DOI:10.11918/202508059

非饱和土上埋式管涵竖向土压力的非均布解析

孙珊珊,王晓轮,张常光,李育德

(长安大学 土木工程与智能建造学院,西安 710061)

摘 要:为合理描述上埋式管涵竖向土压力非均匀分布受非饱和特性、土拱效应及发展的影响,假设均匀、线性两种吸力分布并拓展拱形非均布函数,利用非饱和土理论推导了上埋式管涵竖向土压力的非均布解析解,对比现场实测数据、模型试验数据和已有理论解答进行正确性验证,并探讨了参数影响规律。结果表明:所得非均布解析解可方便地用于计算涵顶上方任意高度竖向土压力的大小及非均匀分布,并能有效呈现非饱和特性、土拱效应及发展、等沉面高度、管涵类别等的共同作用;随着基质吸力、吸力角、有效内摩擦角的增加,涵顶竖向土压力因土拱效应的向下摩擦力增强而明显增大,且均布吸力下的涵顶竖向土压力大于线性吸力下的,但竖向土压力的非均布形状基本相同;土拱效应随着填土高度的增加而发展,竖向土压力的非均布形状变化显著,直至等沉面出现以后才趋于稳定。

关键词:上埋式管涵;竖向土压力;非均匀分布;非饱和特性;土拱效应

中图分类号:TU432 **文献标志码**:A **文章编号**:0367-6234(2026)07-0196-09

Analytical solution for non-uniform distribution of vertical earth pressure on a positive buried pipe culvert in unsaturated soils

Sun Shanshan, Wang Xiaolun, Zhang Changguang, Li Yude

(School of Civil Engineering and Smart Construction, Chang'an University, Xi'an 710061, China)

Abstract: To reasonably describe the influence of unsaturated characteristics, soil arching effect, and its development on the non-uniform distribution of vertical earth pressure on a positive buried pipe culvert, this paper assumed both uniform and linear suction distributions, extended the arch-shaped non-uniform distribution function, and derived the analytical solution for non-uniform distribution of vertical earth pressure on a positive buried pipe culvert using the unsaturated soil theory. Moreover, this paper verified the correctness of the analytical solution by comparing it with field-measured data, model test data, and existing theoretical solutions and discussed the influencing laws of parameters. The results show that the obtained analytical solution of non-uniform distribution can be conveniently used to calculate the magnitude and non-uniform distribution of vertical earth pressure at any height above the pipe culvert crown, and it can effectively reflect the combined effects of unsaturated characteristics, soil arching effect and its development, equal settlement plane height, and pipe culvert categories; as the matric suction, suction angle, and effective internal friction angle increase, the vertical earth pressure at the pipe culvert crown significantly increases due to the enhanced downward frictional force of the soil arching effect; the vertical earth pressure at the pipe culvert crown under uniform suction is greater than that under linear suction, but the non-uniform shapes of vertical earth pressure are basically the same; the soil arching effect develops with the increase of the filling height, and the non-uniform shape of vertical earth pressure changes significantly until it tends to be stable after the occurrence of the equal settlement plane.

Keywords: positive buried pipe culvert; vertical earth pressure; non-uniform distribution; unsaturated characteristic; soil arching effect

上埋式管涵因型式简单、施工便利、造价低廉而常作为大型基础设施的长距离输送管道、短距离交通隧道,准确获得竖向土压力在涵宽范围内的大小和分布,对保障管涵结构安全至关重要[1-3]。鉴于不同填土高度下的土拱效应及发展、管土刚度差异与相互作用,竖向土压力沿涵宽呈现非均匀分布。近年来,众多学者采用模型试验、现场实测、数值模拟和理论分析等方法[4-9],对上埋式管涵竖向土压

收稿日期:2025-08-27;**录用日期**:2025-09-18;**网络首发日期**:2025-10-14
网络首发地址:https://link.cnki.net/urlid/23.1235.t.20251013.1744.006
基金项目:国家自然科学基金(41202191);工程材料与结构冲击振动四川省重点实验室开放基金(20kfgk04)
作者简介:孙珊珊(1986—),女,博士,高级工程师;张常光(1982—),男,教授,博士生导师
通信作者:张常光,zcg1016@163.com

力的非均匀分布进行了数学拟合、形状假定(线性、梯形、抛物线)与小主应力圆弧轨迹解析推导。然而，上述研究除现场实测以外均针对的是饱和土，也忽略了不同填土高度下的土拱效应变化、填土性质对土拱效应完全发展的影响。

工程实践中水位多在原地面以下，填土在水位以上处于非饱和状态。使用饱和土理论不能反映非饱和特性(吸力大小、吸力分布、吸力角)的强度贡献[10-13]，得到的管涵竖向土压力较现场实测也偏小[4]。同时，等沉面因填土高度不同分为存在、不存在两种情况，对应不同程度的土拱效应发展，且土拱效应完全发展与填土的有效内摩擦角密切相关，这些都影响竖向土压力沿涵宽的大小及非均布形状。此外，非饱和土的双应力状态变量强度理论[14]已广泛用于分析加筋挡墙土压力、涵洞土压力、隧道支护力、临坡地基承载力和生态边坡稳定性。Li 和 Aubertin[15]利用数学拟合提出了充填采场饱和填料竖向应力的非均布拱形函数，能表征不同填料高度、有效内摩擦角下的土拱效应及发展。

为考虑非饱和特性、土拱效应及发展、等沉面高度的共同影响，拓展文献[15]的非均布拱形函数至非饱和土上埋式管涵，并结合均布/线性吸力分布与小主应力圆弧轨迹，推导了滑动面处的侧压力系数、管涵竖向土压力的非均布解析解与等沉面高度的迭代方程，继而对文献中的现场实测数据、模型试验数据和理论解答进行验证，最后，探讨了非饱和特性、填土高度、有效内摩擦角对涵顶竖向土压力的影响规律。所得结果可在一定程度上完善上埋式管涵的荷载计算与结构设计理论。

1　基本理论

1.1　上埋式管涵计算模型

图 1 为非饱和土上埋式圆形管涵的平面计算模型，水位 D_w 在原地面以下。圆形管涵的外径为 D、壁厚为 t，按外轮廓简化为宽度 B、高度 h 均为 D 的矩形涵洞。

管涵两侧土体先填至涵顶高度，随之Ⅰ区、Ⅱ区同步填筑土体，不计原状土的微小变形，且管涵刚度大于填土刚度，进而涵宽范围内Ⅰ区填土的沉降小于涵宽以外两侧Ⅱ区填土的沉降而存在明显沉降差，使得Ⅰ区填土沿竖直面达到滑动极限平衡、Ⅱ区填土给予Ⅰ区填土向下的摩擦力。填土高度 H 自涵顶算起，沉降差随着填土高度的增加先增大后减小。称沉降差为零时的填土面为等沉面，对应的填土高度为等沉面高度 H_c，等沉面以上的填土高度为 $H-H_c$。

