强化有限元剪力连接件的拔出数值模拟

林建平，汪劲丰，徐荣桥，凌道盛

（浙江大学 土木工程系，310058 杭州）

摘 要：剪力连接件的拔出过程伴随着混凝土的拉裂与扩展，为了准确模拟拔出过程中的非连续变形及剪力连接件抗拔承载力，本文采用基于强化有限元的无厚度CZM单元，以粘聚区域模型描述剪力连接件拔出过程裂纹的开裂与扩展.然后建立了剪力连接件拔出数值分析模型，对拔出过程连续-非连续变形进行模拟，得到了拔出过程的荷载位移曲线，剪力连接件的抗拔承载力以及拔出过程裂纹扩展形态.本文方法可以实现拔出过程混凝土裂纹起裂扩展的非连续变形的数值模拟.

关键词：钢-混组合结构；剪力连接件；抗拔承载力；粘聚区域模型；非连续变形；强化有限元

中图分类号：TU398.9 **文献标志码**：A **文章编号**：0367-6234(2014)12-0078-06

Enhanced finite element analysis of shear connector pull-out based on cohesive zone model

LIN Jianping, WANG Jinfeng, XU Rongqiao, LING Daosheng

(Dept. of Civil Engineering, Zhejiang University, 310058 Hangzhou, China)

Abstract: During the pull-out process there exist concrete crack initiation and propagation. To accurately simulate discontinuous deformation of the pull-out process and calculate pull-out capacity of shear connectors, a zero-thickness cohesive interface element based on the enhanced finite element method was introduced in this paper. And cohesive zone model (CZM) was used to describe the crack initiation and propagation of the pull-out process. Then numerical simulation analysis of a pull-out test model was carried out. Results showed load-displacement curves of the structure, pull-out capacity, and crack propagation patterns of the concrete slab. Discontinuous deformation numerical simulation has been realized.

Keywords: steel-concrete composite structure; shear connector; pull-out capacity; cohesive zone model; discontinuous deformation; enhanced finite element

钢-混凝土组合结构是由钢材和混凝土这两种材料通过粘结、机械咬合或连接件相互结合，并且形成更加合理的构件或结构体系[1].由于钢-混凝土组合结构可以充分发挥钢材抗拉和混凝抗压的材料特性而得到了广泛的应用.在组合结构的受力过程中剪力连接件不仅承受剪力，同时可能承受着拉拔力[2-6].因此准确分析剪力连接件的抗拔承载力具有重要意义.目前对于剪力连接件的抗拔承载力主要通过试验方法确定[7]，剪力连接件的拔出过程伴随着混凝土的拉裂与扩展，拔出过程的非连续变形成为剪力连接件抗拔承载力数值计算的难点之一.

剪力连接件拔出数值模拟时可以采用的一种方法是利用常规有限元并考虑混凝土的弹塑性对拔出过程的非线性力学行为进行模拟.例如Ozbolt等[8]采用含四个积分点的四节点四边轴对称有限单元对栓钉拔出的断裂力学行为以及钉头尺寸效应进行分析；Ozbolt等[9]采用常规有限元建立三维模型分析了加载速率对栓钉抗拔承载力的影响；Qian等[10]建立拔出试验有限元模型，分析普通混凝土和超高韧性水泥基复合材料

收稿日期：2014-01-14.

基金项目：国家自然科学基金(51108411，11172266)；浙江省自然科学基金(Y1110181)；浙江省重点科技创新团队项目(2010R50034).

作者简介：林建平(1985—)，男，博士研究生；
徐荣桥(1972—)，男，教授，博士生导师；
凌道盛(1968—)，男，教授，博士生导师.

通信作者：汪劲丰，wangjinfeng@zju.edu.cn.

(engineered cementitious composites)中剪力连接件拔出的荷载位移曲线.

