

DOI:10.11918/202312007

基于 GM(1,1)-IPSO-BP 的重载铁路小半径曲线钢轨磨耗预测方法

张斌^{1,2},高玉祥³,陈再刚¹,王开云¹,时瑾³

(1. 轨道交通运载系统全国重点实验室(西南交通大学),成都 610031; 2. 国能朔黄铁路发展有限责任公司 科技信息部,河北 肃宁 062350; 3. 北京交通大学 土木建筑工程学院,北京 100044)

摘要:为实现重载铁路小半径曲线段钢轨磨耗量的精准预测,提出一种非等间距灰色模型 GM(1,1)与改进粒子群算法(IPSO)优化 BP 神经网络相结合的钢轨磨耗预测方法。首先,根据积分原理优化 GM(1,1)非等间距模型的背景值计算方法,基于改进的模型得到实测磨耗序列的初步预测结果;然后,利用 IPSO 算法对 BP 神经网络的权值和阈值进行自动寻优,对 GM(1,1)模型初步预测序列的残差进行校正;最后,将优化后的两种模型组合构建基于 GM(1,1)-IPSO-BP 的重载铁路小半径曲线地段钢轨磨耗量预测模型。以某重载铁路桥上半径 400 m 曲线为例,利用长期的磨耗监测数据进行方法的适用性分析,研究表明:GM(1,1)-IPSO-BP 模型克服了磨耗数据的非线性、随机性特征对计算结果的影响,预测精度优于单独使用 GM(1,1)、IPSO-BP 模型;背景值优化后的 GM(1,1)模型预测准确性更可靠;IPSO 优化算法提高了 BP 神经网络计算的精度和速度;预测结果和实测数据之间的相对误差不大于 4%;在预测区间上的绝对误差小于 0.4 mm,运用该方法能够较准确地得到钢轨磨耗的发展规律。研究结果可为重载铁路小半径曲线钢轨的精准维修和科学使用提供参考。

关键词:钢轨磨耗;GM(1,1)模型;小半径曲线;BP 神经网络;重载铁路;粒子群算法

中图分类号: U216.4 **文献标志码:** A **文章编号:** 0367-6234(2024)11-0115-08

Prediction method for rail wear of small radius curves on heavy duty railway based on GM(1,1)-IPSO-BP

ZHANG Bin^{1,2}, GAO Yuxiang³, CHEN Zaigang¹, WANG Kaiyun¹, SHI Jin³

(1. State Key Laboratory of Rail Transit Vehicle System(Southwest Jiaotong University), Chengdu 610031, China;
2. Department of Science and Technology Information, CHN Energy Shuozhou-Huanghua Railway Development Co., Ltd.,
Suning 062350, Hebei, China; 3. School of Civil Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: In order to achieve accurate prediction of rail wear on small radius curve of heavy-duty railway, a prediction model for rail wear combining improved particle swarm optimization with BP neural network and the GM(1,1) model is proposed. First, the calculation method of background value of is optimized according to the principle of integration, and preliminary prediction results of wear are obtained based on the improved model. Then, the weights and thresholds in network structure nodes of the BP model is optimized by using the IPSO algorithm, and the residual values of the preliminary prediction results are corrected. Finally, the optimized two models are combined to construct a prediction model for rail wear in small radius curve of heavy-duty railways based on GM(1,1)-IPSO-BP model. Taking a curve with 400 m radius on a Heavy Duty Railway bridge as a case study, applicability analysis of the method in this article is analyzed using long-term wear monitoring data. The results show that the GM(1,1)-IPSO-BP model overcomes the influence of nonlinear and random characteristics of wear data on the calculation results, and its prediction accuracy is superior to using GM(1,1) and IPSO-BP alone. The GM(1,1) model with optimized background values has more reliable prediction accuracy. Prediction accuracy and calculation speed of the BP network optimized by the IPSO algorithm is improved. The relative error between the predictive value calculated with this model and the detection value is less than 4%, and the absolute error of abrasion value is not more than 0.4 mm. Through this method, the development law of rail wear can be accurately obtained. The research results could provide reference for the precise maintenance and scientific use of small radius curve rail in heavy haul railways.

Keywords: rail wear; GM(1,1) model; small radius curve; BP neural network; heavy haul railway; particle swarm optimization algorithm

收稿日期: 2023-12-03; 录用日期: 2024-01-12; 网络首发日期: 2024-11-06

网络首发地址: <https://link.cnki.net/urlid/23.1235.t.20241105.1641.002>

基金项目: 国能朔黄铁路发展有限责任公司科技创新项目(GJNY-21-65); 国家自然科学基金(52078035)

作者简介: 张斌(1980—),男,高级工程师;高玉祥(1993—),男,博士研究生;时瑾(1980—),男,教授,博士生导师

通信作者: 时瑾, jshi@bjtu.edu.cn

重载铁路在货物长大距离运输上具有运量大、运价低的优势,在中国很多地区被广泛使用^[1-2]。随着经济发展对运输需求的快速增加,运营列车的轴重、车次、速度也随之不断提升,由此导致轮轨磨耗问题日益严重,钢轨磨耗病害已是小半径曲线地段影响铁路行车安全和运营成本的主要因素^[3]。钢轨发生磨耗超限,唯一的处理办法就是对其进行更换。重载铁路小半径曲线段钢轨的服役寿命基本是由磨损程度决定的,准确掌握磨耗发展规律可为钢轨的打磨、更换提供科学依据,因此对小半径曲线地段钢轨磨耗量进行精准预测具有重要意义。