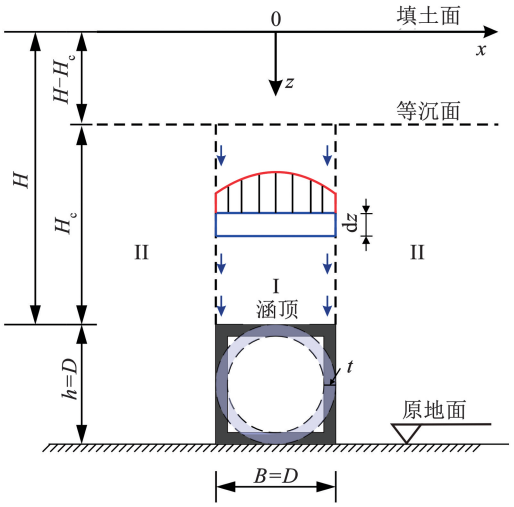


图 1　上埋式管涵的计算模型

Fig. 1　Computational model of positive buried pipe culvert

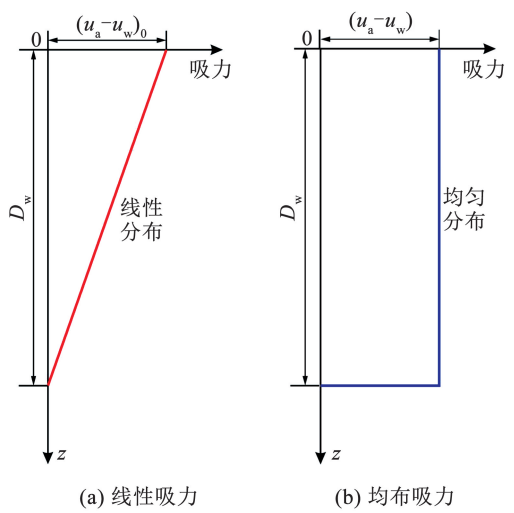
1.2　非饱和土强度公式

非饱和土的抗剪强度 τ_f 可使用法向净应力 $(\sigma-u_a)$、基质吸力 (u_a-u_w) 表示为[14]

$$\tau_f = c' + (\sigma - u_a)\tan\varphi' + (u_a - u_w)\tan\varphi^b \quad (1)$$

式中：c' 为有效黏聚力，φ' 为有效内摩擦角，φ^b 为吸力角，σ 为法向总应力，u_a 为孔隙气压，u_w 为孔隙水压。水位以上非饱和土存在负孔隙水压，基质吸力 (u_a-u_w) 为正值并增大非饱和土强度，使用法向净应力 $(\sigma-u_a)$ 求解水土分算下管涵的竖向土压力。

降雨、蒸发、植被和土类等对非饱和土基质吸力的影响复杂且显著，实际基质吸力沿深度多为非线性分布，进而非饱和岩土问题无法给出解析公式、参数多且不易获取，如此求解、验证和使用非饱和岩土问题的解答都比较困难，这不利于非饱和土力学在工程实践中的应用与推广。为化解复杂计算和应用简便之间的矛盾，工程上常设定图 2 的线性吸力、均



(a) 线性吸力　　(b) 均布吸力

图 2　两种吸力分布

Fig. 2　Two suction distributions

布吸力以阐明吸力大小及分布对非饱和岩土问题解答的影响特性,并指出线性吸力解答兼具实用性与精度要求。深度 z 自填土面算起,线性分布下基质吸力 $(u_a-u_w)_z$ 的表达式为

$$(u_a-u_w)_z=(u_a-u_w)_0(1-z/D_w) \tag{2}$$

式中 $(u_a-u_w)_0$ 为填土面 $z=0$ 处的地表吸力。当 $D_w\to\infty$ 时,吸力线性分布退化为均匀分布。

1.3 拱形非均布函数

针对充填采场竖向应力沿水平向的非均匀分布,Li 和 Aubertin[15] 开展大量有限元模拟而拟合提出了一个非均布拱形函数。囿于上埋式管涵Ⅰ区填土与采场充填料的竖向应力分布相似,将此非均布函数拓展用于描述图 3 上埋式管涵竖向土压力 $(\sigma_z-u_a)_x$ 沿水平向的分布为

$$(\sigma_z-u_a)_x=(\sigma_z-u_a)_c[1-\omega(|x|/D)^3] \tag{3}$$

式中:$(\sigma_z-u_a)_c$ 为中心原点 $x=0$ 处的竖向土压力;$\omega=2^{1-0.02H/D}/\tan^{0.1}(50°+\varphi')$ 为非均布拱形因子;x 为涵宽范围内某点到中心原点的水平坐标,即 $|x|\leqslant D/2$。

由式(3)知,当涵宽 D 一定时,管涵竖向土压力的水平向非均布随着填土高度 H 或有效内摩擦角 φ' 的变化而不同,这与边学成等[5] 的模型试验结果一致,反映的是土拱效应作用及其逐步发展的过程。同时,图 3 管涵竖向土压力在涵宽范围内关于中心原点左右对称,最大竖向土压力为中心 $x=0$ 处的 $(\sigma_z-u_a)_c$,最小竖向土压力为边缘 $x=\pm D/2$ 处的 $(\sigma_z-u_a)_{D/2}$,并由式(3)得

$$(\sigma_z-u_a)_{D/2}=(\sigma_z-u_a)_c(1-\omega/8) \tag{4}$$

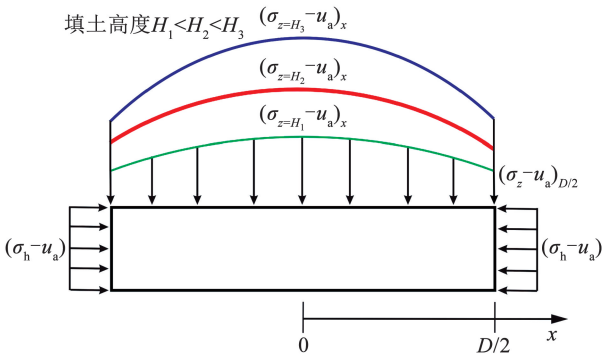


图 3 竖向土压力的非均布描述

Fig. 3 Non-uniform description of vertical earth pressure

2 管涵竖向土压力

2.1 滑动面侧压力系数

图 4 为从图 1 所取深度 z 处Ⅰ区填土水平薄层单元的小主应力圆弧轨迹,土拱效应使得各点的净小主应力 (σ_3-u_a) 沿圆弧切线发生方向偏转,并与净大主应力 (σ_1-u_a) 相垂直,但各点的主应力大小相同,且中心原点处净小主应力因左右对称而未发生方向偏转。

