160 000 m^3 大型 LNG 储罐的振动特性分析

翟希梅, 王皓淞, 范 峰

(哈尔滨工业大学 土木工程学院, 150090 哈尔滨)

摘 要: 为了解 160 000 m^3 大型液化天然气(LNG)全容式储罐的自振振动特性,采用 ANSYS 软件建立了储罐结构的精细化有限元模型,利用直接耦合法对液体单元和罐体结构进行流固耦合约束,采用缩减法进行储罐振动特性分析,获得了空罐、正常工作时满液位以及满液位泄露、半液位泄露四种工况下钢制内罐与预应力混凝土外罐的振动特点和振动周期;分析了液体与罐体相互作用时,液体对罐体结构振动特性的影响及其规律,以及预应力、罐内气压和底板约束数量对外罐结构振动特性的影响规律.

关键词: LNG 储罐;流固耦合;自振特性;有限元分析

中图分类号: TE821 **文献标志码**: A **文章编号**: 0367-6234(2014)06-0014-06

Vibration characteristic analysis of 160 000 m^3 LNG storage tank

ZHAI Ximei, WANG Haosong, FAN Feng

(School of Civil Engineering, Harbin Institute of Technology, 150090 Harbin, China)

Abstract: To investigate the natural vibration characteristics of the 160 000 m^3 full capacity liquefied natural gas (LNG) storage tank, a fine finite element model for the tank with reasonable element types and mesh dimension was established using the finite element software (ANSYS). Using direct coupling method for the fluid-structure coupling constraints and the reduced mothed for analysis, the natural vibration characteristics of the tank is obtained when the tank is empty or full and leak at full or harf full liquid level. The liquid´s influence on the vibration characteristics of tank structure is given. Besides, the influence of the prestress, the pressure of the gas and the constraint at the bottom of the outer tank structure is considered. The research results above can provide a reference basis for engineering design of the LNG storage tanks.

Keywords: LNG storage tank; fluid-structure interaction; natural vibration characteristics; finite element analysis

由于全球能源问题,天然气将成为21世纪消费量增长最快的能源,而液化天然气(liquefied natural gas 简称 LNG)为天然气的长距离输送提供了方便可行的方法.全容式 LNG 储罐是目前国际上 LNG 接收站常用的结构形式,其由含镍元素9%的低温钢内罐和预应力钢筋混凝土外罐构成.外罐的主要功能是为盛装低温液体的内罐提供灾害事件下的保护,同时在内罐损破时也能防止液体向外界环境泄漏.地震是典型的外部灾难事件,全容式 LNG 储罐的地震作用计算及其动力特性分析是 LNG 储罐设计的一项重要内容.

对于相似储液容器的振动分析,国内学者使用有限元法或半解析计算方法给出了结构的振动频率以及相应振型,并进行了结构地震响应破坏特点的研究[1-4].其中文献[1]将动液压力等效为罐壁附加质量,求得了 LNG 储罐外罐自振频率,并且得出预应力对于外罐自振频率影响可忽略不计的结论.虽然附加质量法能够近似模拟液体的作用,却忽略了液体的流动特性,无法模拟液体的晃动作用;文献[2]使用 ANSYS 软件针对纸浆传输系统储浆罐进行自振特性分析,给出了结构环向多波振型的频率和变形;文献[3]利用有限元软件 ADINA 进行了 LNG 储罐结构自振特性分

收稿日期: 2013-08-15.
基金项目: 科技部"十一五"支撑项目(2006BAJ01B04).
作者简介: 翟希梅(1971—),女,教授,博士生导师;
范 峰(1971—),男,教授,博士生导师.
通信作者: 王皓淞,wanghaosong@ hotmail.com.

析，得出装有储液的 LNG 储罐的频率远小于空罐基本频率的结论；文献[4]采用 ANSYS 中 FLUID30 单元模拟液体，得出了固液耦合自振特点为环向多波振动的结论，但 FLUID30 单元为声学流体(Acoustic Fluid)，更适用于声波传播和液体中结构动力学问题.

