}X}\\ -\omega'_{\text{s}Y} & \omega'_{\text{s}X} & 0\end{bmatrix},\hat{\boldsymbol{\omega}}'_{c}=\begin{bmatrix}0 & -\omega'_{\text{c}Z} & \omega'_{\text{c}Y}\\ \omega'_{\text{c}Z} & 0 & -\omega'_{\text{c}X}\\ -\omega'_{\text{c}Y} & \omega'_{\text{c}X} & 0\end{bmatrix}$$

可以看出,由进动引起的微多普勒效应表达式相当复杂,将式(5)、(6)代入式(4)并化简,可以得到 $R_{\Delta,\text{B}}(t_{\text{m}})$的微动曲线理论表达式:

$$\begin{aligned}R_{\Delta,\text{B}}(t_{\text{m}})\approx{}&(\boldsymbol{R}_{\text{coning}}\boldsymbol{R}_{\text{spining}}\boldsymbol{R}_{\text{init}}\boldsymbol{r}_{\text{B}})^{\text{T}}\cdot\boldsymbol{n}=A_0+\\ &A_1\sin(\Omega_{\text{s}}t_{\text{m}})+A_2\cos(\Omega_{\text{s}}t_{\text{m}})+A_3\sin(\Omega_{\text{c}}t_{\text{m}})+\\ &A_4\sin(\Omega_{\text{c}}t_{\text{m}})\sin(\Omega_{\text{s}}t_{\text{m}})+A_5\sin(\Omega_{\text{c}}t_{\text{m}})\cos(\Omega_{\text{s}}t_{\text{m}})+\\ &A_6\cos(\Omega_{\text{c}}t_{\text{m}})+A_7\cos(\Omega_{\text{c}}t_{\text{m}})\sin(\Omega_{\text{s}}t_{\text{m}})+\\ &A_8\cos(\Omega_{\text{c}}t_{\text{m}})\cos(\Omega_{\text{s}}t_{\text{m}})\end{aligned} \tag{7}$$

其中：

$$A_0 = \boldsymbol{r}_{\mathrm{B}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{init}}^{\mathrm{T}}((\boldsymbol{I}+\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{c}}'^{2})(\boldsymbol{I}+\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{s}}'^{2}))^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{n},$$

$$A_1 = \boldsymbol{r}_{\mathrm{B}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{init}}^{\mathrm{T}}(\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{s}}'+\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{c}}'^{2}\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{s}}')^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{n},$$

$$A_2 = -\boldsymbol{r}_{\mathrm{B}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{init}}^{\mathrm{T}}(\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{s}}'^{2}+\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{c}}'^{2}\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{s}}'^{2})^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{n},$$

$$A_3 = \boldsymbol{r}_{\mathrm{B}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{init}}^{\mathrm{T}}(\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{c}}'+\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{c}}'\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{s}}'^{2})^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{n},$$

$$A_4 = \boldsymbol{r}_{\mathrm{B}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{init}}^{\mathrm{T}}(\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{c}}'\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{s}}')^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{n},$$

$$A_5 = -\boldsymbol{r}_{\mathrm{B}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{init}}^{\mathrm{T}}(\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{c}}'\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{s}}'^{2})^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{n},$$

$$A_6 = \boldsymbol{r}_{\mathrm{B}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{init}}^{\mathrm{T}}(\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{c}}'^{2}+\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{c}}'^{2}\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{s}}'^{2})^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{n},$$

$$A_7 = -\boldsymbol{r}_{\mathrm{B}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{init}}^{\mathrm{T}}(\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{c}}'^{2}\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{s}}')^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{n},$$

$$A_8 = \boldsymbol{r}_{\mathrm{B}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{init}}^{\mathrm{T}}(\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{c}}'^{2}\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{s}}'^{2})^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{n}$$

对于锥顶散射点 A，由于其位于自旋轴上，因此目标的自旋转动对其没有影响，锥顶 A 仅受到围绕锥旋轴 $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{c}}$ 旋转的调制影响，因此对于锥顶 A 有：

$$R_{\Delta,\mathrm{A}}(t_{\mathrm{m}}) \approx (\boldsymbol{R}_{\mathrm{coning}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{init}}\boldsymbol{r}_{\mathrm{A}})^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{n} \tag{8}$$