常规有限元模型难以模拟剪力连接件拔出过程的非连续变形,难以获得准确的荷载位移关系.为了克服常规有限元的局限性,学者们也研究了利用边界元、离散元和无网格法等方法对剪力连接件拔出进行数值模拟.Chahrour 等[11]采用二维边界元建立了数值计算模型,分析了拔出断裂过程的力学行为,并分析了边界条件对拔出过程中复合型开裂扩展的影响; Cusatis 等[12]使用离散元建立了单钉拔出模型,成功模拟了栓钉拔出的破坏形态并得到栓钉的抗拔承载力;Soparat 等[13]采用无网格方法对拔出试验进行了数值模拟,计算模型中假定拔出开裂扩展为 I 型并忽略了 II 型开裂的影响,同时作者还对采用双线性软化曲线和指数型软化曲线的计算结果进行对比分析.

目前扩展有限元方法(XFEM)广泛应用于分析开裂等非连续变形,但扩展有限元在处理交叉裂纹时存在困难.强化有限元从常规单元出发,将物理网格与数学网格分离开来,可以有效方便地描述开裂过程的非连续变形[14-16].强化有限元灵活应用了数学网格及关联法则,在概念上更接近于常规有限元并适用于多裂纹交叉的情况[17].

本文采用基于强化有限元的无厚度 CZM 单元,以粘聚区域模型描述剪力连接件拔出过程裂纹的开裂与扩展.然后建立了剪力连接件拔出数值分析模型,对拔出过程进行模拟,得到了拔出过程的荷载位移曲线,剪力连接件的抗拔承载力以及拔出过程裂纹扩展形态,实现了拔出过程混凝土裂纹起裂扩展的非连续变形的数值模拟.

1　裂纹扩展问题及粘聚区域模型

1.1　非连续变形问题的力学描述

如图 1 所示,对于含有粘聚裂纹的非连续变形问题,将裂纹尖端处上下粘聚裂纹界面分别表示为 Γ_c^+ 和 Γ_c^-,上下粘聚裂纹表面力矢量为 $\boldsymbol{t}^+$ 和 $\boldsymbol{t}^-$,上下粘聚裂纹表面外法向矢量为 $\boldsymbol{n}^+$ 和 $\boldsymbol{n}^-$,$\bar{\boldsymbol{F}}$ 和 $\bar{\boldsymbol{u}}$ 分别为施加的外力和位移边界.该非连续变形的控制方程以及定解条件可以表示为[15, 18]:

$$\begin{cases} \operatorname{div}\boldsymbol{\sigma}+\boldsymbol{f}=0, \ (\text{in } \Omega), \\ \boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{n}=\boldsymbol{F}, \ (\text{on } \Gamma_{\mathrm{F}}), \\ \boldsymbol{u}=\bar{\boldsymbol{u}}, \ (\text{on } \Gamma_{\mathrm{u}}), \\ \boldsymbol{t}^+=\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{n}^+=\boldsymbol{t}, \ (\text{on } \Gamma_{\mathrm{c}}^+), \\ \boldsymbol{t}^-=\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{n}^-=-\boldsymbol{t}, \ (\text{on } \Gamma_{\mathrm{c}}^-). \end{cases} \tag{1}$$

式中粘聚力 $\boldsymbol{t}$ 为粘聚界面相对位移 $\boldsymbol{w}$ 的函数,可以表示为 $\boldsymbol{t}=\boldsymbol{t}(\boldsymbol{w})$.

利用虚功原理可以得到积分形式的控制方程[19]:

$$\int_{\Omega}\boldsymbol{\sigma}:\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{v})\,\mathrm{d}\Omega+\int_{\Gamma_{\mathrm{c}}}\boldsymbol{t}\cdot\boldsymbol{w}(\boldsymbol{v})\,\mathrm{d}\Gamma=\int_{\Gamma_{\mathrm{F}}}\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{v}\mathrm{d}\Gamma, \quad \forall\boldsymbol{v}\in U. \tag{2}$$

式中 U 为满足位移边界条件的容许位移场的集合.

