一种五自由度混联机器人运动学分析

高云峰, 吕明睿, 周 伦, 李瑞峰

(哈尔滨工业大学 机器人研究所, 150001 哈尔滨)

摘 要: 为了使工业机器人的位姿改变更加快速、灵巧,对一种五自由度混联机器人进行了结构分析.建立 D-H 坐标系求得末端执行器的位姿矩阵,提出一种基于 PAUL 逆变换法的串联机器人逆运动学封闭解的求解分析方法,求得该机器人的运动学逆解.计算机仿真结果验证了该算法的快速性和有效性.运用包络理论确定局部关节联动所形成的工作空间包络面,论证了该机器人作业姿态的灵巧性.利用几何叠加方法规划出机器人灵巧工作空间,为结构设计和运动控制提供了依据.

关键词: 混联机器人;运动学;运动学逆解;工作空间;灵巧性

中图分类号: TP242.2 **文献标志码**: A **文章编号**: 0367-6234(2014)07-0001-07

Analysis of kinematics of a five-axis hybrid manipulator

GAO Yunfeng, LÜ Mingrui, ZHOU Lun, LI Ruifeng

(1. State Key Laboratory of Robotics and System, Harbin Institute of Technology, 150000 Harbin, China)

Abstract: The structure of a novel 5-DOF industrial manipulator was analyzed. The homogeneous transformation matrix of the manipulator was obtained by establishing a series of D-H frames. Based on Paul's inverse transformation, an analytical method that could direct the solution of inverse kinematics problems of series manipulators was proposed, and the closed-form solution of inverse kinematics was derived. Computational simulation results indicated that the algorithm was efficient and real-time. The enveloping surface of the local joints' workspace was specified using envelop theory. Working dexterity of the manipulator was discussed. The dexterous workspace of the manipulator on which the structure design and motion control were based was established via geometrically overlaying the enveloping surfaces of local joints' workspace.

Keywords: hybrid manipulator; kinematics; inverse solution; workspace; dexterity

随着工业化的发展,工业机器人在先进制造技术中扮演着重要的角色.其中,混联工业机器人以其刚度和运动灵活性上的卓越性能被广泛运用到复杂曲面加工领域.就结构而言,德国 DMG 公司的著名五轴联动机床 DMC165 加工中心[1]采用了 3 个方向的平动轴构成的龙门加双摆头[2]的串联结构;伞红军等[3]开发了一种五轴串并联机器人;李菊等[4]研制了五轴混联机器人.本文所研究的五自由度机器人为一种 3P-2R 的新型结构机器人.由于该机器人一次作业只对上半曲面进行加工,而不需考虑底面加工,故五自由度可以满足作业位姿灵活度要求.与传统的 5R 串联结构相比,该机器人的刚度得到了很大提高[5-8].

本文研究的五自由度混联机器人机构满足 Pieper 准则[9],通过分析各关节对于末端执行器的位姿影响,根据 Paul 逆变换方法[10]中齐次矩阵元素的物理意义选取有效等式得到逆运动学封闭解.利用基于映射关系的曲面包络法描述局部关节的工作空间.由于 J_4、J_5 关节结构的特殊性,通过归纳的方法分析了该结构的作业姿态灵巧性.根据保证一点作业姿态灵巧性的充要条件,利用包络曲面叠加法[11]规划出完整的机器人灵巧工作空间模型.

收稿日期: 2013-03-31.
基金项目: 国家科技支撑计划资助项目(2014BAF04B00).
作者简介: 高云峰(1966—),男,硕士,副教授.
通信作者: 吕明睿,davidlvmingrui@gmail.com.

1　结构分析

如图1~3所示,本文讨论的机器人共有6个轴.J_1、J_2和J_3轴为丝杠,分别由M_1、M_2和M_3驱动,进行直线进给运动.J_4、J_5轴为转动关节.J_6为末端执行器的转轴.丝杠S_1、S_2上各有一对铰接滑块.跨接两边的连杆以滑块A、B连线的中点为轴带动转台在一定角度内转动,转动的角度取决于A、B的行程差.杆L_3随转台的转动而摆动.转台转动的同时可以沿着两边丝杠对称轴上的长直导轨在基础坐标系O_0的X轴方向移动.M_3驱动丝杠S_3使L_3能在O_1的Z轴方向移动.x_A、x_B、x_C分别表示滑块A、B、C在丝杠上的行程.

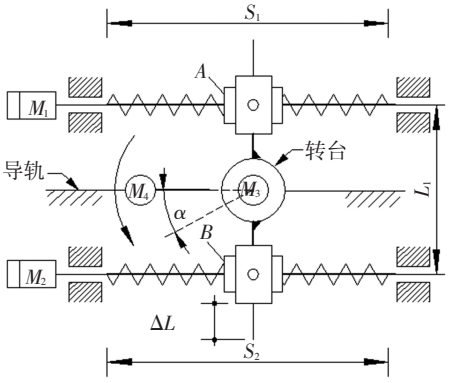


图1　机器人上半部分结构简图(俯视)