式中 $\boldsymbol{r}_A$ 为锥顶散射点在本地坐标系下的坐标。

将式(6)代入式(8)并化简，可以得到锥顶 A 的微动表现形式是一条正弦曲线，其频率即为锥旋的频率 Ω_{c}。

$$\begin{aligned}
&R_{\Delta,\mathrm{A}}(t_{\mathrm{m}}) \approx (\boldsymbol{R}_{\mathrm{coning}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{init}}\boldsymbol{r}_{\mathrm{A}})^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{n} = \\
&[(\boldsymbol{I}+\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{c}}'\sin(\Omega_{\mathrm{c}}t_{\mathrm{m}})+\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{c}}'^{2}[1-\cos(\Omega_{\mathrm{c}}t_{\mathrm{m}})])\boldsymbol{R}_{\mathrm{init}}\boldsymbol{r}_{\mathrm{A}}]^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{n} = \\
&(\boldsymbol{R}_{\mathrm{init}}\boldsymbol{r}_{\mathrm{A}})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{n}+\sin(\Omega_{\mathrm{c}}t_{\mathrm{m}})(\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{c}}'\boldsymbol{R}_{\mathrm{init}}\boldsymbol{r}_{\mathrm{A}})^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{n}+ \\
&(1-\cos(\Omega_{\mathrm{c}}t_{\mathrm{m}}))(\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{c}}'^{2}\boldsymbol{R}_{\mathrm{init}}\boldsymbol{r}_{\mathrm{A}})^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{n} = \\
&D_0+D_1\sin(\Omega_{\mathrm{c}}t_{\mathrm{m}})+D_2[1-\cos(\Omega_{\mathrm{c}}t_{\mathrm{m}})]
\end{aligned} \tag{9}$$

式中：$D_0 = (\boldsymbol{R}_{\mathrm{init}}\boldsymbol{r}_{\mathrm{A}})^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{n}$，$D_1 = (\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{c}}'\boldsymbol{R}_{\mathrm{init}}\boldsymbol{r}_{\mathrm{A}})^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{n}$，$D_2 = (\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{c}}'^{2}\boldsymbol{R}_{\mathrm{init}}\boldsymbol{r}_{\mathrm{A}})^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{n}$

由式(4)、(8)可以看出，无论是对于自旋抑或是锥旋的分析，都建立在散射点到质心的径向距离曲线 $R_{\Delta}(t_{\mathrm{m}})$ 上。然而，在实际雷达观测时，多散射点微动曲线往往存在频繁的交叉耦合与遮挡现象，且易受环境噪声干扰，传统的时频峰值搜索或骨架提取方法难以实现高精度的曲线分离。因此本文提出了一种端到端的微动曲线提取网络，网络架构如图 4 所示。该网络直接以单雷达高分辨距离像序列作为输入，首先通过编码器利用多层卷积网络提取 HRRP 在距离维度的空间分布特征；随后经过维度展平与空间–时序桥接，将特征映射至时序域；然后在解码器引入了空洞卷积机制，有效扩大时序感受野，利用长时序上下文信息解决散射点在运动过程中的遮挡与曲线交叉问题；最终，网络输出层映射为 5 个独立的并行通道，分别对应锥顶散射点与 4 个尾翼散射点的微多普勒曲线，实现对复杂微动信号下的高精度曲线分离与重构。

2 锥旋与自旋矢量估计方法

本节在第 1.2 小节微多普勒效应分析及微动曲线提取的基础上，研究目标锥旋与自旋角速度矢量的参数估计方法。根据锥顶与尾翼散射点微动曲线的变化规律，构建线性方程组实现角速度矢量的估计。

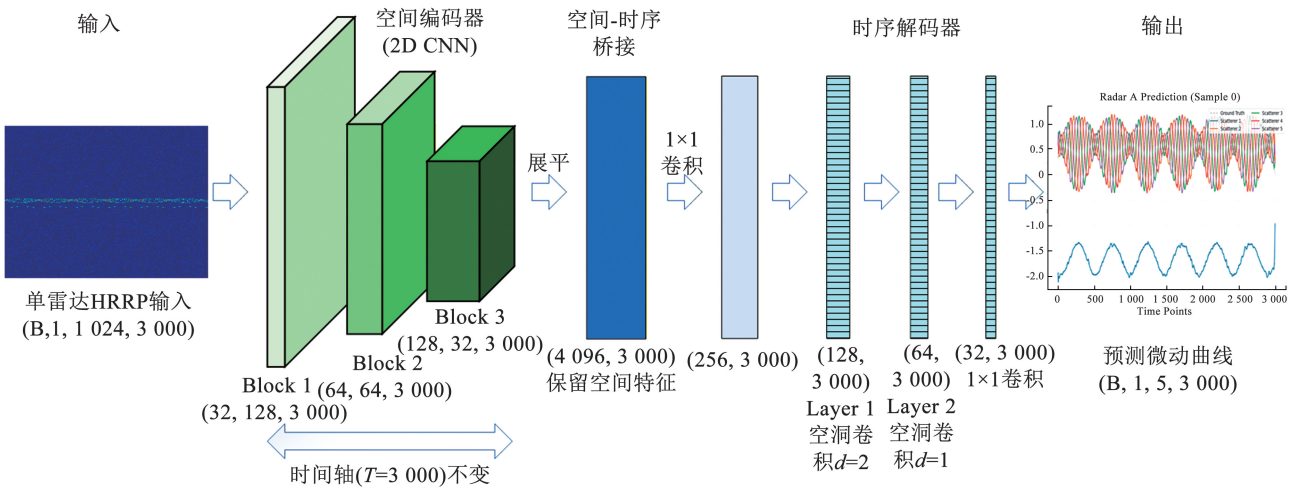


图 4 微动曲线提取网络架构图

Fig. 4 Network architecture for micro-motion curve extraction

2.1 自旋角速度单位矢量的求解

对于 1.2 小节从慢时间 – 距离像中提取出的曲线 $R_{\Delta}(t_{\mathrm{m}})$，其物理意义为散射点到目标质心距离在雷达视线方向上的投影，因此有：

$$R_{\Delta}(t_{\mathrm{m}}) = \boldsymbol{n}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{r}(t_{\mathrm{m}}) \tag{10}$$

