拉杆失谐模型及其对端面弧齿应力分布的影响

袁淑霞，张优云，蒋翔俊，朱永生

（西安交通大学 润滑理论及轴承研究所，710049 西安）

摘 要：为了深入了解拉杆失谐对端面弧齿应力分布的影响，建立拉杆转子失谐刚度模型，研究拉杆失谐对转子动力学特性的影响，并将转子的动态响应曲线代入端面弧齿有限元分析模型，分析拉杆失谐对端面弧齿应力分布的影响. 研究结果表明：正失谐拉杆位于轴心轨迹椭圆长轴位置，负失谐拉杆位于轴心轨迹椭圆短轴位置时可以减小转子各向异性；负失谐拉杆处于动态弯曲时的受压侧，可减小各齿应力差；而处于受拉侧时，则会进一步增大各齿应力差；正失谐情况则相反.

关键词：端面弧齿；拉杆；转子；失谐；应力分布；等效刚度

中图分类号：TB122 **文献标志码**：A **文章编号**：0367－6234(2013)05－0064－06

Analysis of bolt preload mistuned model and its impact on stress distribution of curvic couplings

YUAN Shuxia, ZHANG Youyun, JIANG Xiangjun, ZHU Yongsheng

(Theory of Lubrication & Bearing Institute, Xi'an Jiaotong University, 710049 Xi'an, China)

Abstract: The mistuned stiffness model of bolted rotor with curvic couplings was established, and the effect of bolt preload mistuning on dynamic characteristics of the rotor was studied. At last, the dynamic response of the rotor was applied to finite element model as displacement boundary conditions to analyze the dynamic stress distribution under the condition of dynamic bending, and the influence of bolt mistuning on stress distribution of curvic couplings was obtained. The results show that the stiffness anisotropy of the rotor can be reduced when positive mistuning bolt lies on the major axis of the running orbit, or negative mistuning bolt lies on the minor axis. The stress variation of each tooth can be reduced if negative mistuning bolt is on the compression side, and it will be further increased if negative mistuning bolt is on the tensile side when dynamic bending happens, whereas the stress change tendency of curvic teeth is opposite under the positive mistuning condition.

Key words: curvic couplings; bolt; rotor; mistune; stress distribution; equivalent stiffness

重型燃气轮机和航空发动机转子一般采用端面弧齿结构，通过一根中心拉杆或多根周向拉杆将各级带有端面弧齿的轮盘组合在一起. 该类转子是一种典型的周期对称结构，由于加工误差、材料特性和使用中的磨损等引起周期对称性的少量改变称之为失谐.[1]. 端面弧齿转子包括3种可能的失谐，即叶片失谐、拉杆失谐和端面弧齿失谐.

由于端面弧齿采用同一工序加工，即使存在失谐，失谐量也很小，并且端面弧齿本身很小，端面弧齿失谐不会对转子造成比较严重的影响，因此可不考虑端面弧齿失谐的影响. 目前，对于叶片失谐的研究主要集中在叶盘(blisk)结构[2-6]，即叶盘和轮盘采用整体结构，这种结构中，轮盘一般比较单薄，叶片和轮盘间的振动具有强耦合关系，因此大多研究叶片失谐所引起的叶片振动局部化现象. 而对于非整体叶盘结构，以榫头方式进行叶片和轮盘之间的联接，轮盘刚度较大，其振动与叶

收稿日期：2012－04－16.
基金项目：国家基础研究发展规划资助项目(2007CB707706).
作者简介：袁淑霞(1977—)，女，博士研究生；
张优云(1947—)，女，教授，博士生导师.
通信作者：朱永生，yszhu@mail.xjtu.edu.cn.

片的耦合关系也比较弱，一般单独将叶片作为悬臂结构采用 Campbell 图进行分析[7]，此时可不考虑叶片失谐引起的应力局部化现象. 对于周向拉杆，存在另一种形式的失谐，即各个拉杆预紧不均匀时导致的失谐. 如果一根拉杆的预紧力与其它拉杆不同，则该拉杆在转子弯曲时的受力与其它拉杆不同，从而导致转子弯曲刚度的改变，并产生刚度各向异性. 周向拉杆的受力情况与拉杆所处位置有关，转子旋转导致失谐拉杆位置的周期性变化，从而引起转子弯曲刚度各向异性的时变性. 这种失谐不同于叶盘的弱耦合结构的失谐，而是类似裂纹转子产生的刚度各向异性. 如何计算由于拉杆预紧失谐所引起的转子刚度的各向异性也是本文要研究的内容.