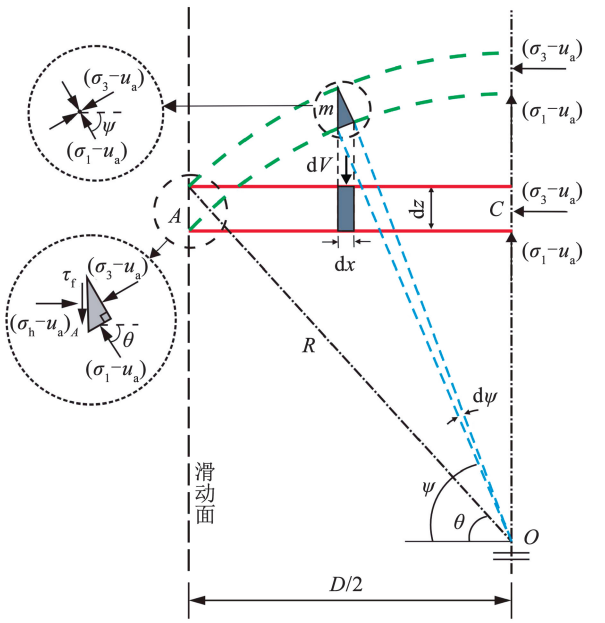


图 4 小主应力圆弧轨迹

Fig. 4 Circular trajectory of minor principal stress

绿色虚线仅为各点净小主应力的土拱偏转方向迹线示意,并不是各点真正位置移动的连线,如对称轴处 C 点没有移动,与 A 点仍在同一水平薄层单元上,其他点亦同。

设总黏聚力 $c_t=c'+(u_a-u_w)\tan\varphi^b$,绘制图 4 滑动面 $x=-D/2$ 处 A 点水平净应力 $(\sigma_h-u_a)_A$ 和竖向净应力 $(\sigma_z-u_a)_A$ 的 Mohr 圆,并向左平移竖轴 $c_t\cot\varphi'$,将非饱和土转化为无黏性的砂土,以确定新坐标系下的变换主应力比值 N 和滑动面侧压力系数 K 的表达式,如图 5 所示。

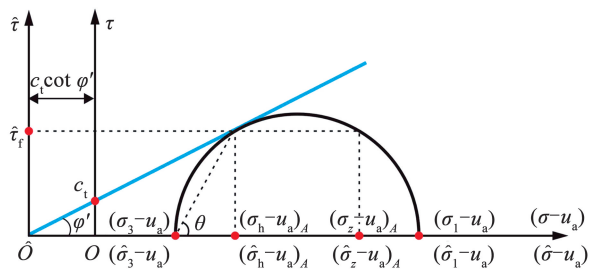


图 5 滑动面处 A 点的 Mohr 圆

Fig. 5 Mohr circle of point A at sliding surface

新坐标系下的法向变换应力 $(\hat\sigma-u_a)$ 为

$$(\hat\sigma-u_a)=(\sigma-u_a)+c_t\cot\varphi' \tag{5}$$

由图 5 得新坐标系下 A 点的水平变换应力 $(\hat\sigma_h-u_a)_A$ 和竖向变换应力 $(\hat\sigma_z-u_a)_A$ 为

$$\begin{cases}(\hat\sigma_h-u_a)_A=(\hat\sigma_1-u_a)(\cos^2\theta+\sin^2\theta/N)\\(\hat\sigma_z-u_a)_A=(\hat\sigma_1-u_a)(\sin^2\theta+\cos^2\theta/N)\end{cases} \tag{6}$$

式中：$\theta = 45° + \varphi'/2$ 为 A 点净大主应力与水平面的夹角，$N = (\hat{\sigma}_1 - u_a)/(\hat{\sigma}_3 - u_a) = (1 + \sin\varphi')/(1 - \sin\varphi')$ 为变换大主应力 $(\hat{\sigma}_1 - u_a)$ 与变换小主应力 $(\hat{\sigma}_3 - u_a)$ 的比值。

同理，水平薄层单元上任意 m 点的竖向变换应力 $(\hat{\sigma}_z - u_a)_m$ 为

$$(\hat{\sigma}_z - u_a)_m = (\hat{\sigma}_1 - u_a)(\sin^2\psi + \cos^2\psi/N) \quad (7)$$

式中 ψ 为 m 点净大主应力与水平面的夹角，且 $\theta \leqslant \psi \leqslant 180° - \theta$。

继而，将 m 点处竖向土压力合力的增量 $\mathrm{d}V = (\hat{\sigma}_z - u_a)_m \mathrm{d}A$ 沿圆弧积分得薄层单元竖向土压力的合力 V，再除以涵宽 D，得水平薄层单元的平均竖向变换应力 $\overline{(\hat{\sigma}_z - u_a)}$ 为

$$\overline{(\hat{\sigma}_z - u_a)} = \frac{V}{D} = \frac{1}{2R\cos\theta}\int_{\theta}^{\pi-\theta} \mathrm{d}V = (\hat{\sigma}_1 - u_a)\left(1 - \frac{N-1}{3N}\cos^2\theta\right) \quad (8)$$

式中：$R = 0.5D/\cos\theta$ 为圆弧半径，$\mathrm{d}A = R\sin\psi\mathrm{d}\psi$ 为 m 点的微元面积。

在新坐标系下，由式(6)和式(8)得滑动面的侧压力系数 K 为

$$K = \frac{(\hat{\sigma}_h - u_a)_A}{\overline{(\hat{\sigma}_z - u_a)}} = \frac{N\cos^2\theta + \sin^2\theta}{N - (N-1)\cos^2\theta/3} \quad (9)$$

因 A 点($x = -D/2$)位于滑动面 $x = \pm D/2$ 上，由式(9)得旧坐标系下的水平净应力 $(\sigma_h - u_a)_{D/2}$ 为

$$(\sigma_h - u_a)_{D/2} = K(\sigma_z - u_a)_{D/2} + (K-1)c_t\cot\varphi' \quad (10)$$

2.2　竖向土压力非均布解答

对深度 z 处Ⅰ区填土水平薄层平面应变单元进行受力分析，如图 6 所示。由薄层单元的竖向力平衡得

$$\mathrm{d}W + 2F = \mathrm{d}V \quad (11)$$

式中：$\mathrm{d}W = \gamma D\mathrm{d}z$ 为薄层单元的填土重量，γ 为填土的重度，$F = \tau_f\mathrm{d}z$ 为薄层单元的一侧剪切滑动力。

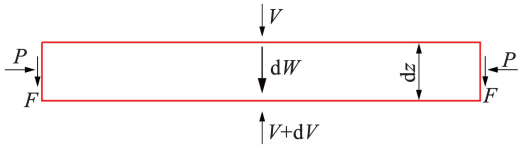


图 6　水平薄层单元的受力分析

Fig. 6　Force analysis of horizontal thin-layer element

由式(3)得竖向土压力合力的增量 $\mathrm{d}V$ 为

$$\mathrm{d}V = \mathrm{d}\left[2\int_0^{D/2}(\sigma_z - u_a)_x\mathrm{d}x\right] = D(1 - \omega/32)\mathrm{d}(\sigma_z - u_a)_c \quad (12)$$

