多轴疲劳寿命模型建立新方法

吴志荣[1]，李 玲[2]，胡绪腾[1]，宋迎东[1,3]

（1. 南京航空航天大学 能源与动力学院，210016 南京；2. 海军工程学院 青岛分院，266041 山东 青岛；
3. 机械结构力学及控制国家重点实验室，210016 南京）

摘 要：为解决多轴疲劳寿命估算问题，提出一种建立多轴疲劳寿命预测模型的新思路和新方法. 采用对单轴和多轴疲劳试验数据的共同拟合和优化方法建立多轴疲劳寿命模型，减少了对多轴疲劳损伤参数构造和疲劳试验数据类型的限制. 基于最大剪应变幅及最大剪应变幅平面上的法向应力和应变构造了一种新的多轴疲劳损伤参数. 采用ZTC4铸造钛合金、纯Ti、BT9钛合金3种材料的多轴疲劳试验数据对上述多轴疲劳寿命模型建立方法进行了评估和验证. 结果表明提出的多轴疲劳寿命模型建立方法是可行的，所建立的寿命模型对多轴疲劳试验数据的预测能力基本在2倍分散带之内.

关键词：多轴疲劳；比例加载；非比例加载；临界平面；寿命预测
中图分类号：O 346.2 TH 114 **文献标志码**：A **文章编号**：0367－6234(2013)11－0080－06

A new establishing method of multi-axial fatigue life model

WU Zhirong[1], LI Ling[2], HU Xuteng[1], SONG Yingdong[1,3]

(1. College of Energy and Power Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2100016 Nanjing, China;
2. Navy University of Engineering, 266041 Qingdao Shandong, China;
3. State Key Laboratory of Mechanics and Control of Mechanical Structures, 210016 Nanjing, China)

Abstract: To solve the problem of prediction of multi-axial fatigue life, a new thought and method of establishing multi-axial fatigue life model is proposed. The multi-axial fatigue life model is established by fitting and optimizing axial and multi-axial test data both. This method reduces the restrictions of the formation of multi-axial fatigue damage parameters and the type of multi-axial fatigue test data. On this basis, a new multi-axial fatigue damage parameter based on maximum shear strain amplitude and normal strain and stress on the plane of maximum shear strain amplitude is proposed. The establishing method of multi-axial fatigue life model is evaluated by the multi-axial fatigue test data of ZTC4 cast titanium alloy, pure titanium and BT9 titanium alloy. The result shows that the new method is feasible. The prediction ability of the establishing life model is almost within a factor of two scatter band.

Key words: multi-axial fatigue; proportional loading; non-proportional loading; critical plane; life prediction

许多机械和工程结构在使用中发生的疲劳失效大多为多轴疲劳失效. 一方面，结构本身的几何形状复杂，即使仅承受单一疲劳载荷作用，结构局部应力应变分布实际为多轴应力状态. 另一方面，结构承受着多种载荷的循环作用，各载荷之间可能为比例加载，也可能为非比例加载. 在非比例载荷作用下，应力或应变主轴发生旋转，导致多滑移系开动，阻碍了材料内部形成稳定的位错结构，从而产生非比例附加强化现象，导致工程结构的疲劳寿命降低[1]. 因此，精确合理的多轴疲劳寿命模型对工程实际应用有着十分重要的意义. 虽然多轴疲劳理论发展了几十年，各研究学者根据不同的机制发展了不同的多轴疲劳寿命模型，由于多轴疲劳问题的复杂性，多轴疲劳载荷下的损伤是一个很难描述的参量，其不仅与载荷类型和载荷路径相关，还与构件的材料，构件的使用环境等

收稿日期：2012－11－16.
基金项目：国防基础科研项目资助(B2520110003).
作者简介：吴志荣(1984—)，男，博士研究生；
宋迎东(1969—)，男，教授，博士生导师.
通信作者：吴志荣 wuzhirongnuaa@gmal.com.

因素相关[2]，因此很难提出能够通用的多轴疲劳寿命模型. 另一方面，现存在的多轴疲劳寿命模型对试验类型的依赖较大，大多数通过单轴拉伸和纯扭转疲劳试验确定模型常数，但是往往由于试验条件的限制或者单纯使用单轴疲劳试验不足以描述多轴疲劳行为，这样就给多轴疲劳寿命模型的建立带来困难. 基于这样的问题提出了一种新的解决多轴疲劳寿命预测思路，构造了一种新的多轴疲劳损伤参数，对 ZTC4，纯 Ti 和 BT9 3 种材料的多轴疲劳试验数据进行了预测和对比分析，取得了令人满意的结果.