式中：$\boldsymbol{n}$ 为雷达视线方向，$\boldsymbol{r}(t_{\mathrm{m}})$ 为 t_{m} 时刻参考坐标系下散射点的坐标。对于锥顶散射点 A，其矢量方向与自旋矢量方向重合，自旋运动对其没有影响，

因此其微动形式表现为角速度为 $\boldsymbol{\omega}_c$ 的旋转运动。因此由式(10)可知,对于锥顶 A 有:

$$\boldsymbol{R}_{\Delta}(t_m)=\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{r}_A(t_m) \tag{11}$$

式中:

$$\boldsymbol{R}_{\Delta}(t_m)=\begin{bmatrix}R_{1,A}(t_m)\\R_{2,A}(t_m)\\\vdots\\R_{N,A}(t_m)\end{bmatrix}\in\mathbb{R}^{N\times 1},\boldsymbol{S}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{n}_1^{\mathrm{T}}\\\boldsymbol{n}_2^{\mathrm{T}}\\\vdots\\\boldsymbol{n}_N^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}\in\mathbb{R}^{N\times 3},$$

$$\boldsymbol{r}_A(t_m)=\begin{bmatrix}X_A(t_m)\\Y_A(t_m)\\Z_A(t_m)\end{bmatrix},$$

因此有:

$$\boldsymbol{r}_A(t_m)=\boldsymbol{S}^{\dagger}\boldsymbol{R}_{\Delta}(t_m) \tag{12}$$

式中:$\boldsymbol{S}^{\dagger}\in\mathbb{R}^{3\times N}$ 为矩阵 $\boldsymbol{S}$ 的 Moore-Penrose 伪逆,N 为雷达数量。

由式(12)可知,若想唯一解得 $\boldsymbol{r}_A(t_m)=[X_A(t_m),Y_A(t_m),Z_A(t_m)]^{\mathrm{T}}$,观测矩阵 $\boldsymbol{S}$ 需为列满秩矩阵,即 $\mathrm{rank}(\boldsymbol{S})=3$,由于 $\boldsymbol{S}\in\mathbb{R}^{N\times 3}$,因此至少需要 $N\geqslant 3$ 部具有线性无关视线方向的雷达,可以求解出任意时刻参考坐标系下锥顶 A 的坐标 $\boldsymbol{r}_A(t_m)$,若 $\mathrm{rank}(\boldsymbol{S})<3$,则存在非零向量 $\boldsymbol{w}$ 使得 $\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{w}=0$,角速度矢量存在无穷多解。由于锥顶 A 位于自旋轴上,因此有:

$$\boldsymbol{\omega}_s'(t_m)=\frac{\boldsymbol{r}_A(t_m)}{\|\boldsymbol{r}_A(t_m)\|} \tag{13}$$

式中 $\boldsymbol{\omega}_s'(t_m)$ 为 t_m 时刻单位自旋矢量。

2.2　锥旋角速度矢量的求解

锥旋角速度矢量空间固定的假设本质上是一种平稳近似,其有效性取决于目标角加速度、散射点尺寸以及雷达距离分辨率。在本文参数下,锥旋角速度 $\boldsymbol{\omega}_c$ 在雷达观测期间不随目标的进动而发生运动的假设在约 0.1 ~ 0.5 s 时间内成立,是一个常矢量。将目标对称轴方向 $\boldsymbol{u}(t_m)$ 在参考坐标系下表示为单位向量,则有:

$$\boldsymbol{u}(t_m)=\boldsymbol{\omega}_s'(t_m) \tag{14}$$

式中 $\boldsymbol{u}(t_m)\in\mathbb{R}^3$,且 $\|\boldsymbol{u}(t_m)\|=1$。

当目标做进动时,目标对称轴满足刚体运动学关系:

$$\dot{\boldsymbol{u}}(t_m)=\boldsymbol{\omega}_c\times\boldsymbol{u}(t_m) \tag{15}$$

式中 $\dot{\boldsymbol{u}}(t_m)$ 为 $\boldsymbol{u}(t_m)$ 的导数,表示 t_m 时刻对称轴单位向量的速度矢量。