上述研究结果虽然给出了结构的各阶自振频率，但没有进行不同工况下振型及其振动特性的详细分析，且数值模拟结果也没有实验验证，无法为工程实践提供更详实的参考依据.为此，本文以 ANSYS 为分析平台，对 160 000 m³ 的大型全容式 LNG 储罐进行空罐、正常工作时满液位以及满液位泄露与半液位泄露四种工况下的自振特性分析，研究了 LNG 罐体自振振型、自振周期以及液固相互作用特点，并进行相应系统的理论分析.

1　有限元模型的建立

1.1　工程简介

本文所研究的 LNG 储罐属地上式全容罐，见图 1.钢制内罐高度 36.315 m，内径 80 m，壁厚约 20 mm；预应力混凝土外罐结构内径 82 m，罐壁厚 800 mm；在罐壁与上部穹顶交接处设置环梁，环梁厚度 1.05 m，梁高 1.56 m；沿罐壁每隔 90°设置扶壁柱，扶壁柱高 38.55 m，宽约 4.4 m，厚度 1.4 m；罐顶部穹顶壁厚约 600 mm.罐体支承在桩基上，底板与地面架空 1.5 m.LNG 储罐结构剖面见图 1.

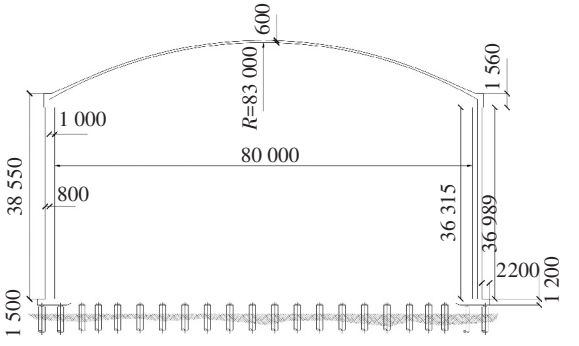


图 1　LNG 储罐混凝土外罐剖面

预应力混凝土外罐及底板采用 C40 混凝土，钢筋布置采用普通钢筋与预应力钢筋结合的形式.有粘结预应力钢筋采用 270 级钢绞线，并采用后张法施加到罐壁上，其强度标准值 1 860 N/mm²，直径 15.2 mm，1 000 h 松弛率最大 2.5%，非预应力钢筋采用 HRB400 级普通钢筋.

LNG 储罐混凝土外罐与钢制内罐之间的轻质隔热材料为膨胀珍珠岩、泡沫玻璃及玻璃纤维等，其平均密度为 0.15~0.16 g/cm³.

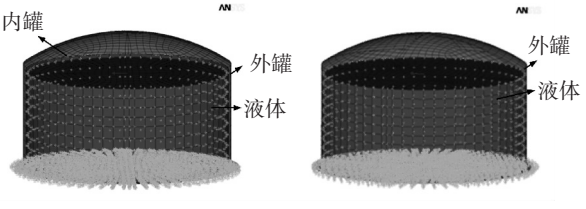
1.2　有限元模型

对于大型 LNG 储罐结构的混凝土外罐，其罐壁壁厚 800 mm，相比储罐的总高度及直径而言尺寸相对较小，因此本文有限元模型中混凝土外罐、穹顶、底板以及内罐均采用 SHELL181 壳单元模拟，并利用不同厚度的壳单元模拟结构的扶壁柱和环梁.

轻质隔热材料相对于混凝土外罐以及罐中液体，其强度、刚度与质量很小，对储罐结构的自振特性影响可忽略不计.另外，在内罐上方通常设置铝合金吊顶，通过吊杆将其悬挂于穹顶上，该吊顶未与内、外罐体结构直接连接，且质量与刚度很小，因此本文在计算结构自振特性时没有考虑上述轻质隔热材料与铝合金吊顶的影响.罐体结构的外罐、内罐与底板为固端连接，对底板采用全约束，即对底板处所有节点进行位移和转角的全约束.