结合式(1)、(2)、(4)和式(10)得一侧剪切滑动力 F 为

$$F = K(1 - \omega/8)(\sigma_z - u_a)_c\tan\varphi'\mathrm{d}z + K[c' + (u_a - u_w)_0(1 - z/D_w)\tan\varphi^b]\mathrm{d}z \quad (13)$$

将式(12)和式(13)代入式(11)，整理得有关中心原点处竖向土压力 $(\sigma_z - u_a)_c$ 的非齐次微分方程为

$$\frac{\mathrm{d}(\sigma_z - u_a)_c}{\mathrm{d}z} - \frac{2K(1 - \omega/8)\tan\varphi'}{D(1 - \omega/32)}(\sigma_z - u_a)_c = \frac{\gamma D + 2K[c' + (u_a - u_w)_0(1 - z/D_w)\tan\varphi^b]}{D(1 - \omega/32)} \quad (14)$$

当等沉面存在 $H \geqslant H_c$ 时，利用等沉面处 $z = H - H_c$ 时 $(\sigma_z - u_a)_c = \gamma(H - H_c)$，积分式(14)得竖向土压力为

$$(\sigma_z - u_a)_c = C_1[\mathrm{e}^{C_3(z - H + H_c)} - 1] + (\gamma - C_2)(H - H_c)\mathrm{e}^{C_3(z - H + H_c)} + C_2 z \quad (15)$$

$$C_1 = \frac{0.5\gamma D/K + c' + (u_a - u_w)_0\tan\varphi^b}{(1 - \omega/8)\tan\varphi'} - \frac{D(1 - \omega/32)(u_a - u_w)_0\tan\varphi^b}{2KD_w(1 - \omega/8)^2\tan^2\varphi'}$$

$$C_2 = \frac{(u_a - u_w)_0\tan\varphi^b}{(1 - \omega/8)D_w\tan\varphi'},\quad C_3 = \frac{2K(1 - \omega/8)\tan\varphi'}{D(1 - \omega/32)}$$

当等沉面不存在 $H < H_c$ 时，利用填土面处 $z = 0$ 时 $(\sigma_z - u_a)_c = 0$，积分式(14)得竖向土压力为

$$(\sigma_z - u_a)_c = C_1(\mathrm{e}^{C_3 z} - 1) + C_2 z \quad (16)$$

将式(15)和式(16)分别代入式(3)，整理得基质吸力线性分布下非饱和土上埋式管涵竖向土压力 $(\sigma_z - u_a)_x$ 的非均布解析解。

当等沉面存在 $H \geqslant H_c$ 时，

$$(\sigma_z - u_a)_x = \{C_1[\mathrm{e}^{C_3(z - H + H_c)} - 1] + (\gamma - C_2)(H - H_c)\mathrm{e}^{C_3(z - H + H_c)} + C_2 z\}[1 - \omega(|x|/D)^3] \quad (17)$$

当等沉面不存在 $H < H_c$ 时，

$$(\sigma_z - u_a)_x = [C_1(\mathrm{e}^{C_3 z} - 1) + C_2 z][1 - \omega(|x|/D)^3] \quad (18)$$

对于基质吸力均匀分布即 $D_w \to \infty$ 时，式(17)和式(18)的系数 C_3 不变，而系数 C_1 和 C_2 变为

$$C_1 = \frac{0.5\gamma D/K + c' + (u_a - u_w)\tan\varphi^b}{(1 - \omega/8)\tan\varphi'},\quad C_2 = 0$$

在式(17)和式(18)中，令 $z = H$，则得涵顶竖向土压力 $(\sigma_{z=H} - u_a)_x$ 的非均布解答。

上述分析适用于管土相对刚度 $\alpha \geqslant 1$ 的刚性管涵，但对于管土相对刚度 $\alpha < 1$ 的柔性管涵，需借助刚度影响系数 ξ 考虑管涵自身变形并修正刚性管涵解答。于是，将式(17)和式(18)中按刚性管涵计算的竖向土压力 $(\sigma_z - u_a)_x$ 分别乘以刚度影响系数 ξ，对应得非饱和土上埋式柔性管涵竖向土压力

$(\sigma_z - u_a)_{xf}$的非均布解答,即

$$(\sigma_z - u_a)_{xf} = \xi (\sigma_z - u_a)_x \tag{19}$$

$$\alpha = E_p (t/r)^3 / E_s, \xi = \alpha^{\frac{1}{6}} = (E_p/E_s)^{\frac{1}{6}} (t/r)^{\frac{1}{2}}$$

式中:E_s为填土的变形模量,E_p为管材的弹性模量,$r = (D - t)/2$ 为管涵的平均半径。

针对非饱和土中的上埋式管涵,所建立的式(17)、(18)和式(19)以及相应系数可用于计算涵顶上方不同位置竖向土压力沿涵宽的非均匀分布,合理解决了非饱和特性(吸力大小及分布、吸力角)、土拱效应及发展(填土高度、有效内摩擦角)、等沉面高度、管涵类别等因素的内在影响,且吸力为零时自然退化为饱和土结果,具有一定的科学价值。

2.3 等沉面高度

由式(15)得深度 z 处Ⅰ区填土的平均竖向土压力为

$$(\overline{\sigma_z - u_a})_{\mathrm{I}} = \xi(1 - \omega/32)\{C_1[e^{C_3(z-H+H_c)} - 1] + (\gamma - C_2)(H - H_c) \times e^{C_3(z-H+H_c)} + C_2 z\} \tag{20}$$

近似按自重应力取深度 z 处Ⅱ区填土的平均竖向土压力为

$$(\overline{\sigma_z - u_a})_{\mathrm{II}} = \gamma z \tag{21}$$

由于式(20)和式(21)的竖向土压力差异,侧向挤压引起Ⅰ区与Ⅱ区之间的水平土压力为

$$(\sigma_h - u_a)_{\mathrm{I-II}} = \frac{\mu}{1-\mu} \frac{(\overline{\sigma_z - u_a})_{\mathrm{I}} + (\overline{\sigma_z - u_a})_{\mathrm{II}}}{2} \tag{22}$$

式中μ为填土的泊松比。

参照平面应变状态下地基沉降计算的弹性力学方法,求得填土Ⅰ区的沉降量Δ_{I}和Ⅱ区的沉降量Δ_{II}分别为

$$\Delta_{\mathrm{I}} = \frac{1-\mu^2}{E} \int_{H-H_c}^{H} \left[(\overline{\sigma_z - u_a})_{\mathrm{I}} - \left(\frac{\mu}{1-\mu}\right)^2 \frac{(\overline{\sigma_z - u_a})_{\mathrm{I}} + (\overline{\sigma_z - u_a})_{\mathrm{II}}}{2} \right] \mathrm{d}z \tag{23}$$

$$\Delta_{\mathrm{II}} = \frac{1-\mu^2}{E} \int_{H-H_c}^{H+h} \left[(\overline{\sigma_z - u_a})_{\mathrm{II}} - \left(\frac{\mu}{1-\mu}\right)^2 \frac{(\overline{\sigma_z - u_a})_{\mathrm{I}} + (\overline{\sigma_z - u_a})_{\mathrm{II}}}{2} \right] \mathrm{d}z \tag{24}$$