钢轨磨损程度是决定铁路小半径曲线地段钢轨使用寿命的主要因素。目前学者们关于重载铁路钢轨磨耗的研究内容主要集中在轮轨磨耗仿真^[4-5]、磨耗形成机理及影响因素分析^[6]和减磨措施^[7]等方面,研究方法多为基于多体动力学软件^[8]、有限元软件建立重载货车-轨道耦合模型^[9]、实验分析^[10]等。这些研究为保障重载线路安全运营提供了重要的技术支持。小半径曲线是重载铁路轨道病害的易发区,钢轨多由磨耗超限而被更换下道,工务部门需定期进行磨耗检测以指导钢轨养修。大量的磨耗检测历史数据中蕴含着丰富的信息,但由于其复杂性、非线性和不确定性的特征,数据的内在价值并未得到有效的挖掘、利用。文献[11]使用统计模型与实测数据进行了磨耗预测,也有学者利用智能算法(如 BP 神经网络^[12]、模糊神经网络^[13])构建了通过总重、线路参数等指标与钢轨磨耗的关系模型,实现了预测磨耗量的目标。现有方法主要是基于一些机器学习算法实现预测,对数据样本数量的依赖性较强,预测结果的准确性易受样本数目变化而产生波动,对磨耗数据的分析方法有待进一步完善。重载铁路曲线地段钢轨服役周期短、磨耗观测次数少,加上小半径曲线钢轨的磨损速率更快、磨耗量对通过总重的跟随性强的特点,目前尚未建立有效的钢轨磨耗量预测模型,因而用科学合理的方法分析历史检测数据进而准确预测磨耗演变规律以指导线路运维显得非常必要。灰色系统模型 GM(1,1)可以基于较少数量的观测样本对未来一段时期的数据变化情况进行有效预测,BP 神经网络方法在适应性学习、数据挖掘和规律预测等方面优势明显^[14],这两种方法在轨道平顺性预测^[15]、路基沉降监测^[16]等方面被广泛使用,并取得了很好的效果,但较少应用于钢轨磨耗量预测,研究其在钢轨磨耗预测中的应用具有重要价值,将两者结合用于钢轨磨耗预测可有效地提升预测的效率和准确性。

鉴于此,针对重载铁路钢轨磨耗数据样本少、周

期短的特点,为了准确地掌握小半径曲线地段钢轨磨耗的变化规律,实现不同工况下不同服役周期内磨耗量的个性化、精细化预测,结合非等间距 GM(1,1)模型,在利用改进粒子群算法优化 BP 算法的基础上,提出一种基于 GM(1,1)-IPSO-BP 的重载铁路小半径曲线段钢轨磨耗预测方法,以期为重载铁路曲线钢轨的精准养修、科学更换提供一定的技术支撑。

1 非等间距灰色模型

1.1 数据的检验与处理

使用灰色模型预测前需要检查磨耗数据序列 $X^{(0)}$ 是否满足准指数规律,通过式(1)判断原始数据是否适用于灰色系统建模。

$$\lambda(t_i) = \frac{x^{(0)}(x_{i-1})}{x^{(0)}(x_i)}, i=2,3,\dots,n \quad (1)$$

如果对于 $\lambda(t_i), i=2,3,\dots,n$, 都有 $\lambda(t_i) \in (e^{\frac{-2}{n+1}}, e^{\frac{2}{n+1}})$, 则可利用实测数据构建 GM(1,1) 模型;若不符合,则应通过平移变换法处理,利用一个常数 s 对原始序列平移 $\hat{X}^{(0)} = X^{(0)} + s$, 使其满足级数比要求。

1.2 等间距数据序列的生成

经典 GM(1,1) 模型是以等间隔数据为基础进行建模分析的^[17],但轨检数据往往又是各次检测的时间间隔不相同,因此需要把非等间距的原始检测数据处理为等间距数据,方法如下。

设实测的钢轨磨耗数据序列为

$$X^{(0)} = \{x^{(0)}(t_1), x^{(0)}(t_2), \dots, x^{(0)}(t_n)\} \quad (2)$$

每个检测时间距首次检测的时间间隔为 $t_i = T_i - T_1$, 其中 T_i 为各次检测的时间,且满足:

$$\Delta t_i = t_i - t_{i-1} \neq \text{常数}, i=2,3,\dots,n \quad (3)$$

所有检测时间的平均间隔为

$$\Delta t_0 = \frac{1}{n-1}(t_n - t_1) \quad (4)$$

各次检测时间与平均间隔的单位时段差系数为

$$\mu(t_i) = [t_i - (i-1)\Delta t_0] / \Delta t_0 \quad (5)$$

相邻两次检测的磨耗差值序列为

$$\Delta x^{(0)}(t_i) = \mu(t_i) [x^{(0)}(t_i) - x^{(0)}(t_{i-1})] \quad (6)$$

式中: $x^{(0)}(t_i)$ 为 t_i 时刻的磨耗, $i=2,3,\dots,n$; $\Delta x^{(0)}(t_i) = 0$ 。

计算 $x^{(0)}(t_i)$ 与 $\Delta x^{(0)}(t_i)$ 的一阶累加序列 $x_{\text{YS}}^{(1)}(t_i)$ 和 $\Delta x_{\text{CZ}}^{(1)}(t_i)$, 然后对其进行均值生成:

$$x_{\text{YS}}^{(1)}(t_i) = \frac{1}{2} [x_{\text{YS}}^{(1)}(t_i) + x_{\text{YS}}^{(1)}(t_{i+1})] \quad (7)$$

$$\Delta x_{\text{CZ}}^{(1)}(t_i) = \frac{1}{2} [\Delta x_{\text{CZ}}^{(1)}(t_i) + \Delta x_{\text{CZ}}^{(1)}(t_{i+1})] \quad (8)$$

得到等间隔的一阶累加序列^[18]:

$$x^{(1)}(t_i) = x_{YS}^{(1)}(t_i) + \Delta x_{CZ}^{(1)}(t_i) \quad (9)$$

1.3 GM(1,1) 模型

由式(9)可知,原始磨耗数据的一阶累加序列为

$$X^{(1)} = \{x^{(1)}(t_1), x^{(1)}(t_2), \dots, x^{(1)}(t_n)\} \quad (10)$$

利用 $x^{(1)}(t_i)$ 构建的 GM(1,1) 模型的微分方程为

$$\frac{dx^{(1)}(t)}{dt} + ax^{(1)}(t) = u \quad (11)$$

式中: a 为发展系数, u 为灰色作用量。

将式(11)在时间区间 $[t_{i-1}, t_i]$ 上进行积分, 即

$$\int_{t_{i-1}}^{t_i} \frac{dx^{(1)}(t)}{dt} dt + \int_{t_{i-1}}^{t_i} x^{(1)}(t) dt = u \int_{t_{i-1}}^{t_i} dt \quad (12)$$

