DOI:10.11918/202505012

面向跨线运营的地铁乘务排班计划优化方法

李 昊[1,2],陈绍宽[1,2],石梦彤[1,2],刘泽远[3]

(1.交通运输部综合交通运输大数据应用技术交通运输行业重点实验室(北京交通大学),北京 100044;
2.北京交通大学 中国综合交通研究中心,北京 100044;3.北京京城地铁有限公司,北京 101312)

摘 要:针对地铁列车跨线运营模式,探索乘务区段跨线接续对乘务排班计划的影响。以班次数量和便乘乘务区段数量最小化为优化目标,构建包含出退勤比例约束、工作强度约束和乘务区段接续约束的扩展集合覆盖模型。构造时空网络图刻画乘务区段间的接续关系,构建虚拟值乘机会弧实现跨线乘务区段工作强度的计算,设计考虑网络图规模缩减和值乘机会选择策略的改进列生成算法,获取包含乘务区段较多或工作强度较大的班次。结合某城市地铁部分线网乘务数据开展案例研究,结果表明:改进列生成法相较传统算法提高了求解效率,相较于跨线接续模式,允许乘务员跨线值乘可节省4.5%的班次数,使班次平均工作效率提升2.9%,班次平均工作强度和便乘区段数量分别降低了4.7%和56.8%。跨线值乘模式下的乘务排班计划各轮乘站出退勤班次比例的均衡性提高,根据乘务员出退勤偏好可灵活控制各轮乘站出退勤班次的比例,改善了线路间乘务任务时空分布差异较大的情况,提高了排班计划的灵活性。通过调整班次的工作时间和范围,可降低不同类班次间的工作效率差异,使各类班次的工作效率更加均衡。

关键词:城市轨道交通;跨线运营;网络图模型;乘务排班计划;列生成法

中图分类号:U292.6 **文献标志码**:A **文章编号**:0367-6234(2026)07-0012-11

Crew scheduling optimization method of metro in cross-line operation

Li Hao[1,2], Chen Shaokuan[1,2], Shi Mengtong[1,2], Liu Zeyuan[3]

(1. Key Laboratory of Transport Industry of Big Data Application Technologies for Comprehensive Transport (Beijing Jiaotong University), Beijing 100044, China; 2. Integrated Transport Research Center of China, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China; 3. Beijing Capital Metro Co., Ltd., Beijing 101312, China)

Abstract: To explore the influence of crew segments' cross-line connections on crew scheduling in cross-line operation of metro trains, this paper formulated an extended set-covering model with the dual objectives of minimizing the number of duties and deadhead segments, subject to constraints on sign-on/sign-off shift ratio, work intensity, and crew segment connections. It constructed a spatio-temporal network graph to describe the connection relationships among crew segments and introduced the virtual duty opportunity arcs to compute the work intensity for cross-line crew segments. Moreover, the paper designed an improved column generation algorithm incorporating network graph reduction and duty opportunity selection strategies to obtain duties covering more crew segments or exhibiting higher work intensity. The results from a case study utilizing crew scheduling data from a partial metro network of a city show that the improved column generation algorithm enhances computational efficiency compared to traditional methods. The duties of the crew scheduling in cross-line duties are reduced by 4.5%; the average work efficiency is improved by 2.9%; the average work intensity is reduced by 4.7%, and deadhead segments are reduced by 56.8% compared to the cross-line connection. Under the cross-line duty mode, the balance of the sign-on/sign-off shift ratio at each crew rotation station has been improved. The sign-on/sign-off shift ratio at each rotation station can be flexibly adjusted based on crew preferences, which mitigates the spatio-temporal distribution differences among crew segments across different lines and enhances the flexibility of crew scheduling. By adjusting the working time and scope of duties, the work efficiency disparities between different duty types can be reduced, leading to a more balanced workload distribution among different duties.

Keywords: urban rail transit; cross-line operation; network graph model; crew scheduling; column generation algorithm

收稿日期:2025-05-08;**录用日期**:2025-08-03;**网络首发日期**:2025-08-11
网络首发地址:https://link.cnki.net/urlid/23.1235.T.20250811.1053.002
基金项目:北京市自然科学基金(L191023)
作者简介:李 昊(1997—),男,博士研究生;陈绍宽(1977—),男,教授,博士生导师
通信作者:陈绍宽,shkchen@bjtu.edu.cn

地铁列车跨线运营提升了乘客出行体验和线网整体效益，为保障运行组织的灵活性提供了条件[1]，同时更加复杂的列车开行方案导致传统乘务计划编制方法不再适用。针对这一现实问题，本文提出面向跨线运营场景的地铁乘务排班计划优化方法，通过实现乘务区段跨线接续和乘务员跨线值乘，允许其在班次内值乘本线和跨线任务，对值乘班次数进行优化，以提高不同线路间乘务员的工作效率。

地铁跨线运营模式既有研究主要侧重跨线开行方案[2]、运行图调整[3]、客流预测[4]和运营计划编制问题[5]，跨线运营模式下的乘务排班计划作为地铁运营计划的重要组成部分，其编制方法亟待进一步深化。资源共享技术作为编制地铁跨线运营乘务计划的重要考虑因素，已受到广泛关注[6]，研究工作多从乘务班制和接续方式等方面提出网络化运营条件下乘务计划编制思路。例如，为提高不同线路间乘务任务的均衡性，多线乘务员共享的任务配对和轮转思路在理论层面被提出[7]；或在不考虑列车跨线的情况下允许乘务员在乘务基地跨线接续，对乘务计划的鲁棒性进行优化[8]。

乘务排班优化问题通常构建集合覆盖模型[9]或网络图模型[10]对问题进行刻画。部分学者研究了班次间扰动的可能性，构建考虑接续约束的鲁棒性优化模型[11]，采用的求解方法主要包括两阶段法[12]、列生成法[13]及智能启发式方法[14]。地铁网络化运营需对不同线路进行协同优化，增加了乘务计划问题的求解规模，针对该问题可构造时空网络刻画乘务区段接续规则[15]。乘务排班阶段为提高求解效率可对列生成法改进，构建额外班次类型比例约束的扩展集合覆盖模型，构造时空网络将乘务问题转化为带资源约束的最短路问题进行求解[16]并运用列固定等策略以加速整数解获取[17]。

综合分析既有研究成果，跨线运营模式乘务区段的接续规则和值乘任务差异性需要进一步明确。本文提出允许乘务驾驶员（简称乘务员）随列车跨线值乘的排班计划优化方法，构建考虑乘务区段接续差异、班次工作强度和出退勤地点类型约束的扩展集合覆盖模型，构造时空网络图刻画乘务区段间的接续关系并设计改进列生成算法对案例进行求解。