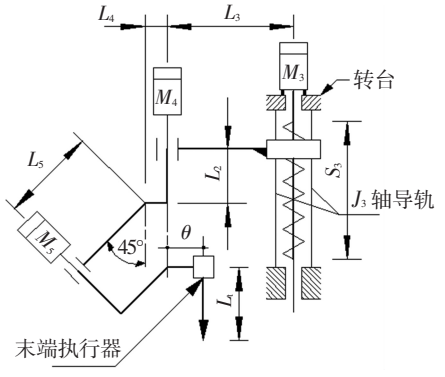


图2　机器人下半部分结构简图(正视)

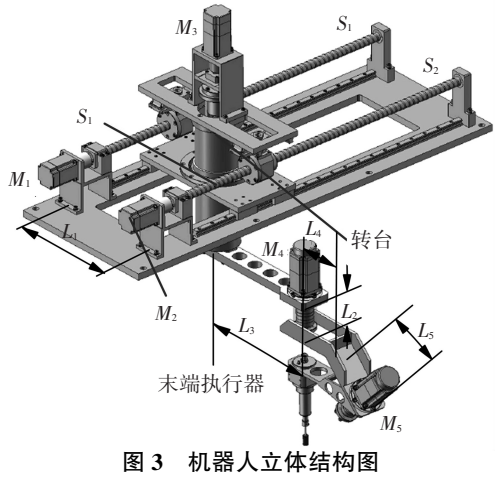


图3　机器人立体结构图

机器人运动学通常通过建立D-H坐标系并列出D-H参数表后得到[8].建立图4所示D-H坐标系.基础坐标系O_0固连在J_1轴上,X_0轴与J_1重合,Z_0轴竖直向下.坐标系O_1位于L_3与J_3交点;坐标系O_3位于J_4与J_5轴的交点,X_3轴垂直于T平面向外;坐标系O_4位于J_5与J_6的交点,X_4轴垂直于T平面向内.转台以下部分初始位于T平面内.

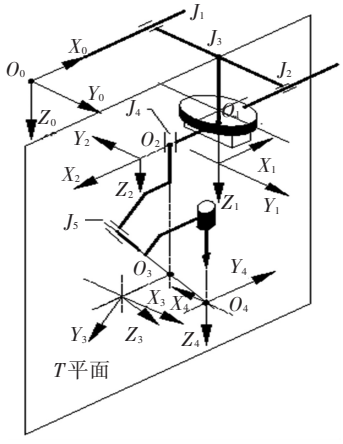


图4　机器人D-H坐标系示意图

对于关节1和2,可以直接通过空间变化关系得到坐标变换矩阵.对关节3~5列D-H参数表,见表1.

表1　关节3~5的D-H参数

关节i	θ_i	α_i	d_i	a_i
3	$\pi+\alpha$	0	0	L_3
4	$-(\pi/2+\phi_4)$	$\pi/4$	$L_2+L_4+\sqrt{2}L_5$	0
5	$\pi-\phi_5$	$\pi/4$	$\sqrt{2}e$	0

2　运动学正解

对于本机器人,各相邻坐标系间的坐标变换矩阵如下(注:$\mathrm{s}\,\phi=\sin\phi$,$\mathrm{c}\,\phi=\cos\phi$):

$$\boldsymbol{A}_1^0=\begin{bmatrix}1&0&0&\mathrm{s}(\phi_1+\phi_2)/(4\pi)\\0&1&0&L_1/2\\0&0&1&\mathrm{s}\phi_3/(2\pi)\\0&0&0&1\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{A}_2^1=\begin{bmatrix}-\mathrm{c}\,\alpha&\mathrm{s}\,\alpha&0&-L_3\mathrm{c}\,\alpha\\-\mathrm{s}\,\alpha&-\mathrm{c}\,\alpha&0&-L_3\mathrm{s}\,\alpha\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{A}_3^2=\begin{bmatrix}-\mathrm{s}\,\phi_4&\sqrt{2}/2\mathrm{c}\,\phi_4&-\sqrt{2}/2\mathrm{c}\,\phi_4&0\\-\mathrm{c}\,\phi_4&-\sqrt{2}/2\mathrm{s}\,\phi_4&\sqrt{2}/2\mathrm{s}\,\phi_4&0\\0&\sqrt{2}/2&\sqrt{2}/2&L_2'\\0&0&0&1\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{A}_4^3=\begin{bmatrix}-\mathrm{c}\,\phi_5 & -\sqrt{2}/2\mathrm{s}\,\phi_5 & \sqrt{2}/2\mathrm{s}\,\phi_5 & 0\\ \mathrm{s}\,\phi_5 & -\sqrt{2}/2\mathrm{c}\,\phi_5 & \sqrt{2}/2\mathrm{c}\,\phi_5 & 0\\ 0 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}e\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix},$$

$$\alpha=\arctan[\mathrm{s}(\phi_1-\phi_2)/(2\pi L_1)],$$

$$L_2'=L_2+L_4+\sqrt{2}L_5.$$

A_{i+1}^i 为从坐标系 O_i 到 O_{i+1} 的坐标变换；$L_1\sim L_5$ 为图 1 和图 2 中各杆的设计长度；$\phi_1\sim\phi_5$ 分别为 J_1、J_2、J_3、J_4、J_5 转动角度；e 为 J_6 轴距 O_3 点水平方向距离，p 为螺距.