可得离散化差分方程为

$$x^{(0)}(t_i) \Delta t_i + az^{(1)}(t_i) = u \Delta t_i \quad (13)$$

式中: $z^{(1)}(t_i)$ 为一次累加曲线 $x^{(1)}(t_i)$ 的背景值,

$$z^{(1)}(t_i) = 0.5[x^{(1)}(t_{i-1}) + x^{(1)}(t_i)].$$

利用最小二乘法求得灰色系统参数 a, u , 即

$$[a \quad u]^T = (B^T B)^{-1} B^T Y \quad (14)$$

式中: B 和 Y 分别为

$$B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(t_2) & 1 \\ -z^{(1)}(t_3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(t_n) & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(x^{(1)}(1) + x^{(1)}(2)) & 1 \\ -\frac{1}{2}(x^{(1)}(2) + x^{(1)}(3)) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}(x^{(1)}(n-1) + x^{(1)}(n)) & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(t_2) \\ x^{(0)}(t_3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(t_n) \end{bmatrix} \quad (16)$$

将参数 a, u 代入式(13)得到累加序列的求解函数:

$$x^{(1)}(t_i) = \left[x^{(0)}(t_1) - \frac{u}{a} \right] e^{-at_i/\Delta t_0} + \frac{u}{a}, i=2,3,\dots,n \quad (17)$$

GM(1,1) 模型对钢轨磨耗的初步预测值为

$$\hat{x}(t_i) = x^{(1)}(t_i) - x^{(1)}(t_i - \Delta t_0) \quad (18)$$

若原始数据序列 $X^{(0)}$ 在级数比检验时进行了变换, 则应将式(18)的计算结果减去平移常数 s 。

1.4 GM(1,1) 模型背景值优化

灰色系统理论表明 GM(1,1) 模型预测的准确性与参数 a, u 密切相关, 而这两个参数的求解过程又受到背景值 $z^{(1)}(t_i)$ 的作用, 因而背景值计算的准确度关系到模型的预测准确性。传统 GM(1,1) 模型在计算背景值时将一次累加序列 $x^{(1)}(t_i)$ 在区间

范围内的连续函数看作为多条折线, 然后利用梯形公式计算其与坐标轴 t 所围成面积的近似值, 背景值的构造原理见图 1。

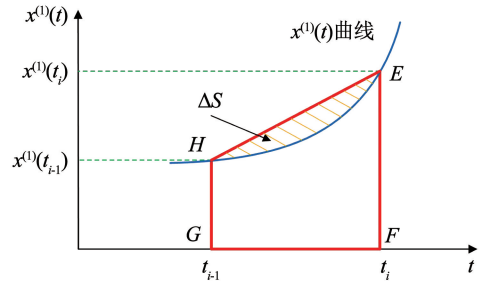


图 1 背景值构造原理图

Fig. 1 Schematic diagram of background value construction

由图 1 可知, 利用梯形公式方法计算的背景值为梯形 $EFGH$ 的面积, 与真实值之间存在的误差为 ΔS 。若一次累加序列 $x^{(1)}(t)$ 的曲线增长速度慢, 则通过这种方法计算的背景值与真实值之间的误差较小。但在曲线 $x^{(1)}(t)$ 的增速较快的情况下, 则近似计算值与真实值之间的误差 ΔS 会随着积分过程而逐渐积累增大, 进而影响到模型的预测精度。

本文基于数值积分的基本原理^[19], 将式(11)在其对应的区间上积分, 得

$$x^{(1)}(t_i) - x^{(1)}(t_{i-1}) + a \int_{t_{i-1}}^{t_i} x^{(1)}(t) dt = u(t_i - t_{i-1}) \quad (19)$$

根据一阶累加序列性质, 式(19)可进一步表示为

$$x^{(0)}(t_i) \Delta t_i + a \int_{t_{i-1}}^{t_i} x^{(1)}(t) dt = u \Delta t_i \quad (20)$$

对比分析式(20)与式(13)背景值计算方法, 在计算一次累加曲线与时间轴围成面积的过程中, 形成的误差为 $\frac{1}{2}[x^{(1)}(t_{i-1}) + x^{(1)}(t_i)]$ 与 $\int_{t_{i-1}}^{t_i} x^{(1)}(t) dt$ 之间的差值, 即图 1 中的阴影面积 ΔS , 由此可令

$$z^{(1)}(t_i) = \int_{t_{i-1}}^{t_i} x^{(1)}(t) dt \quad (21)$$

由于 GM(1,1) 模型是含有 1 个变量的一阶微分方程, 其通解形式是指数函数^[20], 故式(11)的解为指数形式, 因此可将 $x^{(1)}(t)$ 表示为

$$x^{(1)}(t) = Ae^{Bt} \quad (22)$$

由于 $(t_{i-1}, x^{(1)}(t_{i-1}))$ 和 $(t_i, x^{(1)}(t_i))$ 为一次累加曲线 $x^{(1)}(t)$ 上的点, 有 $x^{(1)}(t_i) = Ae^{Bt_i}$, $x^{(1)}(t_{i-1}) = Ae^{Bt_{i-1}}$, 令

$$\frac{x^{(1)}(t_i)}{x^{(1)}(t_{i-1})} = \frac{Ae^{Bt_i}}{Ae^{Bt_{i-1}}} = e^{B\Delta t_i} \quad (23)$$

对上式两边同时取对数并整理得

$$B = [\ln x^{(1)}(t_i) - \ln x^{(1)}(t_{i-1})] / \Delta t_i \quad (24)$$

将式(24)代入式(22)可得

$$A = ([x^{(1)}(t_i)]^{\frac{t_i}{\Delta t_i}}) / ([x^{(1)}(t_{i-1})]^{\frac{t_i-1}{\Delta t_{i-1}}}) \quad (25)$$