对式(15)进行离散化,可得:

$$\boldsymbol{u}(t_{m+1})-\boldsymbol{u}(t_m)\approx\Delta t(\boldsymbol{\omega}_c\times\boldsymbol{u}(t_m)) \tag{16}$$

式中:$\boldsymbol{u}(t_{m+1})$ 为 t_{m+1} 时刻对称轴单位矢量,Δt 为慢时间采样间隔。

利用反对称矩阵将叉乘运算 $\boldsymbol{\omega}_c\times\boldsymbol{u}(t_m)$ 表示为点乘运算,有:

$$\boldsymbol{\omega}_c\times\boldsymbol{u}(t_m)=-\hat{\boldsymbol{u}}(t_m)\boldsymbol{\omega}_c \tag{17}$$

式中 $\hat{\boldsymbol{u}}(t_m)$ 为 $\boldsymbol{u}(t_m)=(u_{t_m,X},u_{t_m,Y},u_{t_m,Z})^{\mathrm{T}}$ 的反对称矩阵,表示为:

$$\hat{\boldsymbol{u}}(t_m)=\begin{bmatrix}0&-u_{t_m,Z}&u_{t_m,Y}\\u_{t_m,Z}&0&-u_{t_m,X}\\-u_{t_m,Y}&u_{t_m,X}&0\end{bmatrix} \tag{18}$$

将式(17)代入式(16),得:

$$\frac{\boldsymbol{u}(t_{m+1})-\boldsymbol{u}(t_m)}{\Delta t}=-\hat{\boldsymbol{u}}(t_m)\boldsymbol{\omega}_c \tag{19}$$

在噪声条件下,为提高估计稳定性,将 $m=1,2,\cdots,M-1$ 个慢时间采样点的约束联合起来,可构造出如下的超定线性方程组:

$$\begin{bmatrix}-\hat{\boldsymbol{u}}(t_1)\\-\hat{\boldsymbol{u}}(t_2)\\\vdots\\-\hat{\boldsymbol{u}}(t_{M-1})\end{bmatrix}\cdot\boldsymbol{\omega}_c=\begin{bmatrix}(\boldsymbol{u}(t_2)-\boldsymbol{u}(t_1))/\Delta t\\(\boldsymbol{u}(t_3)-\boldsymbol{u}(t_2))/\Delta t\\\vdots\\(\boldsymbol{u}(t_M)-\boldsymbol{u}(t_{M-1}))/\Delta t\end{bmatrix} \tag{20}$$

在最小二乘意义下,可解得 $\boldsymbol{\omega}_c$ 为:

$$\boldsymbol{\omega}_c=(\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H})^{-1}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y} \tag{21}$$

式中:

$$\boldsymbol{H}=\begin{bmatrix}-\hat{\boldsymbol{u}}(t_1)\\-\hat{\boldsymbol{u}}(t_2)\\\vdots\\-\hat{\boldsymbol{u}}(t_{M-1})\end{bmatrix},\boldsymbol{y}=\begin{bmatrix}(\boldsymbol{u}(t_2)-\boldsymbol{u}(t_1))/\Delta t\\(\boldsymbol{u}(t_3)-\boldsymbol{u}(t_2))/\Delta t\\\vdots\\(\boldsymbol{u}(t_M)-\boldsymbol{u}(t_{M-1}))/\Delta t\end{bmatrix}$$

2.3　自旋角速度矢量求解

对于锥体目标尾翼上的散射点,其在目标进动过程中包含自旋与锥旋两种运动,其微动曲线为式(4)的形式,因此尾翼散射点的运动也是周期运动。在一个进动周期 T_{pr} 内,微动曲线上的极大值点个数为[18]:

$$N_p=\frac{T_{pr}(\Omega_c+\Omega_s)}{2\pi} \tag{22}$$

因此可得自旋矢量大小 Ω_s 为:

$$\Omega_s=\frac{N_pT_c-T_{pr}}{T_{pr}T_c} \tag{23}$$

当完成锥旋矢量提取后,T_c 为已知量,进动周期 T_{pr} 可以对 2.2 小节提取出的尾翼散射点的微动曲线采用相关法求得,N_p 可采用极大值搜索法求得。因此可以得到目标的自旋矢量 $\boldsymbol{\omega}_s(t_m)$ 为:

$$\boldsymbol{\omega}_s(t_m)=\Omega_s\boldsymbol{\omega}_s'(t_m) \tag{24}$$

令 $t_m=0$,可以得到初始时刻的自旋矢量。

基于多基雷达的进动锥体目标角速度矢量估计算法,其基本流程如图 5 所示。



图 5　基于多基雷达的进动锥体目标角速度矢量估计算法流程图

Fig. 5　Flowchart of estimation algorithm for angular velocity vector of precessing conical target based on multi-static radar