末端执行器位姿矩阵为（$\Phi=(4\pi^2L_1^2+(\phi_1-\phi_2)^2p^2)^{1/2}$）：

$$\boldsymbol{T}_4^0=\boldsymbol{A}_1^0\boldsymbol{A}_2^1\boldsymbol{A}_3^2\boldsymbol{A}_4^3=\begin{bmatrix}n_x & o_x & a_x & p_x\\ n_y & o_y & a_y & p_y\\ n_z & o_z & a_z & p_z\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}.$$

式中：

$$P_x=(\phi_1+\phi_2)/4\pi+[e(\phi_1-\phi_2)(p\cdot\mathrm{c}\,\phi_4+L_1\mathrm{s}\,\phi_4)-2\pi L_3L_1]/\Phi,$$

$$P_y=L_1/2-[eL_1(\phi_1-\phi_2)(L_1\mathrm{c}\,\phi_4+p\cdot\mathrm{s}\,\phi_4)+L_3p\cdot(\phi_1-\phi_2)]/\Phi,$$

$$P_z=e+L_2'+\phi_3p/(2\pi);$$

$$n_z=\sqrt{2}/2\mathrm{s}\,\phi_5,\ o_z=1/2(1-\mathrm{c}\,\phi_5),\ a_z=1/2(1+\mathrm{c}\,\phi_5);$$

$$n_x=[(\phi_1-\phi_2)p\cdot(\sqrt{2}\mathrm{c}\,\phi_4\mathrm{c}\,\phi_5-\mathrm{s}\,\phi_4\mathrm{s}\,\phi_5)-2\pi L_1(\sqrt{2}\mathrm{c}\,\phi_5\mathrm{s}\,\phi_4+\mathrm{c}\,\phi_4\mathrm{s}\,\phi_5)]\sqrt{L_1/(2\Phi)},$$

$$o_x=[(\phi_1-\phi_2)p\cdot(\mathrm{s}\,\phi_4+\mathrm{c}\,\phi_5\mathrm{s}\,\phi_4+\sqrt{2}\mathrm{c}\,\phi_4\mathrm{s}\,\phi_5)+2\pi L_1(\mathrm{c}\,\phi_4+\mathrm{c}\,\phi_5\mathrm{c}\,\phi_4+\sqrt{2}\mathrm{s}\,\phi_4\mathrm{s}\,\phi_5)]/(2\Phi),$$

$$a_x=[(\phi_1-\phi_2)p\cdot(\mathrm{s}\,\phi_4-\mathrm{c}\,\phi_5\mathrm{s}\,\phi_4-\sqrt{2}\mathrm{c}\,\phi_4\mathrm{s}\,\phi_5)+2\pi L_1(\mathrm{c}\,\phi_4-\mathrm{c}\,\phi_5\mathrm{c}\,\phi_4+\sqrt{2}\mathrm{s}\,\phi_4\mathrm{s}\,\phi_5)]/(2\Phi);$$

$$n_y=-[(\phi_1-\phi_2)p\cdot(\sqrt{2}\mathrm{c}\,\phi_4\mathrm{s}\,\phi_5-\mathrm{s}\,\phi_4\mathrm{c}\,\phi_5)+2\pi L_1(\sqrt{2}\mathrm{c}\,\phi_5\mathrm{c}\,\phi_4+\mathrm{s}\,\phi_4\mathrm{s}\,\phi_5)]\sqrt{L_1/(2\Phi)},$$

$$o_y=[(\phi_1-\phi_2)p\cdot(\mathrm{c}\,\phi_4+\mathrm{c}\,\phi_5\mathrm{c}\,\phi_4-\sqrt{2}\mathrm{s}\,\phi_4\mathrm{s}\,\phi_5)-2\pi L_1(\mathrm{s}\,\phi_4+\mathrm{c}\,\phi_5\mathrm{s}\,\phi_4+\sqrt{2}\mathrm{c}\,\phi_4\mathrm{s}\,\phi_5)]/(2\Phi),$$

$$a_y=[(\phi_1-\phi_2)p\cdot(\mathrm{c}\,\phi_4-\mathrm{c}\,\phi_5\mathrm{c}\,\phi_4+\sqrt{2}\mathrm{s}\,\phi_4\mathrm{s}\,\phi_5)-2\pi L_1(\mathrm{s}\,\phi_4-\mathrm{c}\,\phi_5\mathrm{s}\,\phi_4-\sqrt{2}\mathrm{c}\,\phi_4\mathrm{s}\,\phi_5)]/(2\Phi).$$

3　运动学逆解

本文所讨论机器人结构满足 Pieper 准则，可直接以代数法求逆运动学封闭解解析式. 矩阵逆变换等式左右两边都是有特定几何意义的，故本文针对每一步矩阵逆变换找出影响其矩阵特定项的关节变量，列出所需的全部有效方程[12].

