新型两转动自由度完全解耦并联机构及其特性

侯雨雷, 张占叶, 胡鑫喆, 曾达幸

(燕山大学 机械工程学院, 066004 河北 秦皇岛)

摘 要: 针对并联机构内部耦合性给其运动学和动力学分析以及控制系统的开发带来的问题,提出一种新型的两自由度转动解耦并联机构.运用约束螺旋法对机构的自由度和运动特性进行分析,通过修正的 Kutzbach-Grübler 公式计算出机构自由度数目;利用各构件间几何关系,求解机构位置正反解解析表达式;根据机构输入与输出参数间关系式,推导得到机构雅可比矩阵,进而依据雅可比矩阵表达式,验证了机构的解耦特性,并进而讨论了驱动输入的选择对机构奇异的影响.提出的解耦并联机构丰富了机构构型库,对进一步应用具有理论指导意义.

关键词: 并联机构; 转动解耦; 约束螺旋; 奇异; 雅可比矩阵

中图分类号: TH112 **文献标志码**: A **文章编号**: 0367-6234(2014)09-0080-06

A novel 2-DOF fully decoupled rotational parallel mechanism and its characteristics

HOU Yulei, ZHANG Zhanye, HU Xinzhe, ZENG Daxing

(School of Mechanical Engineering, Yanshan University, 066004 Qinhuangdao, Hebei, China)

Abstract: To avoid the difficulties in the kinematics and dynamic analysis, development of control system, and so on brought by the existence of coupling in the parallel mechanism, a novel two degrees of freedom (DOF) rotational decoupled parallel mechanism (DPM) is proposed. The mobility and motion feature of this 2-DOF rotational DPM is analyzed with the constraint screw method, and the number of mobility is calculated by using the Modified Kutzbach-Grübler criterion. The inverse and forward displacement problems of the proposed DPM are solved according to the geometrical relationship. The expression of the Jacobian matrix is deduced with the relational expression between the input and output parameters of the mechanism. And according to the expression of the Jacobian matrix, the decoupled feature of the proposed parallel mechanism is validated. Aiming at different selection of the drive, the singular configuration of the mechanism is analyzed according to the Jacobian matrix. The contents of this paper enrich the configurations of the decoupled parallel mechanisms and should be useful for the further application of the parallel mechanisms.

Keywords: parallel mechanism; rotational decoupled; constraint screw; singularity; Jacobian matrix

并联机构由固定与运动平台及连接两平台的两个或者两个以上开环运动链组成,与串联机构相比,具有比刚度大、无误差累积、承载能力强等优点,在诸多领域得到独特的应用.然而,一般而言,并联机构工作空间较小,奇异具有多样性,且控制系统复杂,在一定程度上限制了其应用.而若并联机构实现解耦,即输入、输出变量呈一一对应关系,则其理论分析和实体研制将更简便,故解耦并联机构已成为当前机构学领域的研究热点之一.Kong 等[1]利用几何描述法对 3 类 2~4 自由度解耦并联机构进行了型综合.李为民等[2]提出了仅由转动副组成的 R-CUBE 三自由度移动解耦并联机构.Altuzarra 等[3]以具体实例阐述了如何通过分支选择及组装方式实现少自由度多级操作器部分解耦的问题.Glazunov[4]基于封闭螺旋组的

收稿日期: 2013-08-12.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51005195,51205339);
中国博士后科学基金资助项目(2013M541199).
作者简介: 侯雨雷(1980—),男,博士,副教授.
通信作者: 曾达幸, roboms@ysu.edu.cn.