1　多轴疲劳寿命预测模型

1.1　解决多轴疲劳问题的思路

目前提出的多轴疲劳寿命模型主要分为 3 类：即等效应力应变法，能量法和临界平面法. 早期的解决多轴疲劳问题方法是基于单轴疲劳问题研究的成果，以应力（高循环疲劳）或应变（低循环疲劳）组合量来作为多轴疲劳的损伤参数，具有代表性的有 von Mises 准则

$$\varepsilon_{eq} = \frac{1}{(1+v)\sqrt{2}}[(\varepsilon_1-\varepsilon_2)^2+(\varepsilon_2-\varepsilon_3)^2+(\varepsilon_3-\varepsilon_1)^2]^{\frac{1}{2}} = \frac{\sigma_f'}{E}(2N_f)^b+\varepsilon_f'(2N_f)^c. \quad (1)$$

式中：σ_f'为疲劳强度系数；E 为弹性模量；ε_f'为疲劳延性系数；b 和 c 分别为疲劳强度指数和疲劳延性指数.

能量法在多轴疲劳领域占有重要位置，许多研究者[3-5]认为多轴疲劳损伤与材料循环塑性变形及塑性应变能密切相关，Lee 等.[3]在 Garud.[4]和 Jordan 等[5]基础上提出

$$W^* = W_e^* + W_p^* = \frac{(\sigma_f'-\sigma_n^o)^2}{2E}(2N_f)^{2b}+4(\sigma_f'-\sigma_n^o)\varepsilon_f'\frac{c-b}{c+b}(2N_f)^{b+c}. \quad (2)$$

由于临界平面法是在物理观察的基础上提出的一种解决多轴疲劳问题的方法，其已经被认为是解决多轴疲劳问题最有效的方法[6-9]. 对于剪切型裂纹，一般以最大剪应变作为损伤的主要控制参数，引入最大剪切平面上的应力或应变作为损伤的辅助控制参数. Kandile 等[7]以最大剪应变幅和最大剪应变幅平面上的正应变变程作为损伤的控制参数，提出 KBM 模型：

$$\frac{\Delta\gamma_{\max}}{2}+s\Delta\varepsilon_n = [1+v_e+s(1-v_e)]\frac{\sigma_f'}{E}(2N_f)^b+[1+v_p+s(1-v_p)]\varepsilon_f'(2N_f)^c. \quad (3)$$

Fatemi 和 Socie[2,8]以最大剪应变幅和最大剪应变幅平面上最大正应力作为损伤的控制参数，用以克服完全基于应变的模型不能有效描述非比例附加循环硬化对多轴疲劳寿命的影响的不足，提出 FS 模型

$$\frac{\Delta\gamma_{\max}}{2}\left(1+k\frac{\sigma_{n,\max}}{\sigma_y}\right) = \frac{\tau_f'}{G}(2N_f)^{b_0}+\gamma_f'(2N_f)^{c_0}. \quad (4)$$

式中：τ_f' 为剪切疲劳强度系数；G 为剪切模量；γ_f' 为剪切疲劳延性系数；b_0 和 c_0 分别为剪切疲劳强度指数和剪切疲劳延性指数.

针对于拉伸型裂纹，Smith 等人[9]以最大正应变变程为主要控制参数，最大正应变变程平面上最大正应力作为辅助控制参数，提出 SWT 模型

$$\sigma_{n,\max}\frac{\Delta\varepsilon_1}{2} = \frac{\sigma_f'^2}{E}(2N_f)^{2b}+\sigma_f'\varepsilon_f'(2N_f)^{b+c}. \quad (5)$$