本文建立了拉杆转子失谐刚度模型，探讨拉杆失谐对转子动力学特性的影响，根据动力学分析结果，进一步研究拉杆失谐时端面弧齿应力变化规律，为端面弧齿的设计提供参考.

1　拉杆转子失谐刚度模型

拉杆失谐对转子刚度的影响有点类似裂纹转子的开闭效应，而裂纹转子刚度的计算已经有很多研究成果. 主要有对裂纹转子动力学的研究[8-10]，以及关于不同裂纹对比的研究[11-13]，此外还有裂纹识别的研究[14-18]. 在拉杆失谐转子中，旋转产生刚度各向异性与裂纹转子的开闭效应类似，可借鉴裂纹转子的研究方法，但与裂纹转子不同的是，裂纹无法承受拉应力，而失谐转子由于受拉侧是靠拉杆承受拉应力，当拉应力达到一定程度时，失谐拉杆仍可以承受拉应力. 对拉杆转子等效刚度的研究，文献[19]已经提出了相应的模型并通过现场实测数据进行验证. 该模型的基本出发点是转子受压侧的载荷由接触界面承受，而受拉侧的载荷由拉杆承受. 从而得到转子弯曲时的中性层以及转子等效抗弯刚度，其表达式见公式(1). 本文在此基础上提出拉杆转子失谐刚度模型.

$$EI = \int_A [E_w(y - h_1)^2]\mathrm{d}A + \sum_{i(\sigma_{ri}\geqslant 0)} E_r A_r [h_1 + R_r \sin(2\pi i/n)]^2. \tag{1}$$

式中：EI 为转子等效刚度，E_w 为轮盘材料弹性模量；E_r 为拉杆材料弹性模量；A_r 为拉杆横截面积；h_1 为中性层与 Z 轴距离；n 为拉杆数；R_r 为拉杆中心圆半径.

当一根拉杆存在预紧失谐时，会使转子刚度产生各向异性，并且由于转子转动，该各向异性存在时变性. 假设初始时失谐拉杆位于 0° 位置，在转子中该拉杆编号为 n，图 1 是截取转子中任意两级轮盘来表示弯曲时拉杆转子的力学模型. 当转子旋转时，无失谐拉杆和失谐拉杆的位置也发生相应变化，对于无失谐的 $n-1$ 根拉杆，其计算方法与文献[19]基本相同，但要考虑旋转角度产生的各向异性，因此公式(3) ~ (4) 中正弦(sin)或余弦(cos)函数中要加上 ωt. 在弯曲力作用下，拉应力减小的拉杆将不起作用，只有拉应力增加的拉杆对转子抗弯产生贡献，所以有 $\sigma_{ri} \geqslant 0$ 的限制条件. 而对于失谐拉杆，由于失谐会使拉杆的预紧力与其它拉杆不同，正失谐时预紧力大于其它拉杆，负失谐时预紧力小于其它拉杆，因此要考虑失谐拉杆的失谐影响系数，即式(3) ~(4) 中 $(1 \pm \eta)$ 项，η 为失谐率，失谐率的定义可表示为公式(2)：

$$\eta = (\bar{P} - P)/P. \tag{2}$$

式中：P 为无失谐拉杆预紧力；$\bar{P}$ 为失谐拉杆预紧力，失谐率的取值范围为 $(-1,1)$.

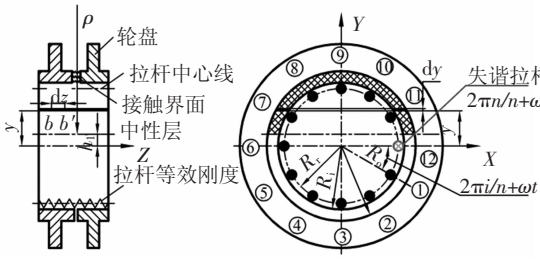


图 1　单根拉杆失谐时转子力学模型

由于转子转动，失谐拉杆位置发生相应变化，失谐拉杆转到受压侧时，拉杆拉应力减小，该拉杆对转子抗弯无贡献，转子刚度与无失谐时相同；而失谐拉杆转到受拉侧时，失谐拉杆拉应力增加，对转子抗弯产生贡献，需考虑失谐拉杆的影响，转子刚度与无失谐时相比有所改变，这就类似裂纹转子的开闭效应.