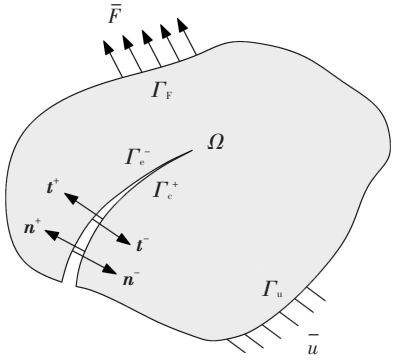
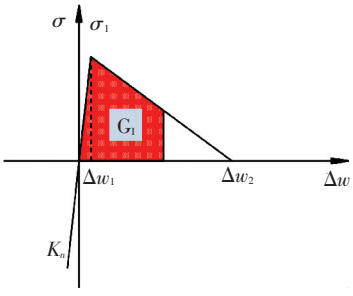


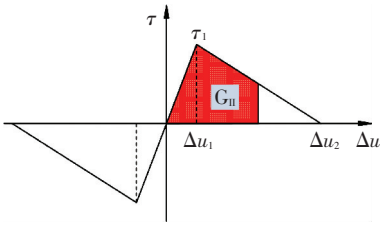
图 1　含粘聚裂纹模型

1.2　粘聚区域模型

Dugdale[20]最早提出用粘聚区域模型(cohesive zone model,CZM)来描述断裂过程中材料粘聚力和张开位移之间的关系,Yang 等[21-23]进一步建立了粘聚力和相对位移的函数关系以分析 I 型裂纹和 II 型裂纹,并提出了适合分析 I-II 混合型裂纹的粘聚本构关系.本文采用图 2 所示双折线模式粘聚区域模型,图中 Δw 和 Δu 分别代表界面法向张开位移和界面错动位移,σ 和 τ 分别代表界面法向正应力和剪切应力.模型中 σ_1 为法向峰值粘聚强度,τ_1 为切向峰值粘聚强度,Δw_2 和 Δu_2 为单一模式开裂时的临界位移.



(a) I 型



(b) II 型

图 2　裂纹界面粘聚区域模型

本文采用的双折线 CZM 模型表达式为

$$\sigma=\begin{cases}K_n\Delta w, & \Delta w\leqslant 0;\\ K_1\sigma_1, & 0<\Delta w\leqslant\Delta w_1;\\ \sigma_1+\dfrac{\Delta w-\Delta w_1}{\Delta w_1-\Delta w_2}(\sigma_1-\sigma_2), & \Delta w_1<\Delta w\leqslant\Delta w_2;\\ 0, & \Delta w>\Delta w_2.\end{cases}\tag{3}$$

$$\tau=\begin{cases}\operatorname{sgn}(\Delta u)K_2\tau_1, & 0\leqslant|\Delta u|\leqslant\Delta u_1;\\ \operatorname{sgn}(\Delta u)\left[\tau_1+\dfrac{|\Delta u|-\Delta u_1}{\Delta u_1-\Delta u_2}(\tau_1-\tau_2)\right], & \Delta u_1<|\Delta u|\leqslant\Delta u_2;\\ 0, & |\Delta u|>\Delta u_2.\end{cases}\tag{4}$$

对于复合开裂，Wang 等[24]提出了一个简单的失效模式：

$$G_{\mathrm{I}}/\Gamma_{\mathrm{I}}+G_{\mathrm{II}}/\Gamma_{\mathrm{II}}=1,\tag{5}$$

式中

$$G_{\mathrm{I}}=\int_0^{\Delta w}\sigma\mathrm{d}(\Delta w),\quad \Gamma_{\mathrm{I}}=\int_0^{\Delta w_2}\sigma\mathrm{d}(\Delta w);\tag{6}$$

$$G_{\mathrm{II}}=\int_0^{\Delta u}\tau\mathrm{d}(\Delta u),\quad \Gamma_{\mathrm{II}}=\int_0^{\Delta u_2}\tau\mathrm{d}(\Delta u).\tag{7}$$