由前述结构分析可知，O_4 的姿态只由 ϕ_5 决定，O_1 在 Z_2 轴方向的距离只由 x_C 决定. 根据 $\boldsymbol{T}_4^0=\boldsymbol{T}_1^1\boldsymbol{T}_2^2\boldsymbol{T}_3^3\boldsymbol{T}_4^4$，选择表示姿态的矩阵项 $\boldsymbol{T}_{\mathrm{L}}(3,1)=\boldsymbol{T}_{\mathrm{R}}(3,1)$，$\boldsymbol{T}_{\mathrm{L}}(3,2)=\boldsymbol{T}_{\mathrm{R}}(3,2)$ 和表示位置的矩阵项 $\boldsymbol{T}_{\mathrm{L}}(4,3)=\boldsymbol{T}_{\mathrm{R}}(4,3)$（$\boldsymbol{T}_{\mathrm{L}}$、$\boldsymbol{T}_{\mathrm{R}}$ 分别表示等式左边和右边的变换阵），可得

$$a_z=(1+\cos\phi_5)/2,\tag{1}$$

$$n_z=\sqrt{2}/2\sin\phi_5,\tag{2}$$

$$P_z-x_C=L_2'+e.\tag{3}$$

O_4 在 O_1 中的位置由 $\alpha(x_A,x_B)$、ϕ_4 决定. 根据 $\boldsymbol{T}_4^0(\boldsymbol{T}_4^3)^{-1}=\boldsymbol{T}_1^0\boldsymbol{T}_2^1\boldsymbol{T}_3^2$ 选择表示位置的矩阵项 $\boldsymbol{T}_{\mathrm{L}}(1,4)=\boldsymbol{T}_{\mathrm{R}}(1,4)$ 和 $\boldsymbol{T}_{\mathrm{L}}(2,4)=\boldsymbol{T}_{\mathrm{R}}(2,4)$，可得

$$P_x-(x_A+x_B)/2=e\cos(\alpha-\phi_4)-L_3\cos\alpha,\tag{4}$$

$$P_y-L_1/2=e\sin(\alpha-\varphi_4)-L_3\sin\alpha.\tag{5}$$

联立(4)、(5)，可得

$$[P_x+L_3\cos\alpha-(x_A+x_B)/2]^2+(P_y+L_3\sin\alpha-L_1/2)^2=e^2.\tag{6}$$

X_3 在 O_0 中的指向由 $\alpha(\phi_1,\phi_2)$、ϕ_4 决定. 根据 $\boldsymbol{T}_4^0(\boldsymbol{T}_4^3)^{-1}=\boldsymbol{T}_1^0\boldsymbol{T}_2^1\boldsymbol{T}_3^2$，选择表示 X_3 指向的矩阵项 $\boldsymbol{T}_{\mathrm{L}}(1,1)=\boldsymbol{T}_{\mathrm{R}}(1,1)$ 和 $\boldsymbol{T}_{\mathrm{L}}(2,1)=\boldsymbol{T}_{\mathrm{R}}(2,1)$，可得

$$n_x\cos\phi_5+\sqrt{2}/2o_x\sin\phi_5-\sqrt{2}/2a_x\sin\phi_5=\sin(\alpha-\phi_4),\tag{7}$$

$$-n_y\cos\phi_5-\sqrt{2}/2o_y\sin\phi_5+\sqrt{2}/2a_y\sin\phi_5=\cos(\alpha-\phi_4).\tag{8}$$

将(1)、(2)代入(7)、(8)，可得

$$\sin(\alpha-\phi_4)=n_x(2a_z-1)+n_z(o_x-a_x)=M,$$

$$\cos(\alpha-\phi_4)=-n_y(2a_z-1)-n_z(o_y-a_y)=N.$$

O_3 在 O_0 中的位置由 $\alpha(\phi_1,\phi_2)$、ϕ_4 确定. 选择 $\boldsymbol{T}_{\mathrm{L}}(1,4)=\boldsymbol{T}_{\mathrm{R}}(1,4)$，可得

$$P_x-e(o_x+a_x)=0.5(x_A+x_B)-L_3\cos\alpha.\tag{9}$$

将(9)代入(6)，得到

$$(P_y+L_3\sin\alpha-0.5L_1)^2=e^2[1-(o_x+a_x)^2].\tag{10}$$

式(10)左边括号内值的正负与 M 同，得

$$\alpha=\begin{cases}(-e\sqrt{1-(a_x+o_x)^2}+L_1/2-p_y)/L_3, & (M\geqslant 0);\\ (e\sqrt{1-(a_x+o_x)^2}+L_1/2-p_y)/L_3, & (M<0).\end{cases}$$

又有

$$\tan\alpha=(x_A-x_B)/L_1,\tag{11}$$

联立式(4)、(11)，可得

$$x_A=P_x+L_3\cos\alpha-e(o_x+a_x)+\tan\alpha L_1/2,$$

$$x_B = P_x + L_3\cos\alpha - e(o_x + a_x) - \tan\alpha L_1/2.$$

由式(3)可得

$$x_C = P_z - (e + L_2').$$

由 M、N 可得

$$\phi_4 = \alpha - a\tan2(M,N).$$

由式(2)可得

$$\phi_5 = a\tan2(\sqrt{2}n_z, 2a_z - 1).$$

由此得到全部关节的转角 $\phi_1 \sim \phi_5$.

根据逆运动学封闭解解析式,代入机器人结构参数(表2),规定机器人按照以下两种方式连续运动:

1)从[-470,200,600](初始位置点)沿直线运动到点[0,0,800],同时不断调整姿态至 Z_4 轴与水平面夹角为45°.