1　问题描述

1.1　乘务问题分析

地铁线路间乘务区段时空分布特征存在差异，各线独立编制乘务计划会导致乘务区段接续时间不均衡，降低排班计划的编制效率，浪费乘务资源。为应对跨线运营模式下线路和乘务资源共享的现实需求，对考虑乘务员跨线值乘的排班问题进行分析。编制地铁乘务排班计划时，各线路的乘务基地通常设在车辆段或者满足条件的轮乘站。为提高乘务工作组织的便捷性，将线路间的换乘站设为轮乘站，仅允许乘务员在轮乘站跨线接续。与既有研究相比，本文模型创新性主要体现在以下 3 个方面：1）既有多线乘务排班计划问题通常仅允许乘务员经地铁线路换乘站跨线接续其他线路的任务，较少考虑乘务员随列车跨线值乘的场景。本文同时考虑了跨线运营模式允许乘务员和列车跨线的实际情况，增加了跨线间休和就餐约束；2）既有研究在乘务排班阶段生成班次时通常未考虑班次工作强度的差异，在后续轮班阶段才考虑乘务员的值乘差异。地铁跨线运营需要乘务员具备不同类型列车的驾驶技能并熟悉不同线路的工作条件，因此本文考虑了工作强度约束，对跨线和非跨线值乘任务的工作强度进行量化，以便于将排班阶段生成的班次在后续轮班阶段分配至相应值乘能力的乘务员。此外，考虑了不同线路的乘务员对各轮乘站出退勤班次的偏好，构建了班次出退勤比例约束；3）跨线运营导致不同线路乘务区段的值乘和接续难度增加，解空间增大，因此乘务区段属性、接续可行性约束发生变化，既有模型构建乘务区段接续约束时通常仅考虑连续值乘接续约束、间休和就餐接续，本文根据实际跨线运营场景增加了跨线间休、跨线就餐、跨线值乘等复杂乘务区段接续关系的刻画。

1.2　乘务接续规则

列车跨线运营后乘务任务（班次的组成单元）将产生本线任务和跨线任务。对于本线任务，根据车辆段和轮乘站将每日列车运行计划进行拆分，生成若干乘务任务组成单元。如图 1 所示，其中最小的组成单元为乘务区段，其属性包括乘务区段编号 i、开始时间 bt_i、结束时间 ft_i、开始地点 bl_i、结束地点 fl_i、所属车底编号 m_i 和线路编号 l_i。乘务区段按照接续规则生成连续值乘区段，根据可行性约束生成乘务任务，其属性包括乘务任务编号 j、开始时间 bt_j、结束时间 ft_j、开始地点 bl_j、结束地点 fl_j、包含的乘务区段集合 I_j 和任务类型 k_j。本线任务的接续关系包括连续值乘接续、间休接续和就餐接续。

跨线任务包括跨线接续任务和跨线值乘任务，如图 2 所示。接续任务仅考虑乘务员和乘务基地共享，表示乘务员由不同线路经换乘站跨线接续，其中相较本线任务增加了跨线间休接续和跨线就餐接续，上述接续需要考虑线路间的走行时间。跨线值乘任务中乘务员可随列车跨线值乘，其接续关系包括跨线间休值乘接续、跨线就餐值乘接续和跨线连续值乘接续。

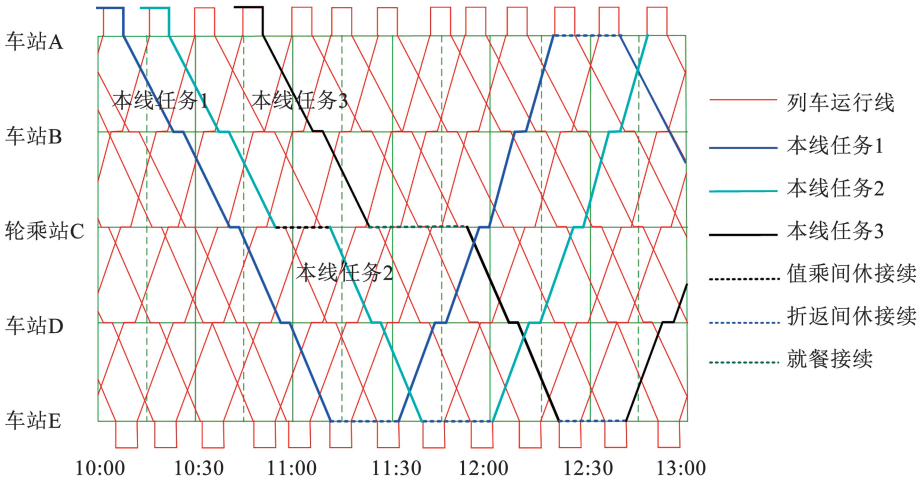


图 1　本线任务乘务区段接续关系

Fig. 1　Crew segment connection of single-line duty

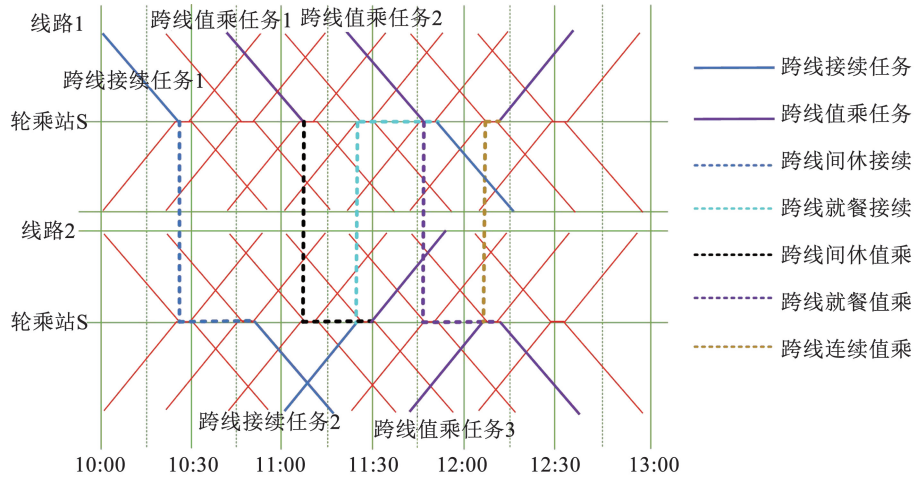


图 2　跨线任务乘务区段接续关系

Fig. 2　Crew segment connections of cross-line duty

2　模型构建

2.1　模型假设

本文所建模型基于以下 5 条假设前提:1)假设跨线运营的线路系统制式一致,在换乘站衔接时线路的行车组织、车辆、信号、应急处置、备品备件和乘务车间调度指挥等方面协调统一;2)假设地铁线路间换乘站作为轮乘站时,具备为乘务员提供值乘过程中休息和就餐的条件;3)假设在编制乘务计划时,车次时刻表数据和车底周转计划已知,可根据轮乘站对乘务区段进行划分;4)假设在乘务排班阶段暂未考虑因操作许可或培训不一致导致的乘务员调度限制,在后续轮班阶段考虑乘务员的值乘资质差异以适应跨线运营模式对不同值乘能力乘务员的现实需求;5)假设具备跨线任务值乘资质的乘务员熟悉跨线运营线路工作条件,具备不同车型的驾驶技能和应急处置能力,能够保障乘客安全和列车运营秩序。