式中:E 为填土的弹性模量;h 为涵洞的高度,对于圆形管涵 $h = D$。

忽略刚性管涵的自身变形,而柔性圆形管涵的变形量Δ_p为

$$\Delta_p = \frac{2(\overline{\sigma_{z=H} - u_a})_{\mathrm{I}} r^4}{E_p t^3} \tag{25}$$

式中$(\overline{\sigma_{z=H} - u_a})_{\mathrm{I}}$为式(20)中令 $z = H$ 得到的涵顶平均竖向土压力。

根据等沉面形成条件,$\Delta_{\mathrm{I}} + \Delta_p = \Delta_{\mathrm{II}}$,代入式(23)、(24)和式(25)得有关等沉面高度 H_c 的超越方程,可由二分法或牛顿迭代法求出等沉面高度 H_c,停止迭代时相邻两次得到的等沉面高度 H_c 差小于 0.01 m。

在应用本文解析解时,需先设定管涵几何力学参数(圆形 D,矩形 B 和 h,t,E_p)、填土物理力学参数(γ, c', φ', E, E_s, μ)与非饱和参数(均布吸力$(u_a - u_w)$,线性吸力$(u_a - u_w)_0$和 D_w,φ^b),再由管土相对刚度 α 区分刚性/柔性管涵,进而求出等沉面高度 H_c,最后比对填土高度 H 选择相应公式,计算并绘制涵顶上方不同位置竖向土压力的非均匀分布图,思路清晰、步骤简单而易于工程推广应用。

3 对比验证

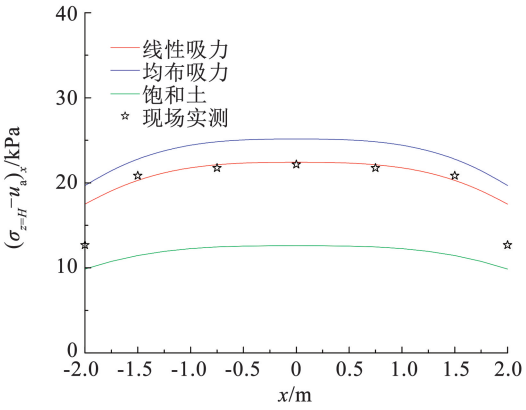
下面将通过对比上埋式管涵竖向土压力的现场实测数据[4]、模型试验数据[5]和理论解答[7],验证所得竖向土压力非均布解析解的合理性。

3.1 非饱和土管涵现场实测

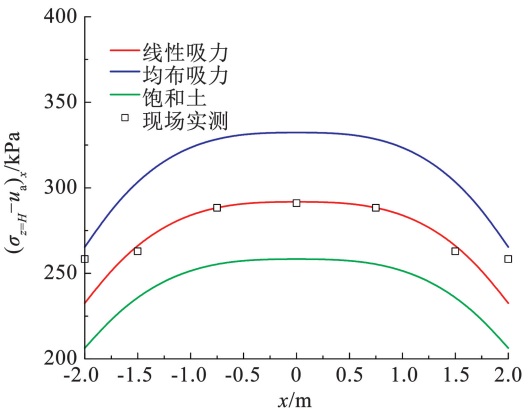
杨明辉等[4]开展了非饱和土上埋式波纹圆形管涵竖向土压力的现场实测研究,最大填土高度为 24 m。图 7 为本研究涵顶竖向土压力计算值与文献[4]现场实测值的比较,相关参数:D = 4 m,t = 5.5 mm,$E_p = 2 \times 10^5$ MPa;γ = 15.2 kN/m^3,c' = 35.8 kPa,$\varphi' = 24°$,E = 20 MPa,E_s = 12 MPa,μ = 0.35;设水位在原地面以下 5 m 处,由图 1 得 $D_w = H + D + 5 = H + 9$,均布吸力$(u_a - u_w) = \gamma_w (H + 9)$,线性吸力$(u_a - u_w)_0 = \gamma_w (H + 9)$,$\varphi^b = 10°$,其中,$\gamma_w$为水重度。

首先,管土相对刚度 $\alpha = 3.50 \times 10^{-4} < 1$ 为柔性管涵,刚度影响系数 $\xi = 0.265$。其次,填土高度 H = 2 m 对应的等沉面高度 H_c = 6.25 m(均布吸力)、6.32 m(线性吸力),可知等沉面不存在。最后,使用式(18)和式(19)计算涵顶竖向土压力。同理,填土高度 H = 24 m 对应的等沉面高度 H_c = 7.90 m(均布吸力)、8.04 m(线性吸力),可知等沉面存在,使用式(17)和式(19)计算涵顶竖向土压力。

由图 7 可以看出,本研究由线性吸力计算的涵顶竖向土压力大小及分布都非常接近文献[4]现场实测的,二者的平均相对误差(绝对值)为 6.12%;由饱和土计算的涵顶竖向土压力均小于现场实测的,尤其是在填土 24 m 高、按饱和土计算时。这既验证了本研究非饱和土管涵竖向土压力非均布解析解的正确性,又说明了考虑吸力大小(饱和土的吸力为零)、吸力分布的重要性。



(a) H=2 m



(b) H=24 m

图 7　涵顶竖向土压力的现场实测数据对比

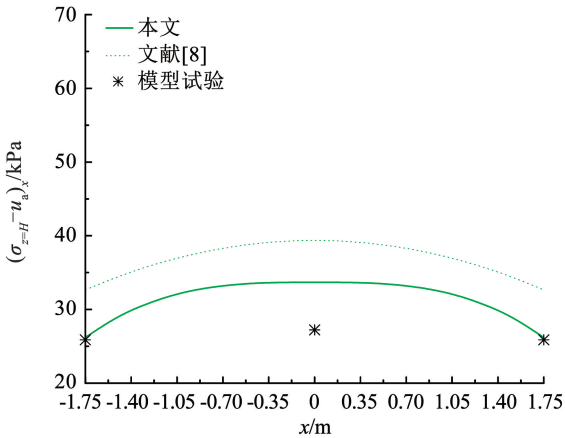
Fig. 7　Comparisons of field-measured data of vertical earth pressure at pipe culvert crown