本文通过不同网格划分后的计算结果对比发现，网格大小只影响结果精度，对模态等振动特性的影响很小.综合计算速度与精度，本文采用了如下网格划分原则：罐壁竖向 61 段(每段 0.63 m)，环向 75 段(每段 0.87 m)；底板及穹顶径向分别 64 和 60 段(每段约 0.69 m)，四边形划分方式，厚度方向均为 8 层.

LNG 储罐未泄漏时，即液体存在内罐中，液体满液位的液位高度为 34.978 m.LNG 低温液体泄漏工况下，液体溢流到外罐，由内罐满液位液体完全泄漏形成的外罐内液位高度为 33.4 m；内罐半液位泄漏时形成的液体液位高度为 16.7 m，LNG 储罐结构有限元模型见图 2.



(a) 未泄漏工况　　(b) 完全泄漏工况

图 2　LNG 储罐结构有限元模型

本文采用 FLUID80[5-6] 单元模拟 LNG 低温液体，FLUID80 单元为容器流体(Contained Fluid)，优于文献[4]中采用的 FLUID30 单元，其更适合于模拟储罐中的液体特性，FLUID80 单元与 SHELL181 单元的液固耦合模态分析使用缩减法进行.对结构采用缩减法进行自振特性分析时，选取液体单元的顶部水平液面的 Z 向和罐体结构单元的 X 向为主自由度，自由度选取方式满足缩减法中主自由度的选取准则.

结构的流固耦合采用直接法进行[5,7-8]，将液体单元与罐壁单元法向自由度约束，切向自由度自由，在罐底处，将液体单元的竖直方向与罐底约束，水平方向自由度自由，耦合方式见图3.

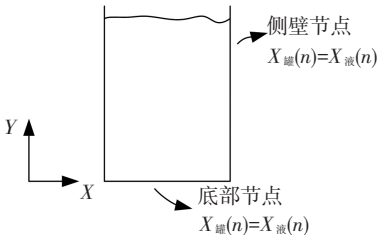


图3　直接流固耦合法的约束方式

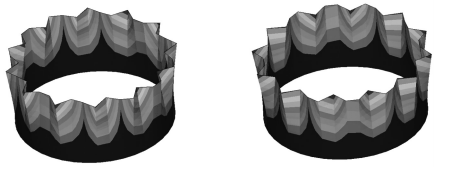
2　LNG储罐自振特性分析

2.1　空罐状态下罐体自振特性分析

空罐状态时，储罐内、外罐中皆无液体存在.对LNG储罐模型进行了自振特性分析后，得到的内罐与外罐前四阶振型和自振频率，见图4、5.

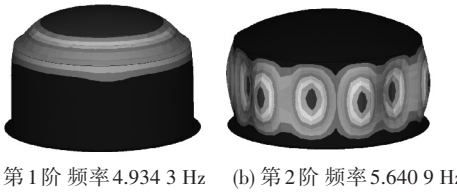


(a) 第1阶 频率0.716 Hz　(b) 第2阶 频率0.716 Hz

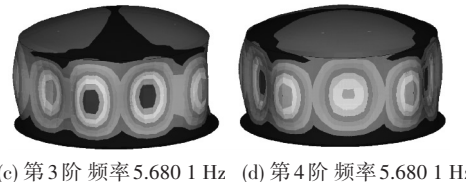


(c) 第3阶 频率0.724 07 Hz　(d) 第4阶 频率0.724 07 Hz

图4　空罐状态下内罐前四阶振型



(a) 第1阶 频率4.934 3 Hz　(b) 第2阶 频率5.640 9 Hz



(c) 第3阶 频率5.680 1 Hz　(d) 第4阶 频率5.680 1 Hz

图5　空罐状态下外罐前四阶振型

图4、5结果显示：内罐的前四阶振型以环形多波振型为主，1阶自振频率约为0.72 Hz.外罐由于存在环梁和扶壁柱，加强了罐壁的整体刚度，使得外罐结构的第1阶振型以穹顶变形为主，其1阶自振频率约为4.93 Hz，而第2、3、4阶振型以外罐罐壁的环形多波振型为主.由于罐体为中心对称结构，当结构环向多波振型波数不变而角度发生转动时，结构刚度没有发生变化，进而频率不变，图4(a)与图4(b)，图4(c)与图4(d)，图5(c)与图5(d)的结果即反映出同一频率下结构在相同观测角度下的振型图存在差异.