2.2　符号定义

模型符号及含义见表 1。

2.3　优化目标

乘务计划的编制效率是排班优化问题的重要考虑因素,而班次包含的便乘区段数量直观影响了排班计划的可实施性,因此以班次数和便乘乘务区段数最小化为模型的优化目标,如式(1)所示,在提高乘务排班计划效率的基础上对乘务区段的冗余覆盖程度进行优化。为保证班次数为主要优化目标,引入权重系数 确保次要优化目标便乘区段数和主要优化目标班次数相差至少一个数量级。

$$\min \sum_{j \in J} x_j + \alpha \cdot \sum_{j \in J} c_j \cdot x_j \tag{1}$$

表 1　符号及含义

Tab. 1　Symbols and definitions

类型	符号	含义
集合	J	可行班次集合，$j \in J$
	I	乘务区段集合，$i \in I$
	K	班次类型集合，$k \in K$
	D	乘务员出退勤地点集合，$d \in D$
参数	$w^j_{k\min}$、$w^j_{k\max}$	类型为 k 的班次 j 的工作强度下限和上限
	δ	本线乘务区段的工作强度系数
	ε	跨线乘务区段的工作强度系数
	α	目标函数权重系数
	$t^s_{\max}$	最大连续值乘时间
	$t^r_{\min}$、$t^r_{\max}$	间休时长的下限和上限
	$t^m_{\min}$、$t^m_{\max}$	就餐时长的下限和上限
	$t^{rk}_{\min}$、$t^{rk}_{\max}$	跨线间休接续时长的下限和上限
	t^r_w、t^m_w	跨线间休和就餐接续所需的走行时间
	$t^{mk}_{\min}$、$t^{mk}_{\max}$	跨线就餐接续时长的下限和上限
	t^k_d	类型为 k 的班次的最大工作时间
	t^k_s、t^k_e	类型为 k 的班次的开始时间和结束时间
变量	x_j	决策变量，当班次 j 被排班计划选取时为 1，否则为 0
	a_{ij}	决策变量，当乘务区段 i 属于班次 j 时为 1，否则为 0
	$v^k_{d,j}$	决策变量，当类型为 k 的班次 j 出退勤地点为 d 时为 1，否则为 0
	$c^j_{i',i}$	决策变量，当班次 j 中相邻乘务区段间为连续值乘接续时为 1，否则为 0
	$r^j_{i',i}$	决策变量，当班次 j 中相邻乘务区段间为间休接续时为 1，否则为 0
	$m^j_{i',i}$	决策变量，当班次 j 中相邻乘务区段间为就餐接续时为 1，否则为 0
	$o^j_{i',i}$	决策变量，当班次 j 中相邻乘务区段间为跨线间休接续时为 1，否则为 0
	$g^j_{i',i}$	决策变量，当班次 j 中相邻乘务区段间为跨线就餐接续时为 1，否则为 0
	$s^j_{i',i}$	决策变量，当班次 j 中相邻乘务区段间为跨线间休值乘接续时为 1，否则为 0
	$h^j_{i',i}$	决策变量，当班次 j 中相邻乘务区段间为跨线就餐值乘接续时为 1，否则为 0
	l_i	决策变量，当乘务区段 i 属于线路 l 时为 1，否则为 0
	$c_{i',i}$	决策变量，当相邻乘务区段 i' 和 i 之间允许连续值乘接续时为 1，否则为 0
	$n_{i',i}$、$e_{i',i}$	决策变量，当班次 j 中相邻区段接续时间在午餐就餐时段和晚餐就餐时段内时为 1，否则为 0
	y^k_j	决策变量，当班次 j 的类型为 k 时为 1，否则为 0
	β^k_d	出退勤地点为 d 且类型为 k 的班次所占比例
	c_j	班次 j 包含的便乘乘务区段数
	c^j_i	班次 j 包含的本线乘务区段数
	l^j_i	班次 j 包含的跨线乘务区段数
	t^j_i	班次 j 包含的乘务区段 i 的平均时长
	dt^j_i	班次 j 在乘务区段 i 时的连续值乘时间
	wt^j_i	班次 j 值乘到乘务区段 i 的累计工作时间

2.4　约束条件

乘务排班约束可以分为班次约束和可行性约束，班次约束包括乘务区段全覆盖约束、出退勤地点比例约束和工作强度约束，可行性约束包括接续约束、各类间休和就餐约束、工作时间约束。

1）乘务区段全覆盖约束：

$$\sum_{j \in J} a_{ij} x_j \geqslant 1, \forall i \in I, \forall j \in J \tag{2}$$

式(2)确保每个乘务区段都被班次覆盖至少一次。

2)出退勤比例约束:

$$\sum_{j\in J} v_{d,j}^{k}\cdot x_j-\beta_d^k\cdot\sum_{j\in J}x_j\geqslant 0,\ \forall k\in K,d\in D \tag{3}$$

式(3)对各轮乘站出退勤班次的比例进行限制。

3)工作强度约束:

$$w_{k_{\min}}^{j}\leqslant\sum_{j\in J}(\delta c_i^j t_i^j+\varepsilon l_i^j t_i^j)\cdot x_j\leqslant w_{k_{\max}}^{j},\ \forall i\in I,\forall j\in J,k\in K \tag{4}$$

班次的工作强度可通过式(4)中的 $\sum_{j\in J}(\delta c_i^j t_i^j+\varepsilon l_i^j t_i^j)\cdot x_j$ 计算得到,表示班次 j 的工作强度由其包含的各类乘务区段数量、乘务区段工作强度系数和平均时长构成,式(4)规定了各类型班次的工作强度范围。

4)一般接续约束:

$$c_{i',i}^{j}+r_{i',i}^{j}+m_{i',i}^{j}+o_{i',i}^{j}+g_{i',i}^{j}+s_{i',i}^{j}+h_{i',i}^{j}\leqslant 1,\ \forall i',i\in I,\forall j\in J \tag{5}$$

$$(c_{i',i}^{j}+r_{i',i}^{j}+m_{i',i}^{j}+o_{i',i}^{j}+g_{i',i}^{j}+s_{i',i}^{j}+h_{i',i}^{j})\cdot(bl_i-fl_{i'})=0,\ \forall i',i\in I,\forall j\in J \tag{6}$$

$$o_{i',i}^{j}+g_{i',i}^{j}+s_{i',i}^{j}+h_{i',i}^{j}\leqslant|l_{i'}-l_i|,\ \forall i',i\in I,\forall j\in J \tag{7}$$