将式(24)和式(25)代入式(21)并整理,得出新的背景值计算方法为

$$z^{(1)}(t_i) = \int_{t_{i-1}}^{t_i} x^{(1)}(t) dt = \frac{[x^{(1)}(t_i) - x^{(1)}(t_{i-1})] \Delta t_i}{\ln x^{(1)}(t_i) - \ln x^{(1)}(t_{i-1})} \quad (26)$$

2 IPSO-BP 残差校正模型

2.1 BP 神经网络

BP 神经网络是一种按误差反向传递算法训练的多层前馈型神经网络^[21],一般由输入层、输出层以及单个或多个隐含层构成,网络模型如图 2 所示。

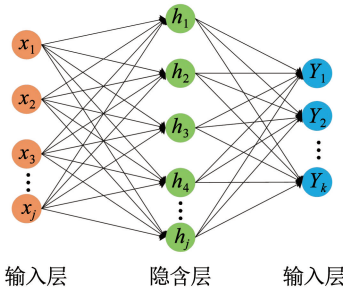


图 2 BP 神经网络结构示意图

Fig. 2 Structure diagram of BP neural network

BP 神经网络的预测性能与网络结构构成、节点数量、激励函数类型、学习速率等有关,当其拓扑结构确定时,每一个节点的权重和阈值是影响预测性能准确性的重要因素^[22],目前这两个参数的取值缺乏理论依据,多根据经验人为选取。为了提高 BP 神经网络在曲线地段钢轨磨耗分析中的预测精度,将优化后的粒子群算法与 BP 网络相结合优化模型中的参数。

2.2 粒子群算法

粒子群优化算法 PSO 是一种通过粒子更新迭代模拟鸟类觅食行为从而实现问题求解的启发式智能优化算法^[23]。假设种群包含有 \$N\$ 个粒子,第 \$m\$ 个粒子在第 \$n\$ 维空间的位置为 \$y_{m,n}\$,其对应速度为 \$v_{m,n}\$。粒子的优劣由适应度函数来评价,群体始终朝着最优解的方向靠近,在粒子的速度、位置不断迭代的过程中求得最优值,直到符合精度要求或者到达截至迭代次数,更新过程由式(27)、(28)实现:

$$y_{m,n}^{k+1} = y_{m,n}^k + v_{m,n}^{k+1} \quad (27)$$

$$v_{m,n}^{k+1} = wv_{m,n}^k + c_1 r_1 (p_{best}^k - y_{m,n}^k) + c_2 r_2 (g_{best}^k - y_{m,n}^k) \quad (28)$$

式中:\$k\$ 为迭代次数;\$c_1\$、\$c_2\$ 为学习因子,代表算法在空间上的寻优能力,一般取值在 \$[0, 2]\$ 内;\$r_1\$、\$r_2\$ 为 \$[0, 1]\$ 内的随机数;\$w\$ 代表惯性权重。

2.3 改进的粒子群优化算法

为了提升常用 PSO 算法在求解空间上对最优解的局部寻优能力,从惯性权重、学习因子两方面进行算法的优化。

2.3.1 惯性权重优化

惯性权重决定着 PSO 算法对于最优解的搜索能力,权值大时在全局的搜索能力较好,权重值较小时则局部搜索能力较好,有利于精确寻优。为了有效地均衡算法的全局与局部的综合寻优能力,设计随求解过程自适应的惯性权重调整方法:

$$w = w_{max} - (w_{max} - w_{min}) \tan k, k = \frac{\pi \cdot t}{4T_{max}} \quad (29)$$

式中:\$w_{min}\$、\$w_{max}\$ 分别为惯性权重的最小值与最大值;\$t\$ 为迭代次数;\$T_{max}\$ 为最大迭代次数。

改进的粒子群算法 IPSO 在运行初期惯性权重 \$w\$ 更接近 \$w_{max}\$,在整体空间上有很强的求解能力与收敛速度;在计算后期 \$w\$ 更接近最小值 \$w_{min}\$,对最优解的局部求解能力进一步得到增强,这种前期全局强、后期局部强的自适应惯性权重计算方法将增强粒子群算法对最优解的寻优能力。

2.3.2 学习因子优化

学习因子 \$c_1\$、\$c_2\$ 决定着算法中粒子种群的个体经验、群体经验在问题求解时对粒子速度更新的作用程度。对学习因子的赋值方法进行改进,将个体学习因子 \$c_1\$ 设定为非线性的递增函数,将群体学习因子 \$c_2\$ 设定为非线性的递减函数,表达式为

$$\begin{cases} c_1 = \exp\left(\frac{t}{T_{max}}\right)/2 \\ c_2 = 2T_{max}/(2t + T_{max}) \end{cases} \quad (30)$$

改进后的学习因子赋值方法将增加粒子在求解空间的自主性,可以提升算法在计算初期的全局搜索以及计算后期的局部搜索的能力,更有利于提升其在求解问题时的收敛速度以及寻找最优解的能力。

2.4 IPSO-BP 神经网络残差校正方法

考虑到传统 BP 模型在问题求解时计算速度慢、全局搜索能力弱等不足,利用改进的 PSO 算法来对 BP 算法的参数进行优化,包括节点的权重和阈值,构建的基于 IPSO-BP 算法的钢轨磨耗残差校正模型如图 3 所示。

3 GM(1, 1)-IPSO-BP 钢轨磨耗预测模型

3.1 磨耗预测模型

重载铁路曲线地段钢轨磨耗主要受曲线半径、通过总重、行车速度等的影响^[24],多因素作用下的磨耗变化过程具有复杂性,但磨耗量总体上呈现随

通过总重逐渐增加的趋势。结合 GM(1,1) 在预测趋势性数据方面的优势、IPSO-BP 在随机性、非线性数据的强处理能力, 构建的基于 GM(1,1)-IPSO-BP 的重载铁路桥上小半径曲线段钢轨磨耗预测模型, 如图 4 所示。磨耗预测模型的求解步骤如下。