2.2　正常工作时结构自振特性分析

储罐正常工作时，液体存在于内罐中，内罐中的液体与内罐耦联运动，而外罐相当于处在空罐状态，其有限元模型见图2(a).

2.2.1　满液位工况

储罐结构与液体相互作用时，结构的自振振型主要分为3种.第一种振型为液体晃动作用振型，该结构振型特点为液体与罐壁结构柔性的接触在一起，振型以液体的晃动为主，罐壁结构未发生较大变化.第二种振型为罐壁的环向多波振型，此时罐壁的环向多波振动带动液体运动，降低了结构的自振频率.第三种振型为结构的冲击作用振型，在液体对罐壁的冲击作用下，罐壁结构与液体同时发生单向运动[9].

本文对内罐满液位正常工作工况下的结构进行自振特性分析，并提取了内罐与液体的前四阶振型变形图，见图6(a)~(d).在结构前四阶振型中，振型以液体的晃动为主，内罐结构未发生较明显变形，液体与罐壁柔性地接触在一起.液体晃动作用的模态为结构的晃动模态，其第一阶频率为0.1 Hz.

随着频率升高，出现了液体与罐体结构耦联运动的自振变形，此时，结构自振振型以内罐的环向多波振动为主，同时罐壁的振动激发液体的运动，内罐出现环向多波自振振型时的变形见图6(e)、(f).与空罐下的内罐特性相比可以发现：液体的存在较大幅度地降低了内罐结构的环向多波振型频率，自振频率由空罐时的0.716 Hz(图4(a))降低至0.196 8 Hz(图6(e)).

当频率为1.843 Hz时，出现了由于液体的冲击作用而产生的自振振型，这种自振振型为结构的冲击模态，结构振型变形图见图6(g)、(h).在冲击模态中，结构和液体一起发生了较大变形，结构振型为罐体的侧移，变形较大的位置为底部，顶部的位移相对较小.

2.3　泄露时外罐结构自振特性分析

在泄漏工况下，低温液体由内罐泄漏到外罐中，此时液体与外罐罐壁发生耦联运动，其有限元模型见图2(b).

2.3.1　满液位工况

在满液位工况下，对其进行自振特性有限元分析，并提取振型变形图见图7.本文在分析前四

阶晃动模态有限元计算结果时，考虑外罐没有较大变形，为了更直观地观察液体的变形特点，只提取了液体的振型变形情况.泄露工况下，外罐中液体的第 1 阶晃动模态频率为 0.099 Hz.

随着频率的增加，出现外罐结构与液体刚性运动的自振振型，与内罐自振特性相似，这一频率范围的结构自振以外罐的环向多波振动为主，此时由于液体的存在，外壁结构的运动激发液体的运动，较大地降低了结构的环向多波振型频率，自振频率由空罐时的 4.934 3 Hz（图 5(a)）降至 3.47 Hz，振型变形见图 7(e)、(f).

当频率为 4.5163 Hz 时，出现了由于液体的冲击作用而激发的外罐的冲击模态，振型变形见图 7(g)、(h).

通过对比满液位泄漏工况下外罐结构晃动模态与冲击模态可以发现，冲击模态的频率较高为 4.516 3 Hz，而晃动模态的频率较低为 0.099 Hz，液体晃动作用的周期较长，而冲击作用的周期较短.

2.3.2　半液位工况

在半液位泄露工况时，外罐中的液面高度为 16.7 m，对结构进行自振特性分析后，同 2.3.1 节相同的方式提取结构自振振型变形见图 8.由于液面高度降低至满液位的一半，液体的晃动模态频率降低，外罐的第 1 阶晃动频率由满液位时 0.099 Hz 降为 0.085 Hz，晃动周期增长 17.6%.

