doi:10.11918/j.issn.0367-6234.2016.04.020

跳频信号2D-DOA与极化参数的欠定估计

张东伟[1,2],郭 英[1],齐子森[1],侯文林[1],张 波[1]

(1.空军工程大学 信息与导航学院,710077 西安;2.空军工程大学 装备发展与运用研究中心,710051 西安)

摘 要:为在欠定条件下估计跳频(frequency hopping,FH)信号二维波达方向(two dimensional direction of arrival,2D-DOA)和极化参数,从而有效辅助FH网台分选和信号识别、跟踪等,提出基于空间极化时频分析的联合估计算法.在建立FH信号极化敏感阵列快拍数据模型基础上,推导空间极化时频分布(spatial polarimetric time frequency distributions,SPTFD)的线性时频扩展形式SPSTFT,同时给出一种组合时频分布方法定位各跳(hop)信号在时频面上的自项区域,据此构造各hop的SPTFD和SPSTFT矩阵.利用SPSTFT/SPTFD矩阵中蕴含的信源极化-空域特征信息采取两种不同方法估计2D-DOA和极化参数.新算法无需多维参数寻优和配对,计算量小.仿真结果表明,本算法能在欠定条件下有效估计FH信号2D-DOA和极化参数,SPTFD矩阵法估计精度高,并能处理发生频率碰撞的hop.

关键词:跳频;极化;波达方向;联合估计;时频分布;信号处理

中图分类号:TN911.7 **文献标志码**:A **文章编号**:0367-6234(2016)04-0121-08

Underdetermined estimation of 2D-DOA and polarization for frequency hopping signals

ZHANG Dongwei[1,2], GUO Ying[1], QI Zisen[1], HOU Wenlin[1], ZHANG Bo[1]

(1.Institute of Information and Navigation, Air Force Engineering University, 710077 Xi'an, China;
2.Research Center of Equipment Development and Application, Air Force Engineering University, 710051 Xi'an, China)

Abstract: In order to sort frequency-hopping networks, identify and track signals effectively, an novel joint estimation algorithm based on spatial polarimetric time-frequency analysis is proposed as the solution for the two dimensional direction of arrival (2D-DOA) and polarization estimation of Frequency Hopping (FH) signals in underdetermined condition. First, the data model for polarization sensitive array of FH signals is built. On this basis, the SPSTFT, the extendable form of spatial polarimetric time frequency distributions, is derived. Meanwhile, a new combined time-frequency(TF) analysis method is presented to locate the auto term region of each hop in the TF plane. Consequently, the SPTFD and SPSTFT matrix for each hop is generated. Finally, depending on the spatial and polarization information getting from SPTFD and SPSTFT matrix, the 2D-DOA and polarization are estimated by two different methods. With splendid estimation precision, this novel method requires less computation burden without multiple-parameter optimization and pair-matching. Simulation results show that the proposed algorithm could estimate 2D-DOA and polarization in underdetermined condition effectively, and the SPTFD matrix method has high estimation accuracy.Besides, the collision hop could be processed.

Keywords: frequency hopping; polarization; direction of arrival; joint estimation; time-frequency distribution; signal processing

FH通信具有抗干扰、抗侦收等诸多优点,已逐渐成为军事通信领域重要的反截获技术手段,在现代战争中应用广泛并发挥了巨大威力[1].FH信号侦察研究一直是通信侦察和无线频谱监测等领域的热点问题.

信号波达方向(DOA)是通信侦察中非常关键的参数,其对FH网台分选和信号确认等任务具有重要支撑作用[2].文献[2-4]将FH信号视为窄带信

收稿日期:2014-12-21.
基金项目:国家自然科学基金(61401499);陕西省电子信息系统综合集成重点实验室资助项目(201501A).
作者简介:张东伟(1987—),男,博士研究生;
郭 英(1961—),女,教授,博士生导师.
通信作者:张东伟,zdw_dsp616@163.com.

号进行 DOA 估计,所提方法无法适用于短波和超短波环境(跳频带宽与射频中心频率的比值较大),也不能用于欠定条件(信源数大于天线数);文献[5-7]提出了基于空间时频分布的 FH 信号一维 DOA 估计方法,可实现欠定估计,但无法给出俯仰角信息.极化状态是电磁波的固有属性,当阵列系统引入极化信息时,其导向矢量的空间维度加倍,协方差矩阵进行子空间分解亦可多一个自由度,利于提高空间分辨力(DOA 估计精度)[8].此外,极化信息本身对于辅助信号分选和目标识别同样具有重要作用[9].可见,极化结合信源方位能够显著提高 FH 信号辨识度,进而在 FH 网台分选和信号识别等应用中发挥重要作用.因此,对 FH 信号二维波达方向(2D-DOA)和极化参数进行联合估计意义重大,然而,目前鲜有关于该问题的研究报道.文献[10]给出一种基于电磁矢量天线的方法,但仅能估计 5 个以内的 FH 信号.鉴于欠定情况在实际环境中经常出现,故亟待寻求适用于欠定条件的 FH 信号 2D-DOA 与极化参数联合估计方法.

本文用正交电偶极子构造 L 型极化敏感阵列,首先,建立 FH 信号的阵列数据模型,并采用空间极化时频分布[11](spatial polarimetric time frequency distributions, SPTFD)与其线性时频扩展形式 SPSTFT 分别对 FH 信号各 hop 的 2D-DOA 和极化参数进行联合估计;其次,研究各 hop 的 SPTFD/SPSTFT 矩阵构造方法.理论分析证明,所提方法无需高维参数寻优与配对;最后,通过 3 组仿真实验验证了算法的有效性,并根据实验结果重点探讨了算法在欠定条件和频率碰撞发生时的适用性.

1　FH 信号的极化敏感阵列数据模型

设 FH 信号 $s_n(t)$ 的跳周期为 T_n,在观测时间 Δt 内共包含 K 个跳,第 $k(k=1,2,\cdots,K)$ 跳载频为 ω_{nk},起始跳持续时长为 Δt_{0n},则 $s_n(t)$ 可表示为[1]

$$s_n(t)=v_n(t)\sum_{k=0}^{K-1}\exp[\mathrm{j}(\omega_{nk}t'+\varphi_{nk})]\mathrm{rect}\left(\frac{t'}{T_n}\right).$$

式中:$t'=t-(k-1)T_n-\Delta t_{0n}$;$v_n(t)$ 为 $s_n(t)$ 的基带复包络;φ_{nk} 为第 k 跳的初相;$\mathrm{rect}(t)$ 为单位矩形窗.