结合式(1)的方法，拉杆失谐时刚度的计算方法如下(以 Y 方向为例，X 方向与此类似).

计算 Y 向中性层：

$$\int_A [\boldsymbol{E}_w(y - h_1)/\rho]\mathrm{d}A = \begin{cases} \sum_{i=1(\sigma_{ri}\geqslant 0)}^{n-1} E_r A_r d_{y1}/\rho + E_r A_r (1 \pm \eta) d_{y2}/\rho, & (d_{y2} \geqslant 0); \\ \sum_{i=1(\sigma_{ri}\geqslant 0)}^{n-1} E_r A_r d_{y1}/\rho, & (d_{y2} < 0). \end{cases} \tag{3}$$

其中：

$$d_{y1} = R_r \sin(2\pi i/n + \omega t) + h_1,$$
$$d_{y2} = R_r \sin(2\pi n/n + \omega t) + h_1.$$

根据式(3)可以确定中性层 h_1 的位置.

计算 Y 向等效刚度:

$$EI = \begin{cases} \int_A [E_w(y-h_1)^2]\mathrm{d}A + \sum_{i=1(\sigma_{ri}\geqslant 0)}^{n-1} E_r A_r d_{y1}^2 + \\ \qquad E_r A_r(1\pm\eta)d_{y2}^2, \qquad (d_{y2}\geqslant 0); \\ \int_A [E_w(y-h_1)^2]\mathrm{d}A + \sum_{i=1(\sigma_{ri}\geqslant 0)}^{n-1} E_r A_r d_{y1}^2, \\ \qquad (d_{y2} < 0). \end{cases} \tag{4}$$

X 方向的计算方法与 Y 方向相同,只需把式(3)~(4)中的 sin 改为 cos 即可.

由于失谐拉杆处于受拉侧和受压侧的"开闭效应",式(3)和式(4)中分为 $d_{y2}\geqslant 0$ 和 $d_{y2}<0$ 两种情况. 其中 η 为失谐率,其余参数与式(1)相同. 因为式(1)提出的方法已用现场数据进行了验证,本文提出的失谐刚度计算方法只是在式(1)的基础上分离出失谐拉杆,考虑其各向异性进行转子 X 方向和 Y 方向等效刚度的计算,与式(1)的力学原理相同,所以式(3)~(4)无需进行验证.

以上讨论的是一根拉杆失谐时的情况,多根拉杆失谐时,只需从式(3)和式(4)的无失谐项中去掉失谐拉杆加在失谐项中即可,可以写成式(5)和式(6)的形式.

$$\int_A [E_w(y-h_1)/\rho]\mathrm{d}A = \sum_{i(\sigma_{ri}\geqslant 0)} E_r A_r d_{y1}/\rho + \sum_{j(\sigma_{rj}\geqslant 0)} E_r A_r(1\pm\eta_j)d_{y2}/\rho, \tag{5}$$

$$EI = \int_A [E_w(y-h_1)^2]\mathrm{d}A + \sum_{i(\sigma_{ri}\geqslant 0)} E_r A_r d_{y1}^2 + \sum_{j(\sigma_{rj}\geqslant 0)} E_r A_r(1\pm\eta_j)d_{y2}^2. \tag{6}$$

其中:$d_{y1} = R_r\sin(2\pi i/n+\omega t)+h_1$,($i$ 为无失谐拉杆号);$d_{y2} = R_r\sin(2\pi j/n+\omega t)+h_1$,($j$ 为失谐拉杆号).

2 拉杆失谐对转子动力学响应的影响

拉杆预紧失谐会对转子的动态响应造成一定影响. 对周向拉杆转子进行动力学分析时,接触界面处等效抗弯刚度由式(1)或式(4)计算,式(1)用来计算无失谐转子,式(4)用来计算失谐转子,连续区域采用传统方法计算抗弯刚度.