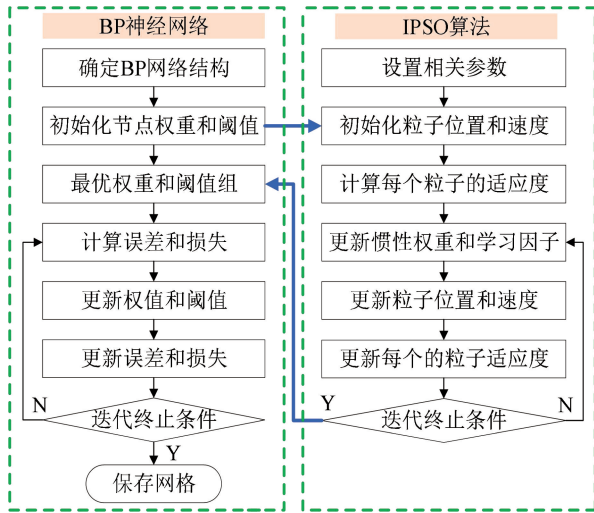


图 3 IPSO-BP 算法流程

Fig. 3 Process of IPSO-BP algorithm

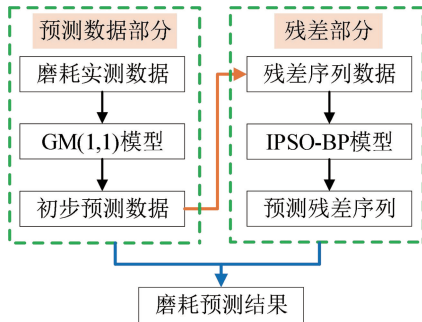


图 4 磨耗预测模型

Fig. 4 Wear prediction model

步骤 1 检验实测磨耗数据序列是否满足直接建模的要求; 若不满足, 则通过平移方法进行处理。

步骤 2 利用非等间距数据处理方法将磨耗序列数据转换为等间距数据。

步骤 3 使用 GM(1,1) 模型对步骤 2 中处理后的数据进行建模, 得到的磨耗初步预测序列为 $\{\hat{x}^{(0)}(t_i)\}, i=1, 2, \dots, n$ 。

步骤 4 计算初步预测序列与实测数据序列的残差序列 $\{e^{(0)}(t_i) = x^{(0)}(t_i) - \hat{x}^{(0)}(t_i)\}, i=1, 2, \dots, n$ 。

步骤 5 将残差序列作为 IPSO-BP 算法的输入进行模型训练, 得到残差预测序列 $\{\hat{e}^{(0)}(t_i)\}, i=1, 2, \dots, n$ 。

步骤 6 组合初步预测序列和残差预测序列得到最终的磨耗预测结果。

$$\{\hat{X}^{(0)}(t_i) = \hat{x}^{(0)}(t_i) + \hat{e}^{(0)}(t_i)\}, i=1, 2, \dots, n.$$

3.2 预测效果评价

模型预测的评估指标有平均绝对误差 (MAE)、相对误差 (MAPE) 和均方根误差 (RMSE), 值越小表示预测的效果越好, 分别根据下式计算:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x^{(0)}(t_i) - \hat{X}^{(0)}(t_i)| \quad (31)$$

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|x^{(0)}(t_i) - \hat{X}^{(0)}(t_i)|}{\hat{X}^{(0)}(t_i)} \times 100\% \quad (32)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [x^{(0)}(t_i) - \hat{X}^{(0)}(t_i)]^2} \quad (33)$$

式中: $x^{(0)}(t_i)$ 是磨耗实测值; $\hat{X}^{(0)}(t_i)$ 是磨耗预测值; $\hat{X}_{avg}^{(0)}(t_i)$ 是磨耗预测值均值。

3.3 模型预测参数

3.3.1 GM(1,1) 模型

GM(1,1) 灰色系统的模型参数有发展系数 a 和灰色作用量 u , 其取值与建模数据有关, 根据实测的磨耗数据序列建模求解即可得到。

3.3.2 BP 神经网络

构建合理的网络结构是保证 BP 神经网络预测性能的基础, 主要内容为网络层组成及其各层节点数目的确定。通常有一层隐含层就可对大多数工程问题进行较好地模拟, 构建由输入层、单隐含层和输出层组成的网络结构, 输入层到隐含层、隐含层到输出层分别使用 tansig 传递函数与 purelin 传递函数。结合本文研究内容, 输入节点数为 3 个, 代表输入实测磨耗值的数量; 输出节点数为 1 个, 代表钢轨磨耗的预测值; 隐含层节点数目较少时影响神经网络反向传播的容错能力, 数目过多时又会降低准确率与收敛速度, 由式 (34) 初步计算的数目为 3 ~ 12 个, 具体值通过由小到大逐个计算并基于检验精度确定。

$$p = \sqrt{f+k} + C \quad (34)$$

式中: p 、 f 、 k 分别为隐含层、输入层、输出层的节点数目; C 为 [1, 10] 内的常数。

3.3.3 IPSO 优化算法

IPSO 算法中粒子种群的规模影响模型的稳定性、准确性和收敛速度, 增大种群规模可以提升预测的精度, 但也会降低收敛速度。本文 IPSO 的参数: 种群规模为 40、迭代次数为 200; 种群内粒子的速度为 [-1, 1], 惯性权重最大设为 0.9、最小设为 0.4。

4 重载铁路小半径曲线钢轨磨耗预测

4.1 工程实例

某重载铁路是一条国铁 I 级双线电气化的货运铁路,也是中国北方地区煤炭运输的重要通道。2021 年日均开行列车超过 95 列,上行线(重车方向)年通过总重超过 3.6 亿吨。由于地理条件的制约,该铁路的桥隧比例高、线路坡道大、曲线半径小,进而导致轨道病害问题突出,小半径曲线地段钢轨磨耗、轨面波磨和疲劳损伤等病害发展迅速,钢轨的服役可靠性是影响线路安全的重要因素,如图 5 所示。