阵列结构如图 1 所示,x 轴和 y 轴方向的 M 元均匀线阵分别定义为 ULA1 和 ULA2,阵元间距分别为 d_1、d_2,满足:$\max(d_1,d_2)<c/2f_{\max}$,$f_{\max}$ 为侦测频段内 FH 信号载频的最大值.定义坐标原点的阵元为参考阵元.FH 信号为宽带信号,如果分析某一 hop,可简化为窄带模型.假设极化参数为(γ,η)($\gamma\in[0,\pi/2]$为极化辅角,$\eta\in[0,2\pi]$为极化相位差)的窄带平面波 S 以俯仰角 $\theta\in[0,\pi/2)$和方位角 $\phi\in[0,2\pi)$沿单位方向矢量$-\boldsymbol{u}$ 入射,则极化矢量表示为[12]

$$\boldsymbol{\Omega}=\begin{bmatrix}\gamma_y\\ \gamma_z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos\theta\sin\phi\sin\gamma\mathrm{e}^{\mathrm{j}\eta}+\cos\phi\cos\gamma\\ -\sin\theta\sin\gamma\mathrm{e}^{\mathrm{j}\eta}\end{bmatrix},\tag{1}$$

式中:γ_y、γ_z 分别为沿 y 轴和 z 轴方向的电场分量.将图 1 中信源 S 与 x、y 轴的夹角 δ、β 分别作为新的俯仰角和方位角定义,两种角度之间的转换关系为

$$\begin{cases}\cos\delta=\sin\theta\sin\phi,\\ \cos\beta=\sin\theta\cos\phi.\end{cases}\tag{2}$$

$$\begin{cases}\theta=\arcsin(\cos^2\delta+\cos^2\beta)^{1/2},\\ \phi=\arctan(\cos\delta/\cos\beta).\end{cases}\tag{3}$$

式中:$\delta\in[0,\pi)$,$\beta\in[0,\pi)$.由式(2)可知,经典的角度定义,俯仰角和方位角耦合在一起,无法单独求解,采用新的角度定义可实现俯仰角、方位角的独立估计[13].本文理论阐述部分将 δ、β 称为俯仰角和方位角;将 θ、ϕ 称为原始俯仰角和原始方位角.假设阵元增益为 1,并忽略单阵元共点接收通道不一致及互耦影响,则 ULA1 对信源 S 的导向矢量为

$$\begin{aligned}\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_x&=\boldsymbol{\Omega}\otimes\boldsymbol{\alpha}(\delta)=\boldsymbol{\Omega}\otimes[1,p,\cdots,p^{M-1}]^{\mathrm{T}}=\\&[\gamma_y,\gamma_y p,\cdots,\gamma_y p^{M-1},\gamma_z,\gamma_z p,\cdots,\gamma_z p^{M-1}]^{\mathrm{T}}.\end{aligned}\tag{4}$$

式中:$p=\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi d_1\cos(\delta)/\lambda}$,$\lambda=c/f$(其中 c 为光速,f 为瞬时频率)为信号波长;"$\otimes$"为 Kronecker 积.同理,子阵 ULA2 的导向矢量为

$$\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_y=\boldsymbol{\Omega}\otimes\boldsymbol{\alpha}(\beta)=\boldsymbol{\Omega}\otimes[1,q,\cdots,q^{M-1}]^{\mathrm{T}},\tag{5}$$

式中 $q=\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi d_2\cos(\beta)/\lambda}$.阵列对信源 S 的导向矢量为

$$\tilde{\boldsymbol{a}}=[\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_x^{\mathrm{T}}\quad\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_y^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}.$$

若存在 N 个 FH 信号 $s_1\sim s_N$,在某个频率驻留时间(相邻跳时刻之间时间段)内,阵列流型矩阵为

$$\boldsymbol{A}=[\tilde{\boldsymbol{a}}_1,\cdots,\tilde{\boldsymbol{a}}_k,\cdots,\tilde{\boldsymbol{a}}_N],$$

则阵列快拍数据矩阵为

$$\boldsymbol{X}(t)=\boldsymbol{Y}(t)+\boldsymbol{N}(t)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{S}(t)+\boldsymbol{N}(t).\tag{6}$$

式中:$\boldsymbol{S}(t)$ 为信源的 $N\times1$ 维数据矢量;$\boldsymbol{N}(t)$ 为阵列的 $4M\times1$ 维噪声数据矢量.

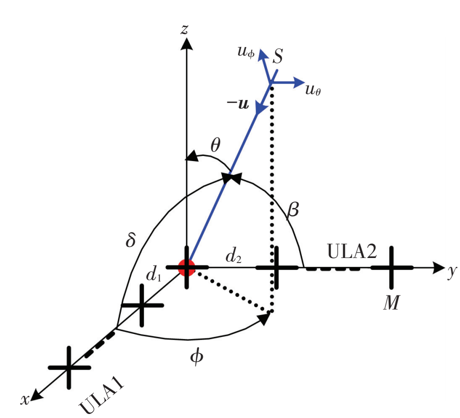


图 1　L 型正交电偶极子阵列

2　FH 信号各 hop 的 SPTFD/SPSTFT 矩阵构造

基于阵列快拍数据 $\boldsymbol{X}(t)$,提取 FH 信号各 hop 时频点构造其 SPTFD 矩阵是估计 2D-DOA 和极化参数的基础.但构造 SPTFD 矩阵的时频分布计算次数正比于接收通道数平方,难以满足一些快速估计场合对于实时性的需求;此外,常规二次型时频分布存在交叉项干扰,不利于提取各 hop 自项时频点,影响算法性能.

2.1　SPTFD 及其线性时频扩展形式 SPSTFT

2.1.1　SPTFD 的定义[11]

对于信号 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$,离散时间形式的 Cohen 互时频分布为

$$\boldsymbol{D}_{x_1x_2}(t,f)=\sum_{\tau=-\infty}^{\infty}\sum_{l=-\infty}^{\infty}\varphi(l,\tau)x_1(t+l+\tau)x_2^*(t+l-\tau)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}4\pi f\tau},$$

其中 $\varphi(l,\tau)$ 为核函数.SPTFD 矩阵定义为

$$\boldsymbol{D}_{XX}(t,f)=\sum_{\tau=-\infty}^{\infty}\sum_{l=-\infty}^{\infty}\varphi(l,\tau)\boldsymbol{X}(t+l+\tau)\boldsymbol{X}^{\mathrm{H}}(t+l-\tau)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}4\pi f\tau},\tag{7}$$

式中,$[\boldsymbol{D}_{XX}(t,f)]_{ij}=\boldsymbol{D}_{x_ix_j}(t,f)$,$(i,j=1,2,\cdots,\tilde{M})$(其中 $\tilde{M}$ 为接收通道数)为各通道互时频分布.根据式(6),得到时频域阵列协方差模型为

$$\begin{aligned}\mathrm{E}[\boldsymbol{D}_{XX}(t,f)]&=\mathrm{E}[\boldsymbol{D}_{YY}(t,f)]+\mathrm{E}[\boldsymbol{D}_{NN}(t,f)]=\\&\boldsymbol{A}\boldsymbol{D}_{SS}(t,f)\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}+\mathrm{E}[\boldsymbol{D}_{NN}(t,f)],\end{aligned}$$

式中 E[·]代表求期望运算.$\mathrm{E}[\boldsymbol{D}_{XX}(t,f)]$与流型矩阵 $\boldsymbol{A}$ 具有相同的子空间特性.为保证 $\mathrm{E}[\boldsymbol{D}_{XX}(t,f)]$ 满秩,实际中一般通过提取关注信号的多个自项时频点并对时频点进行联合对角化或平均处理来估计 $\mathrm{E}[\boldsymbol{D}_{XX}(t,f)]$.

