

DOI:10.11918/202001028

湍流槽道流并行直接求解方法

习令楚, 谢嘉斌, 包 芸

(中山大学 航空航天学院, 广州 510275)

摘要: 采用并行直接求解方法(PDM-DNS)进行湍流槽道流的 DNS 模拟. 该方法能够实现较高效并行的 DNS 直接求解, 在“天河二号”超级计算机上应用 256 核计算达到 95% 以上的并行效率. 4 个算例的计算雷诺数分别为 $Re_\tau = 176, 544, 960, 2000$, 并与相关的计算结果进行对比, 验证了数值结果的可靠性. 利用速度压力法壁面边界条件易于处理的优点, 结合浸没边界法技术, 在雷诺数 $Re_\tau = 176$ 的槽道中加入了局部毛刺带, 为解决复杂边界条件的槽道流的问题提供了新的方法.

关键词: 浸没边界法; 槽道流; 湍流; PDM-DNS

中图分类号: O357.5

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2021)01-0163-05

Parallel direct method for turbulent channel flow

XI Lingchu, XIE Jiabin, BAO Yun

(School of Aeronautics and Astronautics, Sun Yat-Sen University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: In this study, the direct numerical simulations of turbulent channel flow combined with Parallel Direct Method of DNS (PDM-DNS) are performed, and high parallel efficiency is obtained. A parallel efficiency of over 95% can be achieved on 256 cores of the Tianhe-2 supercomputer. Statistics of four cases with $Re_\tau = 176, 544, 960$ and 2000 have been compared with the Lee&Moser's results and the reliability is verified. Further, based on the advantage of finite-difference with immersed boundary condition easy to deal with wall boundary condition, a simulation added local burr band at $Re_\tau = 176$ has been performed to realize research of complex boundary condition. The proposed method provides a new tool for the study of turbulent channel flow with complex boundary condition.

Keywords: immersed boundary condition; channel flow; turbulence; PDM-DNS

在流体力学的湍流研究中, 壁湍流是一个重要的问题, 其在理论研究和工业应用方面都具有关键意义, 引起了人们极大的兴趣. 在壁湍流的问题当中, 槽道流由于具有简单的几何模型和边界条件, 被视为一种非常有效的研究模型.

槽道湍流的实验研究与数值模拟研究成果非常丰富. 直接数值模拟被认为是能够得到最准确数据的数值模拟方法. 1987 年, Kim 等^[1]通过直接数值模拟的方式计算了 $Re_\tau \approx 180$ 的槽道流, 并将计算的结果与早前 Eckelmann 等^[2]的结果进行了对比. 不过按照湍流研究的惯例, 通常认为槽道流的内区为 0.1 个半槽道高度, 而外区要大于 50 个壁面单位, Re_τ 必须足够高才会在存在内区与外区的交错段^[3]. 同时 Smits 等^[4]提出当 Re_τ 达到 10^3 时湍流研究的结果接近工业上所需要的雷诺数, 研究具有实际应用价值. Monty 等^[5]进行了最大 $Re = 2000$ 的

槽道湍流实验, 为 Hoyas 等^[6]计算的 $Re_\tau = 2000$ 和 Alamo 等^[7]计算的 $Re_\tau = 1000$ 的结果提供实验验证数据. Schultz 等^[8]进行了 $1000 \leq Re_\tau \leq 6000$ 的槽道流实验, 主要的工作是测出不同雷诺数下的统计量, 并且将新的数据与之前的 DNS 或者实验的数据进行对比. 在数值模拟方面, Lozano 等^[9]计算了 $Re_\tau = 4200$ 的槽道流, 研究计算区域对数值模拟的影响, 结论为计算区域 ($2\pi h \times \pi h$) 在靠近壁面区域所得到的结果足够准确. Lee 等^[10]计算了 $Re_\tau = 5200$ 的湍流槽道流, 并且对之前的 DNS 与实验的结果进行了验证与总结. 上面的计算均采用谱方法进行. Bernardini 等^[11]用二阶有限差分法计算了 $Re_\tau = 4000$ 的湍流槽道流, 对他人的计算结果进行了验证. 除了 Bernardini 等人采用二阶有限差分法之外, Vela-Martin 等^[12]利用 GPU 对湍流槽道流开展计算, 采用的方法为二阶有限差分法, 计算的雷诺数达到 $Re_\tau = 5300$; Yamamoto 等人^[13]采用高阶精度的有限差分法, 计算了 $Re_\tau = 8000$ 的槽道流, 但是由于计算的网格分辨率不够高, 在速度脉动的计算上面与目前所认可的规律相比相差较大, 目前对这组数据仍然存疑. 目前最大雷诺数的槽道流算例是