思想研究了解耦并联机构的设计方法. Legnani 等[5]对 Stewart 结构予以改进，研制出在特定位形下解耦和各向同性的六自由度并联机构. 相比六自由度机构而言，少自由度并联机构具有结构简单，设计制造成本低廉等优点[6-7]. 黄田等[8]分析了少自由度并联机构的广义雅可比. Amine 等[9]提出一个分析少自由度机器人奇异性的通用方法. 作为并联机构的重要分支，转动并联机构引起了许多学者的关注[10-11]. Carricato 等[12]提出一个包含两个曲柄滑块机构的两转动完全解耦并联机构. 刘辛军等[13]提出一类具有高转动能力的空间三自由度并联机器人. Gogu[14]利用线性变换理论综合出完全各向同性的两自由度并联手腕. Hervé[15]利用位移子群的代数特性综合得到多种解耦的非过约束定位机构. 转动并联机构已在许多领域得以广泛应用，但迄今已有具有解耦特性的转动并联机构比较复杂，而两自由度转动解耦并联机构还很缺乏[16].

本文提出了一种新型的 RU-RPR（R 为转动副，U 为虎克铰，P 为移动副）两转动解耦并联机构，并对其运动特性进行分析. 描述了所提出并联机构的结构组成，利用约束螺旋法分析了机构可能的运动，并由修正的 Kutzbach-Grübler 公式计算出机构自由度，然后讨论了机构的位置正反解、解耦特性及不同驱动输入下机构的奇异性.

1　RU-RPR 转动并联机构结构组成

转动并联机构由定平台、动平台以及连接两平台的两条支链组成（见图 1），从定平台开始计，第一条分支 *AB* 依次由转动副（R）和虎克铰（U）组成，第二条分支 *CD* 依次由转动副（R）、移动副（P）和转动副（R）组成. 其中，移动副的导路方向垂直于第二条分支中两个转动副的轴线，两分支中与固定平台相连的两转动副轴线相互平行且与虎克铰的一条轴线平行，虎克铰的另一条轴线与第二分支中与动平台相连的转动副轴线重合[17-18].

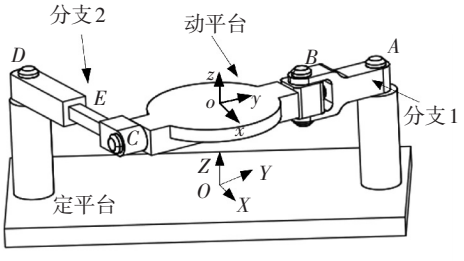


图 1　RU-RPR 2 自由度转动并联机构

初始状态下，RU-RPR 并联机构的动平台与定平台平行. 以定平台的几何中心为原点建立固定坐标系 $O-XYZ$，其 Y 轴平行于第二分支中和动平台相连的转动副的轴线，Z 轴沿铅垂方向且平行于与定平台相连的转动副轴线. 在动平台几何中心建立动坐标系 $o\text{-}xyz$，其 y 轴和第二分支中与动平台相连的转动副轴线共线，z 轴垂直于动平台平面.

2　RU-RPR 转动并联机构自由度分析

图 2 所示为 RU-RPR 并联机构螺旋系，第一分支坐标系 $o_1\text{-}x_1y_1z_1$ 的原点建立在虎克铰的中心位置，y_1 轴和 z_1 轴分别沿虎克铰的两个转动轴线；第二分支坐标系 $o_2\text{-}x_2y_2z_2$ 的原点建立在移动副运动方向和与动平台相连的转动副轴线的交点处，y_2 轴沿与动平台相连的转动副轴线方向，z_2 轴垂直于动平台平面.

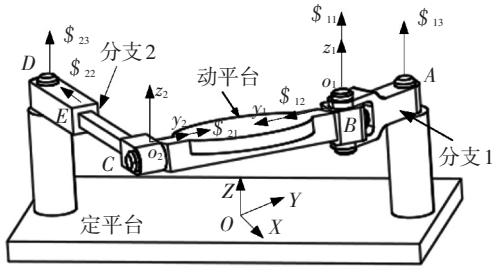


图 2　RU-RPR 并联机构螺旋系

则分支 1 的运动螺旋系为

$$\begin{cases} \$_{11}=(0\quad 0\quad 1;0\quad 0\quad 0),\\ \$_{12}=(0\quad 1\quad 0;0\quad 0\quad 0),\\ \$_{13}=(0\quad 0\quad 1;a\quad b\quad 0). \end{cases} \tag{1}$$

式中 a、b 均为非零实数.