2 基于强化有限单元的 CZM 单元

强化有限单元(AFEM)[14-15]将常规有限单元分离成物理单元(PE)和数学单元(ME)，未出现裂纹时物理单元与数学单元重合，此时数学单元 PE 用四节点 $n_1n_2n_3n_4$ 定义，如图 3(a)所示.当裂纹贯穿单元时物理被分为割为 PE1 和 PE2 两个新的物理单元，如图 3(b)所示，其中 AB 为两个物理单元的粘聚界面；此时 PE1 和 PE2 两个新的物理单元分别用数学单元 ME1($n'_1\ n'_2\ n_3n_4$) 和 ME2($n_1n_2\ n'_3\ n'_4$) 描述，并记单元裂纹和两个粘聚界面分别为 Γ_{CE}^{+}和 Γ_{CE}^{-}，如图 3(c)、(d)所示.

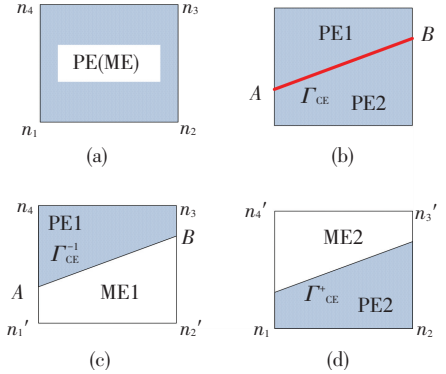


图 3 裂纹贯穿单元的几何形态

记数学单元 ME1 和 ME2 的节点位移矢量为 $\boldsymbol{d}_1$ 和 $\boldsymbol{d}_2$，则粘聚裂纹界面 Γ_{CE}^{-}和 Γ_{CE}^{+}的位移可以分别由数学单元 ME1 和 ME2 的节点位移插值确定，分别记为：

$$\boldsymbol{u}^1=\boldsymbol{N}_1(\xi,\eta)\boldsymbol{d}_1,\tag{8}$$

$$\boldsymbol{u}^2=\boldsymbol{N}_2(\xi,\eta)\boldsymbol{d}_2.\tag{9}$$

式中 $\boldsymbol{N}_1$ 和 $\boldsymbol{N}_2$ 为插值形函数. 定义矩阵 $\boldsymbol{B}(\xi,\eta)$ 和矩阵 $\boldsymbol{d}$ 分别为：

$$\boldsymbol{B}=[\boldsymbol{N}_1\quad -\boldsymbol{N}_2],\tag{10}$$

$$\boldsymbol{d}=[\boldsymbol{d}_1\quad \boldsymbol{d}_2]^{\mathrm{T}}.\tag{11}$$

利用式(10)和(11)可以得到上下粘聚界面的相对位移为

$$\Delta\boldsymbol{u}=\boldsymbol{B}(\xi,\eta)\boldsymbol{d},\tag{12}$$

局部坐标系下，粘聚界面相对位移为

$$\Delta\boldsymbol{u}_{\mathrm{loc}}=\boldsymbol{T}\Delta\boldsymbol{u},\tag{13}$$

式中 $\boldsymbol{T}$ 为坐标转换矩阵，记 θ 为局部坐标与整体坐标之间的夹角，则：

$$\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}.\tag{14}$$

根据粘聚本构关系(如图 2 所示)和当前粘聚界面相对位移可以确定当前裂纹界面粘聚力 $\boldsymbol{t}_{\mathrm{loc}}$，于是利用虚功原理可以得到单元等效节点力为

$$\boldsymbol{F}=\int_{\Gamma_{\mathrm{CE}}}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{t}\mathrm{d}\Gamma=W\int_{-1}^{1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{T}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{t}_{\mathrm{loc}}|\boldsymbol{J}|\,\mathrm{d}\xi,\tag{15}$$

式中 W 为沿单元平面外的宽度，$|\boldsymbol{J}|$ 为由整体坐标向当前局部坐标转换的雅克比矩阵行列式的值.