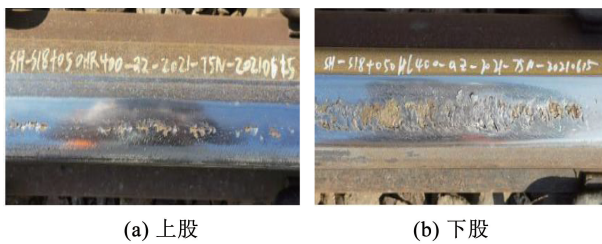


图 5 上行 K18 + 050 处钢轨表面状态

Fig. 5 Surface status of rails at K18 + 050

上行区间内的 3 条桥上半径 400 m 曲线的钢轨病害极为严重,钢轨磨耗是最主要的病害类型,特别是曲线外股钢轨侧磨损伤严重。重载铁路列车轴重大,车辆通过曲线桥梁时产生的离心力加剧了车桥振动以及轮轨动力相互作用,加快了钢轨的磨耗速率^[25]。经实地调研并结合该铁路换轨数据统计分析,曲线半径相同情况下桥上钢轨的磨耗速率明显大于路基地段,半径 400 m 曲线桥梁段与路基段的磨耗速率对比如图 6 所示。当钢轨磨耗比较严重影响安全运输时,需要及时更换钢轨。因此,准确掌握钢轨服役周期内磨耗状态的变化显得尤为重要。

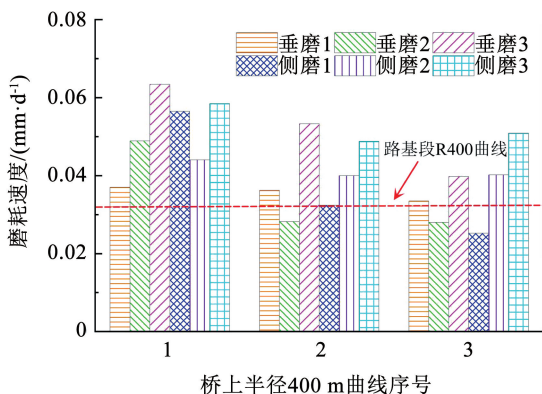


图 6 半径 400 m 曲线桥上段与路基段磨耗对比

Fig. 6 Wear comparison between the bridge and roadbed in 400 m radius curve

垂直磨耗、侧面磨耗是重载铁路小半径曲线钢轨伤损的主要形式,外轨多由侧磨超限而被更换下道,内轨则主要是垂直磨耗,时速 120 km/h 及以下普速铁路钢轨轻伤标准侧磨、垂磨的限值分别为 16、10 mm。分别利用桥上上半径 400 曲线中点位置的垂磨、侧磨数据进行本文预测模型适用性的验证分析。

4.2 钢轨垂直磨耗预测分析

以曲线 1 在 2022 年 7—9 月份期间检测的 10 组垂直磨耗数据作为原始训练序列,预测 2022 年 9—10 月份的 3 组磨耗值,实测数据如表 1 所示。

表 1 曲线钢轨垂磨实测数据

| Tab. 1 Measured data of vertical wear of curved steel rails | | | | | |
|---|------------|-------|----|------------|-------|
| 序号 | 检测时间 | 磨耗/mm | 序号 | 检测时间 | 磨耗/mm |
| 1 | 2022-07-15 | 0.38 | 6 | 2022-08-29 | 3.39 |
| 2 | 2022-07-19 | 1.11 | 7 | 2022-08-31 | 4.47 |
| 3 | 2022-07-29 | 1.52 | 8 | 2022-09-03 | 4.58 |
| 4 | 2022-08-09 | 2.71 | 9 | 2022-09-08 | 4.72 |
| 5 | 2022-08-18 | 3.25 | 10 | 2022-09-17 | 4.91 |

垂直磨耗的预测结果如图 7 所示,桥上 400 m 半径曲线钢轨的垂直磨耗速率很快,达到 0.072 mm/d,单一的非等间距 GM(1, 1) 模型能大概反映出实测磨耗数据序列的整体变化趋势,难以体现局部变化。IPSO-BP 模型和本文模型的预测准确性相对较好,本文模型在 GM(1, 1) 初步预测的基础上,利用 IPSO-BP 进行初步预测序列的残差校正,由于考虑了数据中的不确定性成分,预测结果离实际检测值更为接近。

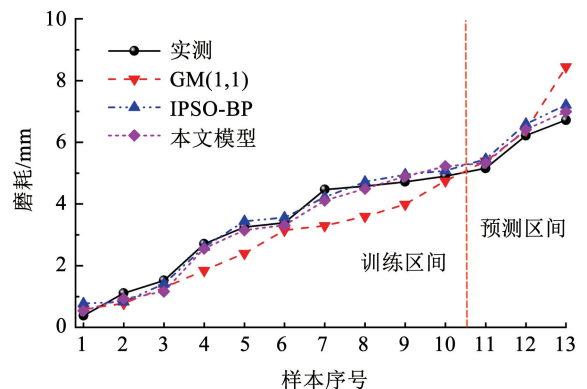


图 7 垂直磨耗实测值与预测值对比

Fig. 7 Comparison between measured and predicted values of vertical wear

本文模型与单独使用 GM(1, 1) 模型、IPSO-BP 模型的计算结果对比分析如表 2、3 所示。

表 2 不同方法的预测磨耗对比

Tab. 2 Comparison of predicted wear between methods

| 检测时间 | 钢轨磨耗量/mm | | | |
|------------|----------|---------|---------|------|
| | 实测值 | GM(1,1) | IPSO-BP | 本文模型 |
| 2022-09-24 | 5.16 | 5.39 | 5.45 | 5.33 |
| 2022-10-04 | 6.22 | 6.38 | 6.59 | 6.41 |
| 2022-10-22 | 6.72 | 8.45 | 7.21 | 6.99 |

表 3 评价指标对比分析

Tab. 3 Comparative analysis of evaluation indicators

| 统计指标 | MAPE/% | RMSE/mm | MAE/mm |
|---------|--------|---------|--------|
| GM(1,1) | 10.92 | 0.77 | 0.61 |
| IPSO-BP | 6.35 | 0.27 | 0.25 |
| 本文模型 | 3.51 | 0.22 | 0.20 |

