DOI:10.11918/202111035

考虑应力路径影响的垃圾土应力－应变特性

李修磊[1,2],施建勇[2],李玉萍[2]

(1.山区公路水运交通地质减灾重庆市高校重点实验室(重庆交通大学),重庆 400074;
2.河海大学 岩土工程科学研究所,南京 210098)

摘 要:填埋场内垃圾土体存在多种应力状态(如压缩、拉伸、加载和卸载等),常规三轴试验和直剪试验难以全面进行模拟。为此,利用GDS三轴仪针对垃圾土重塑样开展9种不同应力路径下的三轴试验,深入研究分析应力路径对垃圾土应力－应变特性和屈服特性的影响,提出描述垃圾土应力－应变关系统一的数学模型,并得到p-q应力空间上垃圾土的屈服轨迹。通过与砂土进行比较,揭示应力路径对垃圾土中纤维材料加筋作用的影响规律。结果表明:对于$\sigma_3 \geqslant 0$的压缩路径,垃圾土的应力关系曲线上翘,没有任何出现峰值或趋于渐近值的迹象,纤维材料起到的加筋作用最显著;对于$\sigma_3 < 0$的压缩路径,垃圾土的偏应力随轴向应变增加而增大,并逐渐趋于某定值,纤维材料起到的加筋作用较弱;对于$\Delta q < 0$的伸长路径,垃圾土与砂土的应力－应变关系曲线近乎一致,纤维材料几乎不产生加筋作用。垃圾土中纤维材料的加筋作用与应力路径密切相关,研究成果为全面深入理解垃圾土的力学特性提供了依据。

关键词:城市生活垃圾土;应力路径;三轴试验;应力－应变;屈服特性
中图分类号:U43 **文献标志码**:A **文章编号**:0367－6234(2023)02－0134－09

Influence of stress path on stress-strain behavior of municipal solid waste

LI Xiulei[1,2], SHI Jianyong[2], LI Yuping[2]

(1. Key Laboratory of Geological Hazards Mitigation for Mountainous Highway and Waterway, Chongqing Municipal Education Commission (Chongqing Jiaotong University), Chongqing 400074, China;
2. Geotechnical Research Institute, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: There are various stress states of solid waste mass in landfills (e.g., compression, tension, loading, and unloading), which are difficult to be fully simulated by using conventional triaxial tests and direct shear tests. Triaxial tests on reconstituted municipal solid waste (MSW) specimens under nine stress paths were carried out by GDS triaxial apparatus to analyze the influence of stress path on the stress-strain behavior and yielding characteristics of MSW. A unified mathematical model was proposed to describe the stress-stain responses of MSW, and the yielding locus of MSW was obtained in p-q stress space. By comparing the stress-strain relationships of sand soil and MSW, the effects of stress path on the reinforcement of fiber materials in MSW were discussed. Results show that for compression stress path with $\sigma_3 \geqslant 0$, the stress-strain curves of MSW exhibited an upward curvature without any peak or asymptotic values, and the reinforcing effect of fiber materials was the most significant. For compression stress path with $\sigma_3 < 0$, the deviatoric stress of MSW increased with increasing axial strain and it gradually tended to a certain value, while the fibrous reinforcement was weak. For extension stress path with $\Delta q < 0$, the stress-strain relationships of MSW were almost the same as those of sand soil, and there was no fibrous reinforcing effect in MSW. In conclusion, the fibrous reinforcing effect in MSW is closely related to stress path, and the research data provides a basis for comprehensive and in-depth understanding of the mechanical properties of MSW.

Keywords: municipal solid waste; stress path; triaxial tests; stress-strain behavior; yielding characteristics

生活垃圾作为填埋场的主体部分,其力学特性与填埋场的整体稳定密切相关[1－5]。垃圾土属于典型的各向异性复合材料,主要为纤维材料(如塑料、纺织物及皮革等)和类土材料(除纤维之外的其他材料)。由于降解作用,随填埋时间单位体积垃圾土中类土材料所占的比例会逐渐减小[6]。一些学者[7－14]已对影响垃圾土力学特性的相关因素开展了研究,如成分组成、密度、含水量、降解程度、围压以及加载速率等。Karimpour-Fard等[7－9]的三轴试验和直剪试验结果均表明,垃圾土的剪切强度特性

收稿日期:2021－11－09;**录用日期**:2021－12－27;**网络首发日期**:2022－06－11
网络首发地址:https://kns.cnki.net/kcms/detail/23.1235.T.20220610.1529.004.html
基金项目:国家自然科学基金青年科学基金(41807276,41702290);国家自然科学基金重点基金(41530637)
作者简介:李修磊(1986—),男,博士,副教授
通信作者:李修磊,hellolixiulei@163.com

随着密度、纤维质量分数、围压、加载速率以及超固结比的增加均有不同程度的增大；陈云敏等[10-12]的试验结果表明，垃圾土的整体剪切强度随填埋时间或降解程度的增加而增大，而黏聚力和内摩擦角分别有减小和增大的趋势；Pulat 等[13-14]的直剪试验结果表明，垃圾土的剪切强度随着垃圾土中可降解有机质质量分数的增加而减小；张振营等[15]开展了垃圾土的三轴不固结不排水、固结不排水和固结排水试验，得到了不同条件下垃圾土的强度取值范围。综上，针对垃圾土力学特性的研究主要采用直剪试验、单剪试验和三轴试验，直(单)剪试验所得垃圾土的应力 – 应变关系近似双曲线变化，水平位移较大时逐渐趋近于水平[9-11,16-17]；不同尺寸三轴试验所得垃圾土应力 – 应变关系具有相同的曲线形状，均表现为持续硬化特征，应变水平较大时曲线有明显上翘，应变超过 30% 后仍未达到峰值或极限破坏[7-8,15,18-20]。Karimpour-Fard 等[7,18]的三轴试验结果表明，无纤维质量分数垃圾土样的应力 – 应变曲线形状与直剪结果类似，纤维质量分数越高曲线上翘越显著。文献[9,21]将直剪试验与三轴试验结果的差异归因于垃圾填埋或试样制备过程中纤维材料近似水平趋向，与直剪试验的剪切面近似平行，导致纤维材料的加筋作用得不到充分发挥。

综上，有关垃圾土应力 – 应变特性影响因素的研究成果已较为丰富。填埋过程中，垃圾土可能会有多种应力状态，压缩应力、拉伸应力、加载以及卸载的情况均有可能出现，而常规三轴试验和直剪试验很难完全反映不同应力状态下垃圾土的应力 – 应变特性。文献[8]指出应力路径也是影响垃圾土力学特性的主要因素之一，而目前鲜有关于垃圾土应力路径的研究成果。因此，本文将对垃圾土重塑样开展不同应力路径下的三轴试验，以便更深入地认知垃圾土力学特性。