通过观察用于单轴寿命疲劳计算的 Manson-coffin 方程及上述各种多轴疲劳模型，可以将各模型用下面通式来表示

$$DP = AN_f^b + CN_f^d. \quad (6)$$

式中：DP 为损伤控制参数，A，b，C，d 为材料常数，根据式(6)，多轴疲劳寿命模型的建立可分为两步，即构造方程左边的损伤参数 DP，DP 的构造应使得同一寿命水平下的各载荷路径的损伤参数大小大致相当，在构造完了损伤参数后，利用单轴数据以及简单的多轴数据对式(6) 右边中的常数 A，b，C，d 进行拟合求解，根据试验得到的损伤参数为 $DP_{\exp}$，以式(6) 计算得到的损伤参数为 DP_{cal}，采用优化算法使 $DP_{\exp}$ 与 DP_{cal} 误差最小，误差定义为

$$Error = [(DP_{\exp}-DP_{cal})/DP_{\exp}]^2. \quad (7)$$

1.2　多轴疲劳损伤参数的确定

疲劳裂纹的萌生是由于材料内部稳定滑移带的局部塑性变形，而稳定滑移带的方向与最大剪应变的方向基本一致[1,10]，试验观察表明，在不同的载荷作用下，裂纹往往萌生于最大剪切平面上[1,10-13]，裂纹生长是由于裂纹尖端剪切带的聚合过程，因此最大剪应变为裂纹萌生的重要控制参数. 图 1 为 ZTC4 钛合金最大剪应变幅与疲劳寿命的关系.

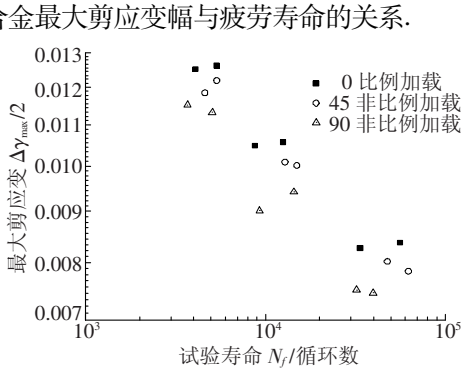
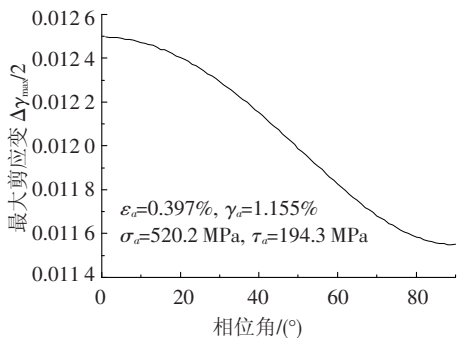


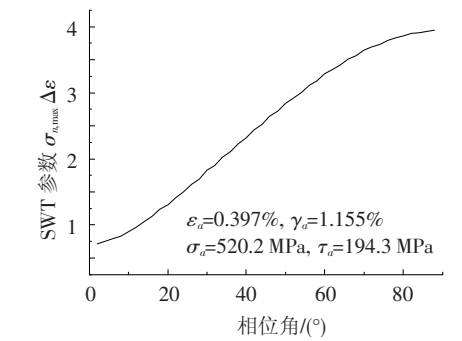
图 1　ZTC4 最大剪应变与寿命的关系

从图 1 中可以看出以最大剪应变幅 $\Delta\gamma_{\max}/2$ 为多轴疲劳损伤控制参数时，90° 非比例载荷下的数据点处于 45° 非比例和 0° 比例加载下数据点的下方，即在相同寿命下，用 $\Delta\gamma_{\max}/2$ 不足以描述 90° 非比例载荷下的损伤，图(2a) 为 $\Delta\gamma_{\max}/2$ 随载荷相位差的变化关系，由图(2a) 可见 $\Delta\gamma_{\max}/2$ 具有随着相位差的增大而减小特性. 因此必须对损伤参数 $\Delta\gamma_{\max}/2$ 进行修正，使得不同相位差下的数据点相对集中.

另一方面，研究表明裂纹面上的法向应力和法向应变会加速裂纹的扩展[2]，已有的试验研究表明[2, 7]，裂纹往往先萌生于最大剪切平面上，然后沿着该平面上的最大法向应变方向进行扩展，因此在构造损伤参数的时候可以考虑法向应力和法向应变对裂纹扩展的影响. 由 Smith 等人[9]提出的 SWT 参数也常被作为多轴疲劳损伤控制参数，研究表明：该模型以最大正应变和最大正应变平面上的最大正应力的乘积作为多轴疲劳损伤控制参数，对以拉伸开裂为主要起裂模式的材料更为适用[9]. 说明 SWT 参数可以较好地描述拉伸应力和应变在多轴疲劳过程中的作用. 图(2b) 为 SWT 参数随相位差的变化关系，引入 SWT 参数对 $\Delta\gamma_{\max}/2$ 修正，正好可以弥补 $\Delta\gamma_{\max}/2$ 随相位差增大而减小的不足.