2)到达后以原姿态绕点[0,0,800]旋转半周.

表2 五自由度机器人结构参数 mm

L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	e	L_t
400	309	500	50	100	30	150

本文所述的逆运动学逆解算法无理论误差.在 CPU 为 Inter Core i3 M350 的计算机上 MATLAB 运行仿真实验 1 000 次,总共消耗时间为 17.922 ms,平均仿真一次获得 $\phi_1 \sim \phi_5$ 角度值所用的时间为 18 μs,完全符合计算机控制的实时性要求,得到的仿真结果见图 5~8.可以看出关节角度及丝杠行程变化平稳,无突变.仿真结果验证了该算法的快速性和有效性.

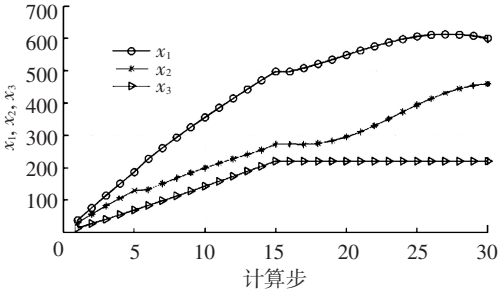


图5 行程随计算步的变化

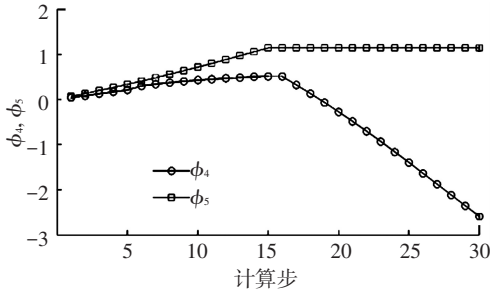


图6 关节角随计算步的变化

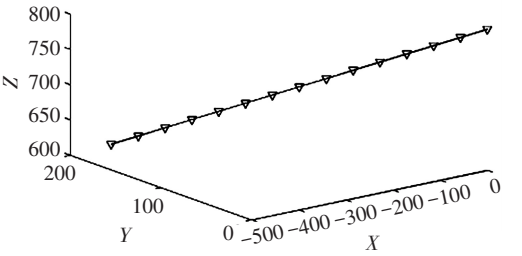


图7 位置跟踪

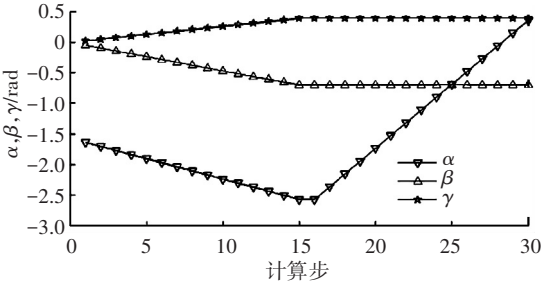


图8 姿态跟踪(姿态以欧拉角 α、β、γ 表示)

4 工作空间分析

机器人的工作空间分为最大工作空间和灵巧工作空间.前者指执行器末端点可以至少一种姿态到达的最大范围;后者指执行器可以任意姿态到达的工作范围,边界曲面是包络所有灵巧工作点的空间包络曲面[8].本文先研究 J_4、J_5 联动时形成的包络面,后导出工作空间中一点为灵巧工作点的充要条件,由此得到灵巧工作空间范围[13-14].

4.1 求解 J_4、J_5 联动时形成的包络面

设执行器末端点 P 在 O_4 坐标系中坐标为 $P(x_p,y_p,z_p)$,P 点在 O_4 坐标系中的位置方程为

$$\begin{cases} x_p = 0, \\ y_p = 0, \\ z_p = -(\sqrt{2}L_6 + L_4 + e - L_t) = -L_p. \end{cases}$$

J_5 转动时,由 $[x_3,y_3,z_3,1]' = \boldsymbol{T}_4^3 \cdot [x_P,y_P,z_P,1]'$ 知空间曲线:

$$\Sigma: \begin{cases} x_3 = -\sqrt{2}/2L_p\sin\phi_5, \\ y_3 = -\sqrt{2}/2L_p\cos\phi_5, \quad (-\pi \leqslant \phi_5 \leqslant \pi) \\ z_3 = -\sqrt{2}/2L_p + \sqrt{2}e. \end{cases}$$

Σ 绕 J_4 轴旋转,即 $\{\Sigma\} = \mathrm{Rot}(z_2, \phi_5) \cdot \Sigma$,得空间曲线簇 $\{\Sigma\}$:

$$\begin{cases} x_2 = \sqrt{2}/2\sin\phi_4\sin\phi_5 L_p + \\ \qquad \cos\phi_4[(1-\cos\phi_5)L_p/2 - e], \\ y_2 = \sqrt{2}/2\cos\phi_4\sin\phi_5 L_p - \\ \qquad \sin\phi_4[(1-\cos\phi_5)L_p/2 - e], \\ z_2 = -(1+\cos\phi_5)L_p/2 + e + L_2', \\ \phi_4, \phi_5 \in (-\pi, \pi). \end{cases} \tag{12}$$

消去式(12) 中 ϕ_4、ϕ_5，得到包络面方程：

$$r^2 = x_2^2 + y_2^2 = (L_p + z_2 - L_2' - 2e)^2 + 0.5[L_P^2 - (2z_2 + L_p - 2L_2' - 2e)^2].$$

$$z_2 \in [2e + L_2' - L_p, 2e + L_2'].$$

当结构参数不同时，对应的包络面形态如图 9~11 所示.