1　试　验

1.1　垃圾土试样制备

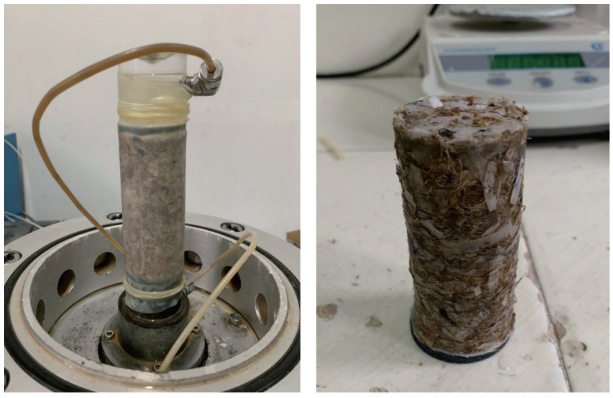
试验采用现场垃圾土制备的重塑样，垃圾样取自江苏盐城市郊外一生活垃圾填埋场，将现场钻孔取得的垃圾土样装入密封性良好的塑料桶内运至实验室；然后，将原始垃圾中尺寸较大的物体去除，如塑料瓶、大块的纺织物、木头、砖头、石块、玻璃等；再将剩余的垃圾放置在 60 ℃ 的烘箱中至恒质量；最后，测到垃圾土的含水率为 54.8%，分拣得到垃圾土中各成分所占干质量分数(见表 1)。其中，泥状物主要是有机质成分(占 52.3%)，包括未完全降解的食物垃圾及其他无法识别的成分。

表 1　垃圾土的成分组成

Tab. 1　Composition of MSW samples

组分	干质量分数/%	组分	干质量分数/%
塑料	12.4	玻璃、陶瓷	4.0
纺织物	5.7	砖、石块	5.5
废纸	11.2	金属	0.6
竹、木	4.9	泥状物	52.3
橡胶	3.4		

根据 CJJ/T 204—2013《生活垃圾土土工试验技术规程》，按照表 1 采用人工方式制备三轴试验所需要的垃圾土重塑样(见图 1)。由于三轴仪型号尺寸的限制，所制备重塑垃圾土试样的直径为 40 cm、高度为 86 cm，最大颗粒粒径不超过 10 mm，较长的纤维材料需剪成短纤维，其长度控制在试样直径的 1/3 以内。确保垃圾土重塑试样具有相同的初始状态，干密度为 0.69 g/cm^3，孔隙比为 2.0。



(a) 压力室装好的试样　　(b) 试验完成后的样

图 1　人工制备的垃圾土试样

Fig. 1　Artificial MSW specimens

试验仪器采用 GDS 应力路径三轴仪，对制备的垃圾土样开展不同应力路径下的三轴试验，该仪器提供了包括试样饱和、固结、应力路径、高级加载以及标准加载试验等多个试验模块，可通过需要设置控制参数，自动完成不同试验内容。试验之前，通过设定围压和轴压的变化关系即可实现不同应力路径的三轴试验。

三轴试验过程中，可以直接测得垃圾土样受到的轴向应力 σ_1、侧向应力 σ_3、轴向应变 ε_a 和体应变 ε_v。则对应的平均正应力 p、偏应力 q、应力比 η、径向应变 ε_r 和剪应变 ε_s 分别表示为

$$p=(\sigma_1+2\sigma_3)/3,\ q=\sigma_1-\sigma_3,\ \eta=q/p \tag{1}$$

$$\varepsilon_r=1-\sqrt{\frac{1-\varepsilon_v}{1-\varepsilon_a}},\ \varepsilon_s=\frac{2}{3}(\varepsilon_a-\varepsilon_3) \tag{2}$$

1.2　试验方案

试验之前，采用真空抽气饱和、水头饱和及反压饱和 3 种方式对垃圾土试样进行充分饱和，具体步

骤如下:首先将制备好的试样放入真空缸内,真空压力接近一个负的大气压并维持 1 h 后,打开吸水阀门使无气水真空缸内水位至淹没试样,维持 8 h 后打开真空缸空气阀门,使空气缓慢进入真空压力缸内;然后,将试样从真空压力缸内取出放入三轴压力室内并进行水头饱和,进水管与出水管高度差保持 1.0 m,当进水量和出水量相等时水头饱和完成;再次,对试样进行反压饱和,先是对垃圾土试样施加 10 kPa 的围压,打开孔压阀门,记录孔压稳定后的读数,关闭孔压阀门,然后分级施加反压并同时分级施加围压,每级增量为 20 kPa,同样记录孔压稳定后的读数,经过两级施加后,当围压引起的孔压增量与围压增量之比大于 0.95 时,认为试样饱和完成;最后,对完成饱和的垃圾土样进行排水固结,每分钟的排水量小于试样体积的 0.05% 时认为试样固结完成,方可开展排水条件下的不同应力路径三轴试验。

各应力路径试验均采用应力控制的加载方式,固结完成后的初始应力状态(即 $p_0=\sigma_3, q_0=0$),通过设定各应力路径试验完成后的应力状态(p_1, q_1),按照每分钟 $\sqrt{\Delta p^2+\Delta q^2}=1.0$ kPa 的速度施加荷载,直至最终应力状态或达到该 GDS 三轴仪的最大量程 25 mm 自动停止试验。

垃圾土试样在 100 kPa 的围压下固结完成后,共设计 9 条应力路径开展排水三轴试验,反映在 p-q 应力空间上,如图 2 所示。这 9 条应力路径可划分为压缩应力路径(包括 IC0、IC45、IC72、IC90、IC108 和 IC124)和伸长应力路径(包括 IC252、IC270 和 IC304)。其中,IC72 和 IC252、IC90 和 IC270 以及 IC124 和 IC304 之间的夹角在 p-q 应力空间上均为 180°。以 IC45 路径为例,IC 表示等压固结,"45"表示应力路径与 p 轴正方向的夹角,用 θ 表示。其他信息见表 2。

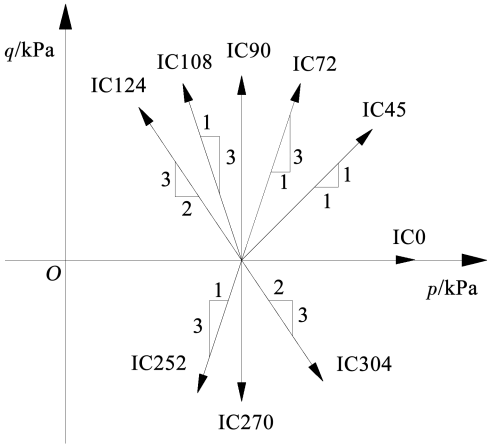


图 2 三轴应力路径试验方案

Fig. 2 Triaxial testing plan for stress paths

根据表 2 可以将图 1 中的 9 条应力路径划分为 3 大类:围压增量 $\Delta\sigma_3\geqslant 0$ 的压缩应力路径,包括 IC0、IC45 和 IC72 路径;围压增量 $\Delta\sigma_3<0$ 的压缩应力路径,包括 IC90、IC108 和 IC124 路径;偏应力增量 $\Delta q<0$ 的伸长应力路径,包括 IC252、IC270 和 IC304。