与满液位时规律相同，随着频率的增加，从 4.76 Hz 开始出现外罐结构与液体刚性运动的环向多波自振振型，结构振型变形见图 8(e)、(f)所示，液位的降低导致多波振型出现频率提高 37%，结构的自振频率更接近空罐工况下结构的自振频率（空罐为 4.934 3 Hz）.

半液位泄漏状态下外罐冲击模态自振频率为 7.06 Hz，冲击作用周期为 0.141 s，振型变形见图 8(g)、(h)所示.由于液体减少，当结构出现冲击模态时，结构罐壁的变形减小，变形较大的部分为穹顶位置，外罐冲击频率较满液位的 4.516 3 Hz 提高 56%.

通过对比正常工作与泄漏时满液位工况下结构晃动模态，虽然内、外罐的罐体刚度相差很大，但罐壁内径只相差 2 m，且液位高度相近，此时内罐和外罐晃动模态的振型和自振频率基本相同（分别为 0.1 Hz 与 0.099 Hz），而半液位泄漏时外罐结构的晃动模态由于液位的降低导致晃动频率降低 17.6%，据此本文认为结构晃动模态主要取决于罐体的几何尺寸与液体液面高度，而与罐体的刚度没有关系.

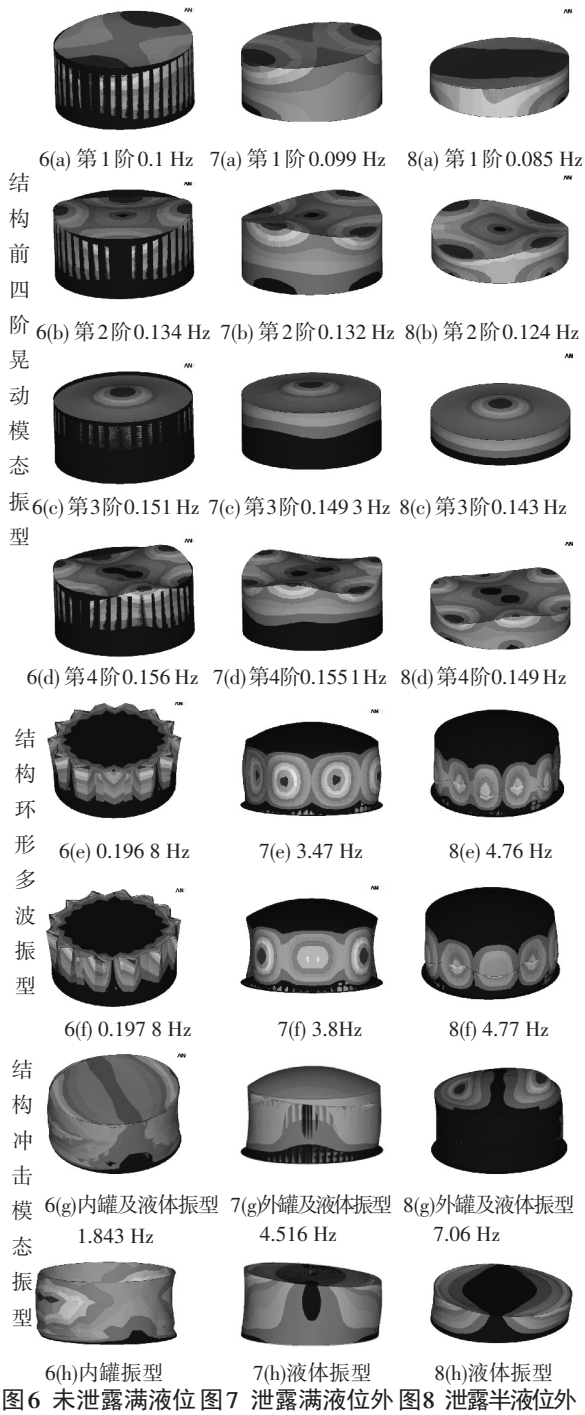


图6 未泄露满液位内罐结构振型　图7 泄露满液位外罐结构振型　图8 泄露半液位外罐结构振型

2.4　有限元数值模拟验证

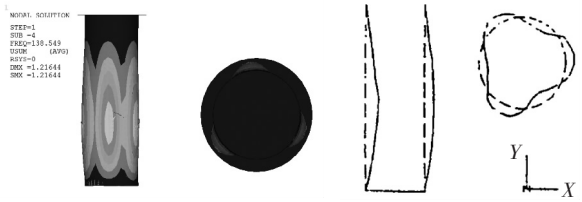
鉴于目前尚无实际 LNG 储罐工程振动特性的实测结果，为此，本文对有限元数值模拟方法从类似储液罐的实验结果验证及经验公式校核两方面入手，以验证本文有限元分析方法的适用性与有效性.

2.4.1　模拟方法的实验验证

文献[10]提供了一铝合金平底圆柱形储液罐的动力特性实验结果，其几何与物理参数如下：材料弹性模量 $E_s = 0.6\times10^{11}\ \mathrm{N/m^2}$，密度 $\rho_s = 2.8\times10^3\ \mathrm{kg/m^3}$，泊松比 $\mu = 0.35$，壁厚 $h_s = 1.0\times10^{-3}$ m，底板厚度 $h_b = 3.0\times10^{-3}$ m，筒高 $L = 0.625$ m，半

