采用 UKF 算法估计路面附着系数

林 菜，黄 超

（南京航空航天大学 车辆工程系，210016 南京）

摘 要：为了能够迅速准确获取当前道路信息以提高汽车主动安全性能，提出一种实时跟踪路面附着系数变化的汽车状态估计方法. 建立包含 Pacejka 89 轮胎模型的七自由度非线性汽车动力学模型，通过动力学模型估算出前后车轮垂直载荷，结合轮胎力学模型和 UKF（Unscented 卡尔曼滤波）算法对轮胎纵向力和滑移率进行估计，进而得到不同附着系数路面条件下的 Slip-slope（$\rho - S$ 曲线斜率），建立了几种典型路面附着系数与 Slip-slope 之间的映射关系. 应用 ADAMS/Car 中的路面编辑器构造具有不同附着系数的路面测试环境，验证了提出的方法对突变附着系数估计的可靠性和有效性，表明 Slip-slope 理论在 ADAMS/Car 的虚拟试验中同样可以再现.

关键词：汽车动力学控制，附着系数，汽车状态估计，Unscented 卡尔曼滤波（UKF），虚拟实验

中图分类号：U461.6 **文献标志码**：A **文章编号**：0367－6234(2013)07－0115－06

Unscented Kalman filter for road friction coefficient estimation

LIN Fen, HUANG Chao

(Dept. of Automotive Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 210016 Nanjing, China)

Abstract: To obtain current road information quickly and to improve vehicle active safety performance accurately, a vehicle state estimation method was proposed to real-time track changes in road friction coefficient. A 7-DOF non-linear vehicle dynamic model including Pacejka 89 tire model was established. The normal force of tire was approximately calculated from the vehicle dynamic model, the tire slip and longitudinal force were estimated by a combination of tire mechanical model and UKF algorithm. Then Slip-slope of different road friction coefficient was obtained. A mapping relationship between several typical road friction coefficient and Slip-slope was built. By constructing various ground test environment with different road friction coefficient using the Road Builder in ADAMS/Car, the estimation method proposed was verified to be effective and reliable. Moreover, the simulation results indicated that Slip-slope theory is also applicable in the virtual test under the ADAMS/Car environment.

Key words: vehicle dynamic control; friction coefficient; vehicle state estimation; Unscented Kalman Filter (UKF); virtual test

附着系数信息对于汽车纵向控制系统是重要的控制逻辑. 如果能够实时估算出路面峰值附着系数，汽车主动安全系统就可以根据当前路况调节控制策略，提高车辆安全性[1]. 近年来这一领域逐渐成为汽车工程领域的研究热点. Gustafsson F[2]最早采用 $\rho - S$ 曲线的形状估算路面附着系数，采用最小二乘法或卡尔曼滤波等方法得到 $\rho - S$ 曲线的斜率. 随后 Yi K[3]、Steffen M[4]和 Li K 等[5]人将 Slip-slope 方法应用于驱动和制动工况. 在此基础上，Rajamani R 等[6－7]将轮胎模型线性化，假设车辆为一个自行车模型，通过加速度传感器和 GPS 等设备测得车辆行驶状态，估算出轮胎附着力. 相比 Gustafsson 与 Ray[8]使用的基本卡尔曼滤波算法及扩展卡尔曼算法，目标跟踪领域新兴的 Unscented 卡尔曼滤波（UKF）算法[9]具有显著优势，可以在保证高精度的同时避免求解繁琐的 Jacobian 矩阵.

收稿日期：2012－07－12.
基金项目：国家自然科学基金资助项目（10902049）；
中国博士后科学基金资助项目（2012M521073）.
作者简介：林 菜（1980—），男，博士，副教授.
通信作者：林 菜，flin@nuaa.edu.cn.

本文将 UKF 应用于汽车的附着系数估计,针对汽车直线行驶的驱动和制动工况,对路面附着系数进行估计. 并通过虚拟试验验证算法的有效性.

1 非线性汽车动力学模型

1.1 整车模型

本文提出的估计算法是采用如图 1 所示的七自由度非线性汽车动力学模型[9],七自由度包括纵向、侧向、横摆和 4 个车轮的回转运动.