界面单元切线刚度矩阵为

$$\boldsymbol{K}_{\mathrm{T}}=\frac{\partial\boldsymbol{F}}{\partial\boldsymbol{d}}=W\int_{\Gamma_{\mathrm{CE}}}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{T}^{\mathrm{T}}\frac{\partial\boldsymbol{t}_{\mathrm{loc}}}{\partial\boldsymbol{u}}\mathrm{d}\Gamma=W\int_{-1}^{1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{T}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}_{\mathrm{T}}^{\mathrm{C}}\boldsymbol{T}\boldsymbol{B}|\boldsymbol{J}|\,\mathrm{d}\xi.\tag{16}$$

式中 $\boldsymbol{D}_{\mathrm{T}}^{\mathrm{C}}=\dfrac{\partial\boldsymbol{t}_{\mathrm{loc}}}{\partial\Delta\boldsymbol{u}_{\mathrm{loc}}}$ 为粘聚区域模型的切线刚度矩阵.

3 数值模型介绍

计算模型见图 4.其中混凝土板长 300 mm，宽 300 mm，厚度为 50 mm. 剪力连接件头部宽 15 mm，厚 5 mm，总长度 55 mm.反力点距离剪力连接件轴线的水平距离为 107.5 mm.剪力连接件材料为钢材，弹性模量为 200 GPa，泊松比为 0.3.当考虑钢材破坏时，钢材材料可以采用理想弹塑性本构.参考相关文献[8, 10, 13]，反力点距离剪力连接件轴线的水平距离为锚固深度两倍，混凝土主要体现为受拉破坏，因此假定拔出过程为 I 型开裂，而忽略 II 型影响.数值模型中混凝土的弹性模量为 25 GPa，混凝土受拉时随着外荷载的增大其泊松比逐渐减小，但变化量不大[25]，因此计

算分析中，混凝土板的泊松比取为 0.2.I 型开裂粘聚区域模型中，峰值粘聚强度为 3.5 MPa，最大临界位移为 0.062 5 mm，对应的断裂能为 109.4 N/m.当混凝土的最大主拉应力超过峰值粘聚强度时裂纹起裂并扩展，裂纹扩展方向垂直于最大主力拉应力方向.

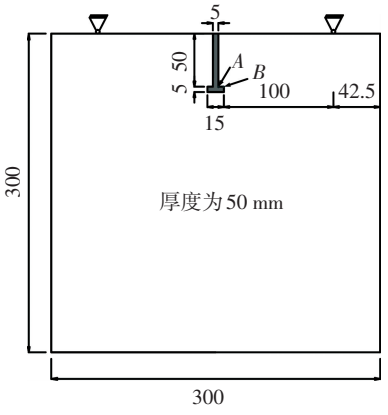


图 4　剪力连接件拔出试验几何模型

拔出试验模型有限元模型如图 5 所示，利用对称性计算模型中仅取实际结构的 1/2，其中红色部分为剪力连接件.图 4 所示 *AB* 连线区域剪力连接件单元与周围混凝土单元之间共用节点，其余位置剪力连接件与周围混凝土相互脱离.

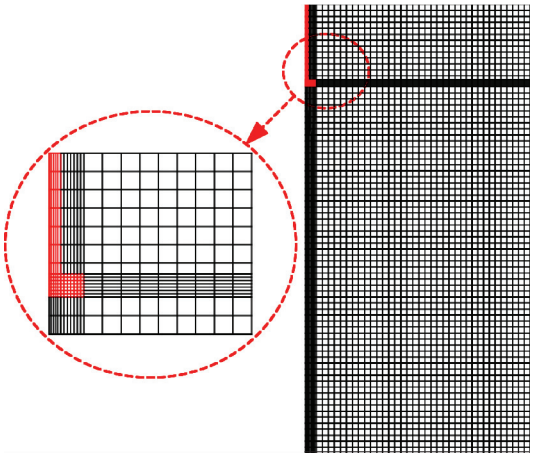


图 5　有限元模型

4　数值模拟结果分析

为校核本文方法的正确性，本文同时采用 ABAQUS 通用有限元分析程序中的扩展有限元（XFEM）对本文分析的拔出试验模型进行分析.拔出过程荷载位移曲线的计算结果见图 6.利用本文方法所得抗拔承载力计算结果为14.12 kN，对应的拔出位移为 0.082 mm；采用扩展有限元方法计算时，当拔出位移为 0.082 mm，对应的荷载为 14.06 kN.计算结果显示两种方法结果可以较好地吻合.