径 $R = 0.1$ m,加筋条厚 $h_t = 3.0\times10^{-3}$m,加筋条宽 $h_t = 2.8\times10^{-2}$ m.振动实测时桶内水深为 $0.4L$,采用力锤跑点敲击的方法测量了储液器的一阶频率与振动模态.

本文按上述参数及边界条件建立了该储液罐有限元模型,动力特性计算结果与实验实测结果比较见图 9.有限元模型第一阶频率计算值为 138.55 Hz,实验实测值为 129.98 Hz,相差 6.6%,可见无论从振型变形图还是频率值都说明了本文有限元模拟方法的正确性.



(a)有限元模型计算结果 (b)实验实测结果

图 9 有限元模型计算结果与实验实测结果

2.4.2 模拟方法的公式验证

文献[9]给出了液体模态计算的近似算法,其中晃动模态计算公式为

$$T_c = C_c\sqrt{D/g}, \tag{1}$$

式中:C_c 为与 h/D 有关的系数;h 为液面高度,m;D 为储罐内径,m;满液位时 C_c 取 3.5,半液位时 C_c 取 4.25;g 为重力加速度,m/s^2.

冲击模态计算公式为

$$T_i = C_i\frac{h\sqrt{\rho}}{\sqrt{t/D}\sqrt{E}}. \tag{2}$$

式中:C_i 为与 h/D 有关的系数,满液位时 C_i 取 4.5,半液位时 C_i 取 5.5;t 为罐壁厚度,取 0.8 m;ρ 为液体密度,取 450 kg/m^3;E 为罐壁材料的弹性模量,对于内罐 $E = 2.06\times10^{11}$ Pa,对于外罐 $E = 3.24\times10^{10}$ Pa.

有限元模拟结果与公式计算结果对比见表 1.公式计算结果与有限元模拟结果基本一致,相差在 13%以内,较好地验证了本文关于 LNG 储罐有限元数值模拟的适用性.