表 2 三轴应力路径试验说明

Tab. 2 Notation fortriaxial stress path tests

应力路径	θ/(°)	应力表述
IC0	0	$\Delta q=0, \Delta p>0, \Delta\sigma_1=\Delta\sigma_3>0$
IC45	45	$\Delta q/\Delta p=1.0, \Delta\sigma_3=0.4\Delta\sigma_1>0$
IC72	72	$\Delta\sigma_1>0, \Delta\sigma_3=0$
IC90	90	$\Delta\sigma_1/\Delta\sigma_3=-2.0, \Delta\sigma_3<0$
IC108	108	$\Delta\sigma_1/\Delta\sigma_3=-0.5, \Delta\sigma_3<0$
IC124	124	$\Delta\sigma_1=0, \Delta\sigma_3<0$
IC252	252	$\Delta\sigma_1<0, \Delta\sigma_3=0$
IC270	270	$\Delta\sigma_1/\Delta\sigma_3=-2.0, \Delta\sigma_3>0$
IC304	304	$\Delta\sigma_1=0, \Delta\sigma_3>0$

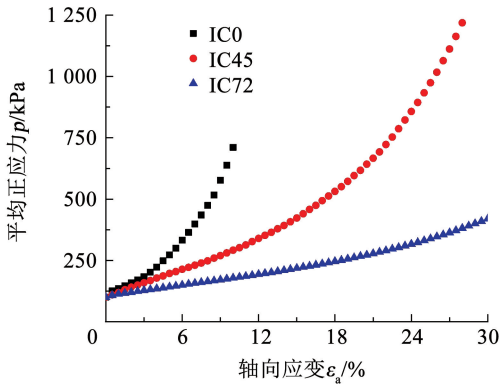
2 垃圾土的应力 – 应变关系

2.1 围压增量 $\Delta\sigma_3\geqslant 0$ 的压缩应力路径

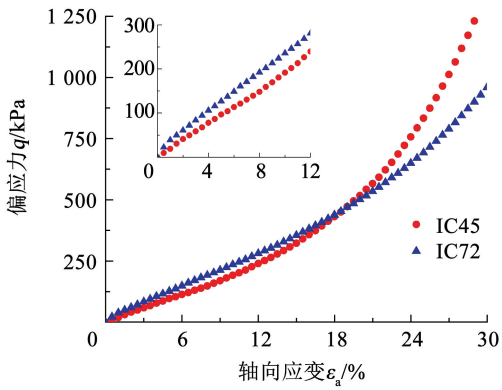
在 IC0、IC45 和 IC72 3 种路径试验中,当平均正应力增量为 Δp 时,偏应力增量 Δq 分别为 0、Δp 和 $3\Delta p$。图 3 给出了 3 种 $\Delta\sigma_3\geqslant 0$ 的压缩路径 IC0、IC45 和 IC72 试验所得垃圾土的应力 – 应变关系曲线。由于 IC0 路径中偏应力 $q=0$,图 3(a)和(c)分别给出了相应的 p-ε_a 和 ε_v-ε_a 关系曲线。由图 3(a)可以看出,IC0、IC45 和 IC72 路径试验所得的 p-ε_a 关系曲线均类似于开口向上的抛物线形状,p 相同时,IC0、IC45 和 IC72 路径对应的轴向应变依次增大(即平均正应力增量 Δp 相同的情况下,偏应力增量 Δq 越大,对应的压缩变形越大),说明 IC45 和 IC72 路径试验中偏应力 q 的增加会促进垃圾土的轴向压缩变形。

图 3(b)给出了 IC45 和 IC72 路径试验所得垃圾土的 q-ε_a 关系曲线。可以看出,IC45 和 IC72 两种路径下垃圾土的 q-ε_a 关系曲线在初始段近似线性增加,轴向应变 ε_a 较大时曲线明显上翘,没有出现峰值或趋于渐近值的迹象,表现出明显的应变硬化特征;相比 IC72 路径,IC45 路径下垃圾土的 q-ε_a 曲线出现上翘较早,且翘曲更显著。由图 3(b)还可看出,轴向应变 $\varepsilon_a<20\%$ 时,IC45 路径试验所得 q-ε_a 曲线位于 IC72 试验所得结果的下方,而随着 ε_a 的增加,IC45 试验所得 q-ε_a 曲线又逐渐变化到位于 IC72 试验结果的上方。主要有以下两个方面的原因:其一,垃圾土为高压缩性材料,在初始加载阶段,IC45 试验中较大的 p 使得垃圾土中孔隙减小的速

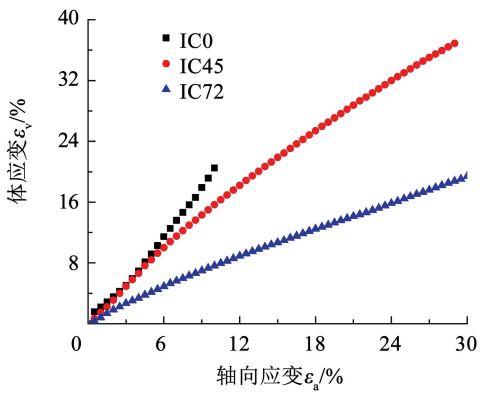
度相对较快，因而相同轴向应变 IC45 试验比 IC72 试验所需的 q 更小；其二，应变水平增加到一定程度后，IC45 试验中围压增量 $\Delta\sigma_3>0$（IC72 试验中 $\Delta\sigma_3=0$）使得垃圾土的压缩变形更大，所以，纤维材料与其他颗粒成分之间的接触更紧密，形成较强的摩擦力和机械咬合力，纤维材料也就能够更好地发挥加筋效果，显著提高垃圾土的剪切强度，导致后期相同轴向应变 IC45 试验比 IC72 试验所需的 q 更大。



(a) p-ε_a关系曲线



(b) q-ε_a关系曲线



(c) ε_v-ε_a关系曲线

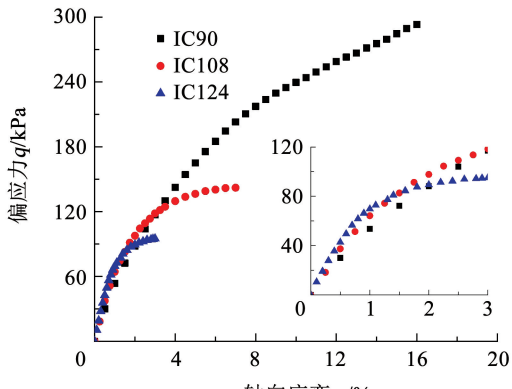
图 3　$\Delta\sigma_3\geqslant 0$ 的压缩路径下垃圾土的应力－应变关系