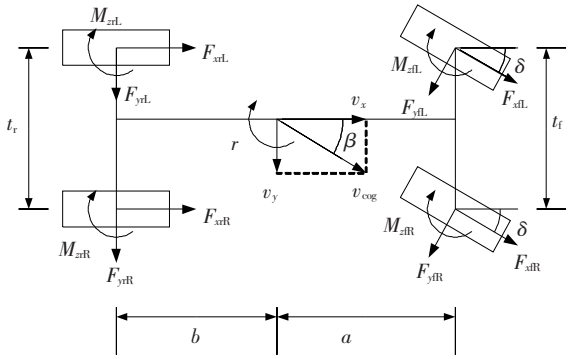


图 1 七自由度汽车动力学模型示意图

汽车的运动微分方程为

纵向,

$$\dot{v}_x = a_x + v_y r,$$

$$a_x = (F_{xfL}\cos\delta + F_{xfR}\cos\delta + F_{xrL} + F_{xrR} - F_{yfL}\sin\delta - F_{yfR}\sin\delta)/m;$$

侧向,

$$\dot{v}_y = a_y - v_x r,$$

$$a_y = (F_{xfL}\sin\delta + F_{xfR}\sin\delta + F_{yfL}\cos\delta + F_{yfR}\cos\delta + F_{yrL} + F_{yrR})/m;$$

横摆,

$$\Gamma = \frac{t_f}{2}F'_{xfL} - \frac{t_f}{2}F'_{xfR} + \frac{t_r}{2}F_{xrL} - \frac{t_r}{2}F_{xrR} + aF'_{yfL} + aF'_{yfR} - bF_{yrL} - bF_{yrR} + M_{zfL} + M_{zfR} + M_{zrL} + M_{zrR},$$

$$\dot{r} = \frac{\Gamma}{I_z}.$$

其中:

$$F'_{xij} = F_{xij}\cos\delta - F_{yij}\sin\delta,$$

$$F'_{yij} = F_{yij}\cos\delta + F_{xij}\sin\delta.$$

忽略惯性阻力矩和空气升力,汽车右转弯时各个轮胎的垂直载荷为

$$F_{zfL,zfR} = \left(\frac{mg}{2} \pm ma_y\frac{h}{t_f}\right)\frac{b}{l} - \frac{1}{2}ma_x\frac{h}{l},$$

$$F_{zrL,zrR} = \left(\frac{mg}{2} \pm ma_y\frac{h}{t_r}\right)\frac{a}{l} + \frac{1}{2}ma_x\frac{h}{l}.$$

各个轮胎的侧偏角可通过

$$\alpha_{fL,fR} = \delta - \arctan\frac{v_y + ar}{v_x \pm t_f r/2},$$

$$\alpha_{rL,rR} = -\arctan\frac{v_y - br}{v_x \pm t_r r/2}$$

求得[10].

整车质心处侧偏角为

$$\beta = \arctan(v_y/v_x).$$

各个轮胎滑移率为

$$s_{ij} = (r_e\omega_{ij} - u_{wij})/u_{wij}.$$

式中车轮中心速度 u_{wij} 可通过

$$u_{wfL,wfR} = v_{cog} \pm r(t_f/2 \pm a\beta),$$

$$u_{wrl,wrR} = v_{cog} \pm r(t_r/2 \mp b\beta)$$

求得[11]. 式中:v_x 为纵向速度,a_x 为纵向加速度,v_y 为侧向速度,a_y 为侧向加速度,r 为横摆角速度,β 为整车质心侧偏角,δ 为前轮转角,F_{xij} 为各个车轮上的纵向力,F_{yij} 为各个车轮上的侧向力,F_{zij} 为各个车轮上的垂向载荷,Γ 为整车绕 z 轴的横摆力矩,v_{cog} 为质心处速度,M_{zij} 为各个车轮上的回正力矩,m 为整车质量,a、b 为整车质心至前、后轴的距离,I_z 为整车绕 z 轴转动惯量,$l = a + b$ 为前后轴距,t_f、t_r 分别为前、后轮距宽,h 为质心高度,α_{ij} 为各轮胎侧偏角,s_{ij} 为各轮胎滑移率,r_e 为轮胎滚动半径,ω_{ij} 为车轮转动角速度,u_{wij} 为车轮中心速度.