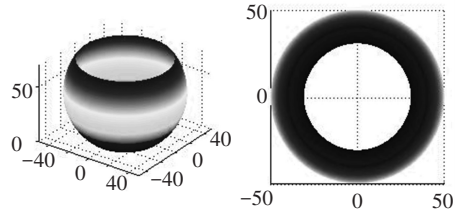


图 9　J_4、J_5 联动时形成包络面($e=30, L_p=80$)

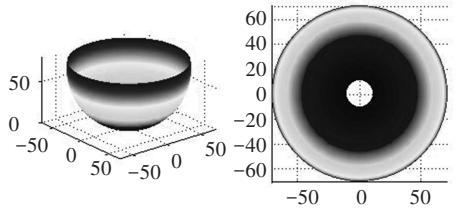


图 10　J_4、J_5 联动时形成的包络面($e=10, L_p=80$)

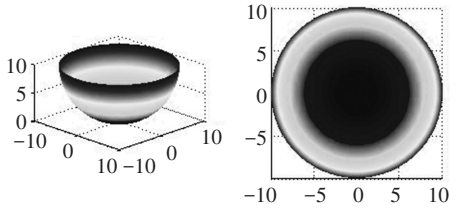


图 11　J_4、J_5 联动时形成的包络面($e=0, L_p=10$)

可见结构参数 e 和 L_p 直接影响包络面形态. e 决定包络面底部孔的尺寸，L_p 决定包络面高度 h 和开口大小. L_p 较小时，调整 J_5 转角，配合 $J_1 \sim J_4$ 的微小动作即可改变一点的作业姿态. 对于 $e=0$，$L_p=0$ 的极限情况，包络面收缩为空间中的一点. 此时，只调整 J_5 转角，$J_1 \sim J_4$ 保持原位置就可改变作业姿态. 机器人的这个特点使得加工复杂曲面的效率大为提高.

等式两边对 z_2 求导，令 $r' = 1/2 \cdot \mathrm{d}(x_2^2 + y_2^2)/\mathrm{d}r = 0$，得 $z_2 = e + L_2'$，则包络面截面圆半径最大值

$$r_{\max} = \sqrt{L_p^2 + 4eL_p - e^2}.$$

定义包络面半径最大截面的圆心为包络面的中心 Q.

4.2　局部点灵巧性

由于所讨论的五自由度机器人末端执行器指向与 Z_4 轴同，所以可以通过分析 T_4^0 中 a_x、a_y、a_z 项来研究末端执行器姿态. 事实上，可从式(10) 看出：$o_x + a_x \leqslant 1$，即机器人末端只能在一定范围内达到任意姿态，这是机器人的结构限制导致的. 故定义此类工作点为“有限灵巧工作点”，即末端执行器能在一定范围内以任意姿态指向目标点，该范围已经能满足机器人作业需要.

建立如图 12 所示的球坐标系来描述末端执行器姿态[8].

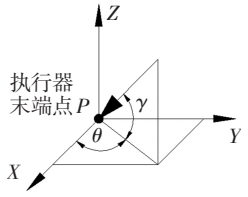


图 12　以执行器末端点为原点构成的球坐标系

θ(方向) 表示执行器在 XPY 平面的投影与 X 轴夹角，γ(纬度) 表示执行器与 XPY 平面夹角. 可以用 θ 和 γ 两个参数描述上半球面执行器的任意一种指向. 其中：

$$\theta = \arctan(a_z/\sqrt{a_x^2 + a_y^2}),$$

$$\gamma = \arctan(a_x/a_y).$$

设空间中的一点 P 位于某个由 J_4、J_5 轴联动形成的包络面上. 它将同时位于以该点为圆心，R_z 为半径的一系列包络面的同等高度的圆截面上. 注意到 $R_z = R_z(\phi_5)$，如果当 ϕ_5 从 $-\pi \sim \pi$ 变化时，γ 可以取到 $0 \sim \pi/2$ 之间的任意值，且对于该范围内的任一 γ，可以通过改变包络面的几何中心 Q 的位置使 θ 取到 $0 \sim 2\pi$ 任意值，则该点为有限灵巧工作点.