3　仿真与性能评估

为验证本文提出的角速度矢量估计方法的有效性与鲁棒性，本节通过数值仿真实验对算法性能进行评估。仿真内容主要包含 3 部分：

1）对角速度矢量的估计精度进行定量误差分析；

2）在不同信噪比条件下，通过蒙特卡洛仿真实验评估算法的抗噪性能；

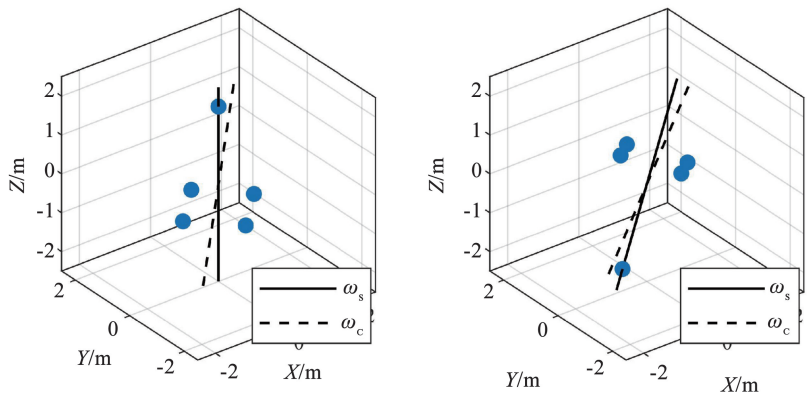
3）物理一致性验证，使用估计出的角速度矢量重构微动轨迹，验证一致性。

3.1　仿真场景与精度验证

仿真考虑一目标在空间中同时存在锥旋与自旋运动。目标初始状态时在本地坐标系与参考坐标系下的散射点分布见图 6，其中锥顶散射点用于锥旋参数估计。

空间中布设 3 部雷达，雷达的参数与角速度的真值以及散射点的位置等仿真参数设定见表 1。

对雷达接收到的回波信号进行脉冲压缩处理，得到各部雷达观测下的慢时间–距离像见图 7。



(a) 本地坐标系下散射点分布　(b) 参考坐标系下散射点分布

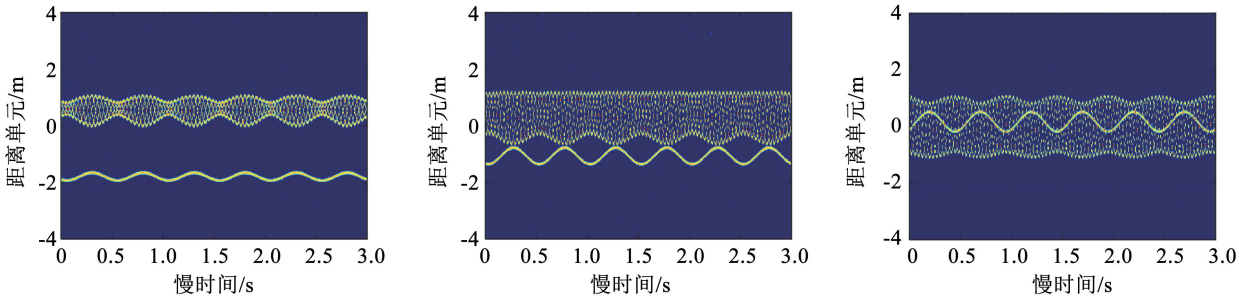
图 6　目标初始时刻散射点分布

Fig. 6　Distribution of scattering points at initial time

表 1　仿真参数设置

Tab. 1　Simulation parameter settings

参数	数值	参数	数值
载频	10 GHz	锥顶坐标	(0,0,2) m
信号时宽	50 μs	尾翼坐标 1	(-1,0,-0.6) m
信号带宽	3 GHz	尾翼坐标 2	(1,0,-0.6) m
信号时长	3 s	尾翼坐标 3	(0,-1,-0.6) m
PRF	1 000 Hz	尾翼坐标 4	(0,1,-0.6) m
雷达 1 坐标	(0,0,0) km	初始欧拉角	$(0,\frac{11}{9}\pi,\frac{1}{9}\pi)$
雷达 2 坐标	(400,100,0) km	自旋速度矢量	(-18.975 9,-10.744 9,-22.614 6) rad/s
雷达 3 坐标	(600,800,0) km	锥旋速度矢量	(-9.146 7,-4.232 7,-7.505 8) rad/s
目标质心位置	(300,400,500) km	信噪比	0 dB