对式(1)求反螺旋，可得分支 1 的约束螺旋为

$$\begin{cases} \$^{\mathrm{r}}_{11}=(-b\quad a\quad 0;0\quad 0\quad 0),\\ \$^{\mathrm{r}}_{12}=(0\quad 0\quad 1;0\quad 0\quad 0),\\ \$^{\mathrm{r}}_{13}=(0\quad 0\quad 0;1\quad 0\quad 0). \end{cases} \tag{2}$$

式(2)的约束螺旋系表示两个约束力和 1 个约束力偶，即分支 1 限制了动平台在 xy 平面内沿 AB 的移动、沿 z_1 轴的移动以及绕 x_1 轴的转动.

类似的，可得分支 2 的运动螺旋为

$$\begin{cases} \$_{21}=(0\quad 1\quad 0;0\quad 0\quad 0),\\ \$_{22}=(0\quad 0\quad 0;1\quad 0\quad 0),\\ \$_{23}=(0\quad 0\quad 1;0\quad c\quad 0). \end{cases} \tag{3}$$

式中 c 为非零实数.

对式(3)求反螺旋，可得分支 2 的约束螺旋为

$$\begin{cases} \$^{\mathrm{r}}_{21}=(0\quad 0\quad 1;0\quad 0\quad 0),\\ \$^{\mathrm{r}}_{22}=(0\quad 0\quad 0;1\quad 0\quad 0),\\ \$^{\mathrm{r}}_{23}=(0\quad 1\quad 0;0\quad 0\quad -c). \end{cases} \tag{4}$$

式(4)的约束螺旋系表示两个约束力和 1 个约束力偶,即分支 2 限制了动平台沿 z_2 轴的移动、过转轴 D 沿 y_2 方向的移动以及绕 x_2 轴的转动.

综合上述分析可见,转动并联机构分支 1 和分支 2 的 6 个约束螺旋限制了动平台的全部移动和绕 X 轴的转动.因此,RU-RPR 并联机构只具有绕 Y 轴和 Z 轴转动的两个自由度.

并联机构的自由度也可通过修正的 Kutzbach-Grübler 公式[19]求得,需要说明的是该机构有两个公共约束,分别是沿 Z 轴的约束力和绕 X 轴的约束力偶,机构没有冗余约束和局部自由度,因此其自由度为

$$M = d(n - g - 1) + \sum_{i=1}^{g} f_i + \nu - \zeta =$$
$$4(5 - 5 - 1) + 6 + 0 - 0 = 2.$$

式中:M 为机构的自由度;d 为机构的阶数,且 $d = 6 - \lambda$;λ 为公共约束;n 为包括机架在内的构件数目;g 为运动副的数目;f_i 为第 i 个运动副的自由度数目;ν 为多环并联机构在除去公共约束因素后冗余约束的数目;ζ 为机构中存在的局部自由度.

3 RU-RPR 并联机构位置分析

如图 3 所示,选择第 1 分支的转动副和第 2 分支与动平台相连的转动副作为驱动输入副.定义各符号如下:θ 为第 1 分支的转动副绕 Z 轴旋转角度,γ 为第 2 分支与动平台相连的转动副绕 Y 轴旋转角度;α 和 β 分别为动平台绕动坐标系 z 轴和 y 轴的旋转角度;L 为与定平台相连的两个转动副轴线间的垂直距离,l_1 和 l_2 分别表示杆 AB 和 BC 的长度.