2.1.2　空间极化短时傅里叶变换(SPSTFT)

相比于 Cohen 分布,STFT 计算量小、无交叉项干扰,实际中 FH 信号出现频率碰撞的概率很小,无需借助 SPTFD 矩阵的多源处理能力,因此在要求快速估计场合,可将 Cohen 分布用 STFT 替代.极化敏感阵列信号的 STFT 形式为

$$\mathrm{STFT}_{x_i}(t,f)=\sum_{\tau=-\infty}^{\tau=+\infty}x_i(\tau)g^*(\tau-t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f\tau},\quad (i=y_1,\cdots,y_{\tilde{M}};z_1,\cdots,z_{\tilde{M}}).\tag{8}$$

式中,$g(t)$为窗函数.以 $\mathrm{STFT}_{x_i}(t,f)$为元素构造 SPSTFT 矩阵,结合式(6)有

$$\begin{aligned}\mathrm{STFT}_X(t,f)&=\mathrm{STFT}_Y(t,f)+\mathrm{STFT}_N(t,f)=\\&\boldsymbol{A}\times\mathrm{STFT}_S(t,f)+\mathrm{STFT}_N(t,f),\end{aligned}\tag{9}$$

对式(9)求期望,得

$$\begin{aligned}\mathrm{E}[\mathrm{STFT}_X(t,f)]&=\mathrm{E}[\mathrm{STFT}_Y(t,f)]+\\&\mathrm{E}[\mathrm{STFT}_N(t,f)]=\boldsymbol{A}\times\mathrm{STFT}_S(t,f),\end{aligned}\tag{10}$$

由式(8)~(10)可见,SPSTFT 矩阵保留了信源的空域和极化域特征信息,且构造 SPSTFT 矩阵的计算量显著低于 SPTFD 矩阵.

2.2　组合时频分布及 SPSTFT/SPTFD 矩阵构造

2.2.1　SPWVD&WVD 组合时频分布

Wigner-Ville 分布(WVD)是时频分布的基础形式,具有理论上最佳的时频分辨性能.但 FH 信号是典型的多分量信号,其 WVD 结果存在严重交叉项干扰, 导致难以提取自项时频点. 平滑伪 WVD(SPWVD)经过时、频域两次平滑,在交叉项抑制、时频聚焦性和抗噪能力 3 方面取得了很好平衡.本文将 WVD 和 SPWVD 进行组合,给出一种新的适合于 FH 信号的时频分析方法 SPWVD&WVD.将参考阵元的 SPWVD、WVD 结果分别记为 $\mathrm{SPWVD}_{x_1x_1}(t,f)$ 和 $\mathrm{WVD}_{x_1x_1}(t,f)$.

Step1　将 $\mathrm{SPWVD}_{x_1x_1}(t,f)$ 与 $\mathrm{WVD}_{x_1x_1}(t,f)$ 点乘,得到时频模具矩阵 $\mathrm{TFM}_{x_1x_1}(t,f)$,即

$$\mathrm{TFM}_{x_1x_1}(t,f)=\mathrm{SPWVD}_{x_1x_1}(t,f)\odot\mathrm{WVD}_{x_1x_1}(t,f),$$

其中“⊙”为 Hadamard 积.

Step2　将 $\mathrm{TFM}_{x_1x_1}(t,f)$进行截断处理得到自项时频地图 $\mathrm{TFA}_{x_1x_1}(t,f)$并降噪,有

$$\mathrm{TFA}_{x_1x_1}(t,f)=\begin{cases}1, & |\mathrm{TFM}_{x_1x_1}(t,f)|\geqslant Th;\\0, & |\mathrm{TFM}_{x_1x_1}(t,f)|<Th.\end{cases}\tag{11}$$

式中 Th 为截断门限,计算公式为

$$Th=\mu\cdot\mathrm{Mean}\{\mathrm{abs}[\mathrm{TFM}_{x_1x_1}(t,f)]\}.$$

式中:μ 为门限因子,Mean{ · }代表取均值.

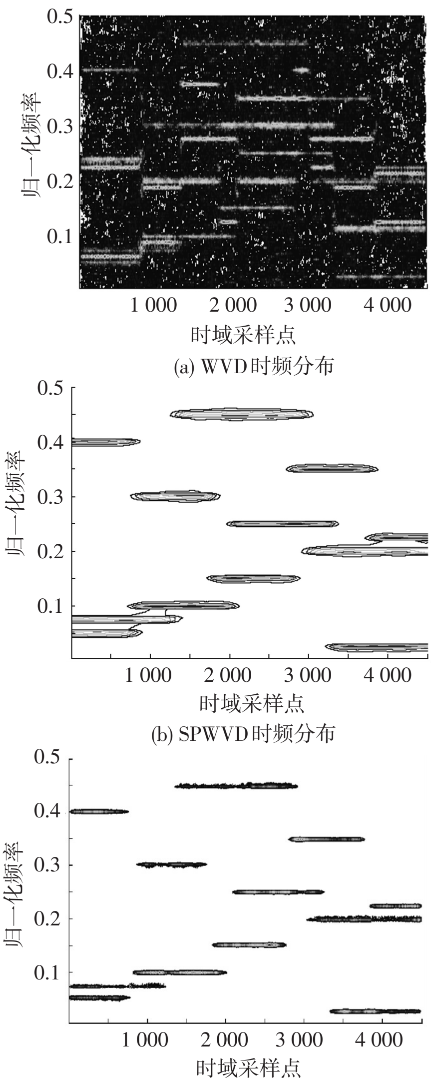
Step3　将 $\mathrm{TFA}_{x_1x_1}(t,f)$与 $\mathrm{SPWVD}_{x_1x_1}(t,f)$点乘得到组合时频分布 $\mathrm{TFSY}_{x_1x_1}(t,f)$,即

$$\mathrm{TFSY}_{x_1x_1}(t,f)=\mathrm{SPWVD}_{x_1x_1}(t,f)\odot\mathrm{TFA}_{x_1x_1}(t,f).\tag{12}$$

图 2 为 3 个 FH 信号在信噪比 5 dB 时 WVD、SPWVD 和 SPWVD&WVD 结果. 容易看出,SPWVD&WVD 的显示效果很好,在保留 WVD 时频聚焦性能的同时,对交叉干扰项和噪声也进行了很好抑制.

2.2.2　SPSTFT/SPTFD 矩阵的高效构造

由式(11)、(12)知,$\mathrm{TFSY}_{x_1x_1}(t,f)$中各 hop 的自项区为 $\mathrm{SPWVD}_{x_1x_1}(t,f)$中对应 hop 的子集,因此,根据参考阵元确定的各 hop 自项区域提取时频点构造 SPSTFT/SPTFD 矩阵.对于 SPTFD,时频分布采用与 SPWVD 性能近似计算量却大为降低的 SPW 分布.