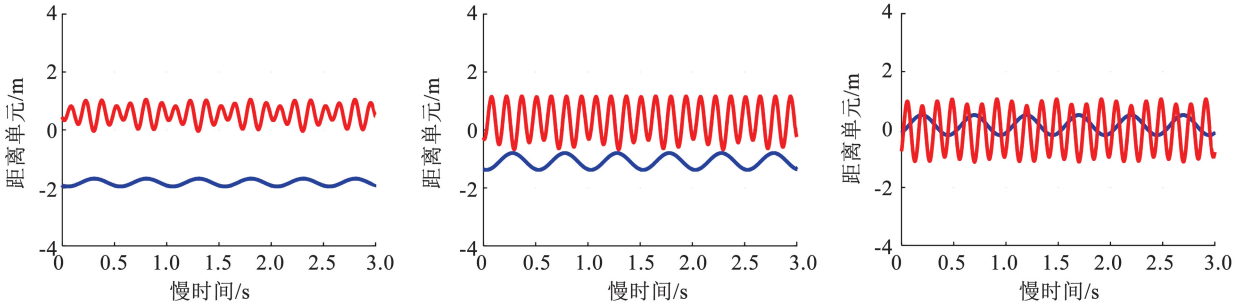


(a) 雷达1慢时间-距离像序列　(b) 雷达2慢时间-距离像序列　(c) 雷达3慢时间-距离像序列

图 7　不同雷达观测下的慢时间–距离像

Fig. 7　Slow time-range profiles under different radar observations

慢时间–距离像图中的不同微动曲线代表了不同散射点到目标质心的径向距离变化过程,是计算角速度矢量的依据。对不同雷达下的慢时间–距离像图像输入网络,得到分离后的锥顶与尾翼 1 的微动曲线见图 8。



(a) 雷达1观测下锥顶与尾翼微动曲线提取　(b) 雷达2观测下锥顶与尾翼微动曲线提取　(c) 雷达3观测下锥顶与尾翼微动曲线提取

图 8　不同雷达观测下的微动曲线提取

Fig. 8　Extraction of micro-motion curves under different radar observations

利用锥顶散射点提取出的曲线 $R_\Delta(t_m)$ 构建线性方程组求解出单位自旋矢量 $\boldsymbol{\omega}_s'$,利用多个时刻的 $\boldsymbol{\omega}_s'$构建超定方程组联合估计锥旋矢量 $\boldsymbol{\omega}_c$,由尾翼散射点的微动曲线估计出进动周期 $T_{pr}=0.999$ s,利用 T_{pr}与 T_c 和 T_s 的关系计算得到自旋角速度大小 Ω_s,结合之前解出的单位自旋矢量 $\boldsymbol{\omega}_s'$得到 $\boldsymbol{\omega}_s$,计算角速度矢量的相对误差 $\varepsilon_\Omega=\dfrac{\|\boldsymbol{\omega}_{est}-\boldsymbol{\omega}\|}{\|\boldsymbol{\omega}\|}$,估计结果见表 2。

表 2　仿真实验结果

Tab. 2　Simulation experiment results

参数	真值/(rad·s^{-1})	估计值/(rad·s^{-1})	相对误差/%
$\boldsymbol{\omega}_s$	(-18.975 9,-10.744 9,-22.614 6)	(-19.189 6,-10.813 2,-22.780 9)	0.008 9
$\boldsymbol{\omega}_c$	(-9.146 7,-4.232 7,-7.505 8)	(-9.018 6,-4.142 2,-7.330 6)	0.018 7

仿真结果表明,在噪声环境下,所提方法能够较准确估计角速度矢量,其相对误差保持在较低水平,验证了算法的有效性。

3.2 信噪比鲁棒性分析

为进一步评估算法在噪声环境下的稳定性,本小节在不同信噪比条件下分别开展 100 次蒙特卡洛实验。由于 $\boldsymbol{\omega}_c$ 是由自旋角速度单位矢量 $\boldsymbol{\omega}_s'$ 构建线性方程组推导计算得出,因此 $\boldsymbol{\omega}_s$ 与 $\boldsymbol{\omega}_c$ 具有误差一致性。本小节只对 $\boldsymbol{\omega}_c$ 进行误差一致性分析,并进一步采用均方根误差 $E_{|\boldsymbol{\omega}_c|}$ 作为统计指标:

$$E_{|\boldsymbol{\omega}_c|}=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(\varepsilon_\Omega)^2} \tag{25}$$

式中 N 为蒙特卡洛仿真实验次数。

图 9 给出了不同信噪比条件下本文所提方法与已有方法的锥旋角速度估计的 $E_{|\boldsymbol{\omega}_c|}$。

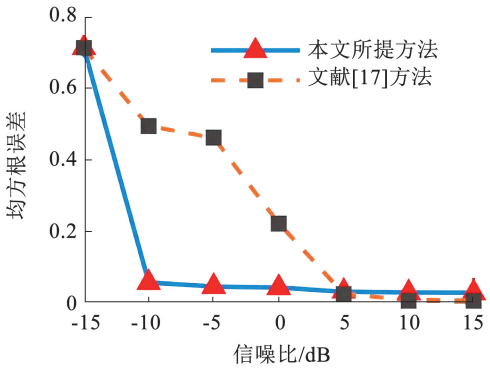


图 9 不同信噪比下角速度估计的均方根误差

Fig. 9 Root mean square error of angular velocity estimation under different signal-to-noise ratios