由表 2、3 可知, GM(1,1) 模型的结构过于单一, 无论在训练区间还是预测区间上的效果都不理想。GM(1,1)-IPSO-BP 模型的预测效果比单一的 GM(1,1)、IPSO-BP 模型更好, 在预测区间的平均相对误差为 3.51%, 远小于 GM(1,1) 模型的 10.92%, 另外两种方法的预测误差均大于 6%。利用 IPSO-BP 方法进行初始预测值的残差校正, 由于改进粒子群算法优化了神经网络的初始权值与阈值两个重要参数, 模型的预测性能得到了明显提升, 能较好地拟合训练区间的数据。从各评价指标对比结果来看, 组合模型的优势比较明显, 并且计算结果更加稳定。

4.3 钢轨侧面磨耗预测分析

以曲线 1 在 2022 年 7—9 月份期间共 10 组实测的侧磨数据作为原始训练序列, 预测 2022 年 9—10 月份的 3 组磨耗值, 现场实测数据如表 4 所示。

表 4 曲线钢轨侧磨实测数据

Tab. 4 Measured data of side wear of curved steel rails

| 序号 | 检测时间 | 磨耗/mm | 序号 | 检测时间 | 磨耗/mm |
|----|------------|-------|----|------------|-------|
| 1 | 2022-07-15 | 0.01 | 6 | 2022-08-29 | 2.36 |
| 2 | 2022-07-19 | 0.04 | 7 | 2022-08-31 | 2.38 |
| 3 | 2022-07-29 | 0.23 | 8 | 2022-09-03 | 2.42 |
| 4 | 2022-08-09 | 0.99 | 9 | 2022-09-08 | 2.56 |
| 5 | 2022-08-18 | 1.51 | 10 | 2022-09-17 | 2.81 |

侧面磨耗的预测结果如图 8 所示, GM(1,1) 模型计算的预测值与实测值在大部分时间节点上的误差较大, 特别是前期阶段。IPSO-BP 模型有效挖掘了既有实测数据蕴含的规律信息, 预测结果优于传统 GM(1,1) 模型。组合模型无论是在训练区间还是预测区间的计算效果都优于另外两种模型, 在预测区间的绝对误差不超过 0.4 mm, 鲁棒性好。

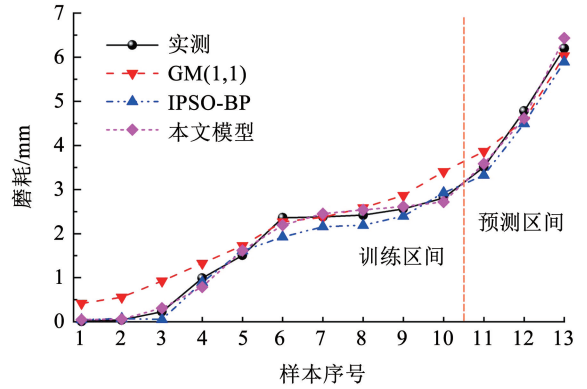


图 8 侧面磨耗实测值与预测值对比

Fig. 8 Comparison between measured and predicted values of side wear

本文模型与 GM(1,1) 模型、IPSO-BP 神经网络模型的预测结果对比分析见表 5 和表 6。

表 5 侧面磨耗预测结果对比

Tab. 5 Comparison of side wear prediction results

| 检测时间 | 钢轨磨耗量/mm | | | |
|------------|----------|---------|---------|------|
| | 实测值 | GM(1,1) | IPSO-BP | 本文模型 |
| 2022-09-24 | 3.51 | 3.86 | 3.23 | 3.58 |
| 2022-10-04 | 4.78 | 4.57 | 4.49 | 4.61 |
| 2022-10-22 | 6.20 | 6.03 | 5.89 | 6.43 |

表 6 评价指标对比分析

Tab. 6 Comparative analysis of evaluation indicators

| 统计指标 | MAPE/% | RMSE/mm | MAE/mm |
|---------|--------|---------|--------|
| GM(1,1) | 5.71 | 0.37 | 0.31 |
| IPSO-BP | 5.39 | 0.21 | 0.19 |
| 本文模型 | 3.11 | 0.13 | 0.11 |

由表 5、6 可知, GM(1,1)-IPSO-BP 模型在无需进行多次预测的情况下, 平均相对误差较 GM(1,1)、IPSO-BP 分别减小了 2.6%、2.28%, 约为 IPSO-BP 方法的二分之一, 预测精度得到明显提升。该方法发挥了灰色模型 GM(1,1) 在趋势性预测方面以及 BP 神经网络在随机性数据预测方面的优势, 对钢轨侧磨的预测效果较好, 同时评价指标 RMSE、MAE 和 MAPE 也都优于另外两种方法。

5 结 论

1) 将改进的 GM(1,1) 模型和粒子群算法优化的 BP 神经网络相结合构建了基于 GM(1,1)-IPSO-BP 的重载铁路小半径曲线地段钢轨磨耗量预测模型。根据微积分的基本原理, 改进了 GM(1,1) 模型的背景值计算方法, 提高了非等间距灰色模型预测的准确度。

2) 通过在粒子群算法中设置惯性权重、学习因子自适应的非线性调整方式,解决了传统 PSO 算法在问题求解时易陷入局部最优的不足,IPSO 算法具有更好的空间寻优能力和计算速度。

3) GM(1,1)-IPSO-BP 组合预测模型计算简便、易于应用,相比于单独使用 GM(1,1)模型与 IPSO-BP 模型的预测效果更好,在样本少的情形下准确把握了磨耗变化趋势,克服了磨耗数据非线性、随机性对计算结果的影响,拥有较好的预测准确度和计算效率。

4) 以实际重载铁路桥上半径 400 m 曲线为例进行了本文方法的有效性验证,在预测区间上的绝对误差小于 0.4 mm,预测结果的相对误差低于 4%,可为小半径曲线钢轨的磨耗监测和养护维修提供一定参考。