当施加荷载达 3.76 kN 时剪力连接件头部附近混凝土出现裂纹，此时并未达到抗拔承载力，随着裂纹的扩展抗拔能力提高.当施加荷载达到最大时（14.12 kN，拔出位移为 0.082 mm）采用本文方法的变形计算结果如图 7（a）所示，其中远离剪力连接件头部部分的混凝土单元未绘出.为对比校核，图 7（b）给出了采用扩展有限元（XFEM）拔出位移为 0.082 mm 的计算结果，结果显示采用本文方法的变形计算结果与采用扩展有限元法的计算结果吻合良好.此后结构进入软化段，当施加荷载达到 11.26 kN 时（拔出位移为 0.12 mm）的裂纹扩展形态如图 8（a）所示，图 8（b）给出了采用扩展有限元（XFEM）拔出位移为 0.12 mm 时的计算结果.采用本文方法所得拔出过程非连续变形的计算结果与典型拔出破坏形态的实验结果[10]的对比如图 9 所示，结果显示本文计算结果可以与实验结果吻合.拔出位移为 0.082 mm 和 0.12 mm 时裂纹尖端附近混凝土的最大主拉应力等值线图分别如图 10（a）、（b）所示.

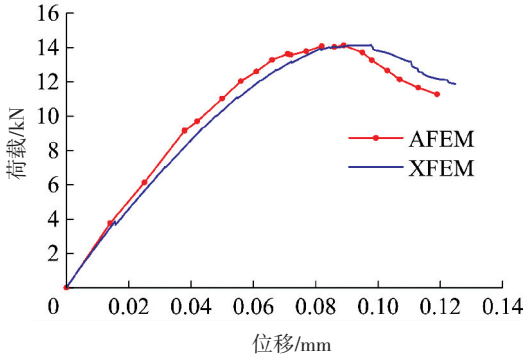
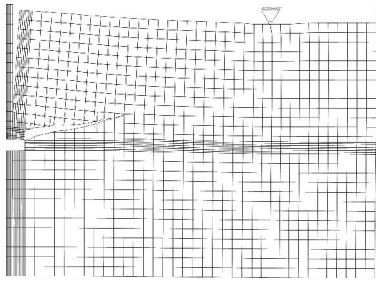
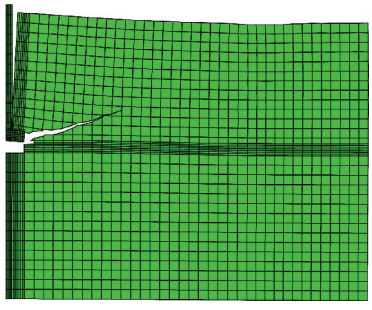