Fig. 3　Stress-strain relationship of MSW under compression stress path tests with $\Delta\sigma_3\geqslant 0$

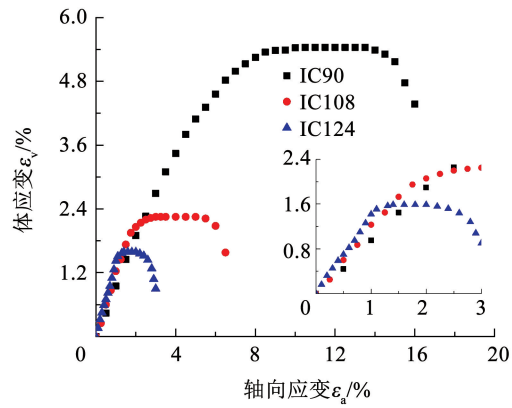
图 3(c)给出了 IC0、IC45 和 IC72 3 种路径试验下垃圾土的 ε_v-ε_a 关系曲线。可以看出，随着轴向应变 ε_a 的增加，垃圾土的体应变 ε_v 持续增加；ε_a 相同的情况下，IC0、IC45 和 IC72 路径试验对应的体应变 ε_v 依次减小，说明 IC0 和 IC45 中围压的增加加剧了垃圾土的压缩变形。

2.2　围压增量 $\Delta\sigma_3<0$ 的压缩应力路径

在 IC90、IC108 和 IC124 3 种应力路径试验过程中，当围压减小 $\Delta\sigma_3$ 时对应的轴向应力 σ_1 分别增加 $2\Delta\sigma_3$、$0.5\Delta\sigma_3$ 和 0，其中 IC90 为等 p 压缩路径。图 4 给出了 3 种 $\Delta\sigma_3<0$ 压缩路径 IC90、IC108 和 IC124 试验所得垃圾土的应力－应变关系。由图 4(a)可以看出，上述 3 种路径试验所得垃圾土的偏应力在初始段快速增加，随着轴向应变 ε_a 的增加增幅逐渐减小，最后趋于渐近值，垃圾土的 q-ε_a 关系并没有出现上翘曲线形状，而是类似双曲线变化。



(a) q-ε_a关系曲线



(b) ε_v-ε_a关系曲线

图 4　$\Delta\sigma_3<0$ 的压缩路径下垃圾土的应力－应变关系

Fig. 4　Stress-strain relationship of MSW under compression stress path tests with $\Delta\sigma_3<0$

由图 4(b)可知，虽然 IC90、IC108 和 IC124 属于平均正应力增量 $\Delta p\leqslant 0$，但这 3 种路径下垃圾土的体应变仍然为正值，说明试验过程中偏应力 q 的增加对体积变化有重要影响；垃圾土的体应变 ε_v 在初始段随 ε_a 增加而增大，ε_a 增大到一定时，ε_v 几乎不变保持为定值，明显不同于 IC45 和 IC72 路径的试

验结果。对比图 4(b)和图 3(c)可知,ε_a 相同时,IC90、IC108 和 IC124 的体应变远小于 $\Delta\sigma_3 \geqslant 0$ 的 IC45 和 IC72 压缩路径,说明 IC90、IC108 和 IC124 试验中围压的减小会使垃圾土样受到的侧向约束逐渐减弱以及压缩变形量减小,进而导致垃圾土中的纤维材料与其他材料难以形成较强的机械咬合力,纤维材料也就难以充分发挥相应的加筋效果。

2.3 伸长应力路径

在 IC252、IC270 和 IC304 3 种应力路径试验过程中,当偏应力减小 $|\Delta q|$ 时,对应的平均正应力增量 Δp 分别为 $-|\Delta q|/3$、0 和 $2|\Delta q|/3$,对应的轴向应力增量 $\Delta\sigma_1$ 分别为 $-|\Delta q|$、$-2|\Delta q|/3$ 和 0,其中,IC270 为等 p 伸长路径。图 5 给出了 3 种拉伸路径下垃圾土的应力 – 应变关系曲线。

由图 5(a)可以看出,垃圾土偏应力的绝对值 $|q|$ 随着轴向应变绝对值 $|\varepsilon_a|$ 的增加而增大,且增加的幅度逐渐减缓,其 $|q|-|\varepsilon_a|$ 关系同样类似双曲线形状;ε_a 相等时,IC252、IC270 和 IC304 试验对应的 $|q|$ 依次增加,这是因为偏应力 q 相等的情况下轴向应力 σ_1 减小的幅度依次减小,也说明了垃圾土样的伸长量取决于 σ_1 减小的幅度。

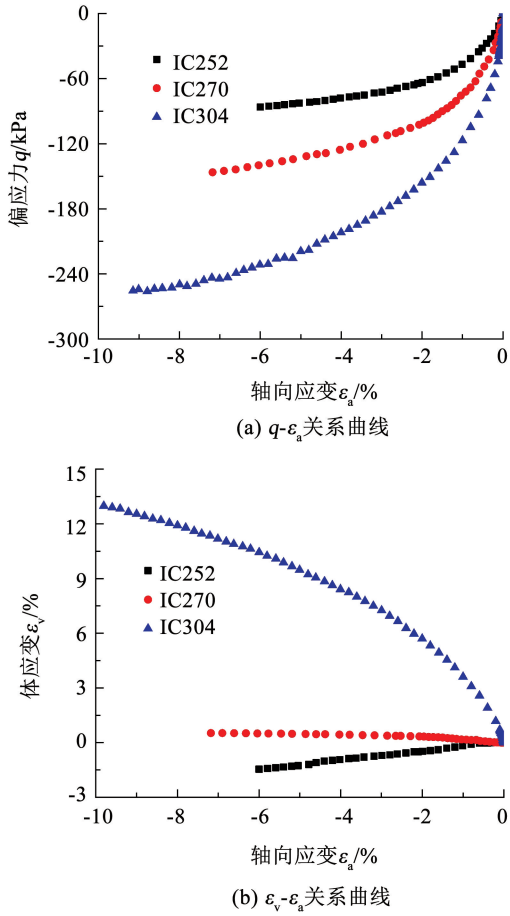


图 5 伸长路径下垃圾土的应力 – 应变关系

Fig. 5 Stress-strain relationship of MSW under extension stress path tests

由图 5(b)可知,IC252 路径试验所得垃圾土的体应变 ε_v 为负值是平均正应力 p 的持续减小所致;IC270 试验的体应变非常小,接近为 0,原因在于该路径试验过程中 p 保持不变;而 IC304 试验的体应变随着轴向应变 ε_a 的减小呈逐渐增大趋势,原因在于该路径试验中 p 是持续增加的,而 p 与垃圾土的体积变化密切相关。