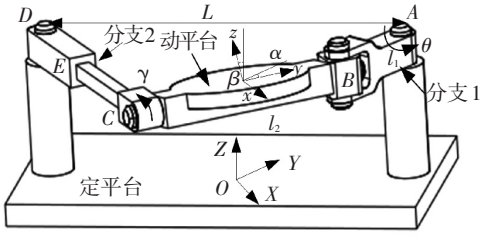


图 3 RU-RPR 并联机构运动参数示意图

3.1 位置反解

RU-RPR 并联机构的位置反解即指通过给定的机构动平台姿态转角 (α,β) 来求解机构的输入量(θ,γ).

根据前述 RU-RPR 并联机构结构组成特点,显然可得

$$\gamma = \beta. \tag{5}$$

如图 4 所示,在 XY 平面内,$ABCD$ 构成一个平面四杆机构,假设 AB 与 BC 共线时为机构的初始状态,且令 δ 为 AD 和 AB 的夹角.当第 1 分支 AB 绕 Z 轴转过 θ 角后,RU - RPR 并联机构动平台将相应的转过 α 角,则此时平面四杆机构变化至 $AB'C'D$ 位置.

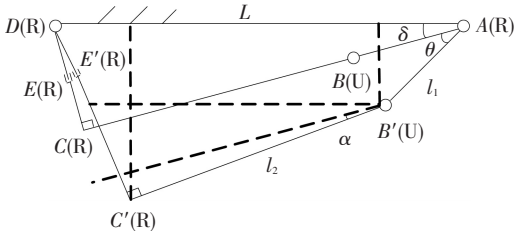


图 4 XY 平面内四杆机构简图

由图 4 中所示几何关系,有

$$\cos\delta = (l_1 + l_2)/L.$$

对于四杆机构 $AB'C'D$,可建立如下方程式:

$$[l_1\sin(\theta + \delta) + l_2\sin(\alpha + \delta)]\tan(\alpha + \delta) + l_1\cos(\theta + \delta) + l_2\cos(\alpha + \delta) = L,$$

即

$$l_1\cos(\theta' - \alpha') + l_2 = L\cos\alpha'. \tag{6}$$

其中:$\theta' = \delta + \theta, \alpha' = \delta + \alpha$.

进而可求得输入参数 θ 为

$$\begin{cases}\theta_1 = \alpha + \arccos((L\cos\alpha' - l_2)/l_1),\\ \theta_2 = \alpha - \arccos((L\cos\alpha' - l_2)/l_1).\end{cases}$$

3.2 位置正解

RU-RPR 转动并联机构的位置正解指的是通过已知的机构两个输入参数 (θ,γ) 来求解动平台的姿态参数(α,β).由式(5),可得

$$\beta = \gamma.$$

又根据式(6),有

$$-l_1\sin\theta'\sin\alpha' + (L - l_1\cos\theta')\cos\alpha' = l_2,$$

进一步整理可求得

$$\begin{cases}\alpha_1 = \arcsin\dfrac{l_2}{\sqrt{\Delta^2 + \Gamma^2}} - \arctan\dfrac{\Gamma}{\Delta} - \delta,\\ \alpha_2 = \pi - \arcsin\dfrac{l_2}{\sqrt{\Delta^2 + \Gamma^2}} - \arctan\dfrac{\Gamma}{\Delta} - \delta.\end{cases}$$

式中:$\Delta = -l_1\sin\theta'$, $\Gamma = L - l_1\cos\theta'$.

4 RU-RPR 并联机构速度分析

对并联机构而言,其动平台速度和驱动关节速度之间的映射关系可借助雅可比矩阵表达,即

$$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{J}\dot{\boldsymbol{q}}.$$

式中:$\boldsymbol{V}$ 为机构动平台的速度矢量;$\dot{\boldsymbol{q}}$ 为驱动关节的输入速度矢量;$\boldsymbol{J}$ 为雅可比矩阵,表征了机构的输入速度和动平台输出速度间的映射关系.