1.2 轮胎模型[12]

采用 Pacejka 非线性轮胎模型,该模型输入变量为轮胎垂向载荷、轮胎侧偏角、轮胎滑移率,可以采用统一形式的公式(1) ~ (3)计算轮胎侧向力、纵向力以及回正力矩:

$$y(x) = D\sin(C\arctan(Bx - E(Bx - \arctan Bx))), \quad (1)$$

$$Y(X) = y(x) + s_v, \quad (2)$$

$$x = X + s_h. \quad (3)$$

式(2)中输出变量 Y 可分别表示轮胎纵向力 F_x、侧向力 F_y、回正力矩 M_z. 式(3) 中的输入变量 X 可分别代表轮胎滑移率 s(当计算纵向力时用)和轮胎侧偏角 α(当计算侧向力和回正力矩时用). 式(1) 中不同输出下的参数 B、C、D、E、s_v、s_h 的具体表达式可参见文献[12].

1.3 包含噪声的非线性汽车系统

非线性汽车系统的状态向量设为

$$\boldsymbol{x}^s = [v_x, v_y, a_x, a_y, r, \beta, \Gamma]^T;$$

系统输入为

$$\boldsymbol{u} = [\delta \quad \omega_{fL} \quad \omega_{fR} \quad \omega_{rL} \quad \omega_{rR}]^T;$$

观测向量为

$$\boldsymbol{y} = [r \quad a_y \quad v_x].$$

状态估计的过程噪声设为均值为零的常值平稳高斯白噪声序列，方差阵按如下规律设置：

$$Q = 0.01 \cdot | \max(S_{\text{state}}(i)) - \min(S_{\text{state}}(i)) |,$$
$$(i = 1,\cdots,7, \quad 0 \leqslant t \leqslant 10).$$

其中 $\max(S_{\text{state}}(i))$ 和 $\min(S_{\text{state}}(i))$ 分别是第 i 个状态量在整个时间历程中的最大值和最小值.

量测噪声协方差矩阵设为均值为零的常值平稳高斯白噪声序列，方差阵按如下规律设置：

$$R = 0.05 \cdot | \max(y(i)) - \min(y(i)) |,$$
$$(i = 1,\cdots,3, \quad 0 \leqslant t \leqslant 10).$$

其中 $\max(y(i))$ 和 $\min(y(i))$ 分别是第 i 个观测量在整个时间历程中的最大值和最小值.

2　UKF 滤波算法

相比 EKF，UKF 不是对非线性模型做近似，而是对状态的概率密度函数做近似. 具有更高的估计精度和运算速度.

本文采用非扩展形式的 UKF 算法，对于 1 小节中的非线性汽车系统，假设其过程噪声和观测噪声均为高斯白噪声，方差分别为 Q 和 R，则个滤波算法步骤如下[13]：

1）均值和方差的初始化.

$$\bar{x}_0 = E(x_0),$$
$$\boldsymbol{p}_0 = E[(x_0 - \bar{x})(x_0 - \bar{x})^{\mathrm{T}}].$$

由于车辆在直线行驶工况下侧向动力学参数变化较小，为了确保算法收敛以得到可靠的车轮纵向力和滑移率估计值，初始误差方差阵 $\boldsymbol{p}_0$ 设为单位阵.

2）计算 Sigma 点（$k = 0,1,2\cdots$）.

$$\chi_k = [x_{k|k} \quad x_{k|k} + \sqrt{(n+\lambda)P_{k|k}} \quad x_{k|k} - \sqrt{(n+\lambda)P_{k|k}}].$$

3）时间更新过程.

$$\chi_{k+1|k} = f(\chi_{k|k}, u_k),$$
$$x_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{\mathrm{m}} \chi_{i,k+1|k},$$
$$P_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{\mathrm{c}} (\chi_{i,k+1|k} - x_{k+1|k})(\chi_{i,k+1|k} - x_{k+1|k})^{\mathrm{T}} + Q,$$
$$\psi_{i,k+1|k} = h(\chi_{i,k+1|k}),$$
$$y_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{\mathrm{m}} \psi_{i,k+1|k}.$$

4）量测更新.

$$P_{y_{k+1}y_{k+1}} = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{\mathrm{c}} (\psi_{i,k+1|k} - y_{k+1|k})(\psi_{i,k+1|k} - y_{k+1|k})^{\mathrm{T}} + R,$$
$$P_{x_{k+1}y_{k+1}} = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{\mathrm{c}} (\chi_{i,k+1|k} - x_{k+1|k})(\psi_{i,k+1|k} - y_{k+1|k})^{\mathrm{T}},$$
$$K_{k+1} = P_{x_{k+1}y_{k+1}} P_{y_{k+1}y_{k+1}}^{-1},$$
$$x_{k+1|k+1} = x_{k+1|k} + K_{k+1}(y_{k+1} - y_{k+1|k}),$$
$$P_{k+1|k+1} = P_{k+1|k} - K_{k+1} P_{y_{k+1}y_{k+1}} K_{k+1}^{\mathrm{T}}.$$