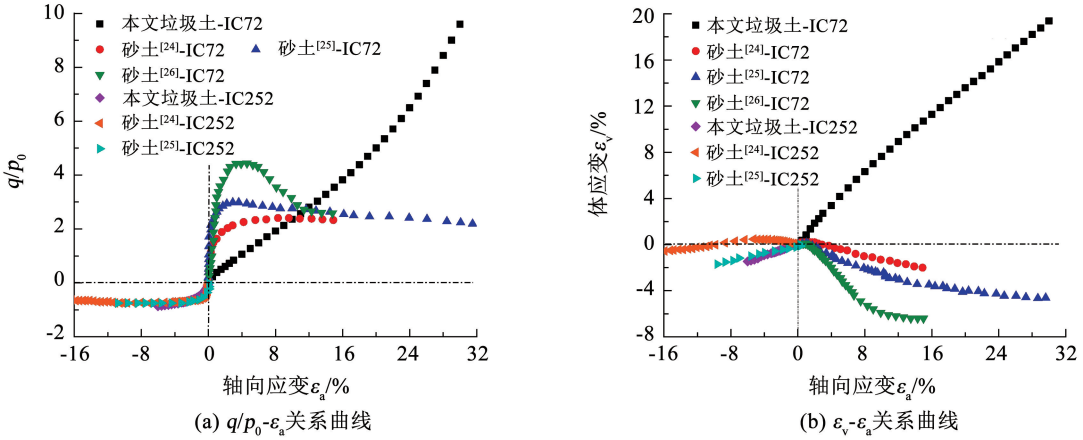
3 垃圾土与砂土应力 – 应变关系比较

据相关文献[22-23]报道,砂土与垃圾土具有相近的渗透系数(10^{-1} ~ 10^{-4} cm/s),两种土体最大的差异在于垃圾土中含有大量的纤维材料,以下将对不同应力路径下垃圾土与砂土之间应力 – 应变特性的差异性进行分析,进而揭示垃圾土中纤维材料在不同应力路径下起到的加筋作用效果。许成顺[24]、曹培[25]和孔亮等[26]分别针对 3 种砂土进行了固结围压为 100 kPa 下三轴应力路径试验,3 种砂土的相对密实度分别为 60%、45% 和 48%。

图 6 ~ 8 分别给出 3 对应力路径 IC72 和 IC252、IC90 和 IC270 以及 IC124 和 IC304 试验所得垃圾土的应力 – 应变关系。由图 6(a)可知,常规三轴压缩试验(即 IC72 路径),砂土的 $q/p_0-\varepsilon_a$ 曲线在初始段快速增加并迅速达到峰值或趋于渐近值,而垃圾土的 $q/p_0-\varepsilon_a$ 曲线随着应变水平的增加不但没有出现峰值或渐近值,反而持续增长的趋势更为明显。垃圾土与普通砂土的应力 – 应变关系存在明显的差异性,主要是因为垃圾土中大量纤维材料的加筋作用显著提高了垃圾土的剪切强度。图 7(a)和图 8(a)中 IC90 和 IC124 试验所得砂土的 $q/p_0-\varepsilon_a$ 曲线同样在初始段快速增加并很快达到渐近值,而垃圾土的偏应力随轴向应变增加速率相对较慢,增加幅度在逐渐减小但一直保持增加的态势,直到围压减小到 0。另外,由图 6(a)、7(a)和 8(a)还可以看出,3 种伸长应力路径(IC252、IC270 和 IC304)试验所得垃圾土和砂土的 $|q|/p'_0-\varepsilon_a$ 曲线形状基本一致,类似于双曲线。综上,$\Delta\sigma_3 \geqslant 0$ 的压缩路径(如 IC72 和 IC45)下垃圾土中的纤维材料会起到显著的加筋作用;$\Delta\sigma_3 < 0$ 的压缩路径下垃圾土中纤维材料起到的加筋作用较弱;伸长应力路径下垃圾土的纤维材料几乎不存在加筋作用。

由图 6(b)、7(b)和 8(b)中 IC72、IC90 和 IC124 试验的 $\varepsilon_v-\varepsilon_a$ 关系曲线可知,3 种压缩路径下砂土表现出明显的应变软化和剪胀特性,而垃圾土具有显著的应变硬化和剪缩特性;伸长路径 IC252 和 IC270 试验下垃圾土和砂土的体应变 ε_v 随轴向应变

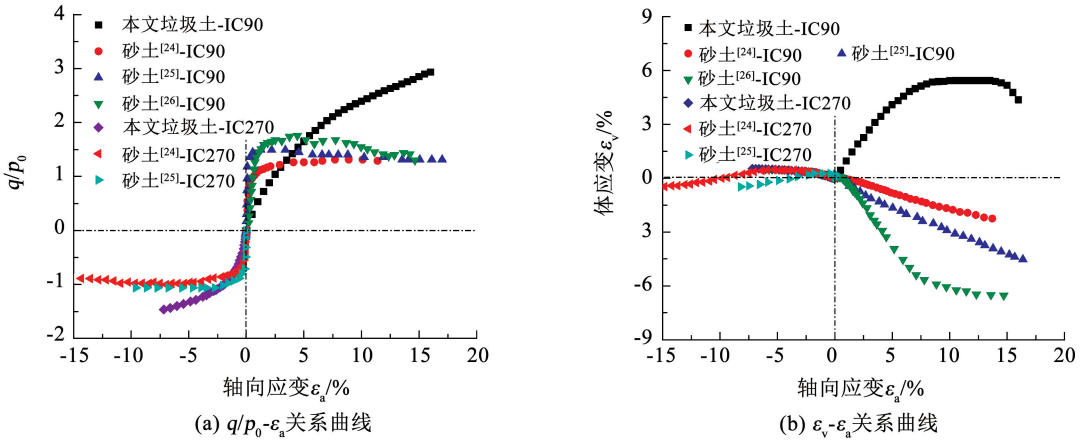
ε_a的变化趋势基本一致。但是，对于 IC304 路径试验，ε_a相同的情况下，垃圾土的体应变 ε_v远大于砂土，主要是围压的增加导致了垃圾土中孔隙的快速减少，与垃圾土的高压缩特性有关。