根据雅可比矩阵的表达形式,并联机构可以

分为以下 4 种类型[20]：1）完全各向同性并联机构，$\boldsymbol{J}$ 是对角阵且对角线上的元素都相同；2）完全解耦并联机构，$\boldsymbol{J}$ 为对角阵，但对角线上的元素并不全部相同；3）部分解耦并联机构，$\boldsymbol{J}$ 是三角阵；4）耦合并联机构，$\boldsymbol{J}$ 既不是对角阵，又不是三角阵.

将式(5)和式(6)分别对时间求导，可得

$$\begin{cases}\dot{\beta}=\gamma,\\ -l_1\sin(\theta-\alpha)(\dot{\theta}-\dot{\alpha})=-L\sin(\delta+\alpha)\cdot\dot{\alpha}.\end{cases}\tag{7}$$

将式(7)改写为矩阵形式，即

$$\boldsymbol{\Phi}\begin{bmatrix}\dot{\alpha}\\ \dot{\beta}\end{bmatrix}=\boldsymbol{\Lambda}\begin{bmatrix}\dot{\theta}\\ \gamma\end{bmatrix}.\tag{8}$$

其中：

$$\boldsymbol{\Phi}=\begin{bmatrix}L\sin(\delta+\alpha)+l_1\sin(\theta-\alpha) & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\Lambda}=\begin{bmatrix}l_1\sin(\theta-\alpha) & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}.$$

如果矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 非奇异，则由式(8)可得 RU－RPR 并联机构的雅可比矩阵为

$$\boldsymbol{J}=\boldsymbol{\Phi}^{-1}\boldsymbol{\Lambda}=\begin{bmatrix}\dfrac{l_1\sin(\theta-\alpha)}{L\sin(\delta+\alpha)+l_1\sin(\theta-\alpha)} & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}.\tag{9}$$

由式(9)可见，RU－RPR 并联机构的雅可比矩阵为对角阵，这意味着该并联机构运动解耦，且实现了完全解耦.

5　RU－RPR 并联机构奇异性分析

机构在运动过程中，如果处于奇异位置，会导致机构处于死点或失去稳定或使机构的自由度瞬时发生突变，使得机构传递运动和动力的能力失常，因此奇异位形的分析是并联机构研究的重要环节之一.

对同一个并联机构而言，选取的驱动副不同，会导致不同的奇异表现，换言之，如果并联机构的驱动改变，则其奇异的类型或是状态也会随之发生改变.

如前述分析，RU－RPR 并联机构具有绕 Y 轴和 Z 轴转动的两个自由度，在本节，以第 2 分支中与动平台相连的转动副作为实现动平台绕 Y 轴转动的驱动副，并保持不变；而选择不同的运动副驱动动平台实现绕 Z 轴转动，本节将分析这两种情况下机构的奇异性.

考虑到 RU－RPR 并联机构的实际结构需要，有不等式 $L>l_1+l_2$ 成立.

5.1　A 处转动副作为驱动时机构的奇异

首先选取第 1 分支中 A 处的转动副作为驱动.令 $|J|=0$，由式(9)可知，RU－RPR 并联机构发生奇异时有如下方程成立：

$$l_1\sin(\theta-\alpha)=0.$$

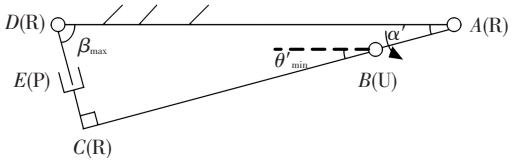
考虑到实际情况下，机构杆长 l_1 不可能为零，故有

$$\theta-\alpha=0,$$

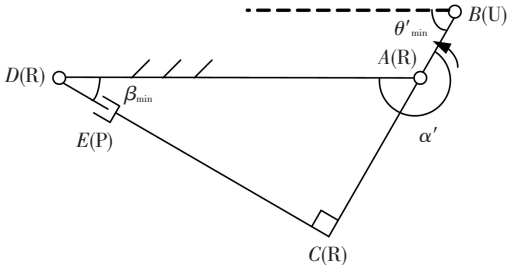
或

$$\theta-\alpha=\pi.$$

上述两式对应于 RU－RPR 并联机构的两种边界奇异情况如图 5 所示，此时运动链 ABC 完全拉直共线(图 a)或折叠共线(图 b)，而杆 DC 分别到达最短或最长极限位置.