以上各式中的权值按照式（4）~（6）确定：

$$W_0^{\mathrm{m}} = \lambda/(n+\lambda), \tag{4}$$
$$W_0^{\mathrm{c}} = \frac{\lambda}{n+\lambda} + 1 - \xi^2 + \gamma, \tag{5}$$
$$W_i^{\mathrm{m}} = W_i^{\mathrm{c}} = \frac{1}{2(n+\lambda)}, \quad i = 1,\cdots,2n. \tag{6}$$

式中：W_i^{m} 为均值的权，W_i^{c} 为方差的权. λ 为调节参数，用来控制 Sigma 点到均值之间距离，且 $\lambda = \xi^2(n+\kappa) - n$；$\xi$ 通常被设为一个小的正值（$10^{-4} \leqslant \xi \leqslant 1$）；考虑到 PAC89 轮胎模型表现出强非线性特性，Sigma 点和中心 $\bar{x}$ 的距离应该尽可能的小，因此本文选取较小的 $\xi = 0.01$. $\kappa \geqslant 0$ 以保证方差矩阵的半正定性，本文选择 $\kappa = 0$.

3　Slip-slope 估计方法

3.1　Slip-slope 方法

Slip-slope 方法使用归一化车轮纵向力和滑移率之间的关系确定路面附着系数（road friction coefficient）μ 的大小[7]. 归一化的车轮纵向力在低滑移率情况下与滑移率成线性关系. 曲线的斜率，即 Slip-slope，随着 μ 的变化而变化. 在高滑移率情况下，归一化的车轮纵向力达到饱和. 归一化纵向力的饱和值与附着系数 μ 成正比，因此在高滑移率情况下 μ 同样可以由此关系唯一确定. 一般在滑移率的绝对值不大于 0.05 时，认为归一化的纵向力与滑移率成线性关系，一旦滑移率超过 0.05，将不能使用 Slip-slope 的值对附着系数进行精确估计.

对附着系数进行 Slip-slope 方法估计，需要获取车轮的纵向力、法向力以及滑移率信息. 式（7）给出了变量之间的关系：

$$\rho = F_x/F_z = Ks. \tag{7}$$

式中，K 是 Slip-slope，即 $\rho - s$ 曲线斜率. K 随着道路的表面状况改变，因此可以用于估计附着系数 μ. 在考虑在制动和牵引时的纵向力时前轮和后轮的滑移率略有不同. 本文采用的车辆模型为 ADAMS/Car 建立的发动机后置后轮驱动模型，因此本文采用后轮作为研究对象.

为了使用 Slip-slope 方法对附着系数进行估计，需要首先获知各个车轮的纵向力 F_x、法向力 F_z 以及纵向滑移率 s 的信息.

3.2　ρ 的估计

3.2.1　车轮法向载荷的估算

车辆法向力由车辆动力学方程计算得出，见整车模型中的轮胎垂直载荷公式. 可以看出，在汽车结构参数已知的情况下，只要获得车辆的纵向

与侧向加速度信息就能够得出车轮法向载荷的大小. 在本文的虚拟实验中,侧向加速度为带噪声的系统观测量,纵向加速度由 UKF 估计得出.

3.2.2 车轮纵向力的估计

由式(7) 可知,求 ρ 还需要获取作用在车轮上的纵向力信息. 与法向力不同,纵向力无法由车辆动力学模型计算得出,在不采用轮胎力传感器的情况下,采用 UKF 结合 Pacejka 89 魔术公式轮胎模型估计得出.

3.3 s 的估算

车轮的纵向滑移率 s 通过车轮的圆周线速度与车轮中心纵向速度的差值求解:

$$s = (r_e\omega - v_x)/\max(v_x, r_e\omega) .$$

式中: r_e 为车轮有效滚动半径,ω 为轮胎角速度,v_x 为车轮中心纵向速度. 在下面的虚拟试验中假设车轮有效滚动半径 r_e 已知. 轮胎的角速度 ω 作为 UKF 的输入,v_x 则为 UKF 滤波器的观测量.