式(5)规定乘务区段接续关系的唯一性,式(6)限定连续接续仅允许存在于轮乘站,式(7)规定跨线接续仅存在于不同线路的乘务区段之间。

5)连续值乘接续约束:

$$c_{i',i}^{j}\leqslant c_{i',i},\ \forall i',i\in I,\forall j\in J \tag{8}$$

$$dt_i^j\geqslant c_{i',i}^{j}\cdot dt_{i'}^{j}+ft_i-bt_i,\ \forall i',i\in I,\forall j\in J \tag{9}$$

$$0\leqslant dt_i^j\leqslant t_{\max}^{s},\ \forall i\in I,\forall j\in J \tag{10}$$

式(8)规定连续值乘接续仅允许发生在相邻乘务区段之间,式(9)、(10)对乘务区段间的连续驾驶时间进行限定。

6)间休接续约束:

$$t_{\min}^{r}\cdot r_{i',i}^{j}\leqslant bt_i-ft_{i'},\ \forall i',i\in I,\forall j\in J \tag{11}$$

$$r_{i',i}^{j}\cdot(bt_i-ft_{i'})\leqslant t_{\max}^{r},\ \forall i',i\in I,\forall j\in J \tag{12}$$

式(11)、(12)分别对间休接续时间的范围进行限定。

7)就餐接续约束:

$$t_{\min}^{m}\cdot m_{i',i}^{j}\leqslant bt_i-ft_{i'},\ \forall i',i\in I,\forall j\in J \tag{13}$$

$$m_{i',i}^{j}\cdot(bt_i-ft_{i'})\leqslant t_{\max}^{m},\ \forall i',i\in I,\forall j\in J \tag{14}$$

$$m_{i',i}^{j}\leqslant n_{i',i}+e_{i',i},\ \forall i',i\in I,\forall j\in J \tag{15}$$

式(13)、(14)分别对就餐接续时间的范围进行限定,式(15)规定仅在就餐时段内允许就餐接续。

8)跨线间休接续约束:

$$(t_{\min}^{rk}+t_{\mathrm{w}}^{r})\cdot o_{i',i}^{j}\leqslant bt_i-ft_{i'},\ \forall i',i\in I,\forall j\in J \tag{16}$$

$$o_{i',i}^{j}\cdot(bt_i-ft_{i'})\leqslant t_{\max}^{rk}+t_{\mathrm{w}}^{r},\ \forall i',i\in I,\forall j\in J \tag{17}$$

$$t_{\min}^{rk}\cdot s_{i',i}^{j}\leqslant bt_i-ft_{i'},\ \forall i',i\in I,\forall j\in J \tag{18}$$

$$s_{i',i}^{j}\cdot(bt_i-ft_{i'})\leqslant t_{\max}^{rk},\ \forall i',i\in I,\forall j\in J \tag{19}$$

式(16)~(19)规定了跨线间休接续和跨线间休值乘时间的范围。

9)跨线就餐接续约束:

$$(t_{\min}^{mk}+t_{\mathrm{w}}^{m})\cdot g_{i',i}^{j}\leqslant bt_i-ft_{i'},\ \forall i',i\in I,\forall j\in J \tag{20}$$

$$g_{i',i}^{j}\cdot(bt_i-ft_{i'})\leqslant t_{\max}^{mk}+t_{\mathrm{w}}^{m},\ \forall i',i\in I,\forall j\in J \tag{21}$$

$$t_{\min}^{mk}\cdot h_{i',i}^{j}\leqslant bt_i-ft_{i'},\ \forall i',i\in I,\forall j\in J \tag{22}$$

$$h_{i',i}^{j}\cdot(bt_i-ft_{i'})\leqslant t_{\max}^{mk},\ \forall i',i\in I,\forall j\in J \tag{23}$$

$$g_{i',i}^{j}\leqslant n_{i',i}+e_{i',i},\ \forall i',i\in I,\forall j\in J \tag{24}$$

$$h_{i',i}^{j}\leqslant n_{i',i}+e_{i',i},\ \forall i',i\in I,\forall j\in J \tag{25}$$

式(20)~(23)规定了跨线就餐接续和跨线就餐值乘时间的范围,式(24)、(25)规定上述接续仅存在于就餐时段内。

10)工作时间约束:

$$0\leqslant wt_i^j\leqslant\sum_{k\in K}y_j^k\cdot t_{\mathrm{d}}^{k},\ \forall i\in I,\forall j\in J \tag{26}$$

$$wt_i^j\geqslant wt_{i'}^{j}+bt_i-ft_{i'},\ \forall i',i\in I,\forall j\in J \tag{27}$$

$$ft_i\leqslant\sum_{k\in K}y_j^k\cdot t_{\mathrm{e}}^{k},\ \forall i\in I_j,\forall j\in J \tag{28}$$

$$bt_i\geqslant\sum_{k\in K}y_j^k\cdot t_{\mathrm{s}}^{k},\ \forall i\in I_j,\forall j\in J \tag{29}$$

式(26)、(27)分别对各类班次的最大工作时间和累计工作时间进行限定,式(28)、(29)规定了各类班次的工作时间范围。

3 求解算法

3.1 网络图生成

列车跨线运营后复杂的接续关系导致运用贪心算法枚举所有可行班次的方法不可行。鉴于本文模型决策变量较多,适用于列生成算法的求解特点,因此可通过枚举连续值乘区段构建网络图表示可行性约束,将定价子问题转化为带资源约束的最短路问题。首先构建网络示意图对乘务任务进行表示,如图3所示,定义班次源点和汇点表示乘务任务开始和结束的时间、地点,流入班次源点和汇点的流量通过值乘源弧和汇弧表示,并通过轮乘站的位置对乘务员出退勤地点的类型进行区分,进而获得不同类型的网络图。其中任务接续关系由值乘任务弧表示,间休接续可通过间休弧、跨线间休接续弧和跨线间休值乘弧表示,就餐接续可通过就餐弧、跨线就餐接续弧和跨线就餐值乘弧表示。