(a) q/p_0-ε_a关系曲线　　(b) ε_v-ε_a关系曲线

图 6　IC72 和 IC252 路径下垃圾土和砂土的应力 – 应变关系

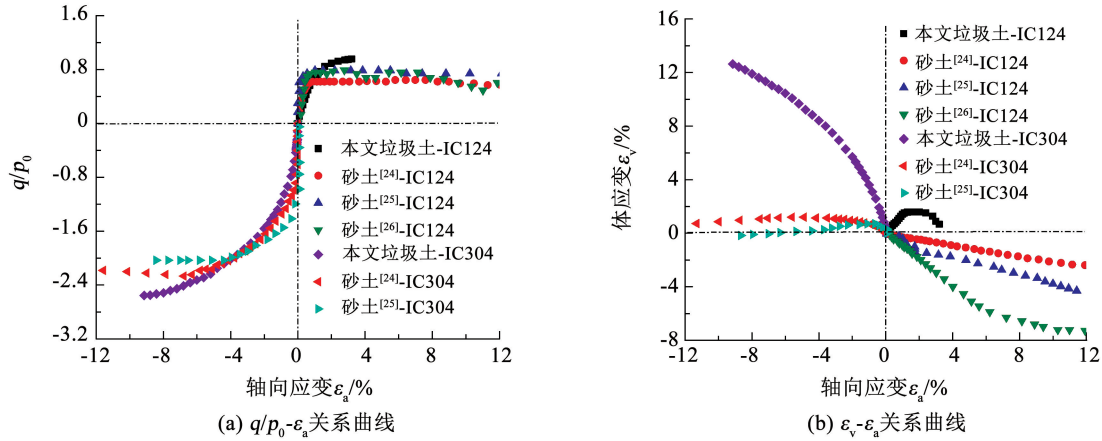
Fig. 6　Stress-strain relationship of MSW and sand soil under IC72 and IC252 stress path tests



(a) q/p_0-ε_a关系曲线　　(b) ε_v-ε_a关系曲线

图 7　IC90 和 IC270 路径下垃圾土和砂土的应力 – 应变关系

Fig. 7　Stress-strain relationship of MSW and sand soil under IC90 and IC270 stress path tests



(a) q/p_0-ε_a关系曲线　　(b) ε_v-ε_a关系曲线

图 8　IC124 和 IC304 路径下垃圾土和砂土的应力 – 应变关系

Fig. 8　Stress-strain relationship of MSW and sand soil under IC124 and IC304 stress path tests

4　应力 – 应变关系的数学模型

不同路径试验所得垃圾土的 η – ε_a关系曲线如图 9 所示。可以看出，5 种压缩路径（应力比 η 和轴向应变 ε_a均为正值）和 3 种伸长路径（η 和 ε_a均为负值）下垃圾土的应力比绝对值 $|\eta|$均表现为随轴

向应变绝对值 $|\varepsilon_a|$ 增加而增大的变化趋势，且 $|\eta|$ 增大的幅度在逐渐减小；η 相同时，5 种压缩应力路径（IC45、IC72、IC90、IC108 和 IC124）试验对应的 ε_a 依次减小。

根据图 9 中不同应力路径下垃圾土应力比 η 随轴向应变 ε_a 的变化关系，可采用双曲线模型对其进行描述，见式(3)，也可将式(3)转化为直线方程，见式(4)。其中，截距为 a，斜率 b 对应应力比 η 极值的倒数。

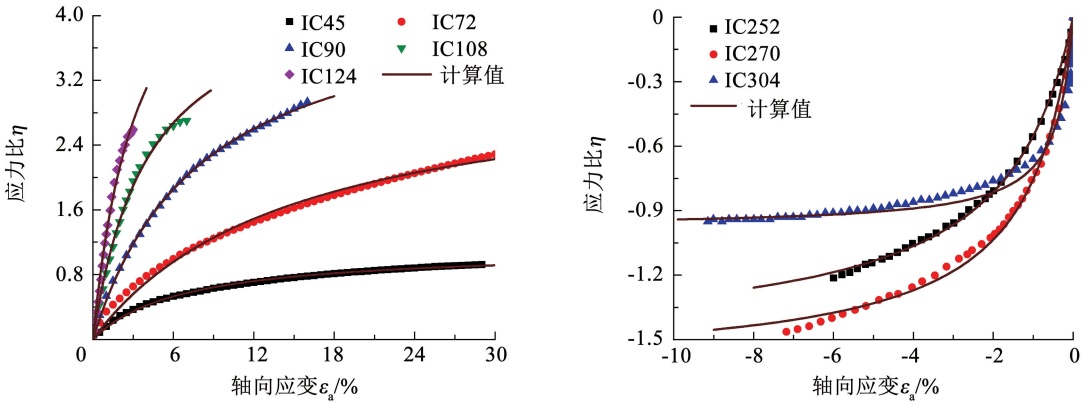
$$\eta = \frac{q}{p} = \frac{3(\sigma_1 - \sigma_3)}{\sigma_1 + 2\sigma_3} = \frac{\varepsilon_1}{a + b\varepsilon_1} \tag{3}$$

$$\frac{\varepsilon_1}{\eta} = \frac{\varepsilon_1 p}{q} = \frac{\varepsilon_1(\sigma_1 + 2\sigma_3)}{3(\sigma_1 - \sigma_3)} = a + b\varepsilon_1 \tag{4}$$

不同应力路径下垃圾土的 $\eta - \varepsilon_a$ 试验曲线与模型计算值的对比，如图 9 所示，相关数学模型参数见表 3。由图 9 和表 3 可以看出，试验曲线与模型计算值有较高的相关性；对于 5 种压缩路径（IC45、IC72、IC90、IC108 和 IC124），对应的模型参数 a 和 b 均呈依次减小趋势；对应的 3 种拉伸路径（IC252、IC270 和 IC304），模型参数 a 依次增大，b 先增大后减小。也说明采用双曲线能够很好地描述不同应力路径下垃圾土 $\eta - \varepsilon_a$ 的关系。a、b 与夹角 θ 之间的数学表达式如下：

$$a = 5.215 \times 10^{-4}\theta\exp\left(353.12 \times \frac{|\sin\theta|}{\theta}\right), R^2 = 0.992 \tag{5}$$

$$b = \theta[2.935(50|\sin\theta|/\theta)^3 - 3.925(50|\sin\theta|/\theta)^2 + 1.743(50|\sin\theta|/\theta) - 0.24], R^2 = 0.987 \tag{6}$$



(a) 压缩路径下的 η-ε_a 关系曲线　　(b) 伸长路径下的 η-ε_a 关系曲线

图 9　不同应力路径下垃圾土的应力比与轴向应变的关系

Fig. 9　Variation of stress ratio with axial strain of MSW under different triaxial stress paths