(a) 运动链拉直共线状况下边界奇异



(b) 运动链折叠共线状况下边界奇异

图 5　RU－RPR 并联机构以 A 作驱动副时边界奇异

5.2　D 处转动副作为驱动时机构的奇异

若以第 2 分支中 D 处的转动副作为驱动，则由于机构构型并不因驱动副选择而发生变化，故前述机构位置分析中所得几何关系式依然成立，只是表达式中不应再以 A 处转动副转角为输入变量，而应代以 D 处转动副的转角.不妨定义 φ 为第 2 分支与定平台相连转动副(D 处转动副)绕 Z 轴旋转角度，相应的 XY 平面内机构简图如图 6 所示.

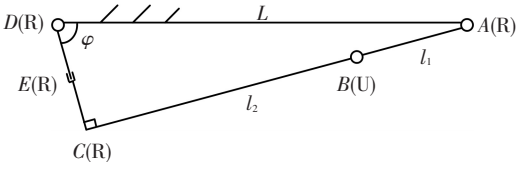
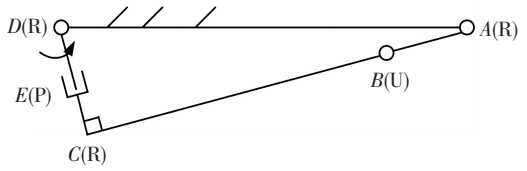


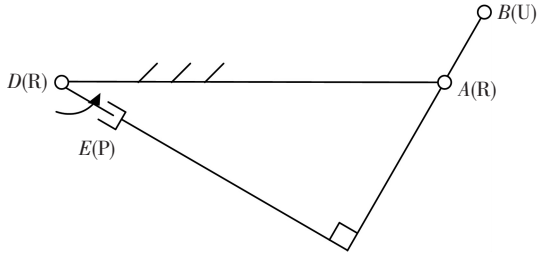
图 6　D 为驱动副时 XY 平面内四杆机构简图

由机构简图显见，对应此情况下，当存在 $\varphi=\arcsin((l_1+l_2)/L)$ 或 $\varphi=\arcsin((l_2-l_1)/L)$ 时，RU－RPR 并联机构发生奇异，相应的机构奇异位

形如图 7 所示.



(a) 运动链拉直共线状况下死点奇异



(b) 运动链折叠共线状况下死点奇异

图 7 RU-RPR 并联机构 *D* 作驱动副时的死点奇异

5.3 两种奇异下机构运动特性对比分析

对比图 5 和图 7 可知,尽管机构奇异位形外在表现形式一样,但由于驱动副选取的不同,使得两种情况下奇异的物理意义和运动特性截然不同.

在图 7 中所示机构状态,因为 *D* 处的转动副为驱动输入,则此时 RU-RPR 并联机构处于死点,意味着无论施加多大的驱动力,也不能使机构产生运动.而对应图 5 所示机构状态,因 *A* 处转动副为驱动输入,故并不存在死点,而是瞬时运动不确定,即机构动平台此时既可能绕 *Z* 轴顺时针转动,也可能逆时针转动.

可见,因机构驱动副选取的不同,导致尽管奇异时机构所处的位形一样,但其运动特性是不同的.此外,还值得考虑的一个问题是,处于上述奇异位形时,是否会导致 RU-RPR 并联机构自由度性质或数目发生改变.