滑移率 s 的获取需要分驱动工况与制动工况讨论. 驱动工况下 ω 通过轮速传感器测量,v_x 通过非驱动轮的角速度获取;制动工况下由于没有非制动轮作为汽车速度参考,为了简化研究,在下面的虚拟试验制动操纵中直接获取车速信号,在实车试验中可通过非接触式车速传感器或 GPS 车速测量获取绝对车速.

4 虚拟试验验证

为了验证提出算法的正确性,在虚拟样机软件 ADAMS 上对某型轿车进行了仿真试验验证. 该车的参数为: m = 1 528 kg, a = 1.48 m, b = 1.08 m, h = 0.432 m, I_z = 2 440 kg · m^2, t_f = 1.52 m, t_r = 1.594 m, r_e = 0.33 m.

按子系统组装的整车虚拟样机试验模型如图 2所示. 轮胎模型采用 ADAMS/Car 中自带的 Pac89 轮胎模型.

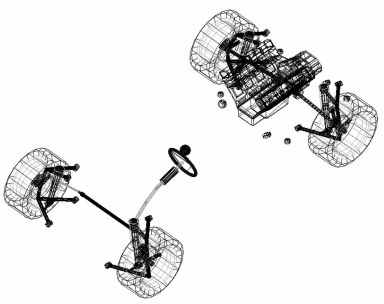
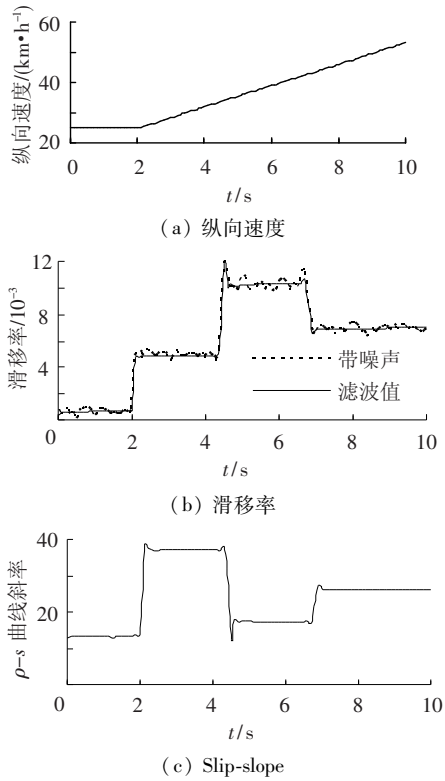


图 2 ADAMS 中整车模型

为了考察 UKF 算法对含噪声非线性汽车系统的附着系数估计性能,本文选取车辆直线行驶下纯驱动、纯制动以及驱动 - 制动联合工况 3 种典型情况进行仿真实验. 路面附着系数由 0.9 向 0.5 跳变. 下文分别给出了各种工况下的仿真实验结果.

4.1 纯驱动试验

车辆首先保持 25 km/h 的速度匀速行驶 2 s,随后开始以 0.1g 的加速度驱动行驶 8 s,路面 0 ~ 35 m 附着系数为 0.9,36 ~ 60 m 附着系数为 0.3,61 m 以后附着系数为 0.5. 图 3(a)是纵向速度随时间变化,图 3(b)给出了带噪声的滑移率信号与经过 UKF 滤波处理后的滑移率数据,可见 UKF 起到了很好的平滑作用,良好的滑移率信号是得到平滑的 Slip-slope 曲线的保证. 由图 3(c)可以看出在第 2 秒开始加速后,Slip-slope 迅速上升到 37.2 左右并一直稳定,路面附着系数在突变到 0.3 左右时 Slip-slope 迅速降为 17.4 左右. 最后一个阶段在附着系数为 0.5 的路面上 Slip-slope 迅速上升至 26.3 并保持不变直至仿真结束,图 3(c)直观地表明了 UKF 算法迅速跟踪路面附着系数突变的能力.