表 1 模型计算结果与公式计算结果对比

结果	周期/s(频率/Hz)					
	未泄漏工况		泄漏工况			
	内罐(满液位)		外罐(半液位)		外罐(满液位)	
	晃动	冲击	晃动	冲击	晃动	冲击
模型	10 (0.1)	0.543 (1.843)	11.77 (0.085)	0.141 (7.09)	10.1 (0.099)	0.22 (4.516 3)
公式	9.9 (0.1)	0.47 (2.13)	12.14 (0.082)	0.11 (9.09)	10.02 (0.1)	0.19 (5.26)

3 其他因素对外罐自振特性的影响

3.1 预应力对外罐结构自振特性的影响

LNG 储罐混凝土外罐为采用后张有粘结的大型预应力结构,为了解施加预应力荷载以后,罐壁所形成的预压应力对正常工作时外罐结构自振特性的影响,本文有限元模型中将环向预应力以等效荷载[11]的方法施加在罐壁上.其中等效预压应力值是根据实际 LNG 储罐工程预应力钢筋的布置进行,预应力钢筋的布置及预压应力值见表 2.使用 ANSYS 进行大变形分析,计算得出外罐在预应力作用下的 1 阶自振频率为 4.937 1 Hz,即外罐结构在预应力作用下与无预应力下的 1 阶振型频率(4.934 3 Hz)相差很小,仅为 0.22%,且结构一阶自振振型也没有发生变化(见图 10),因此本文认为罐壁预应力的存在对于结构自振振型与频率影响很小,可忽略不计.

表 2 罐体结构预应力布置情况

浇筑段	距底板顶面高度/m	预应力钢筋布置	等效预压应力值/Pa
1	0~3.6	12×(Φ^{s}15.2)@200	191 014
2	3.6~7.2	12×(Φ^{s}15.2)@200	191 014
3	7.2~10.8	12×(Φ^{s}15.2)@360	110 095
4	10.8~14.4	12×(Φ^{s}15.2)@380	103 929
5	14.4~18.0	12×(Φ^{s}15.2)@410	95 837
6	18.0~21.6	12×(Φ^{s}15.2)@480	80 972
7	21.6~25.2	12×(Φ^{s}15.2)@550	69 960
8	25.2~28.8	12×(Φ^{s}15.2)@550	69 960
9	28.8~32.4	12×(Φ^{s}15.2)@770	48 558
10	32.4~36.0	12×(Φ^{s}15.2)@770	48 558
11	36.0~38.5	12×(Φ^{s}15.2)@240	164 036

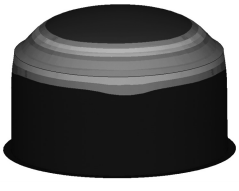


图 10 预应力作用下外罐结构 1 阶振型

3.2 气压荷载对外罐自振特性的影响

由于罐中 LNG 液体蒸发以及相应操作上的要求,LNG 储罐中存在蒸汽气压,气压设计值为 −0.5~29 kPa.为了获得蒸汽气压对 LNG 储罐的影响,本文给出了气压作用时的静力和模态分析结果,气压取最大设计值 29 kPa,计算结果见图 11、12.图 11 为只施加气压荷载时的 LNG 储罐外罐结构位移云图,其结果显示:气压主要对 LNG 储罐的穹顶产生影响,使穹顶产生向上位移,最大

位移值为 17.2 mm；而对于混凝土外罐罐壁影响较小，罐壁最大位移值-4 mm，产生于罐壁与穹顶连接处，由于穹顶产生向上位移，导致与其连接的罐壁顶部径向位移方向为向罐内回缩.图 12 为气压荷载作用下结构的 1 阶自振振型图，与未加气压荷载时结构的 1 阶自振振型相同(见图 5(a)).气压荷载作用后，结构的 1 阶频率由4.934 3 Hz 减小到 4.869 7 Hz，降低了 1.3%.由此可见：气压作用下结构变形值相对大尺寸的储罐结构非常小，使得结构的整体刚度基本没有发生变化，故而结构的自振频率也几乎没有发生改变.

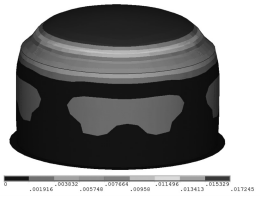


图 11　气压荷载作用时外罐结构位移云图

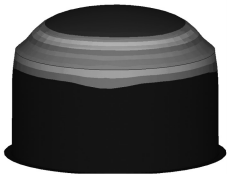


图 12　气压荷载作用时外罐结构 1 阶自振振型

3.3　底板约束情况对外罐自振特性的影响

为了解底板约束情况对 LNG 储罐自振特性的影响，现将模型中底板约束的节点数均匀减少 50%，即按照径向和环向方向每隔一个节点减少一个节点全约束，经过 ANSYS 模态分析，得出空罐工况下外罐的自振频率对比，见表 3.