收稿日期: 2020-01-17

基金项目: 国家自然科学基金(11772362)

作者简介: 习令楚(1995—), 男, 硕士研究生;

包 芸(1960—), 男, 教授, 博士生导师

通信作者: 包 芸, stsby@mail.sysu.edu.cn

Hoyas 等人^[14]计算的雷诺数达到 $Re_\tau = 10\ 000$ 的槽道流, 这组数据计算区域较小 ($2\pi h \times \pi h$), 目的是为了得到槽道流湍流的单点统计规律.

减阻控制是湍流槽道流的研究热点和重点之一, 实验与数值模拟都进行了大量的研究. 湍流减阻具有代表性的工作包括 Quadrio 等^[15]采用的壁面展向振动的方式、Luchini 等^[16]通过壁面沟槽限制了流向涡的展向流动以及 Maden 等^[17]通过等离子体激励器控制的方式减小了槽道湍流的阻力等研究.

随着超级计算机性能与并行技术的提高, 高 Re 数的槽道流 DNS 计算成为可能. 本文结合所在课题组基于湍流热对流所建立的并行直接求解方法 (PDM-DNS), 将较高效的并行求解方法引入湍流槽道流计算当中, 实现较高效并行的湍流槽道流 DNS 模拟计算. 由于本文采用的计算方法是有限差分法, 结合浸没边界法等计算技术, 方便处理复杂的边界条件, 较容易将槽道流的计算研究扩展到湍流流动控制等计算研究领域.

1 槽道流的计算方法

由于计算规模巨大, 高 Re 数湍流槽道流的 DNS 模拟往往需要使用高效并行计算技术并依托超级计算机进行. 湍流槽道流的计算结果数据可以为壁湍流理论研究以及湍流流动控制等研究提供基础依据.

1.1 控制方程与其求解

槽道流计算区域为上下为壁面的矩形区域. 定义流向方向为 x , 展向方向为 y , 壁面法向方向为 z , \vec{u} 表示瞬时速度, \vec{U} 代表平均速度, $\vec{u}' = \vec{u} - \vec{U}$ 为速度脉动, $\langle \cdot \rangle$ 代表平均值.

不可压流动的控制方程为

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \nabla) \vec{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{u}. \quad (2)$$

槽道流计算中, 速度与压力在流向与展向方向采用周期边界条件, 上下壁面边界条件为速度无滑移和零压力梯度. 计算网格在流向与展向方向采用等距网格, 垂直壁面方向采用壁面附近加密的非等距网格. 空间采用二阶精度中心差分格式, 时间采用二阶精度的 Runge-Kutta 法进行计算. 本文采用的计算步骤为投影法.

实际的槽道流是由压力驱动引起的流动. 本文采用定流量计算 (CFR, Constant Flow Rate), 定流量指设定系统的流量恒定, 系统的总流量不发生改

变^[18]. 控制流量的方法为在每个计算的单元内引入外加力 F_x 与 F_y . 设初始的流量为 Q_0 , 计算 $n+1$ 时刻的流量为 Q_{n+1} , 所以有

$$\begin{cases} F_x = (Q(x)_0 - Q(x)_{n+1}) \times dz, \\ F_y = (Q(y)_0 - Q(y)_{n+1}) \times dz. \end{cases} \quad (3)$$

对于流向与展向的速度 u 和 v , 通过引入外加力 F 修正以保证流量恒定.