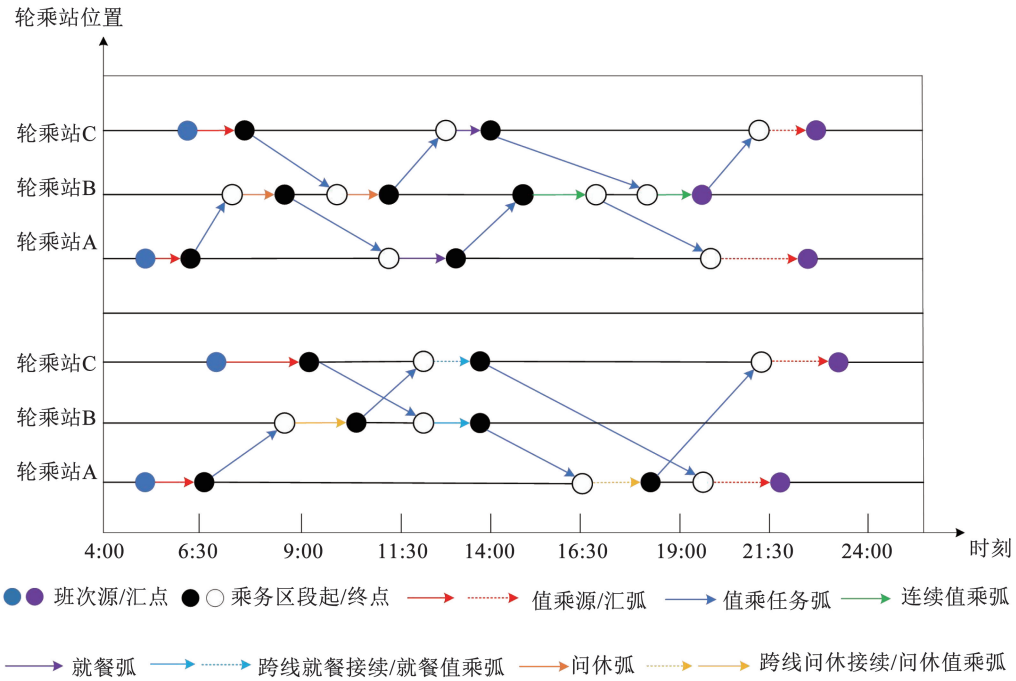


图 3　乘务任务接续关系示例

Fig. 3　Example of crew task connection

鉴于二维网络图间的任务弧接续关系仅可以表示时间和位置信息，无法体现本文模型中的班次工作强度累计状态，因此对网络图进行改进，对于班次内部的乘务区段接续关系可通过构建虚拟值乘机会弧表示，如图 4 所示，其中不同行对应不同线路的乘务区段，可基于值乘节点和虚拟值乘节点所属的线路关系判断乘务任务是否包含跨线乘务区段，实现乘务区段接续关系的刻画，进而根据班次内部包含的本线乘务区段和跨线区段数量实现对工作强度的计算。

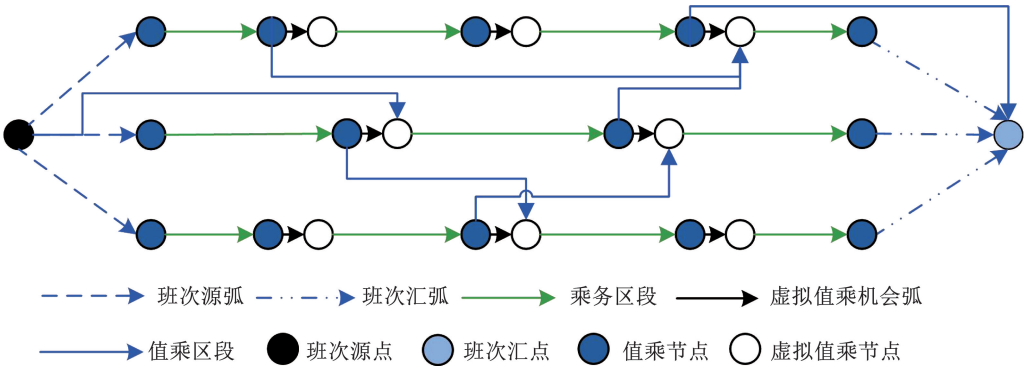


图 4　乘务区段接续状态

Fig. 4　Connection status of crew segments

3.2　列生成求解

列生成算法的核心是通过循环迭代约束主问题和定价子问题实现求解。本文模型以班次数最小化为优化目标，式(1)～(4)(与决策变量 x_j 相关的约束)共同构成列生成算法的约束主问题。为确定该约束主问题对应的定价子问题，将其转化为标准集合覆盖模型形式，如式(30)～(32)所示。

$$\min \sum_{j\in J} z_j x_j \tag{30}$$

$$\sum_{j\in J} p_{ij} x_j \geqslant q_i, \forall i \in I^* \tag{31}$$

$$x_j \in [0,1], \forall j \in J \tag{32}$$

式中：I^* 为乘务区段和出退勤地点集合，z_j 为标准化目标价值系数，p_{ij} 和 q_i 分别为转化为标准集合覆盖模型后约束的资源消耗和限制系数，其取值组合存在 3 种可能，如式(33)～(35)所示。

$$p_{ij} = a_{ij}, q_i = 1, \forall i \in I, \forall j \in J \tag{33}$$

$$p_{ij} = v^k_{d,j} - \beta^k_d, q_i = 0, \forall i \in D, \forall j \in J, k \in K \tag{34}$$

$$p_{ij} = (\delta c^j_i t^j_i + \varepsilon l^j_i t^j_i), q_i = w^j_k, \forall i \in I, \forall j \in J, k \in K \tag{35}$$

式(33)～(35)分别对应资源消耗和限制系数

取值的 3 种组合,将目标价值系数 z_j、资源消耗系数 p_{ij}和限制系数 q_i 代入可得定价子问题为

$$\min_{j\in J}\delta_j = \{1 + \alpha \cdot c_j - \sum_{i\in I} a_{ij}\gamma_i - \sum_{d\in D}(v_{d,j}^k - \beta_d^k)\gamma_d - \sum_{k\in K}(\delta c_i^j t_i^j + \varepsilon l_i^j t_i^j)\gamma_k\} \tag{36}$$

式中:δ_j 为班次 j 的检验数,γ_i、γ_d 和 γ_k 分别为全覆盖约束、出退勤地点类型约束和工作强度约束的影子价格。嵌套网络图筛选和值乘机会选择策略的改进列生成算法流程如图 5 所示。

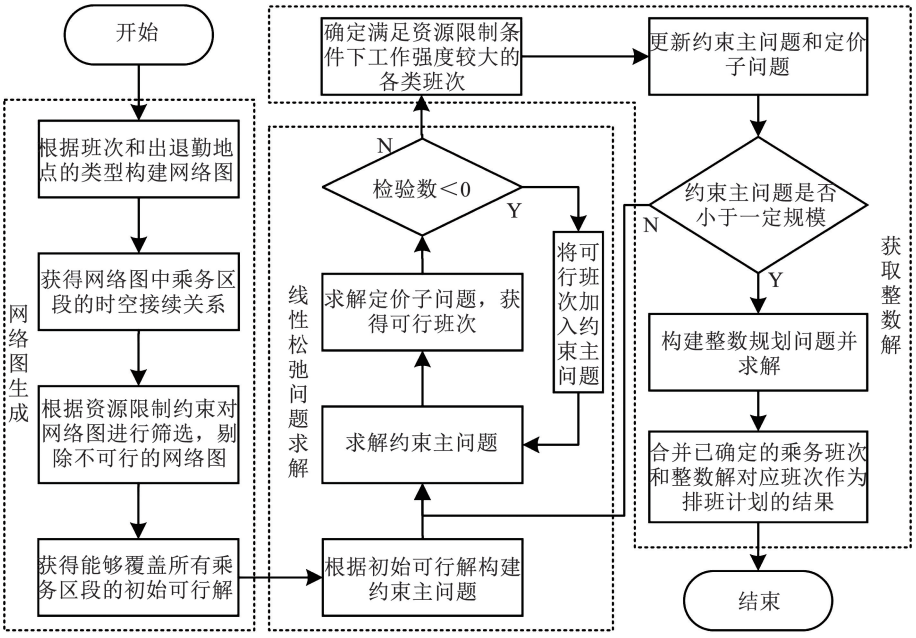


图 5 改进列生成算法流程图

Fig. 5 Improved column generation algorithm flowchart

算法包括网络图生成、线性松弛问题求解和整数解获取 3 个阶段,共 10 个步骤,具体步骤如下:

步骤 1 根据班次 j 的工作时间范围$[t_s^k, t_e^k]$和出退勤地点类型 d,以 t_d 为间隔生成网络图(通过测试 t_d 不同取值的求解结果,可得当 t_d 取值为 10 min 时可在不增加班次数的情况下,提高求解效率,因此案例中各场景的网络图生成时间间隔均取10 min),并根据$[t_s^k, t_e^k]$对网络图的层级进行划分。

步骤 2 获得班次 j 中乘务区段 i 的接续属性及班次包括的乘务区段数量,并根据班次类型和出退勤地点类型对网络图进行分类。

步骤 3 根据资源限制约束对网络图进行筛选,剔除不可行的网络图。

步骤 4 基于贪心策略获得能够覆盖所有乘务区段的初始可行解。

步骤 5 根据初始可行解构建约束主问题。

步骤 6 迭代求解约束主问题和定价子问题,获得可行班次,并加入定期的可行班次筛选机制,每隔相同的迭代次数对可行班次进行筛选。

步骤 7 判断子问题检验数是否小于 0,若是则将可行班次加入主问题继续求解,若否则通过值乘机会选择策略对生成的工作强度较大或乘务区段数量较多的班次进行确定,并固定其包含的乘务区段。

步骤 8 将步骤 7 固定的班次加入主问题和子问题更新求解。

步骤 9 判断约束主问题是否小于一定规模,若否则返回步骤 6 继续求解主问题,若是则构建整数规划问题并求解。

步骤 10 合并已确定的乘务班次和整数解对应班次作为排班计划的结果。

4 案例分析

4.1 案例背景

案例研究针对某市 4 条地铁线路展开,线路衔接关系如图 6 所示。已知数据包括开行跨线运营列车的发车时间和间隔以及据此生成的跨线运营模式乘务区段数据。为便于乘务人员出退勤,将跨线运营后的换乘站设为轮乘站,各线路的乘务区段数、连续值乘区段数以及包含的轮乘站如表 2 所列。根据参考城市轨道交通行车组织管理办法和实地调研,案例中最大连续驾驶时间取值为 120 min,间休和就餐时间分别为 15 ~ 30 min 和 30 ~ 60 min,跨线间休和就餐接续的走行时间均为 15 min,早班、白班、晚班的班次时长分别为 210、480、360 min,3 类班次的

工作时间分别为 4:00—11:00、8:00—19:00 和 15:00—次日 0:30，午餐和晚餐的就餐时间分别为 11:00—13:00 和 17:00—19:00。

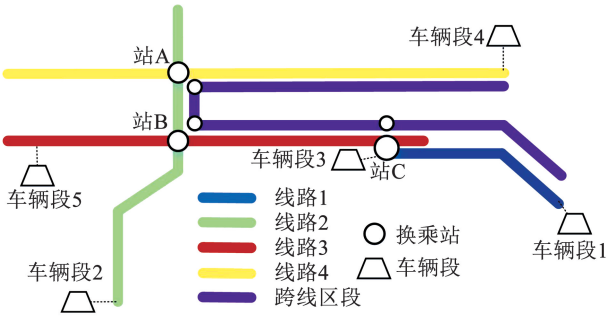


图 6　案例线路示意图

Fig. 6　Illustration of lines in case study

表 2　乘务区段数据

Tab. 2　Data of crew segments

线路	乘务区段数	连续值乘区段数	轮乘站
线路 1	113	287	站 C
线路 2	299	1 262	站 A、站 B
线路 3	518	1 859	站 B、站 C
线路 4	342	1 143	站 A
总计	1 272	4 551	站 A、站 B、站 C

4.2　优化效果分析

案例研究设计 4 个场景，如表 3 所示。场景 1 不考虑列车跨线，仅允许乘务员在轮乘站跨线接续，场景 2 根据不同线路乘务员的实际出退勤偏好将换乘站 B 设为非轮乘站，场景 3 允许乘务员随列车跨线值乘，场景 4 固定各出退勤班次的比例，控制在各轮乘站出退勤的乘务员人数。

表 3　案例场景设置

Tab. 3　Case scenarios

场景编号	场景描述
场景 1	允许乘务员跨线接续
场景 2	不允许乘务员在中间轮乘站出退勤
场景 3	允许乘务员跨线值乘
场景 4	允许控制轮乘站出退勤比例

案例结果如表 4 所示，其中工作效率指标为值乘时间与工作时间的比值，班次平均工作强度指标为各类型班次的工作强度之和与该类班次数的比值。将分别在轮乘站 A、B、C 出退勤的班次定义为 A、B、C 类班次。跨线值乘模式下的优化方案与案例中各线乘务区段的时长分布和数量直接相关，与各类班次的工作时间和时间范围、各轮乘站出退勤班次比例、乘务参数的选取间接相关。对 4 个场景的案例结果进行分析可知，允许乘务员跨线值乘的排班计划相较其他场景可节省 4 ~ 13 个班次，班次平均工作效率提高了 1.6% ~ 2.9%。场景 3 与场景 1 相比，班次平均工作强度和便乘区段数分别降低了 4.7% 和 56.8%，提高了乘务排班计划的合理性。场景 3 与场景 2 相比，3 类轮乘站出退勤班次的比例更加均衡，可更好满足各线乘务员的出退勤需求。场景 4 和场景 3 相比班次的工作效率会有所下降，此场景对于有特殊出退勤偏好的乘务员有更好的适应性，由于限制了出退勤班次的比例，场景 4 的 Gap 值（班次数与线性松弛解向上取整数值的差值/线性松弛解向上取整数值）相较场景 1 ~ 3 增加了 1.1%，该值反映的是实际求得的班次数与线性松弛最优解对应的班次数下界的差距。

表 4　案例结果

Tab. 4　Case results

场景	线性松弛解	班次数	班次平均工作效率/%	班次平均工作强度	便乘区段数	Gap/%	A 类班次占比/%	B 类班次占比/%	C 类班次占比/%
场景 1	286.36	287	77.9	17.41	88	0	41.1	35.6	23.3
场景 2	277.21	278	79.2	16.87	84	0	63.3	—	36.7
场景 3	273.87	274	80.8	16.60	38	0	34.3	33.2	32.5
场景 4	276.67	280	79.2	17.18	97	1.1	40.0	30.0	30.0