3.2　饱和土管涵模型试验

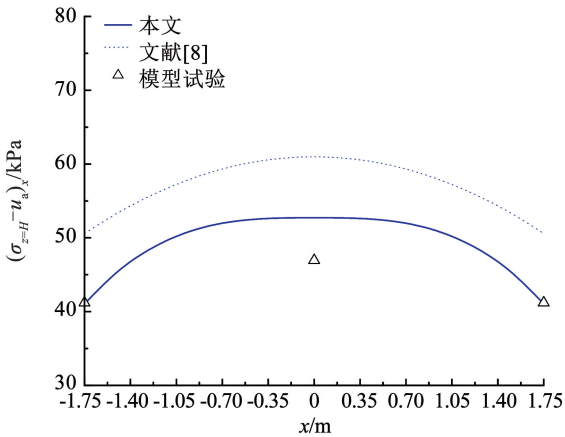
边学成等[5]开展了饱和土上埋式混凝土马蹄形管涵竖向土压力的足尺模型试验研究，最大填土高度为 3.5 m。另外，基于小主应力的圆弧轨迹，张常光等[7]提出了饱和土上埋式管涵竖向土压力的非均布理论解答，但难以反映填土高度对竖向土压力非均布形状的影响。图 8 为本研究涵顶竖向土压力计算值与文献[5]模型试验值、文献[7]理论解答的比较，相关参数：$B=D=3.5$ m，$h=2.5$ m，$t=0.25$ m，$E_p=3.0\times10^4$ MPa；$\gamma=16$ kN/m^3，$c'=15$ kPa，$\varphi'=22°$，$E=10$ MPa，$E_s=5$ MPa，$\mu=0.42$。

首先，管土相对刚度 $\alpha=21.84>1$ 为刚性管涵。其次，填土高度 $H=1.5$ m 对应的等沉面高度 $H_c=2.38$ m，可知等沉面不存在。最后，使用吸力为零时的式(18)计算涵顶竖向土压力。同理，填土高度 $H=2.5$、3.5 m 对应的等沉面高度 $H_c=1.30$、1.41 m，可知等沉面存在，使用吸力为零时的式(17)计算涵顶竖向土压力。

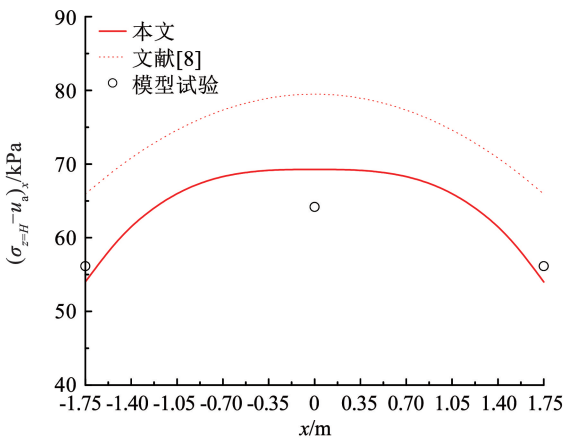
由图 8 可以看出，本研究由吸力为零计算的饱和土涵顶竖向土压力大小及分布与文献[5]的模型试验数据十分一致，二者的平均相对误差(绝对值)为 6.00%；相较于沿涵宽非均布形状不变的文献[7]理论解答，本研究计算涵顶竖向土压力与模型试验数据吻合得更好。这表明了本研究退化为饱和土管涵竖向土压力非均布解析解的合理性，同时验证了拱形非均布函数式(3)考虑填土高度的优越性。



(a) H=1.5 m



(b) H=2.5 m



(c) H=3.5 m

图 8　涵顶竖向土压力的模型试验数据和理论解答对比

Fig. 8　Comparisons of model test data and theoretical solutions of vertical earth pressure at pipe culvert crown

4 参数分析

仍以 3.1 节中的非饱和土上埋式柔性管涵为例,借助本研究解答分析非饱和特性(吸力大小、吸力分布、吸力角)、填土高度、有效内摩擦角对管涵竖向土压力非均匀分布的影响规律。

4.1 非饱和特性

由式(1)和式(2)可知,吸力大小、吸力分布、吸力角均影响非饱和土强度。在两种吸力分布下,图 9为填土高度 $H=10$、20 m 时涵顶竖向土压力随基质吸力(u_a-u_w)或(u_a-u_w)$_0$的变化。需说明的是,图 9属于直接给定吸力大小,而与填土高度 H、水位 D_w无关,这有别于图 7 和图 10 ~ 12。

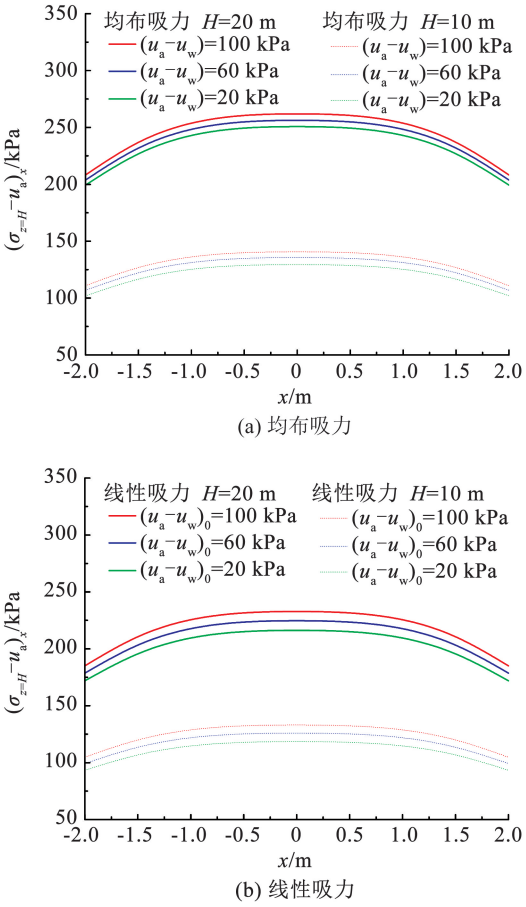


图 9 基质吸力对涵顶竖向土压力的影响

Fig. 9 Influence of matric suction on vertical earth pressure at pipe culvert crown

由图 9 可以看出,涵顶竖向土压力随基质吸力的增加而增大,但沿涵宽的竖向土压力非均布形状在同一填土高度下没变;均布吸力下的涵顶竖向土压力大于线性吸力下的,且不同吸力之间的涵顶竖向土压力差异在均布吸力下更明显。若直接按均布吸力计算而不考虑吸力分布,所得涵顶竖向土压力将偏大,高估了管涵的设计荷载,造成材料浪费而成本升高。