(a) ZTC4 材料最大剪应变 $\Delta\gamma_{\max}/2$ 相位差的变化特征



(b) ZTC4 材料和 SWT 参数 $\sigma_{n,\max}\varepsilon_n$ 随相位差的变化特征

图 2 ZTC4 各参数随相位差的变化特性

因此本文提出以最大剪应变幅平面为临界平面，同时考虑该临界平面上最大正应力和正应变变程对疲劳损伤的贡献，提出下面的损伤参数

$$DP = \frac{\Delta\gamma_{\max}}{2} + k\left(\frac{\sigma_{n,\max}\Delta\varepsilon_n}{E}\right)^{0.5}. \tag{8}$$

上式右边第一项为最大剪应变幅，第二项为最大剪应变幅平面上修正的 SWT 参数(为使量纲一致，将 SWT 参数修正为应变量纲)，k 为修正系数，即将非比例载荷下的损伤与比例载荷下的损伤修正到相当水平. 在短寿命范围内，疲劳寿命对应变的改变不敏感，故 k 的计算可以选择长寿命处同一寿命水平不同载荷路径下的应力应变进行计算. 举例说明，在同一寿命水平处，比例加载下的损伤参数为

$$DP^{p} = \frac{\Delta\gamma^{p}_{\max}}{2} + k\left(\frac{\sigma^{p}_{n,\max}\Delta\varepsilon^{p}_{n}}{E}\right)^{0.5}. \tag{9}$$

非比例加载下的损伤参数为

$$DP^{np} = \frac{\Delta\gamma^{np}_{\max}}{2} + k\left(\frac{\sigma^{np}_{n,\max}\Delta\varepsilon^{np}_{n}}{E}\right)^{0.5}. \tag{10}$$

根据前面假设在同一寿命水平下的各路径损伤参数应该相当，即 $DP^{p} = DP^{np}$，即可求出该寿命水平处的 k 值，为使 k 能够反映不同寿命水平下对各路径损伤参数的修正，可计算出不同寿命处的 k 值，然后取平均值.

2 试验验证

2.1 ZTC4 材料

为验证本文提出多轴疲劳寿命预测方法的有效性和可行性. 本文针对航空发动机静子件常用材料 ZTC4 进行了多轴疲劳试验. 其力学性能常数见表 1. 试验件为空心薄壁圆棒试样. 试验件尺寸如图 3 所示.

表 1 材料的力学性能常数

材料	弹性模量 E/ GPa	剪切模量 G/ GPa	屈服强度 σ_y/ MPa	泊松比 ν_e
ZTC4	114	45	885	0.27
纯钛 Ti[15]	112	40	475	0.40
BT9 钛合金[15]	118	43	910	0.37

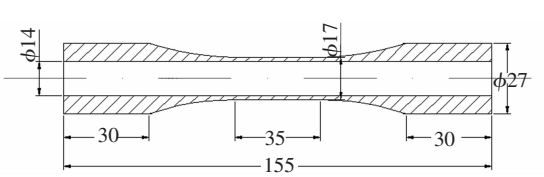


图 3 ZTC4 空心圆棒试样

试验在 MTS 809 试验机上进行，加载方式为载荷控制加载，加载波形为正弦波，选取了 3 种拉/扭相位差：0°、45°、90°，每种相位差下开展 3 种应力水平的试验，应力水平的有效值分别对应

相等. 为观察 ZTC4 空心试棒在拉/扭疲劳载荷下的裂纹扩展特性，用油笔在试样表面划分了如图 4所示的的网格. ZTC4 钛合金多轴疲劳试验结果见表3，通过 k 取0. 5 将比例载荷和非比例载荷下的损伤修正到相当水平. 然后根据式(8)计算出损伤参数 DP，采用优化算法，根据式(7)拟合求出多轴疲劳寿命模型中的常数 A，b，C，d，见表2. ZTC4 损伤参数 DP 与疲劳寿命关系如图 5 所示，本文模型预测的疲劳寿命与试验寿命的对比如图 6 所示，从图中可以看出，本文的模型预测的结果全部在试验结果的 2 倍分散带之内.