表 3　不同约束条件下外罐自振频率　　Hz

约束条件	1 阶频率	2 阶频率	3 阶频率
100%约束	4.934 3	5.640 9	5.680 1
50%约束	4.923 6	5.630 2	5.669 4

通过对比分析，在减少有限元模型 50%底面约束后，结构第 1 阶自振频率减少 0.22%，第 2 阶自振频率减少 0.19%，第 3 阶自振频率减少 0.19%.可以看出，底板约束数量的减少对于结构的自振频率影响可忽略不计.

4　结　论

1)结构处于空罐工况时，内罐的前四阶振型以环向多波振型为主；外罐的第 1 阶振型为穹顶的变形，而第 2、3、4 阶变形以环向多波振型为主，这是由于外罐结构环梁、扶壁柱以及穹顶的作用，导致外罐的环向多波振动刚度增强.

2)储罐结构与液体相互作用时，结构的自振振型分为晃动振型、环向多波振型、冲击振型 3 种.其中晃动模态主要取决于罐体的几何尺寸与液体液面高度，与罐体的刚度没有关系.

3)液体对罐体的冲击模态周期比晃动模态周期要短，并且当液位降到半液位时，外罐结构的晃动模态周期增加 17.6%，冲击模态周期降低 56%，此时结构的自振振型以及自振频率更接近结构空罐工况下的情况.

4)罐壁处的预压应力及罐内的蒸汽压力对外罐结构第 1 阶自振频率影响很小，预应力影响值为 0.22%，蒸汽压力影响值为 1.3%，且结构 1 阶自振振型基本没有发生变化；结构底板约束减少 50%后，结构自振频率减少约 0.2%，预应力的施加、蒸汽气压以及底板约束数量的减少对于外罐结构自振频率的影响可忽略不计.

参考文献

[1] 张云峰，张斌. 内罐泄漏条件下 LNG 混凝土储罐预应力外墙模态分析[J]. 大庆石油学院学报，2008，32(6)：86-89.

[2] 付志远，李红，庄海飞. 中浓纸浆输送系统储浆罐的自振频率[J]. 噪声与振动控制，2012，4：56-59，67.

[3] 袁朝庆，潘德涛. 内泄下 LNG 储罐外壁的地震响应分析[J]. 低温建筑技术，2011，6：91-93.

[4] 王健，谢根栓. 储液罐固液耦合下的自振特性分析[J]. 石油化工设备，2007，36(3)：44-46.

[5] 郑天心，王伟，吴灵宇. 地震作用下立式储液罐罐壁“象足”变形仿真分析[J]. 哈尔滨工业大学学报，2007，39 (2)：173-176.

[6] ESMAILZADEHA M，LAKISA A A. Three-dimensional modeling of curved structures containing and/or submerged in fluid [J]. Finite Elements in Analysis and Design，2008，44：334-345.

[7] 林均岐，李山友. 立式储液罐地震反应数值分析[J]. 地震工程与工程振动，2006，26(4)：152-155.

[8] 周利剑，孙建刚，李晓丽. 大型储油罐地震响应分析[J]. 工业建筑，2006，36(8)：12，33-35.

[9] JAISWAL O R，JAIN S K. Modified proposed provisions for aseismic design of liquid storage tanks [J]. Journal of Structural Engineering，2005，32(3)：195-206.

[10] 万水，朱德懋. 圆柱贮液器固液耦合模态分析[J]. 工程力学，2000，17(3)：87-92.

[11] 王晖，李明义. 环向预应力筋分布对预应力圆形水池应力的影响[J]. 特种结构，2005，22(4)：22-25.

(**编辑**　赵丽莹)