本文采用有限元法对某一重型燃气轮机转子拉杆失谐时的动态特性进行了研究,该转子模型见图 2,拉杆和轮盘材料属性见表 1. 由于滑动轴承刚度和阻尼的各向异性,各节点的轴心轨迹是椭圆. 根据现场测试结果,转子的工作转速在二阶临界转速之上,因此转子振型复杂. 对于运动中的任一时刻,转子的振型为一空间曲线,如图 3. 将 1 周的动态响应分成 20 个时间点,画出转子中每一节点处的运行轨迹. 对其中某一轮盘的动态响应进行分析,得出失谐对转子动态响应的影响规律.

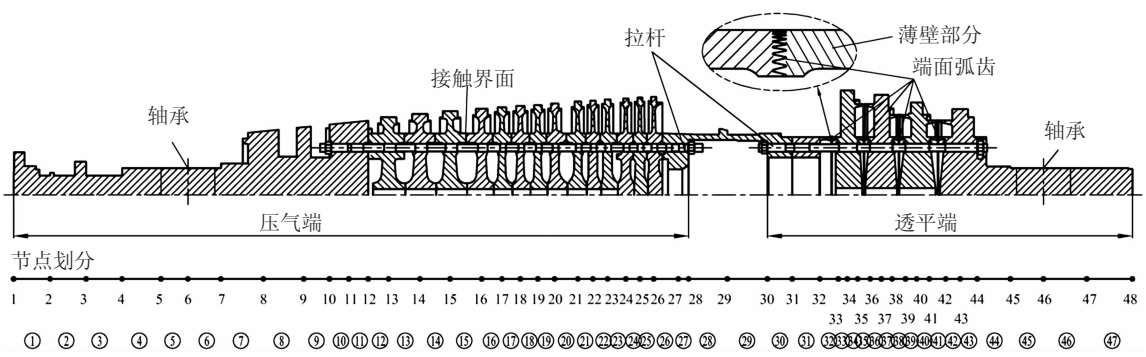


图 2 某一重型燃气轮机转子模型及节点划分示意图

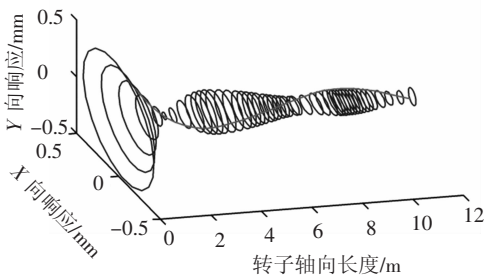


图 3 拉杆失谐时转子的动态响应

表 1 拉杆和轮盘材料属性

设备	弹性模量/GPa	泊松比	密度/(kg·m^{-3})	$\sigma_{0.2}$/MPa
拉杆	204	0.300	8 240	1 050
轮盘	198	0.375	7 930	950

假定有 1 根拉杆发生失谐. 拉杆失谐包括正失谐和负失谐,失谐拉杆的预紧力大于其它拉杆称为正失谐,反之称为负失谐. 由于轴承刚度和阻尼的各向异性,不同位置拉杆失谐所产生的转子

刚度矩阵和阻尼矩阵也不相同. 假定失谐拉杆分别位于图 1 中 0°和 90°位置(因轴承刚度阻尼亦为各向异性,不同初始位置拉杆失谐将与轴承刚度相耦合,产生不同的刚度矩阵),两位置拉杆正负失谐 30% 与无失谐转子某一级轮盘的响应幅值对比见图 4. 负失谐相当于减小了该方向的刚度,使转子响应幅值加大;而正失谐则相当于增加了该方向的刚度,使转子响应幅值减小. 与轴承的刚度叠加时,二者对轴心轨迹的形状影响相反. 例如,处于 0°位置拉杆负失谐使转子椭圆程度增加,正失谐使转子椭圆程度减小;而处于 90°位置拉杆失谐则相反. 正失谐拉杆位于轴心轨迹椭圆长轴位置,负失谐拉杆位于椭圆短轴位置时可以减小转子各向异性,增加转子稳定性. 从整体上说,正失谐从一定程度上降低了转子动态响应,但正失谐有可能使个别拉杆应力过高而导致破坏. 因此对转子的预紧方案是:最好做到均匀预紧,尽量不要产生负失谐,若产生正失谐应严格控制其预紧力大小.