图 6　荷载位移曲线

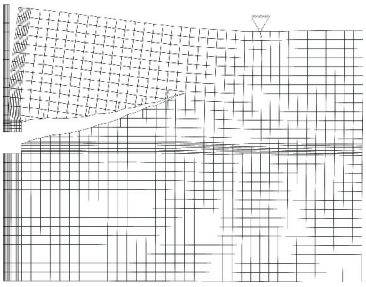


（a）AFEM 计算结果

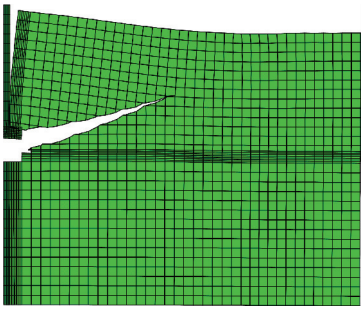


（b）XFEM 计算结果

图 7　拔出位移 0.082 mm 时（荷载 14.12 kN）变形图（放大 100 倍）

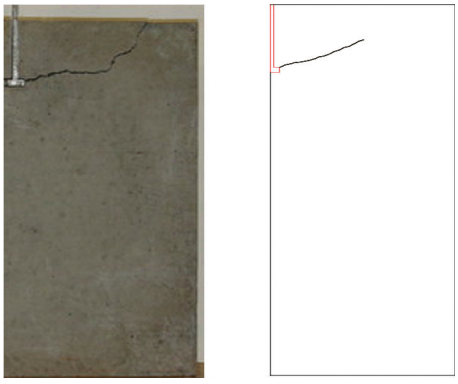


(a) AFEM 计算结果



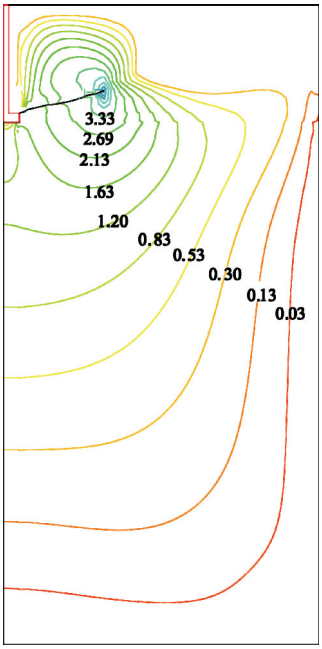
(b) XFEM 计算结果

图 8 拔出位移 0.12 mm 时(荷载 11.26 kN)变形图(放大 100 倍)

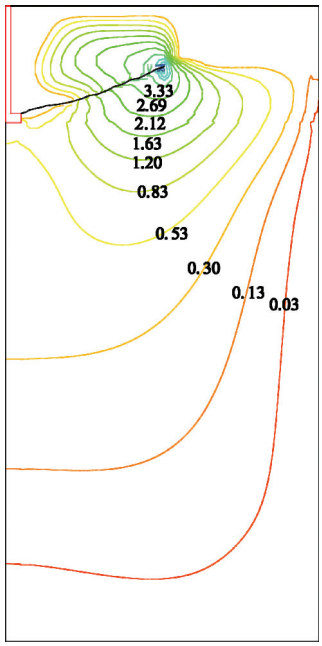


(a)实验结果 (b)本文计算结果(拔出位移0.12 mm时)

图 9 本文计算结果与典型拔出破坏形态实验结果对比



(a) 拔出位移 0.082 mm



(b) 拔出位移 0.12 mm

图 10 裂纹尖端附近混凝土最大主拉应力等值线

5 结 论

1)本文采用的基于强化有限单元的无厚度 CZM 单元方法实现了拔出过程的非连续变形模拟.本文方法可以计算剪力连接件拔出过程的荷载-位移曲线,确定出剪力连接件的抗拔承载力.对于本文的分析算例,荷载达到 3.76 kN 时剪力连接件头部附近混凝土出现裂纹,在拔出位移达到 0.082 mm 时达到最大承载力 14.12 kN.

2)本文采用的方法将数学网格和物理网格分离,在裂纹扩展过程中数学网格不畸变而保持很好的几何形态,可以克服常规有限单元法在弹塑性变形过程中单元发生几何畸变而导致计算精度下降.本文成果可应用于组合结构中剪力连接件抗拔承载力的计算,为剪力连接件的尺寸设计提供依据.

参考文献

[1] 刘玉擎. 组合结构桥梁[M]. 北京: 人民交通出版社, 2005.

[2] 邵长宇. 大跨度钢——混凝土连续组合箱梁桥关键技术研究[D]. 同济大学, 2007.

[3] WILLIAMSON E B, KIM J, FRANK K H. Redundancy evaluation of twin steel box-girder bridges using finite element analyses [C]//Structures Congress 2010. Florida:[s.n.], 2010: 2793-2802.