在两种吸力分布下,图 10 为填土高度 $H=20$ m 时涵顶竖向土压力随着吸力角 φ^b的变化。

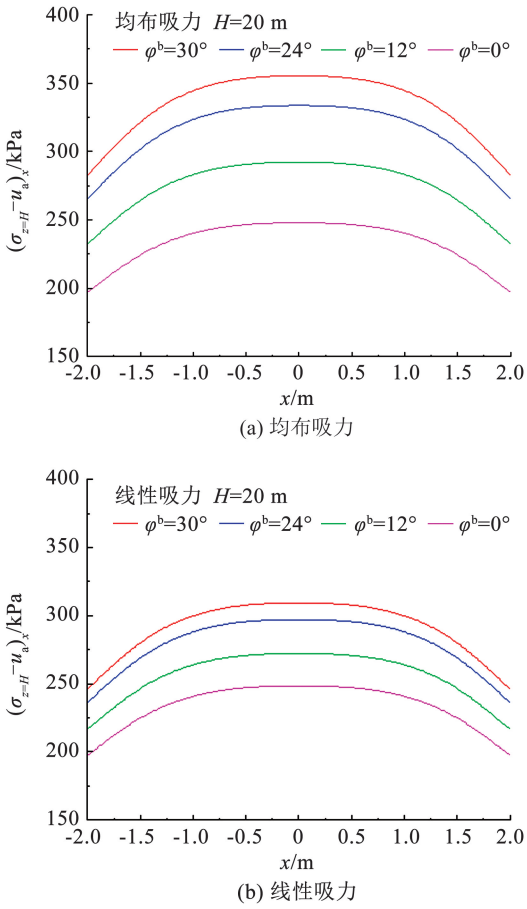


图 10 吸力角对涵顶竖向土压力的影响

Fig. 10 Influence of suction angle on vertical earth pressure at pipe culvert crown

由图 10 可以看出,涵顶竖向土压力随吸力角的增加而显著增大,尤其是当吸力均布时;不同吸力角之间的涵顶竖向土压力沿涵宽相互平行,意味着竖向土压力的非均布形状未变。按吸力角为零即饱和土计算的涵顶竖向土压力最小,对应最小的管涵设计荷载,故考虑吸力角变化有利于管涵设计荷载的合理确定。

4.2 填土高度

不同填土高度下的土拱效应发展程度不同,进而影响涵顶竖向土压力的非均布形状。在两种吸力分布下,图 11 为涵顶竖向土压力随填土高度 H 的变化。可以看出,涵顶竖向土压力随填土高度的增加刚开始并不是成比例增大的,当填土高度从 4 m 升至 8 m 时的增幅较大,后续增幅的变化很小。同时,竖向土压力的非均布程度逐步显现,非均布形状在填土 12 m 高以后基本稳定,且两种吸力分布下的涵顶竖向土压力大小及分布均相差很小。这反映的

是Ⅰ区填土所受向下摩擦力的(负向)土拱效应，随着填土高度的增加不断发展，并最终完全实现的全过程。

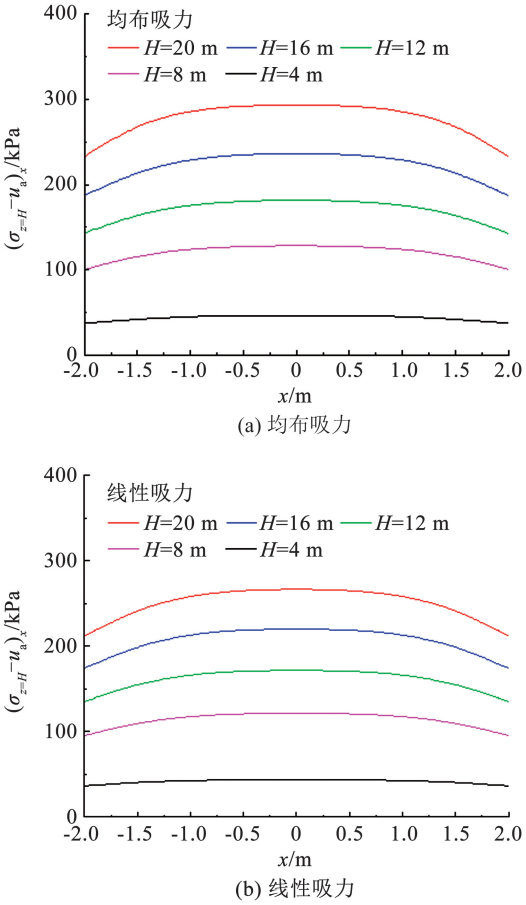


图 11　填土高度对涵顶竖向土压力的影响

Fig. 11　Influence of filling height on vertical earth pressure at pipe culvert crown

4.3　有效内摩擦角

填土的有效内摩擦角影响土拱效应的完全发展程度。在两种吸力分布下，图 12 为填土高度 $H=20$ m 时涵顶竖向土压力随填土有效内摩擦角 φ' 的变化。可以看出，有效内摩擦角越大，(负向)土拱效应越显著，更多的向下摩擦力传递给Ⅰ区填土，使得涵顶竖向土压力不断增大，但竖向土压力的非均布形状变化很小。同时，在有效内摩擦角从 5°升至 15°时，涵顶竖向土压力的增幅较大，后续增幅却越来越小；线性吸力下的涵顶竖向土压力低于均布吸力下的，这在有效内摩擦角为 5°时最为明显，但土拱效应完全发展对应的竖向土压力非均布形状几乎与吸力分布无关。

下一步将研究成层土、水位上升、稳态渗流、瞬态降雨等对上埋式管涵竖向土压力大小及非均匀分布的影响特性，并结合有限元数值模拟、室内模型试验和现场填筑实测开展全面验证。

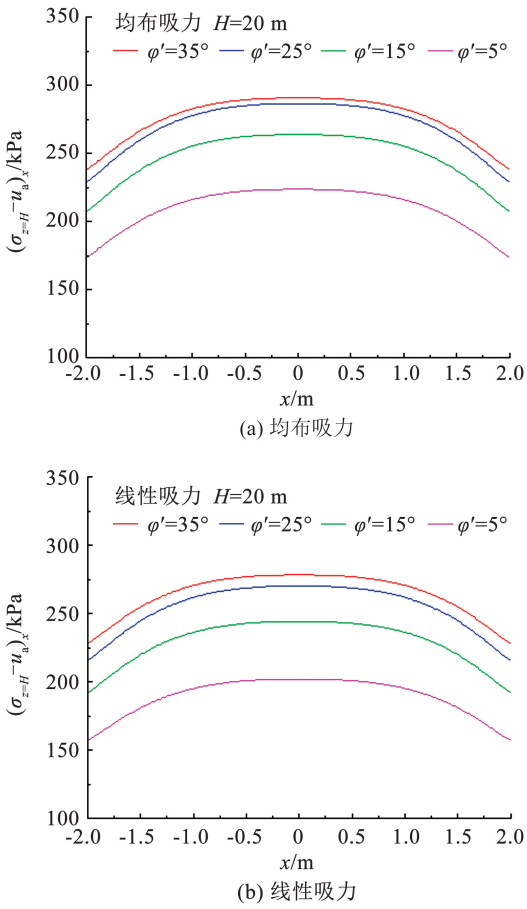


图 12　有效内摩擦角对涵顶竖向土压力的影响

Fig. 12　Influence of effective internal friction angle on vertical earth pressure at pipe culvert crown