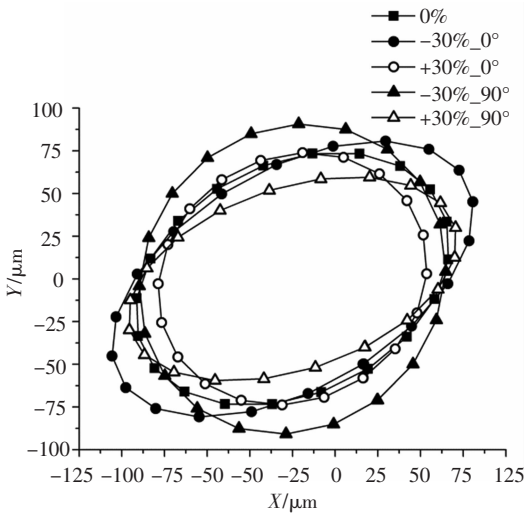


图 4　拉杆不同失谐模式下转子某一级轮盘轴心轨迹

3　拉杆失谐对端面弧齿应力分布的影响规律

由图 4 可知,失谐拉杆处于不同位置时转子轴心轨迹的椭圆程度不同. 通过计算,负失谐拉杆处于 30°(210°)时转子轴心轨迹的椭圆程度最大,属于最不利工况,0°位置与 30°位置拉杆失谐所产生的动态响应相差很小. 为与坐标轴相对应,研究失谐拉杆处于 0°时端面弧齿应力分布情况.

拉杆预紧失谐时,端面弧齿应力分布也较均匀预紧时有一定区别,这主要有两方面原因:首先是失谐改变了转子的预紧力,使得端面弧齿在预紧时的应力分布较无失谐转子有所不同;其次是工作过程中由于失谐转子动态响应引起动应力的影响.

本文采用有限元法建立预紧失谐时端面弧齿转子模型,对转子预紧、升速、传扭等过程进行分析,并把拉杆失谐时的响应曲线代入转子力学分析模型,得到拉杆失谐时端面弧齿的应力分布. 研究对象为某一重型燃气轮机转子,该转子每级轮盘周向共有 180 个齿,每个齿的角度为 1°,中间空余 1°与另一轮盘的端面弧齿配合. 用 12 根周向拉杆将各级轮盘联接在一起. 因此每间隔 15 个齿处有一个拉杆. 这也正是图 5(处于 0°位置拉杆无失谐与正、负失谐 30% 条件下预紧后和工作过程中的应力对比)中正常工作时每隔 15°出现一次应力波动的原因. 该波动主要是由离心力的作用引起的,由于拉杆的存在,致使轮盘周向质量不再均匀,而是存在周期性变化,拉杆材料的密度较大,并且体积也大于各级轮盘去除材料的总和,在离心力的作用下,拉杆的离心力作用于轮盘,导致拉杆位置轮盘径向变形大,由于泊松效应,其轴向和周向的负变形也大,因而导致端面弧齿周向应力和轴向应力减少量也较其它位置大,所以形成了应力波动.