(a) WVD时频分布

(b) SPWVD时频分布

(c) 组合时频分布

图 2 FH 信号在信噪比 5 dB 时 WVD、SPWVD 和 SPWVD&WVD 组合时频分布结果

3 2D-DOA 与极化参数联合估计

3.1 基于 SPSTFT 矩阵的快速估计方法

假设各 FH 信号不相关，根据式(6)及式(9)，对信号 s_n 第 i 个 hop 的有效时频点 (t_a, f_a)，其 SPSTFT 矩阵为 $\mathrm{STFT}_X(t_a, f_a) = \tilde{\boldsymbol{a}}_{in}\mathrm{STFT}_{s_n}(t_a, f_a) + \mathrm{STFT}_N(t_a, f_a)$，其中，$\tilde{\boldsymbol{a}}_{in}$ 为该 hop 的导向矢量. 对该 hop 的有效时频点求平均，有

$$\begin{aligned}
&\mathrm{E}\{\mathrm{STFT}_X(t,f)\}|_{in} = \tilde{\boldsymbol{a}}_{in}\mathrm{E}\{\mathrm{STFT}_{s_n}(t,f)\}|_{in} = \\
&[\mathrm{E}\{\mathrm{STFT}_{X_X}(t,f)\}|_{in}^{\mathrm{T}} = \mathrm{E}\{\mathrm{STFT}_{X_Y}(t,f)\}|_{in}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} = \\
&[\mathrm{E}\{\mathrm{STFT}_{x_{y1}}(t,f)\}|_{in}\cdots\mathrm{E}\{\mathrm{STFT}_{x_{yM}}(t,f)\}|_{in}, \\
&\mathrm{E}\{\mathrm{STFT}_{x_{z1}}(t,f)\}|_{in}\cdots\mathrm{E}\{\mathrm{STFT}_{x_{zM}}(t,f)\}|_{in}, \\
&\mathrm{E}\{\mathrm{STFT}_{y_{y1}}(t,f)\}|_{in}\cdots\mathrm{E}\{\mathrm{STFT}_{y_{yM}}(t,f)\}|_{in}, \\
&\mathrm{E}\{\mathrm{STFT}_{y_{z1}}(t,f)\}|_{in}\cdots\mathrm{E}\{\mathrm{STFT}_{y_{zM}}(t,f)\}|_{in}]^{\mathrm{T}} = \\
&[\gamma_{i,y}, \gamma_{i,y}p, \cdots, \gamma_{i,y}p^{M-1}, \gamma_{i,z}, \gamma_{i,z}p, \cdots, \gamma_{i,z}p^{M-1}, \\
&\gamma_{i,y}, \gamma_{i,y}q, \cdots, \gamma_{i,y}q^{M-1}, \gamma_{i,z}, \gamma_{i,z}q, \cdots, \gamma_{i,z}q^{M-1}]^{\mathrm{T}}\mathrm{E}\{\mathrm{STFT}_{s_n}(t,f)\}|_{in}.
\end{aligned} \tag{13}$$

式中：$p = \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi d_1\cos(\delta_i)/\lambda_{in}}$，$q = \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi d_2\cos(\beta_i)/\lambda_{in}}$（$\lambda_{in} = c/f_{in}$，$f_{in}$ 为载频值）.

观察式(13)发现，可通过计算 ULA1 和 ULA2 同向通道 $\mathrm{E}\{\mathrm{STFT}_{X_X}(t,f)\}|_{in}$、$\mathrm{E}\{\mathrm{STFT}_{X_Y}(t,f)\}|_{in}$ 的相邻元素比求解 p、q 值，进而估计 $\hat{\delta}_i$、$\hat{\beta}_i$；构成同一阵元的两个短偶极子输出比可用于估计极化参数. 为提高估计精度，将各相邻通道的比值进行平均估计 $\hat{\delta}_i$、$\hat{\beta}_i$；将各阵元输出比进行平均估计 $\hat{\gamma}_i$、$\hat{\eta}_i$. 因此，此 hop 的 DOA 估计为

$$\begin{aligned}
\hat{\delta}_i = &\frac{1}{2(M-1)}\sum_{k=1}^{M-1}\left\{\arccos\left\{\frac{\lambda_{in}}{2\pi d_1}\cdot\right.\right. \\
&\left.\left.\left[-\mathrm{angle}\left(\frac{\mathrm{E}\{\mathrm{STFT}_{x_{y,k+1}}(t,f)\}|_{in}}{\mathrm{E}\{\mathrm{STFT}_{x_{y,k}}(t,f)\}|_{in}}\right)\right]\right\}\right\} + \\
&\frac{1}{2(M-1)}\sum_{k=1}^{M-1}\left\{\arccos\left\{\frac{\lambda_{in}}{2\pi d_1}\cdot\right.\right. \\
&\left.\left.\left[-\mathrm{angle}\left(\frac{\mathrm{E}\{\mathrm{STFT}_{x_{z,k+1}}(t,f)\}|_{in}}{\mathrm{E}\{\mathrm{STFT}_{x_{z,k}}(t,f)\}|_{in}}\right)\right]\right\}\right\},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{\beta}_i = &\frac{1}{2(M-1)}\sum_{k=1}^{M-1}\left\{\arccos\left\{\frac{\lambda_{in}}{2\pi d_2}\cdot\right.\right. \\
&\left.\left.\left[-\mathrm{angle}\left(\frac{\mathrm{E}\{\mathrm{STFT}_{y_{y,k+1}}(t,f)\}|_{in}}{\mathrm{E}\{\mathrm{STFT}_{y_{y,k}}(t,f)\}|_{in}}\right)\right]\right\}\right\} + \\
&\frac{1}{2(M-1)}\sum_{k=1}^{M-1}\left\{\arccos\left\{\frac{\lambda_{in}}{2\pi d_2}\cdot\right.\right. \\
&\left.\left.\left[-\mathrm{angle}\left(\frac{E\{\mathrm{STFT}_{y_{z,k+1}}(t,f)\}|_{in}}{\mathrm{E}\{\mathrm{STFT}_{y_{z,k}}(t,f)\}|_{in}}\right)\right]\right\}\right\}.
\end{aligned}$$

将 $\hat{\delta}_i$、$\hat{\beta}_i$ 代入式(3)求得原始俯仰角和方位角估计值 $\hat{\theta}_i$、$\hat{\phi}_i$，则极化比为

$$\begin{aligned}
\varGamma_i = &\frac{\gamma_{i,y}}{\gamma_{i,z}} = \frac{\cos\theta_i\sin\phi_i\sin\gamma_i\mathrm{e}^{\mathrm{j}\eta_i} + \cos\phi_i\cos\gamma_i}{-\sin\theta_i\sin\gamma_i\mathrm{e}^{\mathrm{j}\eta_i}} = \\
&\frac{1}{2M}\sum_{k=1}^{M}\left\{\frac{\mathrm{E}\{\mathrm{STFT}_{x_{y,k}}(t,f)\}|_{in}}{\mathrm{E}\{\mathrm{STFT}_{x_{z,k}}(t,f)\}|_{in}} + \frac{\mathrm{E}\{\mathrm{STFT}_{y_{y,k}}(t,f)\}|_{in}}{\mathrm{E}\{\mathrm{STFT}_{y_{z,k}}(t,f)\}|_{in}}\right\},
\end{aligned} \tag{14}$$

由式(14)可得极化参数估计值为：

$$\hat{\gamma}_i = \arctan(|\xi_i|),$$

$$\hat{\eta}_i = \mathrm{angle}(\xi_i),$$

其中

$$\xi_i = \frac{-\cos\phi_i}{\cos\theta_i\sin\phi_i + \sin\theta_i\varGamma_i}.$$

由上述推导可见，该方法直接通过 SPSTFT 矩阵元素估计 2D-DOA 和极化参数，且时频分析采取可利用 FFT 快速实现的 STFT，计算量很小.