表 2　拟合参数 A，b，C，d 及 k

材料	A	b	C	d	k
ZTC4	0. 011 00	−0. 059 0	0. 110	−0. 319	0. 5
纯钛 Ti	0. 016 25	−0. 084 5	0. 222	−0. 544	0. 5
BT9 钛合金	0. 014 90	−0. 040 0	0. 255	−0. 594	0. 8

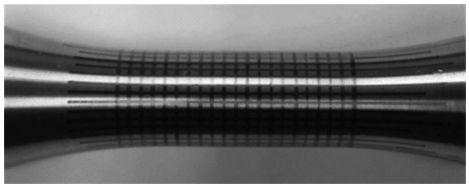


图 4　表面划分了网格的 ZTC4 试件

表 3　ZTC4 钛合金多轴疲劳试验结果

相位角/(°)	σ_a/ MPa	τ_a/ MPa	ε_{max} /%	ε_{min}/ %	γ_{max}/ %	γ_{min}/ %	ε_a/ %	γ_a/ %	N_f
0	520. 2	194. 3	0. 391	−0. 367	1. 199	−1. 112	0. 379	1. 155	4 092
0	520. 2	194. 3	0. 407	−0. 369	1. 209	−1. 114	0. 388	1. 161	5 368
0	438. 1	162. 5	0. 328	−0. 316	0. 982	−0. 948	0. 322	0. 965	8 797
0	438. 1	162. 5	0. 326	−0. 318	0. 971	−0. 977	0. 322	0. 974	12 548
0	342. 3	129. 0	0. 255	−0. 250	0. 754	−0. 770	0. 252	0. 762	33 786
0	342. 3	129. 0	0. 257	−0. 252	0. 760	−0. 783	0. 254	0. 772	56 186
45	520. 2	194. 3	0. 39	−0. 377	1. 146	−1. 110	0. 383	1. 128	4 625
45	520. 2	194. 3	0. 393	−0. 385	1. 192	−1. 133	0. 389	1. 163	5 381
45	438. 1	162. 5	0. 32	−0. 319	0. 938	−0. 972	0. 319	0. 955	15 035
45	438. 1	162. 5	0. 326	−0. 319	0. 954	−0. 971	0. 323	0. 962	12 897
45	342. 3	129. 0	0. 250	−0. 257	0. 752	−0. 741	0. 254	0. 746	62 660
45	342. 3	129. 0	0. 249	−0. 252	0. 767	−0. 765	0. 251	0. 766	47 822
90	520. 2	194. 3	0. 382	−0. 379	1. 133	−1. 130	0. 380	1. 132	5 078
90	520. 2	194. 3	0. 393	−0. 386	1. 125	−1. 178	0. 389	1. 151	3 698
90	438. 1	162. 5	0. 328	−0. 328	0. 934	−0. 870	0. 328	0. 902	9 279
90	438. 1	162. 5	0. 328	−0. 326	0. 959	−0. 925	0. 327	0. 942	14 404
90	342. 3	129. 0	0. 250	−0. 254	0. 751	−0. 749	0. 252	0. 750	32 109
90	342. 3	129. 0	0. 252	−0. 250	0. 728	−0. 762	0. 251	0. 745	39891