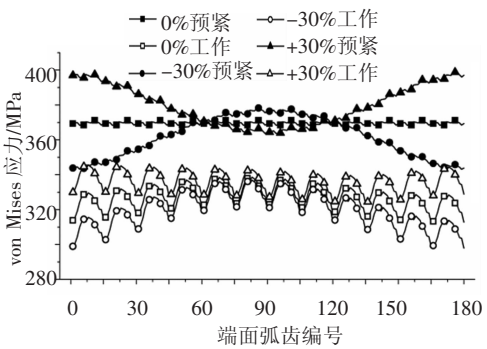


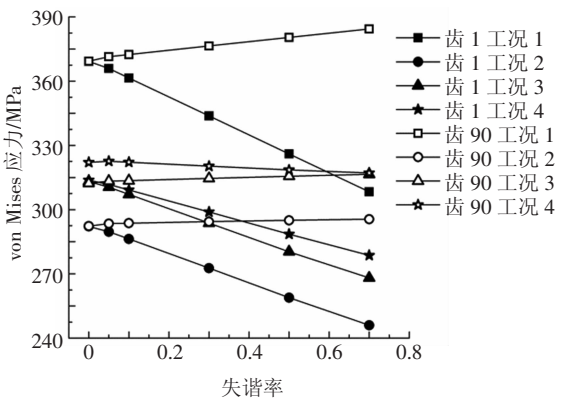
图 5　拉杆失谐对端面弧齿应力影响

从图 5 可以看出,预紧后正负失谐对端面弧齿的应力分布影响基本相反. 工作时随着转子各角度响应幅值的不同,与预紧力叠加时会产生不同的结果. 轴承的刚度和阻尼特性决定了即使不发生失谐,转子的轴心轨迹仍然是椭圆,而不是圆,对本文研究的转子,其动态响应在 30°(210°)方向最大,而 150°(330°)方向最小(结合图 4 可知). 所以,当 0°位置拉杆正失谐时,0°位置响应幅值最大情况得到正失谐附加应力的补偿,反而使正失谐后端面弧齿应力分布更加平均,甚至优于无失谐转子;而负失谐则进一步加大了 0°位置的动态响应,使端面弧齿应力差加大. 如果处于 90°位置拉杆正失谐则会加大端面弧齿的应力差,

处于90°位置拉杆负失谐虽然会从一定程度减小端面弧齿应力差,但负失谐使动态响应增大,同样会增加端面弧齿动应力. 因此可以得出当拉杆正失谐位置与最小轴承刚度位置重合时,可以促进端面弧齿应力分布更加均匀,但正失谐必须有一定限度,否则会导致预紧力过大而损坏转子.

以上讨论的是单根拉杆失谐情况. 当两根拉杆失谐时,通过计算,如果失谐拉杆对称分布,则预紧时不会产生图5中"圆实心点"曲线和"实心三角"曲线的波动,而是类似于"实心矩形"曲线的分布,但数值要小于"实心矩形"曲线. 如果失谐拉杆非对称分布,则依然会产生波动. 工作时与预紧力叠加会产生不同的应力分布,具体情况可根据失谐拉杆位置采用本文提出的方法进行计算. 对于多根拉杆失谐的情况也可采用公式(5)和(6)计算. 但多根拉杆失谐因为无法定义哪些为失谐拉杆,哪些为无失谐拉杆,所以,多根拉杆失谐属于弹性交互的研究范畴,其拉杆预紧力的分布与预紧方法有关,因此本文不再具体讨论多根拉杆失谐问题.

图6反映了拉杆不同程度负失谐时各工况下端面弧齿应力变化规律. 在图6中,齿1位于0°位置,对应失谐拉杆位置,齿90位于180°位置,为失谐拉杆对面位置. 分别研究了两位置处端面弧齿在各工况下的应力变化规律. 预紧过程中,由于失谐拉杆预紧力小于其它拉杆,失谐拉杆对轮盘的作用力也小,轮盘受到周向不均匀的压缩力时将产生转动,该转动随着拉杆失谐量的增加而增大,以至于除了失谐拉杆位置端面弧齿应力降低外,失谐拉杆对面端面弧齿应力会较均匀预紧时有所升高. 因此齿1和齿90的应力变化趋势相反. 离心力和扭矩力的作用只改变了端面弧齿应力大小,但不会改变轮盘的转动,此时端面弧齿应力大小改变,但趋势不会改变.



工况1—预紧后,工况2—升速至3 000 r/min,
工况3—扭矩力作用,工况4—动态弯曲

图6　拉杆不同程度负失谐端面弧齿应力对比

动态弯曲力使得端面弧齿应力差变小,是因为失谐拉杆位于0°位置,而根据轴承刚度和阻尼特性,该位置处于动态弯曲时的受压侧,因而端面弧齿应力增加;若失谐拉杆位于180°位置,则处于动态弯曲时的受拉侧,端面弧齿应力将减小,则会进一步增大各端面弧齿应力差,增加转子刚度各向异性,对转子平稳运行产生更加不利影响. 而正失谐情况则相反.

当拉杆失谐率较大时,在离心力的作用下有可能使失谐拉杆预紧力减小到0,这样转子在运行中极易发生危险,因此预紧时要杜绝该情况发生.

4　结　论

1) 提出拉杆转子失谐刚度模型.

2) 正失谐拉杆位于轴心轨迹椭圆长轴位置,负失谐拉杆位于轴心轨迹椭圆短轴位置时可以减小转子各向异性,增加转子稳定性. 并且拉杆正失谐位置与最小轴承刚度(椭圆长轴)位置重合时可以促进端面弧齿应力分布更加均匀,但正失谐须有一定限度,否则会导致预紧力过大而损坏转子.