(a) 纵向速度

(b) 滑移率

(c) Slip-slope

图 3 路面附着系数突变的纯驱动试验

4.2 纯制动试验

车辆首先保持 100 km/h 匀速行驶 2 s,随后以 0.1g 的减速度制动 8 s. 路面 0 ~ 120 m 附着系数为 0.9,121 ~ 200 m 附着系数为 0.3,201 m 以后附着系数为 0.5. 图 4(a)是纵向速度随时间变化,图 4(b)给出了带噪声的滑移率信号与经过 UKF 滤波处理后的滑移率数据. 由图 4(c)可以看

出，在第 2 秒开始制动后，Slip-slope 迅速上升到 44.3 左右并一直稳定，路面附着系数在突变到 0.3 左右时 Slip-slope 迅速降为 25.6 左右. 最后一个阶段在附着系数为 0.5 的路面上 Slip-slope 迅速上升至 35.1 并保持不变直至仿真结束，图 4(c)表明了 UKF 算法在制动状态下依然可以迅速跟踪路面附着系数突变.

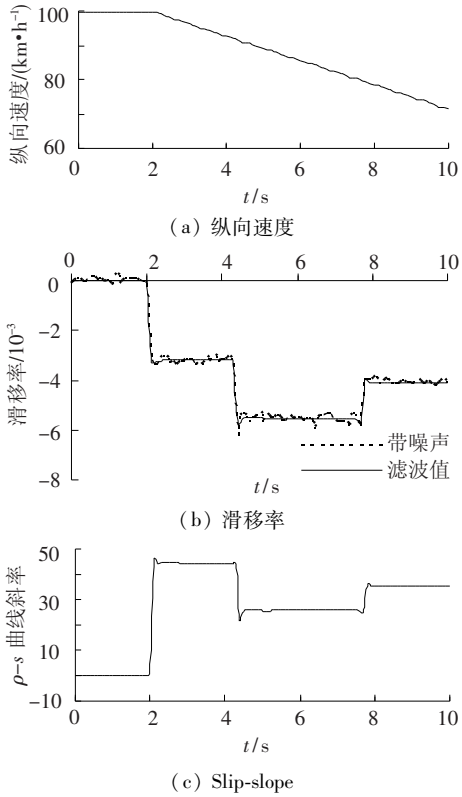


图 4　路面附着系数突变的纯制动试验

4.3　驱动 – 制动联合工况试验

车辆首先保持 25 km/h 的速度匀速行驶 2 s，随后开始以 0.1g 的加速度进行匀加速行驶 4 s，接着以 0.1 g 的减速度制动 4 s. 路面 0 ~ 35 m 附着系数为 0.9，36 ~ 70 m 附着系数为 0.3，71 m 以后附着系数为 0.5. 图 5(a)是纵向速度随时间变化，图 5(b)给出了带噪声的滑移率信号与经过 UKF 滤波处理后的滑移率数据. 由图 5(c)可以看出在第 2 秒开始加速后，Slip-slope 迅速上升到 37.2 左右并一直稳定，该数值与纯驱动工况时的值相同. 在第 4.3 秒时 Slip-slope 迅速降为 17.4 左右，这是由于进入了低附着系数为 0.3 的路面，17.4 的数值一直维持到 6 s，6 s 之后虽然还是在 0.3 的低附路面上，但是已经转为制动工况，因此 Slip-slope 有所上升，至 25.6. 大约在 8.4 s 时车辆进入附着系数为 0.5 的路面，此时 Slip-slope 迅速上升至 35.1 并保持至仿真结束. 图 5(c)表明了在驱动 – 制动工况下 UKF 算法依然跟踪性能良好，且 Slip-slope 的数值和纯驱动或纯制动时保持一致.

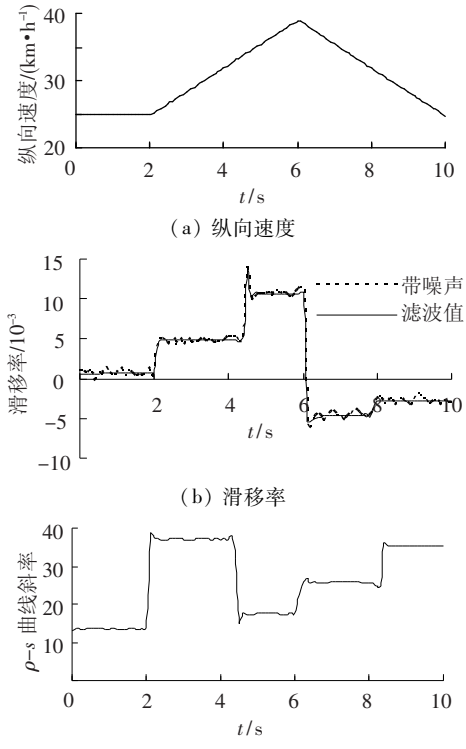


图 5　路面附着系数突变的驱动 – 制动联合工况试验

通过以上 3 次虚拟试验，得到了较为可靠的附着系数估计结果. 对上文的试验数据进行整理，得到表 1 的映射关系.