参考文献

- [1] MA Chaozhi, GAO Liang, XIN Tao, et al. The dynamic resonance under multiple flexible wheelset-rail interactions and its influence on rail corrugation for high-speed railway [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2021, 498(1): 115968
- [2] 刘云涛, 段志东. 轨底坡对重载铁路钢轨疲劳裂纹萌生寿命的影响[J]. *铁道科学与工程学报*, 2022, 19(5): 1250
LIU Yuntao, DUAN Zhidong. Influence of track cant on fatigue crack initiation life of heavy-haul rails [J]. *Journal of Railway Science and Engineering*, 2022, 19(5): 1250
- [3] LI Hongxiao, LI Li, LI Zheng. Research on the effect of rail cant on the dynamic performance and wear characteristics of subway vehicles [J]. *Engineering Failure Analysis*, 2023, 152: 107478
- [4] 周宇, 张杰, 王少锋, 等. 考虑磨耗的钢轨疲劳裂纹萌生寿命预测仿真[J]. *铁道学报*, 2016, 38(7): 91
ZHOU Yu, ZHANG Jie, WANG Shaofen, et al. Simulation on rail head crack initiation life prediction considering rail wear[J]. *Journal of the China Railway Society*, 2016, 38(7): 91
- [5] FELDMEIER C, LI H, YAMAZAKI Y, et al. Prediction of the wheel profile wear using railroad vehicle dynamics simulation: comparison of simulation and test results [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*, 2018, 232(2): 224
- [6] 徐鹏, 吴潇, 刘永乾, 等. 钢轨铣磨和打磨对钢轨滚动接触疲劳和磨耗的影响[J]. *铁道建筑*, 2023, 63(5): 34
XU Peng, WU Xiao, LIU Yongqian, et al. Influence of rail milling and grinding on rail rolling contact fatigue and wear [J]. *Railway Engineering*, 2023, 63(5): 34
- [7] 王军平. 基于廓形打磨的小半径曲线钢轨磨耗控制方法研究[J]. *铁道学报*, 2021, 43(1): 128
WANG Junping. Research on rail wear control method based on profile grinding for sharp curve rail [J]. *Journal of the China Railway Society*, 2021, 43(1): 128
- [8] 陈鹏, 陈茁, 刘秀波, 等. 重载铁路曲线区段钢轨侧面磨耗仿真分析[J]. *铁道建筑*, 2023, 63(6): 27
CHEN Peng, CHEN Zhuo, LIU Xiubo, et al. Simulation analysis of rail side wear in curved sections of heavy haul railway [J]. *Railway Engineering*, 2023, 63(6): 27
- [9] 王璞, 高亮, 王树国. 重载钢轨磨耗预测模型及接触斑网格密度研究[J]. *同济大学学报(自然科学版)*, 2018, 46(6): 790
WANG Pu, GAO Liang, WANG Shuguo. Rail wear prediction model and grid density of contact patch for heavy haul railway [J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2018, 46(6): 790
- [10] 李英奇, 张银花, 刘佳朋, 等. 重载铁路钢轨磨耗与损伤行为试验研究[J]. *中国铁道科学*, 2022, 43(6): 152
LI Yingqi, ZHANG Yinhu, LIU Jiapeng, et al. Experimental study on wear and damage behavior of rail for heavy haul railway [J]. *China Railway Science*, 2022, 43(6): 152
- [11] SHEBANI A, IWICKI S. Prediction of wheel and rail wear under different contact conditions using artificial neural networks [J]. *Wear: an International Journal on the Science and Technology of Friction, Lubrication and Wear*, 2018, 406-407: 173
- [12] 王平, 王彩芸, 王文健, 等. GA-BP 网络在钢轨磨耗量预测中的应用[J]. *润滑与密封*, 2011, 36(2): 99
WANG Ping, WANG Caiyun, WANG Wenjian, et al. Application of GA-BP in the prediction of wear volumes of rail steel [J]. *Lubrication Engineering*, 2011, 36(2): 99
- [13] 姜涵文, 高亮, 安博伦, 等. 基于神经网络的钢轨磨耗与通过总重关联关系的预测方法[J]. *铁道学报*, 2021, 43(10): 75
JIANG Hanwen, GAO Liang, AN Bolun, et al. A neural network-based prediction approach of relationship between rail wear and gross traffic tonnage [J]. *Journal of the China Railway Society*, 2021, 43(10): 75
- [14] MA Chaozhi, GAO Liang, XU Yang, et al. Initiation mechanism analysis of wheel polygonal wear on high-speed railway based on refined vibration model for ballastless track system [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2023, 559: 117782
- [15] 彭丽宇, 张进川, 苟娟琼, 等. 基于 BP 神经网络的铁路轨道几何不平顺预测方法[J]. *铁道学报*, 2018, 40(9): 154
PENG Liyu, ZHANG Jinchuan, GOU Juanqiong, et al. Prediction method of railway track geometric irregularity based on BP neural network [J]. *Journal of the China Railway Society*, 2018, 40(9): 154
- [16] 刘建威, 钟泽湘. 基于改进灰色 GM(1,1)模型的高速公路路基沉降预测[J]. *铁道科学与工程学报*, 2015, 12(6): 1369
LIU Jianwei, ZHONG Zexiang. Prediction of expressway subgrade settlement based on an improved gray prediction model [J]. *Journal of Railway Science and Engineering*, 2015, 12(6): 1369
- [17] GONG Li, LIANG Yuting, YU Xingbo, et al. Damage prediction of hydraulic concrete in severe cold region based on FOTP-GM(1,1) model [J]. *KSCSE Journal of Civil Engineering*, 2023, 27(7): 2993
- [18] ZHANG Xianqi, WU Xilong, XIAO Yimeng, et al. Application of improved seasonal GM(1,1) model based on HP filter for runoff prediction in Xiangjiang River [J]. *Environmental Science and Pollution Research*, 2022, 29(35): 52806
- [19] 马子骥, 唐涛, 刘宏立, 等. 基于非等间距灰色模型和 Elman 神经网络的轨道质量预测[J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2018, 50(5): 137
MA Ziji, TANG Tao, LIU Hongli, et al. Forecasting of track quality based on unequal-interval grey model and Elman neural network [J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2018, 50(5): 137