针对上述两种奇异位形中的 ABC 拉直共线情况,建立 RU-RPR 并联机构及其各分支坐标系如图 2 所示.

此时,相对于坐标系 $o_1-x_1y_1z_1$ 下的分支 1 的运动螺旋系为

$$\begin{cases} \$_{11}=(0\quad 0\quad 1;0\quad 0\quad 0),\\ \$_{12}=(0\quad 1\quad 0;0\quad 0\quad 0),\\ \$_{13}=(0\quad 0\quad 1;e\quad 0\quad 0). \end{cases} \tag{10}$$

式中 e 为非零实数.

对式(10)求反螺旋,可得分支 1 的约束螺旋为

$$\begin{cases} \$_{11}^{r}=(0\quad 1\quad 0;0\quad 0\quad 0),\\ \$_{12}^{r}=(0\quad 0\quad 1;0\quad 0\quad 0),\\ \$_{13}^{r}=(0\quad 0\quad 0;1\quad 0\quad 0). \end{cases} \tag{11}$$

式(11)的约束螺旋系表示两个约束力和一个约束力偶,其限制了机构动平台沿 y_1 轴、z_1 轴的移动以及绕 x_1 轴的转动.

分支 2 的运动螺旋为

$$\begin{cases} \$_{21}=(0\quad 1\quad 0;0\quad 0\quad 0),\\ \$_{22}=(0\quad 0\quad 1;1\quad 0\quad 0),\\ \$_{23}=(0\quad 0\quad 1;0\quad h\quad 0). \end{cases} \tag{12}$$

对式(12)求反螺旋,可得分支 2 的约束螺旋为

$$\begin{cases} \$_{21}^{r}=(0\quad 0\quad 1;0\quad 0\quad 0),\\ \$_{22}^{r}=(0\quad 0\quad 0;1\quad 0\quad 0),\\ \$_{23}^{r}=(0\quad 1\quad 0;0\quad 0\quad -h). \end{cases} \tag{13}$$

式中 h 为非零实数.

式(13)的约束螺旋系表示两个约束力和一个约束力偶,其限制了机构动平台沿 z_2 方向的移动和过 *D* 处沿 y_2 方向的移动以及绕 x_2 轴的转动.

综合以上分析可知,机构两分支 6 个约束螺旋的共同作用限制了 RU-RPR 并联机构动平台沿 *Y* 轴和 *Z* 轴的移动以及绕 *X* 轴和 *Z* 轴的转动,此时 RU-RPR 并联机构只能绕 *Y* 轴转动和沿 *X* 轴移动,即具有一转动一移动两个自由度.

换言之,在这种奇异位形下,尽管 RU-RPR 并联机构的自由度数仍为 2,但是自由度的性质发生了改变,由两转动变成了一转动一移动,而且,这种情况仅取决于机构的位形,而与驱动副的选择无关.

对于运动链 *ABC* 折叠共线情况,机构奇异位形的分析过程与上述类似,所得出的结论也是一致的,不再赘述.

6 结 论

1)本文提出了一种新型的 RU-RPR 两转动完全解耦并联机构,丰富了并联机构构型库.利用约束螺旋理论分析了所提出并联机构的可能运动,并借助修正的 Kutzbach-Grübler 公式验证了该机构的自由度;求解获得机构的位置正反解解析表达式,并基于所求得的雅可比矩阵证实了机构的解耦特性.

2)通过分析不同驱动对 RU-RPR 转动解耦机构奇异位形的影响,发现选择不同驱动导致奇异位形下机构的运动特性不同,并且奇异时机构的自由度性质发生了变化,由两转动自由度瞬时转变为一转动一移动.

3)本文所提出的 RU-RPR 并联机构结构简单且运动解耦,不需复杂的运动学计算,易于控制实现,可预见在两自由度空间定向领域将会有很

好的应用前景.研究内容对转动解耦并联机构的更进一步研究具有一定的理论指导意义.