为探究不同类型班次和各轮乘站出退勤班次的工作效率，表 5 对上述指标进行了统计。分析结果可知，各场景排班计划中早班和晚班的工作效率较高，白班的工作效率普遍偏低，以场景 3 为例，早班和白班的工作效率相差 9.1%，因此提高白班的工作效率是优化乘务排班计划的关键。此外，该场景各轮乘站出退勤班次的工作效率较为均衡，均达到 80.2% 及以上。

为探究本文算法的求解效率，以场景 3 为例对比了求解乘务排班问题较常用的基于生成与选择的两阶段算法、基础列生成算法与嵌套网络图筛选和值乘机会选择策略的改进列生成算法的求解效果。实验环境为 Intel(R) Core(TM) i5-8300H @ 2.30 GHz CPU 和 8.00 GB RAM 的笔记本电脑，乘务区段数和

连续值乘区段数分别为1 272和4 551。求解结果如表6所示。分析结果可知,改进列生成法相较两阶段法可节省4个班次,班次平均工作效率提升了0.9%,班次平均工作强度和便乘区段数分别降低了3.0%和41.5%,Gap值降低了0.7%,表明改进列生成法求得的实际班次数更贴近线性松弛最优解对应的班次数下界;相较基础列生成法线性松弛解增加了0.3%,该现象由加速求解策略缩小了解空间导致,但两个算法求得的班次数下界相同,未对求解结果产生实质影响。在求解时间方面,改进列生成法相较两阶段法和基础列生成法分别缩减了49.4%和34.8%。

表5 各类班次工作效率

Tab.5 Work efficiency of different duties

场景	班次数			各类班次工作效率/%			各轮乘站出退勤班次工作效率/%		
	早班	白班	晚班	早班	白班	晚班	轮乘站A	轮乘站B	轮乘站C
场景1	106	94	87	81.1	74.3	77.9	78.3	77.0	78.6
场景2	105	90	83	83.5	75.5	77.8	79.7	—	78.4
场景3	104	90	80	85.5	76.4	79.6	80.7	81.4	80.2
场景4	102	96	82	83.6	75.8	77.7	79.6	78.8	79.1

表6 算法效率对比

Tab.6 Comparison of algorithm efficiency

算法	线性松弛解	班次数	班次平均工作效率/%	班次平均工作强度	便乘区段数	求解时间/s	Gap/%
两阶段法	275.48	278	79.9	17.12	65	45 829.25	0.7
列生成法	273.12	274	80.8	16.60	38	35 568.68	0
改进列生成法	273.87	274	80.8	16.60	38	23 204.94	0

为验证本研究方法在特定情景下和不同规模网络的求解效率、稳定性和可扩展性。基于本文案例背景,针对满足跨线运行条件的线路分别设计列车两线跨线(线路1、3跨线、线路2、3跨线和线路2、4跨线)和三线跨线运行(线路1、2、3跨线和线路2、3、4跨线)的5个扩展案例。其中线路2、3跨线和线路2、3、4跨线均为轮乘站C位于跨线运营线路的一端,其他案例轮乘站均位于跨线运营线路的中央。案例结果如表7所示。对结果分析可知,当线路1、2、3跨线时轮乘站C出退勤班次的比例与轮乘站A和B相差0.8%~1.5%,当轮乘站C位于跨线运营线路的一端时,其出退勤班次的比例和线路中央的轮乘站相差0.5%~0.8%和0.7%~1.5%,表明本研究模型和算法受轮乘站位置和线路布局的影响较小。相较跨线接续模式,在不同规模跨线运营线路允许乘务员跨线值乘可将班次的平均工作效率提升2.2%~3.0%,班次平均工作效率均达到80.1%及以上;可将班次平均工作强度降低2.9%~6.3%。此外,各轮乘站出退勤班次的比例较为均衡,符合各线路乘务员在本线轮乘站出退勤的偏好。

表7 不同规模案例结果

Tab.7 Case results of different scales

跨线线路	线性松弛解	班次数	班次平均工作效率/%	班次平均工作强度	便乘数	Gap/%	A类班次占比/%	B类班次占比/%	C类班次占比/%
1、3	137.35	138	80.1	16.32	18	0	—	53.1	46.9
2、3	191.41	192	80.3	16.64	27	0	33.4	33.7	32.9
2、4	164.92	165	80.6	16.90	24	0	56.4	43.6	—
1、2、3	200.33	201	80.2	16.48	33	0	32.3	34.6	33.1
2、3、4	232.17	233	80.9	16.79	42	0	33.3	34.1	32.6

4.3 乘务排班参数敏感性分析

在地铁乘务排班计划编制过程中,间休、就餐时间等参数通常是严格规定的,而影响排班计划编制效率的最大工作时间和班次时间范围等参数可根据实际运营情况灵活调整。由于排班阶段乘务员通常根据最大上线列车数配置,早班和晚班工作时间完全覆盖高峰时段,乘务区段接续较为紧密,冗余配置较少。白班的开始和结束时间处于早晚高峰的衔接

时段，且平峰时段值乘压力较小，因此缩短白班的最大工作时间和范围对其工作效率进行优化。以场景 3 为对照组设置扩展场景 5 ~ 8，参数设置如表 8 所示。其中场景 5 和 6 不改变各类班次的时间范围，将白班最大工作时长分别降低 1 h 和 2 h，将早班和晚班的最大工作时长分别增加 0.5 h 和 1 h，以保证 3 类班次的工作总时长一致。场景 7 和 8 不改变各类班次的最大工作时间，将白班的时间范围分别缩短 1 h 和 2 h，将早班和晚班的工作时间范围分别增加 0.5 h 和 1 h，以保证 3 类班次时间范围的变化幅度一致。

扩展场景案例结果如表 9 所示，对比表 5 可知班次最大工作时间和时间范围变化对班次数产生较大影响，场景 6 较场景 3 减少了 11 个班次，场景 8 较场景 3 增加了 28 个班次。在班次工作效率方面，场景 7 的白班工作效率较场景 3 增加了 2.5%，早班和白班的工作效率差值由 9.1% 降为 4.7%，3 类班次的平均工作效率更加均衡，有利于降低同一天班次工作效率的差异性。此外，改变班次最大工作时间和时间范围对各轮乘站出退勤班次的工作效率影响较小，以场景 5 为例，不同轮乘站出退勤班次的工作效率相差 1.3%，与场景 3 相比仅相差 0.1%。

表 8　扩展场景设置

Tab. 8　Extended scenarios

场景	最大工作时间/h			各类班次时间范围		
	早班	白班	晚班	早班	白班	晚班
场景 3	3.5	8	6	4:00—11:00	8:00—19:00	15:00—次日 0:30
场景 5	4.0	7	6.5	4:00—11:00	8:00—19:00	15:00—次日 0:30
场景 6	4.5	6	7	4:00—11:00	8:00—19:00	15:00—次日 0:30
场景 7	3.5	8	6	4:00—11:30	8:30—18:30	14:30—次日 0:30
场景 8	3.5	8	6	4:00—12:00	9:00—18:00	14:00—次日 0:30