1.2 直接并行求解方法与并行效率

对于槽道流的 DNS 计算来说, 当 Re 数增大就需要提高计算网格精度, 所以采用高效的并行计算在高 Re 数湍流槽道流的 DNS 模拟中是不可缺少的.

课题组在之前为解决极高 Ra 数湍流热对流的 DNS 数值模拟, 建立了直接并行求解方法 PDM-DNS (Parallel Direct Method of Direct Numerical Simulation)^[19], Direct Method 指的是直接求解法, 在求解的过程对于压力项的求解没有采用迭代的方式而是直接求解压力泊松方程得到压力. 将这一计算方法引入到槽道流的计算中来, 初步实现具有较高并行效率的湍流槽道流 DNS 模拟并行计算. PDM-DNS 方法的计算特点是, 采用 OpenMP 和 MPI 混编并行, 可在“天河二号”超级计算机上运行. 其中关键技术是压力泊松方程的高效并行求解, 采用 FFT 解耦和 PDD 三对角方程并行求解技术.

表 1 给出了在“天河二号”超级计算机上进行槽道流 DNS 计算并行效率测试结果. 计算网格采用 $512 \times 512 \times 512$, 共 1.34×10^9 网格计算自由度. 采用 PDM-DNS 方法分别在超级计算机上应用 1~8 个计算节点, 即 32~256 计算核进行计算, 所有计算都能达到 95% 以上的并行效率, 并且具有很好的并行效率的线性延展性. 因此, PDM-DNS 方法可以给湍流槽道流 DNS 模拟提供较为高效的并行计算, 使高 Re 数湍流槽道流的模拟得以实现并获得大量有效的数据.

表 1 在 $nx \times ny \times nz = 512 \times 512 \times 512$ 的网格下并行相关参数
Tab.1 Parallelization parameters on the grid of $nx \times ny \times nz = 512 \times 512 \times 512$

节点数	核数	计算速度/(万步·天 ⁻¹)	加速比	并行效率
1	32	7.8	1	1
2	64	154	1.97436	0.98718
4	128	30	3.84615	0.96154
8	256	60.1	7.70513	0.96314

1.3 湍流的生成方法

槽道流以层流泊肃叶流动作为初场, 通过添加速度扰动使其发展成为湍流槽道流. 扰动大小幅值为初始速度大小的 10%. 在外加扰动的作用之下, 流动逐渐从层流向湍流进行转变.

图 1 给出了槽道流壁面摩擦系数随时间的变化过程. 在不断添加人为的扰动速度影响下, 槽道壁面的摩擦系数随着时间发生变化. 在无量纲时间 $T < 20$ 的时候, 壁面摩擦系数几乎是不变的; 在 $20 \leq T \leq 35$ 的阶段, 壁面的摩擦系数会出现一个突增的情况; 在 $T > 35$ 之后, 壁面摩擦系数发展到另一个较大的数值并趋于平稳, 此时流动发展进入湍流状态. 在流动发展到湍流状态之后撤去人为的速度扰动, 槽道流动不会回到层流流动而是稳定在湍流流动状态, 继续计算最终得到充分发展的湍流槽道流, 在此基础上可得到湍流槽道流的研究数据.