令 Q 绕 P 点以 R_z 为半径运动一周，即原 O_2 坐标系在基础坐标系 O_0 中以变换矩阵

$$\boldsymbol{A}_2^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & R_z\cos\beta \\ 0 & 1 & 0 & R_z\sin\beta \\ 0 & 0 & 1 & h \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

进行坐标平移变换. β 表示 O_2O_0 连线与 X_0 轴夹角. 当 β 从 $-\pi$ 到 π 变化，生成一系列包含 $P(P_x, P_y, P_z)$ 点的包络面. 取 $P(0,0,0)$. 由 $[P_x, P_y, P_z, 1]' = \boldsymbol{T}_2^0 \boldsymbol{T}_3^2 \boldsymbol{T}_4^3 \cdot [0,0,-L_p,1]'$ 对应项相等得到方程组：

$$\begin{cases} -L_p(\mathrm{c}\,\phi_4\mathrm{c}\,\phi_5 - \mathrm{c}\,\phi_4 - \sqrt{2}\mathrm{s}\,\phi_4\mathrm{s}\,\phi_5)/2 + R_Z\mathrm{c}\,\beta - e\mathrm{c}\,\phi_4 = 0, \\ L_p(\mathrm{s}\,\phi_4\mathrm{c}\,\phi_5 - \mathrm{s}\,\phi_4 + \sqrt{2}\mathrm{c}\,\phi_4\mathrm{s}\,\phi_5)/2 + R_Z\mathrm{s}\,\beta + e\mathrm{s}\,\phi_4 = 0. \end{cases} \tag{13}$$

由式(13) 得

$$\phi_4 = a\tan 2(k_1 - k_2\cot\beta, k_2 - k_1\cot\beta). \tag{14}$$

其中：$k_1 = 2e + L_p(\cos\phi_5 - 1)$，$k_2 = \sqrt{2}\sin\phi_5 L_p$.

等式(14) 表示以 ϕ_5、β 为基构成的 ϕ_4 解空间. 这样的一组 ϕ_4、ϕ_5、β 能使执行器末端点到达 P 点. 当 β 从 $-\pi$ 到 π 变化时，ϕ_4 总是从某个值开始

增加2π,递增起点取决于ϕ_5值.将ϕ_4解空间的所有ϕ_4代回$\boldsymbol{A}_4^0=\boldsymbol{A}_2^0\boldsymbol{T}_3^2\boldsymbol{T}_4^3$,分别算得$\boldsymbol{A}_4^0$中的$a_x$、$a_y$、$a_z$,得

$$\theta=\ a\tan 2\left(\sqrt{2}\mathrm{t}\ \phi_4-\frac{\mathrm{c}\ \phi_5-1}{\mathrm{s}\ \phi_5},\frac{\mathrm{c}\ \phi_5-1}{\mathrm{s}\ \phi_5}\cdot\mathrm{t}\phi_4+\sqrt{2}\right).$$

图13和图14表示ϕ_5、β、γ、θ之间的关系.从图13可以看出,γ与β无关,只由ϕ_5取值决定,即纬度γ与ϕ_5存在一一映射关系.从图14可以看出,θ关于ϕ_5与β两个变量的三维图像为一复杂的高低不平的连续曲面,且对于任意ϕ_5(即对任意纬度γ),方向θ总能取到0 ~ 2π之间的任意值.

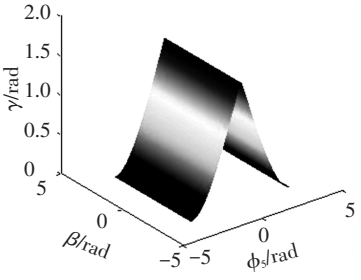


图13　ϕ_5、β和γ之间的关系

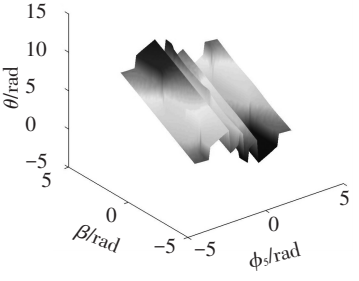


图14　ϕ_5、β和θ之间的关系

综上所述,可以得到结论:工作空间中某一点为有限灵巧工作点的充分必要条件是由J_4、J_5轴联动形成的包含该点的所有包络面中心Q连结成的曲面是完整的(见图15).

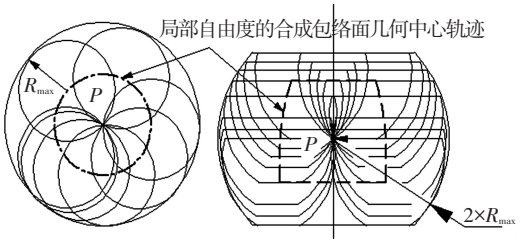


图15　位姿有限灵巧点投影示意图

4.3　灵巧工作空间规划

基于4.2的结论,结合最大工作空间范围规划出机器人的灵巧工作空间.按照表2中的结构参数,运用第2节中得到的正运动学解析式,通过MATLAB仿真得到机器人的最大工作空间,见图16.

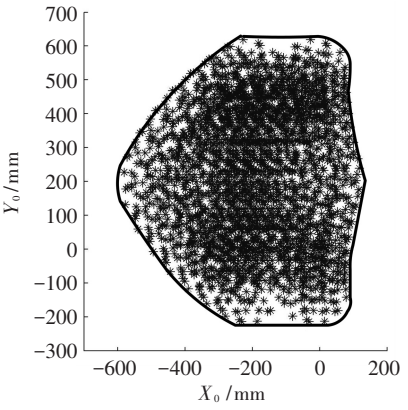


图16　可达工作空间仿真结果(俯视)

图16两端收缩的原因为:当滑块A或B中一个位于行程终点或起点,另一滑块向终点或起点靠近时,转台沿中线保持前进或后退状态.此时杆L_3向中线摆动(因为滑块A与B的行程差减小),使末端点$P(P_x,\ P_y,\ P_z)$的P_y减小,则P靠近中线.两端形态不同的原因为:当滑块A或B一个位于起点,另一个前进时,转台沿中线前进,前进的速度为A或B中点的移动速度v_1与L_3摆动在X方向的速度分量v_2之差,故左端收缩距离长;当滑块A或B任意一个位于终点,另一个前进时,转台沿中线前进,前进的速度为A或B中点的移动速度v_1与L_3摆动在X方向的速度分量v_2之和,故右端收缩距离短.