参考文献

[1] KONG Xianwen, GOSSELIN C M. Type synthesis of input-output decoupled parallel manipulators [J]. Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering, 2004, 28(2A): 185-196.

[2] LI Weimin, GAO Feng, ZHANG Jianjun. R-CUBE, a decoupled parallel manipulator only with revolute joints [J]. Mechanism and Machine theory, 2005, 40(4): 467-473.

[3] ALTUZARRA O, LOIZAGA M, PINTO C, et al. Synthesis of partially decoupled multi-level manipulators with lower mobility [J]. Mechanism and Machine Theory, 2010, 45(1): 106-118.

[4] GLAZUNOV V. Design of decoupled parallel manipulators by means of the theory of screws [J]. Mechanism and Machine Theory, 2010, 45(2): 239-250.

[5] LEGNANI G, FASSI I, GIBERTI H, et al. A new isotropic and decoupled 6-DoF parallel manipulator[J]. Mechanism and Machine Theory,2012(58): 64-81.

[6] HUANG Zhen. Kinematics and type synthesis of lower-mobility parallel robot manipulators [C]//Proceedings of the 11th IFToMM. Beijing: China Machine Press, 2004: 65-76.

[7] LI Qinchuan, HUANG Zhen. A family of symmetrical lower-mobility parallel mechanisms with spherical and parallel subchains [J]. Journal of Robotic Systems, 2003, 20(6): 297-305.

[8] HUANG T, LIU H T, CHETWYND D G. Generalized Jacobian analysis of lower mobility manipulators [J]. Mechanism and Machine Theory, 2011, 46(6): 831-844.

[9] AMINE S, CARO S, WENGER P, et al. Singularity analysis of the H4 robot using Grassmann-Cayley algebra[J]. Robotica, 2012, 30(7): 1109-1118.

[10]高峰. 机构学研究现状与发展趋势的思考[J]. 机械工程学报,2005,41(8):3-17.

[11]曾达幸, 黄真. 基于螺旋理论的转动解耦并联机构型综合[J]. 中国科学：技术科学, 2011, 41(5): 585-591.

[12] CARRICATO M, PARENTI-CASTELLI V. A novel fully decoupled two-degrees-of-freedom parallel wrist [J]. International Journal of Robotics Research, 2004, 23(6): 661-667.

[13] LIU X J, WANG J S, PRITSCHOW G. A new family of spatial 3-DoF fully-parallel manipulator with high rotational capability [J]. Mechanism and Machine Theory, 2005, 40(4): 475-494.

[14] GOGU G. Fully-isotropic over-constrained parallel wrists with two degrees of freedom [C]//Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. Barcelona, Spain: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc, 2005: 4014-4019.

[15] HERVÉ J M. Uncoupled actuation of pan-tilt wrists[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2006, 22(1): 56-64.

[16] ZENG Daxing, HOU Yulei, LU Wenjuan, et al. Comparative analysis of characteristics of the coupled and decoupled parallel Mechanisms [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2010, 23(4): 468-476.

[17] HOU Yulei, ZENG Daxing, ZHANG Zhanye, et al. A novel two degrees of freedom rotational decoupled parallel mechanism [J]. Applied Mechanics and Materials, 2012, 215-216: 293-296.

[18]侯雨雷, 曾达幸, 卢文娟,等. 一种转动解耦的两自由度并联机构:中国, 201110051877.X[P]. 2012-11-21 [2013-08-01]. http://d.g.wanfangdata.com.cn/Patent_CN201110051877.X.aspX.

[19]黄真,赵永生,赵铁石. 高等空间机构学[M]. 北京：中国高等教育出版社,2006: 117-121.

[20] GOGU G. Structural synthesis of fully-isotropic translational parallel robots via theory of linear transformations [J]. European Journal of Mechanics A/Solids, 2004, 23: 1021-1039.

（编辑　杨　波）