3) 离心力作用下,拉杆失谐率达到一定程度时,有可能使失谐拉杆预紧力减小到0,转子运行中极易发生危险,因此预紧时要杜绝该情况发生.

4) 负失谐拉杆处于动态弯曲时的受压侧时,失谐拉杆处端面弧齿应力增加,减小了各端面弧齿的应力差;而处于动态弯曲的受拉侧时,失谐拉杆处端面弧齿应力减小,则会进一步增大各端面弧齿应力差. 正失谐情况则相反.

参考文献

[1] 王红建. 复杂耦合失谐叶片-轮盘系统振动局部化问题研究[D]. 西安: 西北工业大学,航空学院, 2006:1-2.

[2] GANINE V, LEGRAND M, MICHALSKA H, *et al.* A sparse preconditioned iterative method for vibration analysis of geometrically mistuned bladed disks [J]. Computers & Structures, 2009, 87 (5/6): 342-354.

[3] SHAHRUZ S M. Technique to eliminate vibration localization [J]. Review of Scientific Instruments, 2004, 75 (11): 4629-4635.

[4] SHAHRUZ S M. Elimination of vibration localization in mistuned periodic structures [J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 281 (1/2): 452-462.

[5] YAN Y J, CUI P L, HAO H N. Vibration mechanism of a mistuned bladed-disk [J]. Journal of Sound and

Vibration, 2008, 317 (1/2): 294 – 307.

[6] YOO H H, KIM J Y, INMAN D J. Vibration localization of simplified mistuned cyclic structures undertaking external harmonic force [J]. Journal of Sound and Vibration, 2003, 261 (5): 859 – 870.

[7] 王建军，李其汉. 航空发动机失谐叶盘振动减缩模型与应用[M]. 北京：国防工业出版社，2009：1 – 21.

[8] CHASALEVRIS A C, PAPADOPOULOS C A. A continuous model approach for cross-coupled bending vibrations of a rotor-bearing system with a transverse breathing crack[J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44 (6): 1176 – 1191.

[9] DARPE A K. Dynamics of a Jeffcott rotor with slant crack[J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 303 (1/2): 1 – 28.

[10] LIN Y L, CHU F L. The dynamic behavior of a rotor system with a slant crack on the shaft[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2010, 24 (2): 522 – 545.

[11] ANDRIER B, GARBAY E, HASNAOUI F, *et al.* Investigation of helix-shaped and transverse crack propagation in rotor shafts based on disk shrunk technology[J]. Nuclear Engineering and Design, 2006, 236 (4): 333 – 349.

[12] DARPE A K, GUPTA K, CHAWLA A. Dynamics of a two-crack rotor[J]. Journal of Sound and Vibration, 2003, 259 (3): 649 – 675.

[13] SEKHAR A S, MOHANTY A R, PRABHAKAR S. Vibrations of cracked rotor system: transverse crack versus slant crack[J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 279 (3/4/5): 1203 – 1217.

[14] DONG G M, CHEN J. Crack identification in a rotor with an open crack[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2009, 23 (11): 2964 – 2972.

[15] GREEN I, CASEY C. Crack detection in a rotor dynamic system by vibration monitoring-Part I: Analysis [J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power-Transactions of the ASME, 2005, 127 (2): 425 – 436.

[16] ISHIDA Y, INOUE T. Detection of a rotor crack using a harmonic excitation and nonlinear vibration analysis [J]. Journal of Vibration and Acoustics-Transactions of the ASME, 2006, 128 (6): 741 – 749.

[17] PRABHAKAR S, MOHANTY A R, SEKHAR A S. Crack detection by measurement of mechanical impedance of a rotor-bearing system[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 2002, 112 (6): 2825 – 2830.

[18] SEKHAR A S. Crack identification in a rotor system: a model-based approach [J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 270 (4/5): 887 – 902.

[19] YUAN S X, ZHANG Y Y, ZHU Y S, *et al.* Study on the equivalent stiffness of heavy-duty gas turbines composite rotor with curvic couplings & spindle tie-bolts [C]//Proceeding of the ASME Power Conference. New York: ASME, 2011: 567 – 576.

（编辑　杨　波）