在俯视图上,只需要沿可达工作空间的外轮廓向内推进$2r_{max}$的距离就可以得到其灵巧工作空间投影,见图17;正视图上,只需距可达工作空间的外缘上下各推进一个包络面的高度值h,左右各推进r_{max}就可以得到机器人的灵巧工作空间投影,见图18.

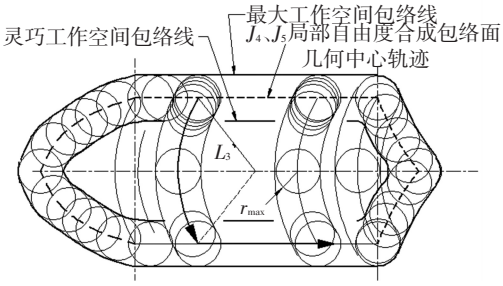


图17　可达和灵巧工作空间示意图(俯视)

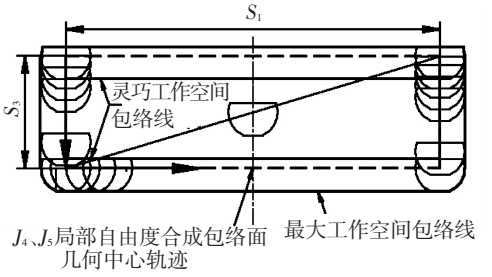


图18　可达和灵巧工作空间示意图(正视)

5　结　论

1）分析了一种五自由度机器人的结构和运动特点.提出了根据齐次矩阵元素的物理意义选取有效等式的分析方法进行矩阵逆变换求得运动学逆解.求得的逆运动学解析表达式形式简洁,无理论误差.

2）研究了该机器人作业局部点的灵巧性.根据可达工作空间规划出了完整的灵巧工作空间模型,为结构设计和运动控制奠定了基础.

3）本文研究的五自由度工业机器人结构刚性大,位姿改变快速灵巧,作业效率高.配合不同的末端执行器,可以完成弧焊、钻孔、去毛刺、抛光、铣削等复杂曲面加工,应用前景广泛.

参考文献

[1] 梁 铖,刘建群. 五轴联动数控机床技术现状与发展趋势[J].机械制造,2010,48(1)：5-7.

[2] 杜玉湘,陆启建,刘明灯. 五轴联动数控机床的结构和应用[J]. 机械制造与研究,2008,37(3):14-16.

[3] 伞红军,钟诗胜,王知行. 一种新型五轴并串联机床的工作空间分析[J]. 四川大学学报:工程科学版,2010,42(2):243-249.

[4] 李 菊,赵德安,沈惠平,等. 多喷枪协同式喷涂五轴混联机器人设计[J]. 农业机械学报,2012,43(4),216-220.

[5]刘松国. 六自由度串联机器人运动优化与轨迹跟踪控制研究[D]. 杭州：浙江大学,2009:18-39.

[6] OKAWA Y, TANIGUCHI M, SUGII H, et al. Development of 5-axis friction stir welding system [C]//SICE-ICASE International Joint Conference. Bexco, Busan, Korea:SICE-ICASE, 2006:1266-1269.

[7] YE Ruihua, CHEN Yonghua. Development of a six degree of freedom (DOF) hybrid robot for femur shaft fracture reduction[C]//Proceedings of the 2008 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics. Bangkok, Thailand: IEEE, 2009:306-311.

[8] TANEV T K. Kinematics of a hybrid (parallel-serial) robot manipulator[J]. Mechanism and Machine Theory, 2000, 35(9):1183-1196.

[9] 熊有伦. 机器人学[M]. 北京:机械工业出版社,1993:13-82.

[10]KHATIB S. Handbook of Robotics[M]. Verlag Berlin Heidelberg:Springer, 2008:27-28.

[11]丁渊明. 6R 型串联弧焊机器人结构优化机器控制研究[D]. 杭州：浙江大学,2009：29-41.

[12]陈鹏,刘璐,余飞,等.一种仿人机械臂的运动学逆解的几何求解方法[J].机器人,2012,34(2):211-216.

[13]ZONG Changlai, MENQ C H. The dexterous workspace of simple manipulators[J]. IEEE Journal of Robotics and Automation,1988 (4):99-103.

[14]LEE R S, LIN Y H, TSENG M Y, et al. Evaluation of workpiece orientation and configuration of multi-axis machine tool using visibility cone analysis [J]. International Journal of Computer Integrated Manufacturing, 2010, 23(7): 630-639.

（编辑　杨　波）