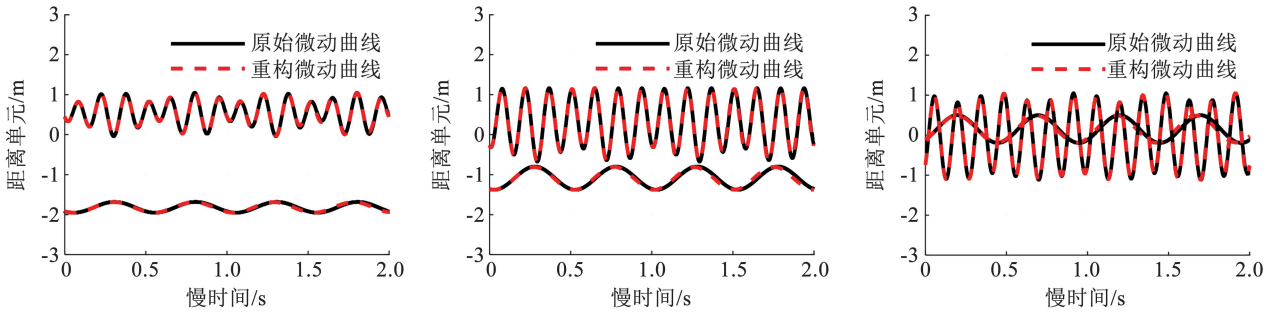
由图 9 可观察到,在信噪比较高的情况下本文所提方法与文献[17]方法均能精确求解角速度矢量。随着信噪比的降低,文献[17]方法所求角速度的误差快速增大,是因为在较低信噪比下文献[17]所提取的微动曲线的波峰与波谷精度较低,而本文所提方法由于联合多个慢时间采样点时刻,即使个别时刻幅值精度较低,但多个慢时间时刻的约束可以有效去除个别点的偏差,在低信噪比下具有较好的鲁棒性。

3.3 物理一致性验证

在完成角速度矢量的定量误差分析与信噪比鲁棒性评估之后,本小节从物理一致性角度验证所提方法的有效性。利用前述步骤中估计得到的锥旋角速度矢量 $\boldsymbol{\omega}_c$ 与自旋角速度矢量 $\boldsymbol{\omega}_s$,对目标微动过程进行正向重构,并将重构结果与原始仿真微动特征进行对比分析。

具体而言,依据刚体运动学模型,利用估计得到的自旋角速度矢量与锥旋角速度矢量,依据式(5)、式(6)重构出自旋矩阵 $\boldsymbol{R}_{\text{spining}}$ 与锥旋矩阵 $\boldsymbol{R}_{\text{coning}}$,根据式(4)重构散射点轨迹在各雷达视线方向上的投影,生成对应的慢时间-距离变化曲线见图 10。

从图像可以看出,基于估计角速度矢量重构得到的微动曲线在幅值变化范围、周期特性及整体变化趋势上均与原始曲线保持较好一致性,从而验证了所提角速度矢量估计方法的物理一致性。



(a) 雷达1观测下原始曲线与重构曲线 (b) 雷达2观测下原始曲线与重构曲线 (c) 雷达3观测下原始曲线与重构曲线

图 10 各雷达观测下散射点原始曲线与重构曲线对比

Fig. 10 Comparison between original and reconstructed curves of scattering centers under each radar observation

4 结 论

本文围绕多基雷达条件下进动锥体目标微动特性的建模与参数反演问题,研究了一种基于微动曲线的角速度矢量估计方法。针对锥旋 - 自旋耦合运动引起的微动调制特性,建立了散射点微动轨迹与角速度矢量之间的几何映射关系,并在此基础上实现了锥旋角速度矢量及自旋角速度矢量的联合估计。通过数值仿真与性能评估,本文主要结论:

1)利用多部雷达观测到的散射点微动曲线构建联合约束关系,成功实现了对锥旋角速度矢量和自旋角速度矢量的高精度、稳定估计。

2)蒙特卡洛仿真实验表明,在低信噪比干扰环境下,该算法的误差随信噪比提升呈单调下降趋势,

相比传统方法展现出更优异的稳定性和抗噪鲁棒性。

3)利用估计得到的角速度矢量对目标散射点微动轨迹进行正向重构,结果显示重构曲线与原始观测曲线在幅值及变化趋势上高度吻合,进一步验证了参数估计结果的物理合理性。

综上所述,本文提出的方法能够在多基雷达条件下有效实现对进动锥体目标锥旋与自旋运动参数的估计,为目标微动特性分析及姿态运动参数反演提供了一种可行的技术途径。后续工作将进一步考虑多散射点协同建模、复杂噪声与杂波环境以及实测数据验证等问题,以提升方法在工程应用中的适用性与鲁棒性。

参考文献

[1]周兴宇. 复杂场景下空天目标 ISAR 成像方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2023
Zhou Xingyu. Research on inverse synthetic aperture radar imaging of aerospace targets in complex scenes[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2023. DOI: 10.27061/d.cnki.ghgdu.2023.005501