表 1　Slip-slope 值与附着系数的对应关系

附着系数	Slip-slope	
	驱动	制动
0.9	37.2	44.3
0.5	26.3	35.1
0.3	17.4	25.6

虚拟试验表明，基于 UKF 的附着系数估计方法能够迅速对路面的附着系数进行识别. 通过对驱动与制动工况下的仿真实验，能够得到一个附着系数与 Slip-slope 的映射关系. 本文给出了附着系数为 0.9、0.5 和 0.3 的情况，在之后的工作中可以对表 1 进行扩充，得到更多路面如湿滑柏油路面、砾石路面等的 Slip-slope 与附着系数值的映射关系. 通过估计得到的 Slip-slope 值便可推知路面状况.

5　结　论

1) UKF 与 Pacejka 89 轮胎模型结合的方法对汽车轮胎纵向力的估计具有较高的精度，为 Slip-slope 估计中 ρ 的估计奠定了基础.

2) 基于 UKF 的 Slip-slope 估计方法具有较好的抗量测噪声干扰性能，由于 UKF 具有出色的实

时估计能力,使得对于 Slip-slope 的估计具有很好的跟踪性能.

3)本文的虚拟试验表明,在驱动工况下,Slip-slope 值在 37.2、26.3、17.4 分别对应了路面附着系数为 0.9 的类似干燥混凝土路面、0.5 的类似湿滑泥泞路面和 0.3 的类似冰雪路面. 在制动工况下有相似规律,附着系数 0.9、0.5、0.3 对应的 Slip-slope 值分别为 44.3、35.1 和 25.6.

4)通过在虚拟试验中应用 Slip-slope 估计方法,验证了 Slip-slope 思想对于路面附着系数估计的有效性,同时也表明了该理论在 ADAMS/Car 虚拟试验中同样可以再现.

参考文献

[1] AHN C S, PENG H, TSENG H E. Robust estimation of road friction coefficient using lateral and longitudinal vehicle dynamics [J]. Vehicle System Dynamics, 2012, 50(6): 961 – 985.

[2] GUSTAFSSON F. Slip-Based Tire-road friction estimation [J]. Automatica, 1997, 33(6): 1087 – 1099.

[3] YI K, HEDRICK K, LEE S C. Estimation of tire-road friction using observer based identifiers [J]. Vehicle System Dynamics, 1999, 31(4), 233 – 261.

[4] STEFFEN M, MICHAEL U, KARL H. Estimation of the maximum tire-road friction coefficient [J]. Journal of Dynamic Systems Measurement and Control, 2003, 125(12):607 – 617.

[5] LI K, MISENER J A, HEDRICK K. On-board road condition monitoring system using slip-based tyre-road friction estimation and wheel speed signal analysis [J]. Journal of Multi-body Dynamics, 2007, 221(1): 129 – 146.

[6] RAJAMANI R, PIYABONGKARN D N, LEW J Y, *et al*. Tire-road friction-coefficient estimation [J]. IEEE Control Systems Magazine, 2010, 30(4): 54 – 69.

[7] WANG J M, LEE A, RAJAMANI R. Friction estimation on highway vehicles using longitudinal measurements [J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2004, 126 (6): 265 – 275.

[8] RAY L R. Nonlinear tire force estimation and road friction identification: simulation and experiments [J]. Automatica, 1997, 33(10):1819 – 1833.

[9] 赵又群,林棻. 基于 UKF 算法的汽车状态估计 [J]. 中国机械工程,2010,21(5):615 – 619.

[10] WENZEL T A, BURNHAM K J, BLUNDELL M V, *et al*. Kalman filter as a virtual sensor: applied to automotive stability systems [J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2007, 29(2): 95 – 115.

[11] KIENCKE U, NIELSEN L. Automotive control systems [M]. Second Edition. Berlin: Springer Verlag, 2005: 304 – 313.

[12] PACEJKA H B. Tyre and vehicle dynamics [M]. Oxford: Butterworth Heinemann, 2002:172 – 184.

[13] WAN E A, MERWE R. Kalman filtering and neural networks [M]. New York: Wiley & Sons, 2001: 234 – 242.

(编辑 杨 波)