3.2 基于 SPTFD 矩阵的高精度估计方法

3.2.1 信源方位和极化参数“去耦合”

当某 hop 出现频率碰撞的多源情况时，SPSTFT

矩阵的快速估计方法不再适用(当然,本方法同样适用于无频率碰撞情况).此时根据式(7)构造 SPTFD 矩阵 $\mathrm{E}\{\boldsymbol{D}_{XX}(t,f)\}|_{in}$,对其进行特征值分解求得噪声子空间 $\boldsymbol{U}_N$,根据子空间原理有

$$\tilde{\boldsymbol{a}}(\boldsymbol{\delta},\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\gamma},\boldsymbol{\eta})^{\mathrm{H}}\boldsymbol{U}_N\boldsymbol{U}_N^{\mathrm{H}}\tilde{\boldsymbol{a}}(\boldsymbol{\delta},\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\gamma},\boldsymbol{\eta})=0. \quad (15)$$

考虑噪声和有限快拍数影响,通过求解以下问题估计 2D-DOA 和极化参数

$$[\hat{\boldsymbol{\delta}},\hat{\boldsymbol{\beta}},\hat{\boldsymbol{\gamma}},\hat{\boldsymbol{\eta}}]=\arg\min_{\boldsymbol{\delta},\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\gamma},\boldsymbol{\eta}}\tilde{\boldsymbol{a}}(\boldsymbol{\delta},\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\gamma},\boldsymbol{\eta})^{\mathrm{H}}\boldsymbol{U}_N\boldsymbol{U}_N^{\mathrm{H}}\tilde{\boldsymbol{a}}(\boldsymbol{\delta},\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\gamma},\boldsymbol{\eta}). \quad (16)$$

式中:$\boldsymbol{\delta}=[\delta_1,\cdots,\delta_L]^{\mathrm{T}}$、$\boldsymbol{\beta}=[\beta_1,\cdots,\beta_L]^{\mathrm{T}}$、$\boldsymbol{\gamma}=[\gamma_1,\cdots,\gamma_L]^{\mathrm{T}}$、$\boldsymbol{\eta}=[\eta_1,\cdots,\eta_L]^{\mathrm{T}}$ 分别为该 hop 对应的 L 个信源同类参数构成的向量;$\hat{\boldsymbol{\delta}},\hat{\boldsymbol{\beta}},\hat{\boldsymbol{\gamma}},\hat{\boldsymbol{\eta}}$ 为对应的估计值.由导向矢量表达式(4)和(5)可见,极化参数与 2D-DOA“耦合”在一起,求解式(16)需要在 4 维空间上进行参数寻优,在保证估计性能前提下需寻求可有效降低运算量的替代方法.由导向矢量的结构可知,可利用矩阵形式变换将导向矢量中的极化参数和方位信息“去耦合”为[14]

$$\tilde{\boldsymbol{a}}(\boldsymbol{\delta},\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\gamma},\boldsymbol{\eta})=\begin{bmatrix}\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_x\\ \tilde{\boldsymbol{\alpha}}_y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Omega}\otimes\boldsymbol{\alpha}(\delta)\\ \boldsymbol{\Omega}\otimes\boldsymbol{\alpha}(\beta)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\alpha}(\delta) & \boldsymbol{0}_{M\times 1}\\ \boldsymbol{0}_{M\times 1} & \boldsymbol{\alpha}(\delta)\\ \boldsymbol{\alpha}(\beta) & \boldsymbol{0}_{M\times 1}\\ \boldsymbol{0}_{M\times 1} & \boldsymbol{\alpha}(\beta)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\gamma_y\\ \gamma_z\end{bmatrix}=\boldsymbol{F}(\boldsymbol{\delta},\boldsymbol{\beta})\boldsymbol{\Omega}. \quad (17)$$

式中:$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{\delta},\boldsymbol{\beta})$ 中只包含由波程差导致的相位差;$\boldsymbol{\Omega}$ 中只包含极化参数.将式(17)代入式(15)得

$$\boldsymbol{\Omega}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{F}(\boldsymbol{\delta},\boldsymbol{\beta})^{\mathrm{H}}\boldsymbol{U}_N\boldsymbol{U}_N^{\mathrm{H}}\boldsymbol{F}(\boldsymbol{\delta},\boldsymbol{\beta})\boldsymbol{\Omega}=\boldsymbol{\Omega}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\Xi}\boldsymbol{\Omega}=0, \quad (18)$$

当且仅当$(\boldsymbol{\delta},\boldsymbol{\beta})$为信源真实方位时,式(18)成立.由于 $\boldsymbol{\Omega}$ 不全为 0,根据秩损理论[14],可通过 2 维搜索得到成对的俯仰角和方位角

$$[\hat{\boldsymbol{\delta}},\hat{\boldsymbol{\beta}}]=\arg\max_{\delta,\beta}\left\{\frac{1}{\chi_{\min}[\boldsymbol{\Xi}]}\right\}, \quad (19)$$

其中$\chi_{\min}[\cdot]$表示求矩阵最小特征值运算.

3.2.2　2D-DOA 估计

由式(19)估计 2D-DOA 仍需 2 维搜索,以下寻找满足旋转不变关系的成对子阵,根据 ESPRIT 原理首先估计俯仰角,从而降低搜索维度,进一步降低运算量.重写流型矩阵为

$$\boldsymbol{A}=[\tilde{\boldsymbol{a}}_1,\cdots,\tilde{\boldsymbol{a}}_k,\cdots,\tilde{\boldsymbol{a}}_L]=\begin{bmatrix}\gamma_{y1}\boldsymbol{\alpha}(\delta_1) & \cdots & \gamma_{yk}\boldsymbol{\alpha}(\delta_k) & \cdots & \gamma_{yL}\boldsymbol{\alpha}(\delta_L)\\ \gamma_{z1}\boldsymbol{\alpha}(\delta_1) & \cdots & \gamma_{zk}\boldsymbol{\alpha}(\delta_k) & \cdots & \gamma_{zL}\boldsymbol{\alpha}(\delta_L)\\ \gamma_{y1}\boldsymbol{\alpha}(\beta_1) & \cdots & \gamma_{yk}\boldsymbol{\alpha}(\beta_k) & \cdots & \gamma_{yL}\boldsymbol{\alpha}(\beta_L)\\ \gamma_{z1}\boldsymbol{\alpha}(\beta_1) & \cdots & \gamma_{zk}\boldsymbol{\alpha}(\beta_k) & \cdots & \gamma_{zL}\boldsymbol{\alpha}(\beta_L)\end{bmatrix}.$$

设 $\boldsymbol{A}_{p1}$ 和 $\boldsymbol{A}_{p2}$ 分别为由 $\boldsymbol{A}$ 的第 $1,3,\cdots,2M-1$ 行和第 $2,4,\cdots,2M$ 行元素组成的子阵,即满足

$$\boldsymbol{A}_{p1}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Omega}_1 & \boldsymbol{\Omega}_2 & \cdots & \boldsymbol{\Omega}_L\\ \boldsymbol{\Omega}_1p_1 & \boldsymbol{\Omega}_2p_2 & \cdots & \boldsymbol{\Omega}_Lp_L\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \boldsymbol{\Omega}_1p_1^{M-2} & \boldsymbol{\Omega}_2p_2^{M-2} & \cdots & \boldsymbol{\Omega}_Lp_L^{M-2}\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{A}_{p2}=\boldsymbol{A}_{p1}\boldsymbol{\Phi}_p.$$