[2]李开明, 代肖楠, 罗迎, 等. 弹道目标雷达微动特征提取与识别研究综述[J]. 空军工程大学学报, 2023, 24(1): 7
Li Kaiming, Dai Xiaonan, Luo Ying, et al. Review of radar micro-motion feature extraction and recognition for ballistic targets [J]. Journal of Air Force Engineering University, 2023, 24(1): 7

[3]张群, 胡健, 罗迎, 等. 微动目标雷达特征提取、成像与识别研究进展[J]. 雷达学报, 2018, 7(5): 531
Zhang Qun, Hu Jian, Luo Ying, et al. Research progress in radar feature extraction, imaging and recognition of micro-motion targets [J]. Journal of Radars, 2018, 7(5): 531

[4]Chen V C. Analysis of radar micro-Doppler with time-frequency transform[C]//Proceedings of the Tenth IEEE Workshop on Statistical Signal and Array Processing. PA, USA: IEEE Pocono Manor, 2000: 463. DOI: 10.1109/SSAP.2000.870167

[5]Chen V C. The micro-Doppler effect in radar[M]. Norwood, MA: Artech House, 2019

[6]Lee J I, Kim N, Min S, et al. Space target classification improvement by generating micro-Doppler signatures considering incident angle [J]. Sensors, 2022, 22(4): 1653. DOI: 10.3390/s22041653

[7]Hanif A, Muaz M, Hasan A, et al. Micro-Doppler based target recognition with radars: A review[J]. IEEE Sensors Journal, 2022, 22(4): 2948. DOI: 10.1109/JSEN.2022.3141213

[8]Wang Zhihao, Luo Ying, Li Kaiming, et al. Micro-Doppler parameters extraction of precession cone-shaped targets based on rotating antenna [J]. Remote Sensing, 2022, 14(11): 2549. DOI: 10.3390/rs14112549

[9]赵东涛, 黄雁飞, 齐玉涛. 含旋转部件的动态目标 ISAR 成像及微多普勒特征提取[J]. 雷达科学与技术, 2021, 19(3): 292
Zhao Dongtao, Huang Yanfei, Qi Yutao. ISAR imaging and micro-Doppler feature extraction of dynamic targets with rotating parts [J]. Radar Science and Technology, 2021, 19(3): 292

[10]张群, 罗迎, 何劲. 雷达目标微多普勒效应研究概述[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2011, 12(2): 22
Zhang Qun, Luo Ying, He Jin. Overview of research on micro-Doppler effect of radar targets[J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2011, 12(2): 22

[11]Liu Lihua, Mclernon D, Ghogho M, et al. Ballistic missile detection via micro-Doppler frequency estimation from radar return [J]. Digital Signal Processing, 2012, 22(1): 87. DOI: 10.1016/j.dsp.2011.10.009

[12]Zhang Rongzheng, Wang Yong, Yeh Chunmao, et al. Precession parameter estimation of warhead with fins based on micro-Doppler effect and radar network[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2022, 59(1): 443. DOI: 10.1109/TAES.2022.3182635

[13]Zhao Yichao, Su Yi. The extraction of micro-Doppler signal with EMD algorithm for radar-based small UAVs' detection[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2019, 69(3): 929. DOI: 10.1109/TIM.2019.2905751

[14]赵彤璐, 廖桂生, 杨志伟. 基于短时迭代自适应-逆 Radon 变换的微多普勒提取方法[J]. 电子学报, 2016, 44(3): 505
Zhao Tonglu, Liao Guisheng, Yang Zhiwei. Micro-Doppler extraction method based on short-time iterative adaptive-inverse Radon transform[J]. Acta Electronica Sinica, 2016, 44(3): 505

[15]许丹, 田波, 李靖卿, 等. 混合体制雷达网弹道目标进动特征提取[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2019, 51(5): 138
Xu Dan, Tian Bo, Li Jingqing, et al. Precession feature extraction of ballistic targets in mixed radar network[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2019, 51(5):138

[16]李东伟, 罗迎, 张群, 等. 组网雷达中旋转目标微多普勒效应分析及三维微动特征提取[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2012, 13(3): 45
Li Dongwei, Luo Ying, Zhang Qun, et al. Micro-Doppler effect analysis and 3D micro-motion feature extraction of rotating targets in networked radar[J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2012, 13(3): 45

[17]李宏博,吴文华,张云. 基于 ConvLSTM 的空间进动锥体目标 HRRP 序列预测[J]. 哈尔滨工业大学学报,2023, 55(10):10
Li Hongbo, Wu Wenhua, Zhang Yun. HRRP sequence prediction of space precessing cone target based on ConvLSTM[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2023, 55(10): 10. DOI: 10.11918/202207039

[18]Luo Ying, Zhang Qun, Yuan Ning, et al. Three-dimensional precession feature extraction of space targets [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2014, 50(2): 1313. DOI: 10.1109/TAES.2014.110545

(编辑　赵丽莹)