[4] SAMARAS V A, SUTTON J P, WILLIAMSON E B, et al. Simplified method for evaluating the redundancy of twin steel box-girder bridges [J]. Journal of Bridge Engineering, 2012, 17(3): 470-480.

[5] CHAPMAN J C, BALAKRISHNAN S. Experiments on composite beams [J]. Structural Engineer, 1964, 42 (11): 369-383.

[6] 李现辉,李国强. 腹板嵌入式组合梁抗剪连接件拔出试验[J]. 建筑科学与工程学报. 2009,26(1): 43-48.

[7] PALLARS L, HAJJAR J F. Headed steel stud anchors in composite structures, Part II: tension and interaction [J]. Journal of Constructional Steel Research, 2010, 66 (2): 213-228.

[8] OZBOLT J, ELIGEHAUSEN R, REINHARDT H W. Size effect on the concrete cone pull-out load [J]. International Journal of Fracture, 1999, 95(1/2/3/4): 391-404.

[9] OZBOLT J, RAH K K, MESTROVIC D. Influence of loading rate on concrete cone failure [J]. International Journal of Fracture, 2006, 139(2): 239-252.

[10] QIAN S Z, LI V C. Headed anchor/engineered cementitious composites (ECC) pullout behavior [J]. Journal of Advanced Concrete Technology, 2011, 9(3): 339-351.

[11] CHAHROUR A H, OHTSU M. Analysis of anchor bolt pull-out tests by a 2-domain boundary-element method [J]. Materials and Structures, 1995, 178 (28): 201-209.

[12] CUSATIS G, DI LUZIO G, ROTA M. Simulation of headed anchor failure [C]//Computational Modeling of Concrete Structures (Proc EURO-C 2003 Conference). Austria: [s.n.], 2003: 683-688.

[13] SOPARAT P, NANAKORN P. Analysis of anchor bolt pullout in concrete by the element-free Galerkin method [J]. Engineering Structures, 2008, 30(12): 3574-3586.

[14] 凌道盛,徐小敏,陈云敏. 数学网格和物理网格分离的有限单元法(Ⅰ):基本理论[J]. 计算力学学报, 2009,26(3): 401-407.

[15] LING D S, YANG Q D, COX B. An augmented finite element method for modeling arbitrary discontinuities in composite materials [J]. International Journal of Fracture, 2009, 156(1): 53-73.

[16] 凌道盛,韩超,陈云敏. 数学网格和物理网格分离的有限单元法(Ⅱ):粘聚裂纹扩展问题中的应用[J]. 计算力学学报, 2009,26(3): 408-414.

[17] FANG X J, YANG Q D, COX B N, et al. An augmented cohesive zone element for arbitrary crack coalescence and bifurcation in heterogeneous materials [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2011, 88(9): 841-861.

[18] 凌道盛,涂福彬,卜令方. 基于黏聚区域模型的边坡渐进破坏过程强化有限元分析[J]. 岩土工程学报, 2012,34(8): 1387-1393.

[19] MOËS N, BELYTSCHKO T. Extended finite element method for cohesive crack growth [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2002, 69(7): 813-833.

[20] DUGDALE D S. Yielding of steel sheets containing slits [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1960, 8(2): 100-104.

[21] YANG Q D, THOULESS M D. Mixed-mode fracture analyses of plastically-deforming adhesive joints [J]. International Journal of Fracture, 2001, 110(2): 175-187.

[22] YANG Q D, THOULESS M D, WARD S M. Numerical simulations of adhesively-bonded beams failing with extensive plastic deformation [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1999, 47(6): 1337-1353.

[23] YANG Q, COX B. Cohesive models for damage evolution in laminated composites [J]. International Journal of Fracture, 2005, 133(2): 107-137.

[24] WANG J S, SUO Z. Experimental determination of interfacial toughness curves using Brazil-nut-sandwiches [J]. Acta Metallurgica et Materialia, 1990, 38(7): 1279-1290.

(编辑　赵丽莹)