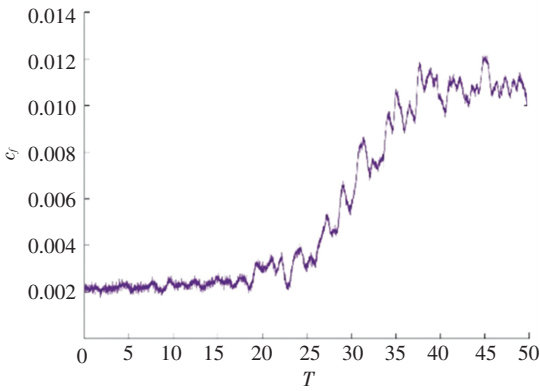


图 1 壁面摩擦系数随着时间的变化

Fig.1 Variation of wall friction coefficient with time

2 湍流槽道流 DNS 模拟结果与讨论

设定半槽道的宽度为 h , 为了验证程序的准确性, 本文分别计算了 $Re_\tau \approx 180, 550, 1000, 2\ 000$ 时的 4 个算例, 并且与相关的数值模拟进行对比. 计算算例的主要参数具体如表 2 所示.

表 2 槽道流算例的主要参数

Tab.2 Parameters of channel flow simulations

算例名	Re_b	Re_τ	$L_x \times L_y$	N_x	N_y	N_z	Δx^+	Δy^+
CH1	2 800	176	$4\pi h \times 2\pi h$	256	256	128	8.6	4.3
CH2	10 000	544	$2\pi h \times \pi h$	512	256	320	6.8	6.8
CH3	20 000	960	$2\pi h \times \pi h$	1 024	512	512	6.1	6.1
CH4	45 000	2 000	$2\pi h \times \pi h$	2 048	1 024	1 024	6.2	6.2

对于网格精度, x 方向控制在 10 个壁面单位以内, y 方向控制 7 个壁面单位以内. 根据 Jimenez 等^[9]的研究成果, 计算区域取 $2\pi h \times \pi h$ 中等范围, 可以保证槽道流内区的计算具有足够的准确性. 本文所采用的对比数据是 Lee^[10] 的 DNS 计算结果, 他们的结果可靠性得到世界的认可.

2.1 平均速度

在壁湍流的理论当中, 一般认为在流动的内区到外区的平均流向速度是符合对数律的. 对数律的公式可以写为

$$U^+ = \frac{1}{\kappa} \cdot \log z^+ + B, \quad (4)$$

其中, κ 指卡门系数. 在不同组的实验当中所测出来的 κ 值也有些许差异, Osterlund^[20] 测出 $\kappa = 0.38$, Monty^[5] 测出 $\kappa = 0.37$, Nagib^[21] 测出 $\kappa = 0.39$. 由此可以认为 κ 在 0.38 附近, 本文选取 $\kappa = 0.38$.

图 2 给出了本文 4 个算例的平均速度剖面线, 并给出相应的 Lee^[10] 的 DNS 计算结果. 从图 2 可以看出, CH1 的结果在对数段相比其它的结果略高, 原因是在 $Re_\tau \approx 180$ 下, 当 $z^+ \approx 50$ 时, $z/\delta \approx 0.28$, 当 $z^+ \approx 30$ 时, $z/\delta \approx 0.17$, 所以在槽道流当中并不存在交错段 ($z^+ > 50, z/\delta < 0.1$), 但是存在对数段 ($z^+ > 30, z/\delta < 0.3$). 在 $Re_\tau \approx 550$ 时, 在 $z^+ = 50$ 下, $z/\delta \approx 0.09$, 所以在槽道流当中既存在交错段 ($z^+ > 50, z/\delta < 0.1$), 也存在对数段 ($z^+ > 30, z/\delta < 0.3$). 同样现象在 Lee 的数据当中也有所体现. 在 CH2~CH4 的结果中都存在基本一致的对数段, 且与 Lee 的结果相比较为接近, 表明计算结果基本合理.