表 3　不同应力路径下垃圾土的模型参数

Tab. 3　Model parameters of MSW under different stress paths

应力路径	θ/(°)	a	b	R^2
IC45	45	5.956 0	0.893 8	0.996 7
IC72	72	4.457 0	0.300 4	0.992 6
IC90	90	1.854 0	0.229 8	0.999 3
IC108	108	0.920 2	0.220 6	0.996 5
IC124	124	0.593 2	0.173 9	0.996 8
IC252	252	1.157 0	−0.650 1	0.997 9
IC270	270	0.719 7	−0.608 2	0.994 6
IC304	304	0.412 6	−1.023 0	0.997 6

5　垃圾土的屈服特性

屈服状态的确定是在弹塑性力学框架下量化土体变形特性的一种有效方法，有关普通土体的屈服特性已有学者[27-28]进行了详细研究。“屈服”通常定义为土体应力 − 应变曲线偏离初始线性变化的突变点。屈服点是应力 − 应变曲线弯曲段屈服前后外延线夹角的平分线与试验曲线的交点。另外，利用应变能 W 与应力比 η 之间的关系也是确定屈服点常用的方法[29]。对于每一种应力路径，本文也将采用 W-η 的关系确定垃圾土的屈服点。为了增加可信性，还会采用 $q - \varepsilon_s$、$p - \varepsilon_v$、$\eta - \varepsilon_s$ 和 $\eta - \varepsilon_v$ 曲线作为辅助。将屈服点绘制于 p-q 应力空间上，进而得到垃圾土的屈服面形状。

总应变能 W 为体积应变能 W_v 与剪切应变能 W_s 之和，其积分形式为

$$W = W_v + W_s = \int(p'\mathrm{d}\varepsilon_v + |q|\mathrm{d}\varepsilon_s) \tag{7}$$

为了方便计算，体积应变能 W_v 与剪切应变能 W_s 的增量形式为

$$W_v = \sum\left(\frac{p'_i + p'_{i+1}}{2}\right)(\varepsilon_{v(i+1)} - \varepsilon_{v(i)}) \tag{8}$$

$$W_s = \sum\left(\frac{q'_i + q'_{i+1}}{2}\right)(\varepsilon_{s(i+1)} - \varepsilon_{s(i)}) \tag{9}$$

基于上述确定屈服点的方法，得到了等压固结条件下垃圾土在 p-q 应力空间上的屈服面（即状态

边界面）形状，如图 10 所示。IC0、IC45 和 IC72 路径试验得到的应力 – 应变曲线表现出明显的应变硬化特征，并没有衰减发生屈服的迹象，因而这 3 种路径下应力 – 应变曲线的突变点并不是真正意义上的屈服点。其他路径对应的屈服点均与普通土体相似。由图 10 可以看出，垃圾土的状态边界面在 p-q 应力空间上类似于倾斜的椭圆，并不是关于等向压缩路径 IC0（即 p 轴）对称，等向压缩固结线更靠近于伸长应力路径对应的屈服轨迹。以上说明，在试验过程中垃圾土样未达到屈服之前就已经产生了明显的各向异性，尤其是垃圾土样中纤维材料水平趋向的横向结构性在 IC45 和 IC72 路径试验过程中变得更加明显。

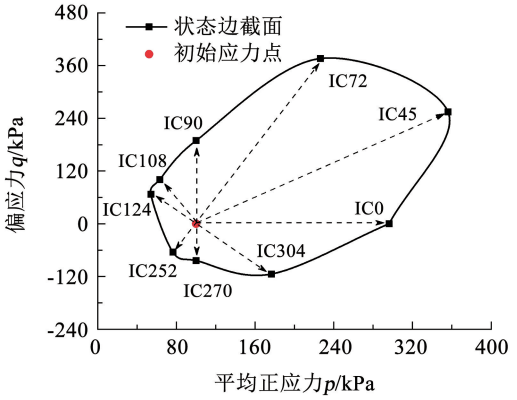


图 10　垃圾土在 $p-q$ 应力空间上的状态边界面

Fig. 10　State boundary surface of MSW in p-q stress space

由前述垃圾土的应力 – 应变和屈服特性可知，垃圾土表现出明显的各向异性，不同应力路径下纤维材料在垃圾土中起到的加筋作用存在显著的差异性。因而，考虑垃圾土的各向异性以及应力路径对纤维材料所起加筋作用的影响，对于构建垃圾土的本构模型具有重要意义。

6　结　论

1）通过三轴应力路径试验研究了等压固结条件下垃圾土应力 – 应变特性，发现只有 $\Delta\sigma_3 \geqslant 0$ 的压缩路径试验得到的应力 – 应变关系表现出增长性上翘的曲线特征，具有显著的应变硬化特征；无论是 $\Delta\sigma_3 < 0$ 的压缩路径还是 $\Delta q < 0$ 伸长路径下垃圾土的应力 – 应变曲线表现出类似双曲线的形状，与砂土的性质相似。通过对比砂土的应力 – 应变特性发现，垃圾土中的纤维材料只有在 $\Delta\sigma_3 \geqslant 0$ 的压缩路径试验中能够起到显著的加筋作用；$\Delta\sigma_3 < 0$ 的压缩路径下纤维材料起到的加筋作用相对很弱，且随围压减小速率的增加逐渐减弱；$\Delta q < 0$ 的伸长路径下纤维材料很难起到加筋作用。压缩路径下，垃圾土表现为明显的剪缩性，而砂土的剪胀性比较突出。

2）通过分析不同应力路径下垃圾土应力比随轴向应变的变化规律，给出了统一描述垃圾土应力 – 应变关系的数学模型。

3）等压固结条件下垃圾土状态边界面的形状类似于倾斜的椭圆，并不关于等压固结线 p 轴对称，而是更靠近于伸长路径，可归因于不同路径下纤维材料所起加筋作用差异性所致。构建垃圾土的本构模型时，需同时考虑垃圾土的各向异性以及应力路径对纤维加筋作用的影响。

参考文献

[1] 中华人民共和国国家统计局. 中国统计年鉴[R]. 北京：中国统计出版社，2021
National Bureau of Statistics of China. China statistical yearbook [R]. Beijing: China Statistics Press, 2021

[2] BLIGHT G. Slope failures in municipal solid waste dumps and landfills: a review [J]. Waste Management Research, 2008, 26 (5): 448. DOI:10.1177/0734242X07087975

[3] ZEKKOS D, VLACHAKIS V S, ATHANASOPOULOS G A. The 2010 Xerolakka landfill slope instability [J]. Environmental Geotechnics, 2014, 1(1): 56

[4] ERING P, BABU G L S. Probabilistic back analysis of rainfall induced landslide: a case study of Malin landslide, India [J]. Engineering Geology, 2016, 208: 154. DOI: 10. 1016/j. enggeo. 2016. 05. 002

[5] JAHANFAR A, AMIRMOJAHED M, GHARABAGHI B, et al. A novel risk assessment method for landfill slope failure: case study application for Bhalswa Dumpsite, India[J]. Waste Management & Research, 2017, 35(3): 220. DOI:10.1177/0734242x16686412