式中:$p_k=\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi d_1\cos(\delta_k)/\lambda_{in}}(k=1,2,\cdots,L)$;$\boldsymbol{\Phi}_p=\mathrm{diag}[p_1,p_2,\cdots,p_L]$.因此 $\boldsymbol{A}_{p1}$ 和 $\boldsymbol{A}_{p2}$ 满足旋转不变关系.求得 $\boldsymbol{\Phi}_p$ 对角元素即可得到俯仰角估计值.对 $\mathrm{E}[\boldsymbol{D}_{XX}(t,f)]|_{in}$进行特征值分解,有

$$\mathrm{E}[\boldsymbol{D}_{XX}(t,f)]|_{in}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{D}_{SS}(t,f)\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}+\sigma^2\boldsymbol{I}=\boldsymbol{U}_S\sum_S\boldsymbol{U}_S^{\mathrm{H}}+\boldsymbol{U}_N\sum_N\boldsymbol{U}_N^{\mathrm{H}}.$$

式中:σ^2 为噪声功率;$\sum_S$、$\sum_N$ 分别为大特征值和小特征值分别构成的对角阵;$\boldsymbol{U}_S$、$\boldsymbol{U}_N$ 分别为对应的特征矩阵.矩阵 $\mathrm{E}[\boldsymbol{D}_{XX}(t,f)]|_{in}$的信号子空间和噪声子空间分别由 $\boldsymbol{U}_S$ 与 $\boldsymbol{U}_N$ 张成,且 $\boldsymbol{U}_S$ 与 $\boldsymbol{A}$ 张成的信号子空间相等,即 $\mathrm{span}\{\boldsymbol{U}_S\}=\mathrm{span}\{\boldsymbol{A}\}$.按照由 $\boldsymbol{A}$ 拆分得到 $\boldsymbol{A}_{p1}$和 $\boldsymbol{A}_{p2}$的方式将 $\boldsymbol{U}_S$ 划分成两个分块矩阵 $\boldsymbol{U}_{S1}$和 $\boldsymbol{U}_{S2}$,则存在唯一非奇异矩阵 T 满足

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{U}_{S1}\\ \boldsymbol{U}_{S2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_{p1}\boldsymbol{T}\\ \boldsymbol{A}_{p2}\boldsymbol{T}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_{p1}\boldsymbol{T}\\ \boldsymbol{A}_{p1}\boldsymbol{\Phi}_p\boldsymbol{T}\end{bmatrix},$$

类似地,有

$$\mathrm{span}(\boldsymbol{A}_{p1})=\mathrm{span}(\boldsymbol{U}_{S1})=\mathrm{span}(\boldsymbol{A}_{p2})=\mathrm{span}(\boldsymbol{U}_{S2}),$$

所以,$\boldsymbol{U}_{S2}=\boldsymbol{U}_{S1}\boldsymbol{T}^{-1}\boldsymbol{\Phi}_p\boldsymbol{T}=\boldsymbol{U}_{S1}\boldsymbol{\Psi}_p$.由此可见,矩阵 $\boldsymbol{\Psi}_p$ 的特征值即为 $\boldsymbol{\Phi}_p$ 对角元素 p_k,则俯仰角估计值为

$$\hat{\delta}_k=\arccos[-\lambda\,\mathrm{angle}(p_k)/2\pi d_2], \quad (20)$$

其中,$\boldsymbol{\Psi}_{\mathrm{p}}$ 利用最小二乘 ESPRIT 算法[15]求得,即

$$\boldsymbol{\Psi}_p=(\boldsymbol{U}_{S1}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{U}_{S1})^{-1}\boldsymbol{U}_{S1}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{U}_{S2}.$$

将式(20)得到的俯仰角估计值代入式(19),可得到方位角的计算方法为

$$\hat{\beta}_k=\arg\max_{\hat{\delta}_k,\beta}\left\{\frac{1}{\chi_{\min}[\boldsymbol{\Xi}]}\right\},$$

至此完成了 2D-DOA 估计,且俯仰角与方位角实现了自动配对.

3.2.3　极化参数估计

对于第 k 个信源$(\hat{\delta}_k,\hat{\beta}_k)$,根据式(18),可得极化矢量估计值为

$$\hat{\boldsymbol{\Omega}}_k=e_{\min}[\boldsymbol{F}^{\mathrm{H}}(\delta_k,\beta_k)\boldsymbol{U}_N\boldsymbol{U}_N^{\mathrm{H}}\boldsymbol{F}(\delta_k,\beta_k)], \quad (21)$$

其中 $e_{\min}[\cdot]$为求矩阵最小特征值对应的特征矢量运算.结合极化矢量表达式(1),可得极化比为

$$\boldsymbol{\Gamma}_k=\gamma_{k,y}/\gamma_{k,z}=\hat{\Omega}_k(1)/\hat{\Omega}_k(2)=\frac{\cos\theta_k\sin\phi_k\sin\gamma_k\mathrm{e}^{\mathrm{j}\eta_k}+\cos\phi_k\cos\gamma_k}{-\sin\theta_k\sin\gamma_k\mathrm{e}^{\mathrm{j}\eta_k}}. \quad (22)$$

因此极化参数估计值为:

$$\hat{\gamma}_k = \arctan(|\ \xi_k\ |),$$

$$\hat{\eta}_k = \mathrm{angle}(\xi_k),$$

其中

$$\xi_k = \frac{-\cos\phi_k}{\cos\theta_k\sin\phi_k + \sin\theta_k\Gamma_k} = \frac{-\cos\phi_k\hat{\Omega}_k(2)}{\cos\theta_k\sin\phi_k\hat{\Omega}_k(2) + \sin\theta_k\hat{\Omega}_k(1)}.$$

式中:$\cos\theta_k$、$\cos\phi_k$ 分别由式(2)求得.

上述分析可知:1) 基于 SPTFD 矩阵的方法采用参数“去耦”结合秩损原理可在保证估计精度前提下降低搜索空间维度,显著降低算法计算量,同时实现俯仰角、方位角和极化参数间的自动配对;2) 空间存在的 FH 信号总数可能大于侦察系统的接收天线数,但本文算法在时-频二维联合域上将 FH 信号分解为一个个 hop,通过对各 hop 依次进行估计来实现所有 FH 信号的 2D-DOA 和极化参数估计,由于对各 hop 估计时为超定条件(发生频率碰撞的概率很小,即使发生,此 hop 对应的信号数目一般也小于阵元数),因此本文算法能适用于 FH 信号数目大于阵元数的欠定条件.

3.3 算法步骤

根据以上推导和阐述,可得本文算法流程如图 3所示(基于 SPSTFT 矩阵的方法记为方法 1,基于 SPTFD 矩阵的方法记为方法 2).