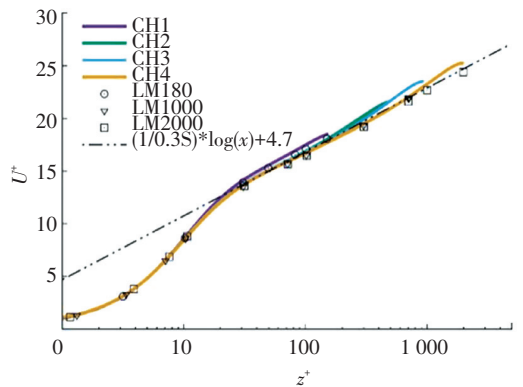


图 2 不同雷诺数下的平均速度曲线

Fig.2 Mean velocity curves at different Reynolds numbers

2.2 雷诺应力张量

由于在雷诺应力的张量当中, $\langle u'^2 \rangle^+$ 是唯一一个可以与实验相比较的量, 所以这个量对于验证湍流槽道流 DNS 的正确性十分重要. 图 3(a) 是不同雷诺数下 $\langle u'^2 \rangle^+$ 随着壁法向方向的变化, 图 3(b) 是不同 Re_τ 数下最大 $\langle u'^2 \rangle^+_{\max}$ 的变化.

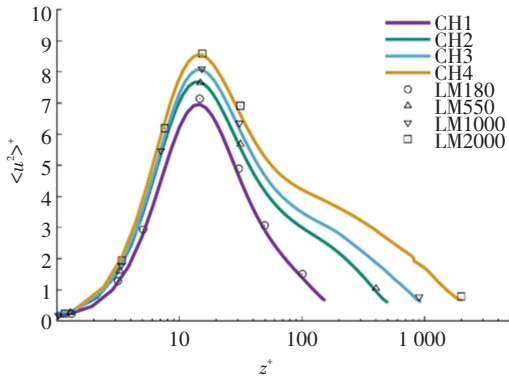
在比较 $\langle u'^2 \rangle^+$ 时同样将所有算例的雷诺应力与 Lee 的结果进行了对比. 可以看出, 雷诺正应力的最大值基本都出现在 $z^+ = 15$ 的位置, 而且随着 Re 数的增大, 雷诺应力也随之增大. 本文的结果与 Lee 在 2015 年的 DNS 结果相近, 可以证明本文结果的准确性.

Lozano 等人^[9] 在文章中指出, 流向方向的雷诺应力最大值与雷诺应力之间满足以下关系:

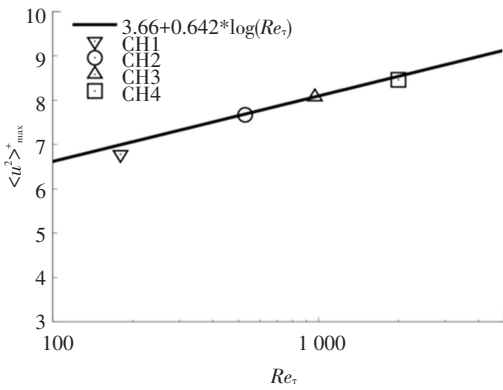
$$\langle u'^2 \rangle^+_{\max} = 3.66 + 0.642 \cdot \log(Re_\tau). \quad (5)$$

由于 CH1 所计算的 Re_τ 较小, 规律与 CH2~

CH4 的结果相比有所区别. 从图 3(b) 上来看, 本文 CH2~CH4 的结果同样也满足方程 (5).



(a) 与 Δx^+ 的关系



(b) 最大值随着 Re_τ 的变化

图 3 不同雷诺数下流向方向雷诺正应力

Fig. 3 Mean-squared streamwise velocity fluctuations at different Reynolds numbers

综上所述, 平均速度与雷诺正应力结果的对比情况表明, 本文湍流槽道流的 DNS 计算结果是可信的.

3 局部特殊壁面边界条件

湍流流动控制是目前最热门的研究课题之一, 壁面边界是湍流流动控制的研究重点. 相较于常用的谱方法, 速度压力法壁面边界条件易于处理是针对流动控制数值研究的一个优点, 而计算精度问题则可以通过尽可能地提高计算规模来解决. 借助类似浸没边界法等计算技术, 粗糙壁面、滑移壁面以及各种吹吸气等壁面处技术都很容易实现.