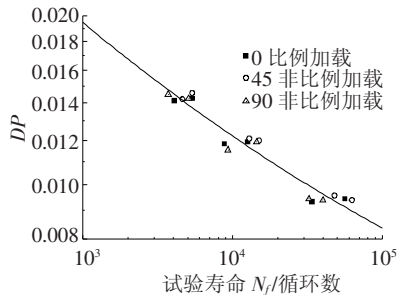


图 5　ZTC4 损伤参数 *DP* 与疲劳寿命关系

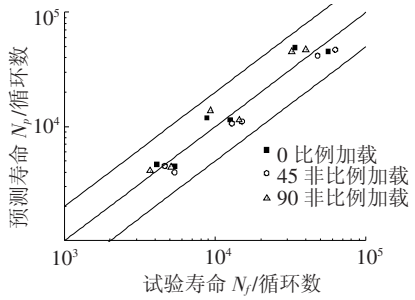


图 6　ZTC4 试验寿命与预测寿命的比较

2.2 其他材料

为进一步验证本文提出多轴疲劳寿命预测方法的有效性和可行性,另外选用 2 种金属材料的多轴疲劳试验数据对本文方法进行评估和验证. 2 种材料分别为:纯钛 Ti、BT9 钛合金. 2 种材料的基本力学性能参数见表 1. 纯钛 Ti 的疲劳试验数据取自文献[15]. 疲劳加载路径为比例、45°和 90°非比例加载 3 种. 比例加载下的幅值比包括 1.7、1.4、1.3 3 种情况. 非比例加载下的幅值比为 1.7,加载波形为正弦波. BT9 钛合金的疲劳试验数据同样取自文献[15]. 多轴疲劳加载路径为比例和 90°非比例加载两种,加载波形为正弦波. k 值及拟合参数 A,b,C,d 见表 2. 损伤参数 DP 与疲劳寿命关系如图 7 及图 9 所示,模型预测的疲劳寿命与试验寿命的对比如图 8 及图 10 所示,从图中可以看出预测的寿命基本在试验寿命的 2 倍分散带内.

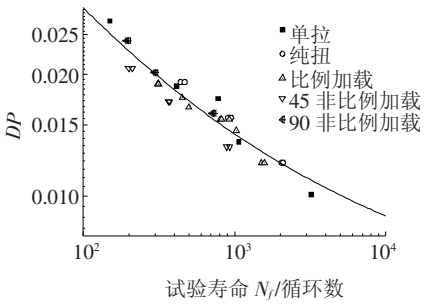


图 7 纯 Ti 损伤参数 *DP* 与疲劳寿命关系

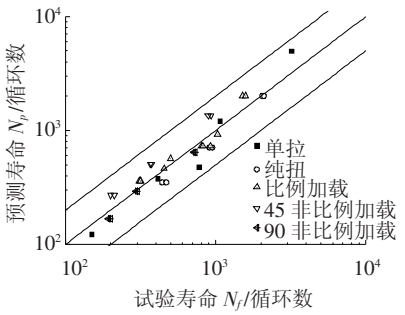


图 8 纯 Ti 试验寿命与预测寿命的比较

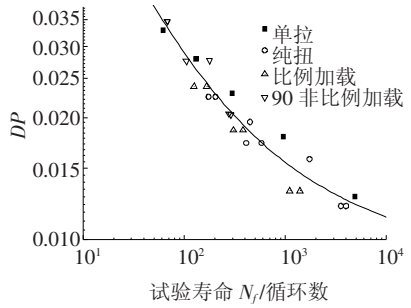


图 9 BT9 损伤参数 *DP* 与疲劳寿命关系

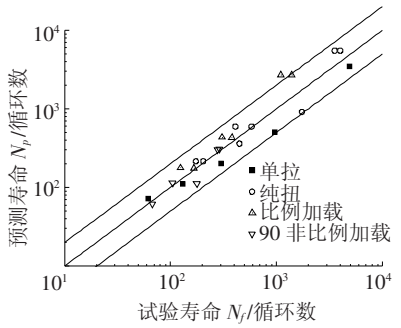


图 10 BT9 验寿命与预测寿命的比较

上述评估结果表明本文提出的建立多轴疲劳寿命模型的思路和方法是可行的. 本文基于对试验的总结,通过先构造损伤参数 DP,然后对试验数据进行拟合求解得到常数 A,b,C,d,由于常数 A,b,C,d 并不存在明确的物理含义,其值的大小因构造的损伤参数的不同而不同,因此在构造损伤参数时并不存在太多的限制,原则上应使得同一寿命水平下的各种载荷路径的损伤参数大小大致相当. 理论上来讲只要保证量纲一致,凡是能够反映多轴疲劳损伤的物理量的任意组合都可以用来作为多轴疲劳的损伤参数 DP,当然最好还是根据多轴疲劳的微观机制来进行构造损伤参数. 由于对损伤参数构造限制的减少,本文提出的解决对多轴疲劳问题的思路和方法对试验的类型依赖较少,可以是单轴的拉压和纯扭转试验,也可以是简单的多轴疲劳试验,但是试验的类型越多(比如不同相位,不同幅值比下的多轴试验),就越能够提高多轴疲劳寿命模型的精度.