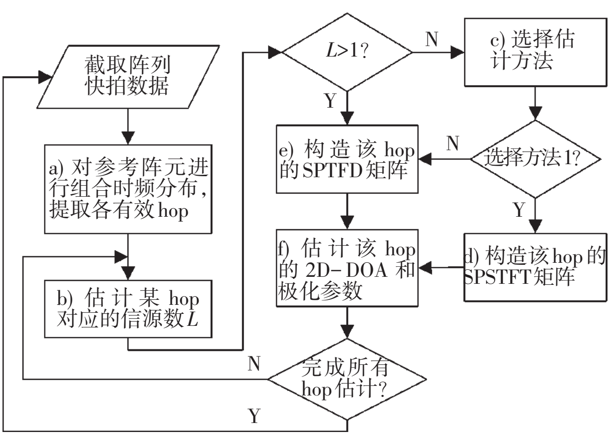


图 3 算法流程

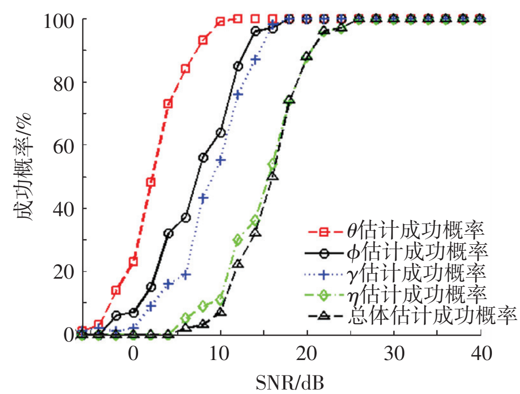
4 仿真实验与数值分析

L 型阵列的两 ULA 阵元间距均为 1.5 m.5 个远场 FH 信号记为 FH1~FH5,跳周期均为 10 us,载频在 0~0.5(归一化频率)之间随机跳变,待估参数分别为[$\theta_1,\phi_1,\gamma_1,\eta_1$]=[20°,30°,40°,45°]、[$\theta_2,\phi_2,\gamma_2,\eta_2$]=[30°,40° ,50°,60°]、[$\theta_3,\phi_3,\gamma_3,\eta_3$]=[40°,50°,60°,75°]、[$\theta_4,\phi_4,\gamma_4,\eta_4$]=[50°,60°,75°,45°]、[$\theta_5,\phi_5,\gamma_5,\eta_5$]=[60°,70°,35°,45°] ;采样率 f_s = 100 MHz,采样点数 3 000,角度搜索步长 0.05°;STFT 平滑窗 $h(\tau)$长 335 点,SPWVD 的平滑窗 $h(\tau)$长 335 点,$g(u)$窗长 101 点;各 hop 选取 800 个时频点构造 SPSTFT/SPTFD 矩阵,截断因子 μ 取 0.1.均方根误差(root mean square error,RMSE)定义为

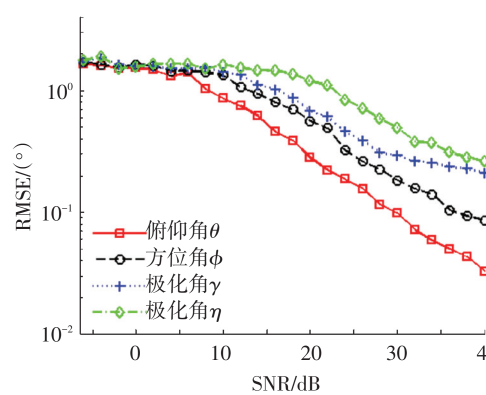
$$\mathrm{RMSE}_\theta = \sqrt{\sum_{k=1}^{N}\mathrm{E}\,(\hat{\theta}_k - \theta_k)^2/N}.$$

式中:θ_k、$\hat{\theta}_k$ 分别为第 k 个信源俯仰角的真值和估计值;N 为信源数;RMSE_θ 为俯仰角 RMSE 值,方位角和极化角与之同理.

实验 1 暂无频率碰撞,空间存在 FH1、FH2 和 FH3,ULA 阵元数 M 设为 4,信噪比 SNR 从−6 dB 以 2 dB间隔递增到 40 dB,各 SNR 下进行 100 次 Monte-Carlo 试验.分别统计入射信号 θ、ϕ、γ 和 η 的(总体)估计成功概率(成功概率定义见文献[14])及 RMSE,如图 4,5 所示.



(a) 方法 1 的估计成功概率

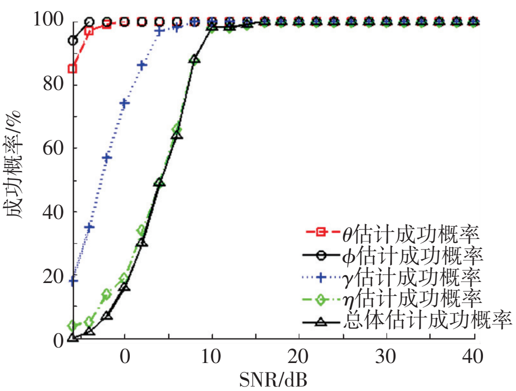


(b) 方法 1 各参数的 RMSE

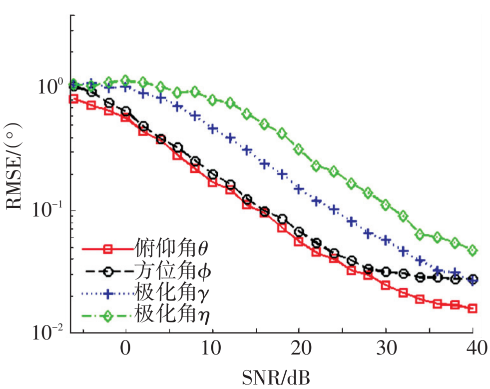
图 4 方法 1 估计性能与信噪比的关系

图 4,5 表明,随着 SNR 的提高,所有参数的估计成功概率均逐渐变高:SNR>20 dB 时,方法 1 的总体估计成功概率接近 100%(同一指标方法 2 要求 SNR>10 dB);两方法性能差异主要在于方法 1 未充分利用阵列孔径,且不是子空间类方法,不具超分辨能力.俯仰角和方位角的估计成功概率较高,受 SNR 和 2D-DOA 估计精度的综合影响,极化参数的

估计成功概率相对较低，但当 SNR>8 dB 时（方法 2）也逐渐接近 100%. 两方法的 RMSE 均较小，方法 1 的 RMSE 值略大于方法 2，且在 SNR<10 dB 时下降趋势不明显. 方法 2 俯仰角的 RMSE 值最小，方位角次之，极化参数略差，原因在于：俯仰角是由 ESPRIT 算法率先求得，估计精度主要受噪声影响；方位角是在求得俯仰角后将其回代入谱估计器，通过一维角度搜索得到，故误差还包括俯仰角估计误差；极化参数误差则受 2D-DOA 估计误差和噪声的综合影响.



(a) 方法 2 的估计成功概率



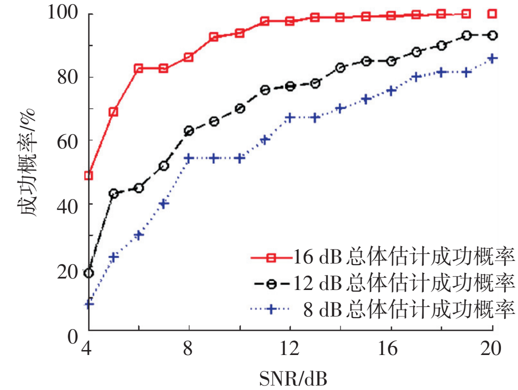
(b) 方法 2 各参数的 RMSE

图 5　方法 2 估计性能与信噪比的关系

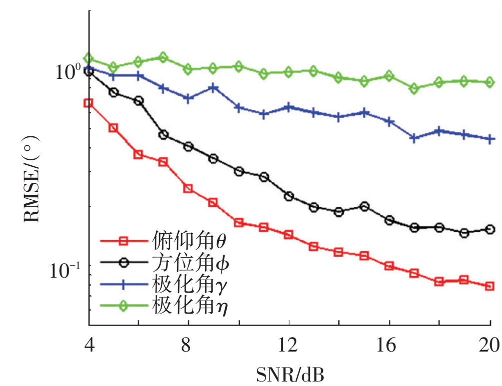
实验 2　为测试阵元数目对方法 1 的估计性能影响，SNR 分别取 8、12、16 dB，ULA 阵元数从 4 以 1 为步进递增至 20，其余仿真条件同实验 1，得到性能曲线如图 6 所示.