为了探讨壁面边界条件变化对槽道湍流的影响, 本文在 CH1 算例的基础上进行初步尝试. 在下壁面加入三排微小毛刺, 采用浸没边界法实现, 计算壁面局部变化对槽道湍流流动的影响. 本文采用离散力法计算浸没边界法中的力源项. 在 N-S 方程中加入虚拟力源项, 在控制方程中加入体积力来替代边界条件. 在计算过程中求解完投影法的速度压力之后再加入虚拟力源项得到最终的速度.

如图 4 所示, 在周期边界条件的槽道流中的 1/4 位置处, 加入三排长宽约为 0.044h (8 个壁面单位)、高度约为 0.022h (4 个壁面单位) 交错排列的微小毛刺. 毛刺在整个展向具有微小间隔并均匀分布, 在流向方向上对流动的影响只有局部作用.

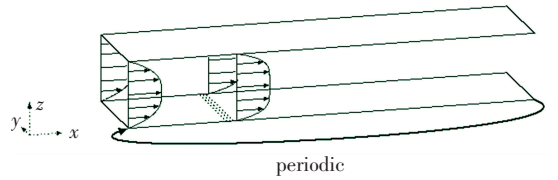


图 4 槽道流加入粗糙毛刺示意图

Fig.4 Simulation with rough burr in channel flow

图 5 给出的是在毛刺下游 16 个到 320 个壁面单位处的展向平均速度剖面, 分别为毛刺高度 4 个壁面单位的 4、10、20、40 和 80 倍距离, 同时给出了无毛刺时全场平均的速度分布. 在毛刺的作用下, 邻近位置的平均速度剖面线变化很大, 平均速度曲线有所升高. 当远离毛刺位置时, 毛刺对湍流速度剖面的影响逐渐减小, 到 80 倍毛刺高度距离位置处, 湍流速度剖面已恢复到与无毛刺流动基本一致. 可见壁面条件的改变对湍流流动影响显著.

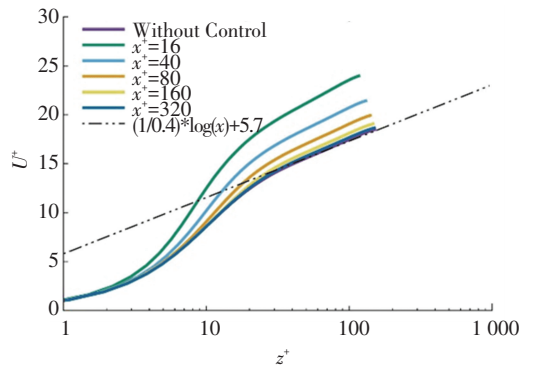


图 5 加入毛刺后不同位置的平均速度曲线

Fig.5 Mean velocity curves at different positions after adding rough burr

由此可见, 本文的速度压力法对湍流流动控制的研究, 无论是加入展向的振动、壁面吹吸气还是改变槽道流的壁面形状都是易于实现的. 加上本文方法具有高效并行特点, 可以开展规模巨大的高 Re 数湍流槽道流 DNS 模拟计算, 为湍流流动控制研究提供有效的计算工具和有价值的数据.

4 结论

建立了槽道流 DNS 计算的 PDM-DNS 方法, 在“天河二号”超级计算机上使用 256 个 CPU 核进行计算, 其规模超过 10^9 自由度, 计算并行效率超过 95%, 并得到良好的线性加速比. 由此为开展高 Re 数湍流槽道流 DNS 模拟提供了有力的计算工具.

4 个不同 Re 数的槽道流计算结果显示, 速度剖面都具有粘性底层和对数段分布, 并与湍流速度对数段的理论预测值分布一致, 雷诺正应力分布合理, 所有计算结果与他人的 DNS 结果吻合. 本文提出的计算方法所得到的湍流槽道流计算结果和数据是合理可信的.