4 结 论

通过对已有多轴疲劳寿命模型的研究,提出了一种新的建立多轴疲劳寿命模型的思路和方法,在此基础上基于最大剪应变幅和最大剪应变幅平面上的法向应力和应变构造了一种新的多轴疲劳损伤参数. 采用 ZTC4 钛合金、纯 Ti、BT9 钛合金的多轴疲劳试验数据对该方法进行了评估和验证,得到如下主要结论:

1)本文提出的建立多轴疲劳寿命模型的方法是可行的,并可以减少对多轴损伤参数构造和疲劳试验数据的限制.

2)基于新的多轴损伤参数和上述方法建立的多轴疲劳寿命模型对 3 种材料多轴疲劳试验数据具有很好的相关和预测能力,预测结果基本在 2 倍分散带之内.

参考文献

[1] KANAZAWA K, MILLER K J, Brown M. Low cycle

fatigue under out-of-phase loading conditions [J]. Journal of Engineering Materials and Technology, 1977, 99:222 – 28.

[2] FATEMI A, SOCIE D F. A critical plane approach to multiaxial fatigue damage including out-of-phase loading [J]. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, 1988, 11(3):149 – 66.

[3] LEE B L, KIM K S, NAM K M. Fatigue analysis under variable amplitude loading using an energy parameter [J]. International Journal of Fatigue, 2003, 25: 621 – 31.

[4] GARUD Y S. A new approach to the evaluation of fatigue under multiaxial loadings [J]. Journal of Engineering Material and Technology, Transactions of the ASME, 1981, 103:118 – 25.

[5] JORDAN E H, BROWN M W, MILLER K J. Fatigue under severe nonproportional loading [C]//Multiaxial Fatigue, ASTM STP 853, Biaxial/Multiaxial Fatigue, December 15 – 17, 1982, San Francisco, California. Pliiladelphia: American Society for Testing and Materials, 1985: 569 – 85.

[6] 张莉，王刚，程靳. 多轴非比例加载条件下疲劳损伤参量的研究[J]. 哈尔滨工业大学学报，2004，36(5):606 – 09.

[7] KANDILE F A, BROWN M W, MILLER K J. Biaxial low cycle fatigue fracture of 316 stainless steel at elevated temperatures[M]. London: The Metal Society, 1982:203 – 210.

[8] DARRELL F S, GARY B M. Multiaxial Fatigue[M]. Warrendale: Society of Automotive Engineers, 2000.

[9] SMITH N, WATSON P, TOPPER T H. A stress-strain parameter for the fatigue of metals [J]. Journal of Materials, 1970, 5(4):767 – 78.

[10] TAIRA S, INOUE T, YOSHIDA T. Low cycle fatigue under multiaxial stresses(in the case of combined cyclic tension-compression and cyclic torsion) at room temperature [C]//Soc Mate Sci Proc12th Japan Congress on Material Research, Kyoto, Japan, 1969: 50 – 55.

[11] SOCIE D F, WAIL L E, KOCK J L. Biaxial fatigue of inconel 718 including mean stress effects [C]// Multiaxial Fatigue, ASTM STP 853, Biaxial/Multiaxial Fatigue, December 15 – 17, 1982, San Francisco, California. Pliiladelphia: American Society for Testing and Materials, 1985: 463 – 481.

[12] PASCOE K J, DEVILLIERS J W R. Low cycle fatigue of steel under biaxial straining [J]. J. strain anal, 1967, 2:117 – 26.

[13] BROWN M W, MILLER K J. High temperature low cycle biaxial fatigue of two steels [J]. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, 1979, 1:217 – 29.

[14] SOCIE D F. Multiaxial Fatigue Damage Models [J]. Journal of Engineering Materials and Technology, 1987, 109:293 – 98.

[15] NIMA S, MAKSYSM G, KOSTYANTYN P, *et al.* Multiaxial fatigue of titanium including step loading and load path alteration and sequence effects [J]. International Journal of Fatigue, 2010, 32:1862 – 74.

（编辑　苗秀芝）