由图 6(a) 可见，阵元数对方法 1 的性能具有较大影响：随着阵元数增加，总体估计成功概率逐渐提高（SNR=16 dB，阵元数大于 16 时达到 100%）. 图 6(b) 为 SNR=12 dB 时各参数 RMSE 值与阵元数的关系曲线，结果表明，阵元增加时，各参数的 RMSE 值均逐步降低，相比之下，极化参数的 RMSE 值下降不明显.

实验 3　5 个 FH 信号同时存在，设定任意两 FH 信号发生频率碰撞的概率为 1（每次试验随机选择一个 hop 发生碰撞），3 个信号以上碰撞概率为 0，其余仿真条件与实验 1 相同，方法 2 的估计结果如图 7 所示.

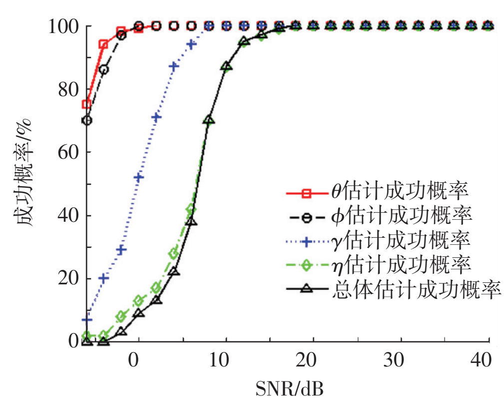


(a) 方法 1 的估计成功概率与阵元数的关系

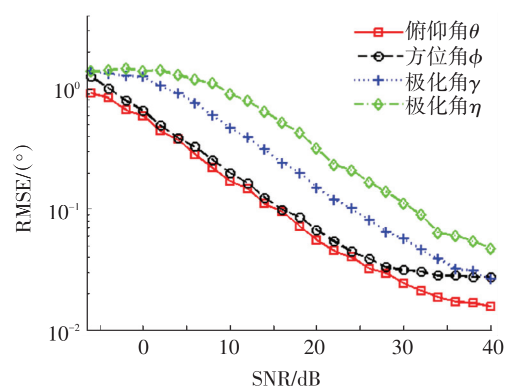


(b) 方法 1 各参数的 RMSE 与阵元数的关系

图 6　方法 1 估计性能与阵元数的关系



(a) 频率碰撞时方法 2 的估计成功概率



(b) 频率碰撞时方法 2 各参数的 RMSE

图 7　频率碰撞时方法 2 估计性能与信噪比的关系

图 7 表明，当 FH 信号存在大概率频率碰撞时，方法 2 的估计性能仍然非常优良：SNR>12 dB 时，

总体估计成功概率接近 100%;SNR>8 dB 时所有参数 RMSE 值均小于 1°.对比图 7 与图 4 发现,实验 3 估计性能略差于实验 1,原因主要有：1)频率碰撞时相应 hop 为多源估计,性能差于无碰撞的单源情况；2) 5 个信号共存一定程度上加剧了信号间互扰.本实验设定的碰撞概率条件非常苛刻,已远超实际情况,因此方法 2 处理频率碰撞的 FH 信号同样具有优异性能.

方法 2(利用 z 轴子阵估计俯仰角,传统算法可估计的信源数小于 M)基于单臂 4 阵元实现了 5 个 FH 信号的有效估计,验证了其在欠定条件下的估计能力.

5 结 论

1)新方法利用 SPWVD&WVD 组合时频分布定位各跳自项,从而降低了 FH 交叉项对参数估计精度的影响;设计的 SPTFD/SPSTFT 矩阵构造方法降低了该处理环节计算量;极化和方位信息“去耦合”避免了多维参数寻优和配对.

2)理论分析和仿真实验证明:基于 SPSTFT 矩阵的方法在计算量方面优势明显,是快速估计场合的备选方案;基于 SPTFD 矩阵的方法估计性能优于 SPSTFT 矩阵法,并能处理发生频率碰撞的 hop,但计算量略高于 SPSTFT 矩阵法.

参考文献

[1] FU Kuoching, CHEN Yungfang. Blind iterative maximum likelihood-based frequency and transition time estimation for frequency hopping systems[J]. IET Communications, 2013, 7(9): 883- 892.

[2] LIU Xiangqang, SIDIROPOULOS N D, SWAMI A. Blind high-resolution localization and tracking of multiple frequency hopped signals[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2002, 50(4): 889-901.

[3] LIU Xiangqang, SIDIROPOULOS N D, SWAMI A. Joint hop timing and frequency estimation for collision resolution in FH networks [J]. IEEE Transations on Wireless Communications, 2005, 4(6): 3063-3074.

[4] LIN C H, FANG W H. Joint angle and delay estimtion in frequency hopping systems[J]. IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, 2013, 49 (2): 1042-1056.

[5] 陈利虎, 张尔扬. 基于数字信道化和空时频分析的多跳频信号 DOA 估计[J]. 通信学报, 2009, 30(10): 68-74.

[6] 陈利虎. 基于空时频分析的多分量跳频信号 DOA 估计[J].系统工程与电子技术,2011,33(12): 2587-2592.

[7] 王永明,王世练,张尔扬. 多跳频脉冲的高效测向算法多跳频脉冲的高效测向算法[J].哈尔滨工程大学学报,2011,32(5): 662-666.

[8] WONG K T, LI Linshan, ZOLTOWSKI M D. Root-MUSIC-based direction finding and polarization estimation using diversely polarized possibly collocated antennas[J]. IEEE Antennas Wireless Propagation Letters, 2004, 3(1): 129-132.

[9] GARREN D A, ODOM A C, OSBORN M K, et al. Full-polarization matched-illumination for target detection and identification [J]. IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, 2002, 38(3): 824-837.

[10] WONG K T. Blind beamforming /geolocation for wideband-FFHs with unknown hop-sequences [J]. IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, 2001, 37(1):65-76.

[11] ZHANG Yimin, OBEIDAT B A, AMIN M G. Spatial polarimetric time frequency distribution for direction of arrival estimation [J]. IEEE Transaction on Signal processing, 2006, 54(4): 1327-1340.

[12] 庄钊文, 徐振海, 肖顺平, 等. 极化敏感阵列信号处理[M].北京:国防工业出版社, 2005: 199-212.

[13] XIA Tieqi, ZHENG Yi, WAN Qun, et al. Decoupled estimation of 2-D angles of arrival using two parallel uniform linear arrays[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2007, 55(9): 2627-2632.

[14] 张东伟,郭英,齐子森,等. 采用空间极化时频分布的跳频信号多参数联合估计算法[J].西安交通大学学报, 2015,49 (8): 17-23.

[15] LEMMA A N, VAN DER VEEN A J, DEPRETTERE E F. Analysis of joint angle-frequency estimation using ESPRIT [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2003, 51(5): 1264-1283.

(编辑 张 红)