相较于谱方法, 本文采用的速度压力差分求解方法便于复杂边界条件的处理. 在下壁面加入局部毛刺的算例结果展示, 结合浸没边界法等计算技术, 本文方法可以扩展到复杂壁面条件的湍流流动控制等研究中.

参考文献

- [1] KIM J, MOIN P, MOSER R. Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1987, 177: 133
- [2] ECKELMANN H. The structure of the viscous sublayer and the adjacent wall region in a turbulent channel flow[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1974, 65(3): 439
- [3] POPE S B. *Turbulent flows*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2001: 273
- [4] SMITS A J, MARUSIC I. Wall-bounded turbulence[J]. *Physics Today*, 2013, 66(9): 25
- [5] MONTY J P, CHONG M S. Turbulent channel flow: comparison of streamwise velocity data from experiments and direct numerical simulation[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2009, 633: 461
- [6] HOYAS S, JIMENEZ J. Scaling of the velocity fluctuations in turbulent channels up to $Re_\tau = 2\,003$ [J]. *Physics of Fluids*, 2006, 18(1): 011702
- [7] DEL ALAMO J C, JIMENEZ J, ZANDONADE P, et al. Scaling of the energy spectra of turbulent channels[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2004, 500: 135
- [8] SCHULTZ M P, FLACK K A. Reynolds-number scaling of turbulent channel flow[J]. *Physics of Fluids*, 2013, 25(2): 025104
- [9] LOZANO-DURAN A, JIMENEZ J. Effect of the computational domain on direct simulations of turbulent channels up to $Re_\tau = 4\,200$ [J]. *Physics of Fluids*, 2014, 26(1): 011702
- [10] LEE M, MOSER R D. Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to $Re_\tau \approx 5\,200$ [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2015, 774: 395
- [11] BERNARDINI M, PIROZZOLI S, ORLANDI P. Velocity statistics in turbulent channel flow up to $Re_\tau = 4\,000$ [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2014, 742: 171
- [12] VELA-MARTIN A, ENCINAR M P, GARCIA-GUTIERREZ A, et al. A second-order consistent, low-storage method for time-resolved channel flow simulations up to $Re_\tau = 5\,300$ [J]. *arXiv*, 2018:1808.06461
- [13] YAMAMOTO Y, TSUJI Y. Numerical evidence of logarithmic regions in channel flow at $Re_\tau = 8\,000$ [J]. *Physical Review Fluids*, 2018, 3(1): 012602
- [14] HOYAS S, OBERLACK M, KRAHEBERGER S, et al. Turbulent channel flow at $Re_\tau = 10\,000$ [C]//APS Division of Fluid Dynamics Meeting Abstracts 2019: H19. 001
- [15] QUADRIO M, RICCO P, VIOTTI C. Streamwise-travelling waves of spanwise wall velocity for turbulent drag reduction[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2009, 627: 161
- [16] LUCHINI P, MANZO F, POZZI A. Resistance of a grooved surface to parallel flow and cross-flow[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1991, 228: 87
- [17] MADEN I, MADUTA R, KRIEGSEIS J, et al. Experimental and computational study of the flow induced by a plasma actuator[J]. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2013, 41: 80
- [18] HASEGAWA Y, QUADRIO M, FROHNAPFEL B. Numerical simulation of turbulent duct flows with constant power input[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2014, 750: 191
- [19] BAO Yun, LUO Jiahui, YE Mengxiang. Parallel direct method of DNS for two-dimensional turbulent rayleigh-benard convection[J]. *Journal of Mechanics*, 2018, 34(2): 159
- [20] OSTERLUND J M, JOHANSSON A V, NAGIB H M, et al. A note on the overlap region in turbulent boundary layers[J]. *Physics of Fluids*, 2000, 12(1): 1
- [21] NAGIB H M, CHAUHAN K A. Variations of von Karman coefficient in canonical flows[J]. *Physics of Fluids*, 2008, 20(10): 101518

(编辑 王小唯)