[6] MACHADO S L, VILAR O M, CARVALHO M F. Constitutive model for long term municipal solid waste mechanical behavior[J]. Computers and Geotechnics, 2008, 35(5): 775. DOI:10. 1016/j. compgeo. 2007. 11. 008

[7] KARIMPOUR-FARD M, MACHADO S L, SHARIATMADARI N, et al. A laboratory study on the MSW mechanical behavior intriaxial apparatus[J]. Waste Management, 2011, 31(8): 1807. DOI:10. 1016/ j. wasman. 2011. 03. 011

[8] ZEKKOS D, ATHANASOPOULOS G A, BRAY J D, et al. Large-scale direct shear testing of municipal solid waste [J]. Waste Management, 2010, 30 (8): 1544. DOI: 10. 1016/j. wasman. 2010. 01. 024

[9] ZEKKOS D, BRAY J D, RIEMER M F. Drained response of municipal solid waste in large-scale triaxial shear testing[J]. Waste Management, 2012, 32 (10): 1873. DOI: 10. 1016/j. wasman. 2012. 05. 004

[10] 陈云敏，林伟岸，詹良通，等. 城市生活垃圾抗剪强度与填埋龄期关系的试验研究[J]. 土木工程学报，2009，42(3)：111
CHEN Yunmin, LIN Weian, ZHAN Liangtong, et al. A study on the relationship between the shear strength of municipal solid waste and the fill age [J]. China Civil Engineering Journal, 2009, 42 (3): 111. DOI:10. 15951/j. tmgcxb. 2009. 03. 015

[11] REDDY K R, HETTIARACHCHI H, GIRI R K, et al. Effects of degradation on geotechnical properties of municipal solid waste from

Orchard Hills landfill, USA [J]. International Journal of Geosynthetics and Ground Engineering, 2015, 1(3): 1. DOI:10.1007/s40891 - 015 - 0026 - 2

[12] ABREU A E S, VILAR O M. Influence of composition and degradation on the shear strength of municipal solid waste [J]. Waste Management, 2017, 68: 263. DOI:10.1016/j.wasman.2017.05.038

[13] PULAT H F, YUKSELEN-AKSOY Y. Factors affecting the shear strength behavior of municipal solid wastes[J]. Waste Management, 2017, 69: 215. DOI:10.1016/j.wasman.2017.08.030

[14] CHO Y M, KO J H, CHI L, et al. Food waste impact on municipal solid waste angle of internal friction[J]. Waste Management, 2011, 31(1): 26. DOI:10.1016/j.wasman.2010.07.018

[15] 张振营, 郭文强, 张宇翔, 等. MBT 垃圾的三轴试验结果[J]. 岩土工程学报, 2019, 41(4): 2170
ZHANG Zhenying, GUO Wenqiang, ZHANG Yuxiang, et al. Shear strength behavior of mechanical-biological treated waste in triaxial tests[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, 41(4): 2170. DOI:10.11779/CJGE201907020

[16] RAMAIAH B J, RAMANA G V, DATTA M. Mechanical characterization of municipal solid waste from two waste dumps at Delhi, India[J]. Waste Management, 2017, 68: 275. DOI:10.1016/j.wasman.2017.05.055

[17] ZEKKOS D, FEI X. Constant load and constant volume response of municipal solid waste in simple shear [J]. Waste Management, 2017, 63: 380. DOI:10.1016/j.wasman.2016.09.029

[18] RAMAIAH B J, RAMANA G V. Study of stress-strain and volume change behavior of emplaced municipal solid waste using large-scale triaxial testing[J]. Waste Management, 2017, 63: 366. DOI:10.1016/j.wasman.2017.01.027

[19] VILAR O M, CARVLHO M. Mechanical properties of municipal solid waste[J]. Journal of Testing and Evaluation, 2004, 32(6): 438. DOI:10.1520/JTE11945

[20] SINGH M K, SHARMA J S, FLEMING I R. Shear strength testing of intact and recompacted samples of municipal solid waste [J]. Canadian Geotechnical Journal, 2009, 46(10): 1133. DOI:10.1139/T09 - 052

[21] BRAY J D, ZEKKOS D, KAVAZANJIAN E, et al. Shear strength of municipal solid waste [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2009, 135(6): 709. DOI:10.1061/ASCEGT.1943 - 5606.0000063

[22] FENG S J, GAO K W, CHEN Y X, et al. Geotechnical properties of municipal solid waste at Laogang Landfill, China [J]. Waste Management, 2017, 63: 354. DOI:10.1016/j.wasman.2016.09.016

[23] 苏立君, 张宜健, 王铁行. 不同粒径级砂土渗透特性试验研究[J]. 岩土力学, 2014, 35(5): 1289
SU Lijun, ZHANG Yijian, WANG Tiexing. Investigation on permeability of sands with different particle sizes[J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, 35(5): 1289. DOI:10.16285/j.rsm.2014.05.034

[24] 许成顺, 文利明, 杜修力, 等. 不同应力路径条件下的砂土剪切特性试验研究[J]. 水利学报, 2010, 41(1): 108
XU Chengshun, WEN Liming, DU Xiuli, et al. Experimental study on shear behaviors of sand under different stress path[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2010, 41(1): 108. DOI:10.13243/j.cnki.slxb.2010.01.017

[25] 曹培, 蔡正银. 砂土应力路径试验的数值模拟[J]. 岩土工程学报, 2008, 30(1): 133
CAO Pei, CAI Zhengyin. Numerical simulation of stress path tests on sand [J]. Chinese Journal of Geotechinical Engineering, 2008, 30(1): 133. DOI:10.3321/j.issn:1000 - 4548.2008.01.02

[26] 孔亮, 季亮亮, 曹杰峰. 应力路径和颗粒级配对砂土变形影响的细观机制[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, 32(11): 2334
KONG Liang, JI Liangliang, CAO Jiefeng. Deformation mesomechanism of sands with different grain gradations under different stress paths[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, 32(11): 2334

[27] SIMTH P R, JARDINE R J, HIGHT D W. The yielding of Bothkennar clay[J]. Geotechniqe, 1992, 42(2): 257. DOI:10.1680/geot.1992.42.2.257

[28] CHO W, FINNO R J. Stress-strain responses of block samples of compressible Chicago glacial clays [J]. Journal of Geotechenical Geoenvironmental Engineering, 2010, 136(1): 178. DOI:10.1061/(ASCE)GT.1943 - 5606.0000186

[29] YASUFUK N, MURATA H, HYODO M. Yielding characteristics of anisotropically consolidated sand under low high stresses[J]. Soils Foundation, 1991,31(1): 95. DOI:10.3208/sandf1972.31.95

(编辑 刘 彤)