表 9　扩展场景案例结果

Tab. 9　Results of extended scenarios

场景	班次数			各类班次工作效率/%			各轮乘站出退勤班次工作效率/%		
	早班	白班	晚班	早班	白班	晚班	轮乘站 A	轮乘站 B	轮乘站 C
场景 5	95	88	87	83.6	78.8	80.2	80.9	81.5	80.2
场景 6	92	85	86	84.3	78.2	80.5	81.0	80.9	81.4
场景 7	117	81	93	83.6	78.9	80.6	80.9	81.7	81.1
场景 8	129	74	99	83.4	78.7	80.9	81.2	81.3	81.6

5　结　论

1）基于地铁列车跨线运营模式，考虑乘务区段跨线接续和班次工作强度差异，构建以班次数和便乘区段数最小化为优化目标的扩展集合覆盖模型，结合问题特性设计了考虑网络图筛选和乘务区段值乘机会选择策略的改进列生成算法，开展案例分析验证了模型和算法的有效性。

2）地铁跨线运营模式下允许乘务员随列车跨线值乘可降低班次数、班次平均工作强度和便乘区段数，可提高班次平均工作效率和不同轮乘站出退勤班次比例的均衡性。本研究提出的改进列生成算法相较传统两阶段法和基础列生成算法缩短了求解时间，提高了求解效率；此外，算法受轮乘站位置和线路布局的影响较小，在不同规模线路具备一定的稳定性和可拓展性。

3）当跨线运营线路乘务区段早晚高峰时段分布特性明显时，可适当提高早班和晚班的最大工作时长和班次时间范围，降低白班的最大工作时长和班次时间范围，以应对线路间乘务区段时空分布差异较大的情况，保障各类班次值乘效率的均衡性。

4）提升非高峰时段班次的工作效率是优化地铁乘务排班计划的关键，未来研究可针对乘务区段时空分布特性、排班阶段确定的班次类型和具体场景灵活调整乘务班制，并根据生物节律理论（例如避免连续值乘夜班以保障乘务员的昼夜节律、控制连续两天值乘班次的间隔时长以保证乘务员的休息时间、连续值乘若干班次需至少休息一天以避免乘务员过度疲劳等）优化乘务计划；此外，在后续轮班阶段应考虑乘务员的值乘资质差异以适应跨线运营模式对不同值乘能力乘务员的现实需求，实现乘务资源的精细化配置。

参考文献

[1]陈垚, 柏赟, 毛保华, 等. 跨线条件下城市轨道交通列车交路计划优化方法[J]. 铁道学报, 2024, 46(8): 21
Chen Yao, Bai Yun, MAO Baohua, et al. Optimization of train routing plan for interconnected line in urban rail transit[J]. Journal of the China Railway Society 2024, 46(8): 21

[2]魏润斌, 贾顺平, 毛保华, 等. 考虑满载率均衡的城市轨道交通直通运营开行方案优化[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2023, 55(3): 68
Wei Runbin, Jia Shunping, Mao Baohua, et al. Train planning optimization for through operation of urban rail transit considering load balance[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2023, 55(3): 68

[3]张翕然, 陈绍宽, 赵兴东, 等. 跨线运营模式下地铁列车运行图调整优化方法[J]. 交通运输系统工程与信息, 2023, 23(4): 165
Zhang Xiran, Chen Shaokuan, Zhao Xingdong, et al. A rescheduling optimization method for metro trains under cross-line operation[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2023, 23(4): 165

[4]程国柱, 吕岩峰, 冯天军. 灾害性天气条件下城市轨道交通客流 DRN-BiLSTM 预测模型[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2025, 57(7): 154
Cheng Guozhu, Lü Yanfeng, Feng Tianjun. Urban rail transit passenger flow DRN-BiLSTM combined forecasting model under catastrophic weather conditions[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2025, 57(7): 154

[5]Sun Lishan, Lu Huabo, Xu Yan, et al. Fairness-oriented train service design for urban rail transit cross-line operation[J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2022, 606: 128124

[6]Yang Anan, Wang Bo, Huang Jianling, et al. Service replanning in urban rail transit networks: cross-line express trains for reducing the number of passenger transfers and travel time[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2020, 115: 102629

[7]毛保华, 高自友. 城市轨道交通网络运营资源共享方法与技术进展[J]. 交通运输系统工程与信息, 2018, 18(3): 2
Mao Baohua, Gao Ziyou. Progress of operational resources sharing methods for urban rail networks[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2018, 18(3): 2

[8]石俊刚, 杨静, 周峰, 等. 基于任务均衡的城市轨道交通乘务任务轮转模型及算法[J]. 铁道学报, 2017, 39(9): 21
Shi Jungang, Yang Jing, Zhou Feng, et al. Crew rostering model and algorithm based on balanced workload in urban rail transit[J]. Journal of the China Railway Society, 2017, 39(9): 21

[9]金华, 陈绍宽, 冯旭杰, 等. 考虑乘务员值乘需求的地铁乘务轮班优化方法[J]. 铁道学报, 2023, 45(7): 34
Jin Hua, Chen Shaokuan, Feng Xujie, et al. A crew rostering optimization method for urban rail transit considering crew preference[J]. Journal of the China Railway Society, 2023, 45(7): 34

[10]Fuentes M, Cadaeso L, Marin A. A hybrid model for crew scheduling in rail rapid transitnetworks[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2019, 125: 255

[11]Zhou Jue, Xu Xiaoming, Long Jiancheng, et al. Integrated optimization approach to metro crew scheduling and rostering[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2021, 123: 012975

[12]Hoffmann K, Buscher U. Valid inequalities for the arc flow formulation of the railway crew scheduling problem with attendancerates[J]. Computers & Industrial Engineering, 2019, 127: 1144

[13]杨静, 石俊刚, 张玉清, 等. 考虑多车场出退勤的城轨交通乘务任务配对模型及算法[J]. 控制与决策, 2024, 39(7): 2143
Yang Jing, Shi Jungang, Zhang Yuqing, et al. Optimization model and algorithm for urban rail crew pairing problem with multiple depots[J]. Control and Decision, 2024, 39(7): 2143

[14]Heil J, Hoffmann K, Buscher U. Railway crew scheduling: models, methods andapplications[J]. European Journal of Operational Research, 2020, 283(2): 410

[15]Zhou Jue, Xu Xiaoming, Long Jiancheng, et al. Metro crew planning with day-off pattern, duty type, and rostering scheme considerations[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2022, 143: 103832

[16]Feng Tao, Lusby R M, Zhang Yongxiang, et al. An admm-based dual decomposition mechanism for integrating crew scheduling and rostering in an urban rail transit line[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2023, 149: 104081

[17]Quesnel F, Desaulniers G, Soumis F. A branch-and-price heuristic for the crew pairing problem with languageconstraints[J]. European Journal of Operational Research, 2020, 283(3): 1042