5　结　论

基于描述充填采场竖向应力沿水平向的拱形非均布函数，对均布/线性吸力下非饱和土上埋式管涵的竖向土压力开展了解析推导、对比验证与参数分析。主要结论如下：

1)所建立的上埋式管涵竖向土压力解析解解决了非饱和特性、土拱效应及发展、等沉面高度、管涵类别等因素的综合影响，可给出涵顶上方任意高度竖向土压力的大小及非均匀分布，且表达简洁、应用方便，其正确性得到了现场实测数据、模型试验数据和已有理论解答的充分验证，具有一定的理论意义和良好的应用前景。

2)非饱和特性(吸力大小、吸力分布、吸力角)显著影响涵顶竖向土压力的大小，但基本不影响竖向土压力的非均布形状。均布吸力下吸力大小、吸力角对涵顶竖向土压力的影响相比线性吸力下的更明显，直接按饱和土、均布吸力计算将对应得到偏小、偏大的涵顶竖向土压力极值，而考虑吸力具体分布可提升管涵设计荷载确定的准确性。

3)在等沉面出现以前，(负向)土拱效应随填土

高度的增加而发展,涵顶竖向土压力的增幅不成比例、非均布程度亦不断加剧,但在等沉面出现以后,涵顶竖向土压力的增幅及非均布形状都达到了稳定。不同的填土有效内摩擦角下,涵顶竖向土压力相差较大,非均布形状变化很小,且均布/线性吸力下的土拱效应及完全发展几乎相同。

参考文献

[1]任一青, 陈保国, 任国卿, 等. 涵顶 - 涵侧减载条件下高填方箱涵施工期受力特性[J]. 岩土力学, 2025, 46(4): 1153
Ren Yiqing, Chen Baoguo, Ren Guoqing, et al. Stress characteristics of high-fill box culvert with soft layers placed on the top and sidewall during construction[J]. Rock and Soil Mechanics, 2025, 46(4): 1153. DOI: 10. 16285/j. rsm. 2024. 0806

[2]戴征, 张会鹏, 冯忠居, 等. 机场超高填方路基钢波纹管涵洞变形特性及其适用性研究[J]. 交通节能与环保, 2025, 21(3): 155
Dai Zheng, Zhang Huipeng, Feng Zhongju, et al. Study on deformation characteristics of corrugated steel pipe culvert and its applicability for airport ultra-high fill roadbed[J]. Transport Energy Conservation & Environmental Protection, 2025, 21(3): 155. DOI: 10. 3969/j. issn. 1673 - 6478. 2025. 03. 032

[3]Lang Kun, Su Mingzhou, Shi Wei, et al. Nonlinear analysis of corrugated steel plate culverts using three-dimensional staged modelling under soil-steel interaction[J]. Structures, 2025, 79: 109480. DOI: 10. 1016/j. istruc. 2025. 109480

[4]杨明辉, 方天云, 赵明华, 等. 高填方段波纹管涵垂直土压力试验及计算[J]. 公路交通科技, 2014, 31(4): 33
Yang Minghui, Fang Tianyun, Zhao Minghua, et al. Test and calculation of vertical earth pressure on corrugated pipe culvert under high embankment[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2014, 31(4): 33. DOI: 10. 3969/j. issn. 1002 - 0268. 2014. 04. 006

[5]边学成, 申文明, 马祖桥, 等. 不同填土管涵土压力模型试验和数值模拟研究[J]. 土木工程学报, 2012, 45(1): 127
Bian Xuecheng, Shen Wenming, Ma Zuqiao, et al. Model test and numerical simulation of earth pressure on culvert under different earth backfill conditions[J]. China Civil Engineering Journal, 2012, 45(1): 127. DOI: 10. 15951/j. tmgcxb. 2012. 01. 007

[6]伍鹤皋, 于金弘, 石长征, 等. 大直径回填钢管管土相互作用研究[J]. 天津大学学报(自然科学与工程技术版), 2020, 53(10): 1053
Wu Hegao, Yu Jinhong, Shi Changzheng, et al. Pipe-soil interaction of large-diameter buried steel pipe[J]. Journal of Tianjin University (Science and Technology), 2020, 53(10): 1053. DOI: 10. 11784/tdxbz201908015

[7]张常光, 吴凯, 隋建浩. 基于小主应力轨迹的上埋式涵管竖向土压力非线性描述[J]. 岩土工程学报, 2021, 43(12): 2200
Zhang Changguang, Wu Kai, Sui Jianhao. Nonlinear descriptions of vertical earth pressure against positive buried pipelines based on minor principal stress trajectory[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2021, 43(12): 2200. DOI: 10. 11779/CJGE202112006

[8]Zhang Xiangyu, Li Yonghong, Sun Guangbiao, et al. Nonlinear analysis of large deformation in steel corrugated pipe culverts-theoretical calculations and numerical simulations of deformation and stresses[J]. Results in Engineering, 2024, 22: 102074. DOI: 10. 1016/j. rineng. 2024. 102074

[9]卞海丁, 魏进, 王锦涛. 超大跨径管拱形钢波纹管涵洞的受力特性与土压力计算方法[J]. 岩土力学, 2025, 46(8): 2532
Bian Haiding, Wei Jin, Wang Jintao. Mechanical characteristics and earth pressure calculation of ultra-large span pipe-arch corrugated steel plate culverts[J]. Rock and Soil Mechanics, 2025, 46(8): 2532. DOI: 10. 16285/j. rsm. 2024. 0976

[10]张常光, 吴凯, 康凌豪, 等. 非饱和土诱导减载涵洞的竖向土压力研究[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2023, 55(2): 80
Zhang Changguang, Wu Kai, Kang Linghao, et al. Vertical earth pressure against an induced trench installation culvert in unsaturated soils[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2023, 55(2): 80. DOI: 10. 11918/202204012

[11]赵云, 杨忠方, 张朋, 等. 非饱和砂土中深埋活动门试验松动土压力计算[J]. 岩土工程学报, 2025, 47(4): 769
Zhao Yun, Yang Zhongfang, Zhang Peng, et al. Calculation of loosening earth pressure in deep trapdoor tests on unsaturated sandy soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2025, 47(4): 769. DOI: 10. 11779/CJGE20231127

[12]Cui Xiaopo, Li Pengfei, Wu Jie, et al. Stability analysis of a shield tunnel in unsaturated soil considering the soil arch effect[J]. International Journal of Geomechanics, 2024, 24(4): 04024041. DOI: 10. 1061/IJGNAI. GMENG - 8709

[13]Fang Wei, Cui Yujun, Liu Shun. Nonlinear Rankine pressure of unsaturated soil under transient infiltration[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2025, 62: 1. DOI: 10. 1139/cgj - 2024 - 0408

[14]Fredlund D G, Morgenstem N R, Widger R A. The shear strength of unsaturated soils[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1978, 15(3): 313. DOI: 10. 1139/t78 - 029

[15]Li Li, Aubertin M. An improved analytical solution to estimate the stress state in subvertical backfilled stopes[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2008, 45(10): 1487. DOI: 10. 1139/T08 - 060

(编辑 刘 彤)