基于像素－角度映射的摄像机标定算法

江 晟，曲昭伟，胡宏宇，李志慧

（吉林大学 交通学院，130022 长春）

摘 要：为克服线性模型不能解释镜头畸变的缺点，以及常规标定中图像成像转换以及标定不能适应高度和角度改变等问题，在小孔线性成像模型的基础上，通过前期畸变标定和建立镜像坐标系，研究像素与角度的映射关系. 利用三角函数将畸变系数和高度及角度参数引入到标定模型中，得到基于像素－角度映射的非线性模型. 在多种标定环境下与 Tsai 等算法进行实验对比，验证了算法的准确性. 在改变摄像机的角度和高度后，进一步验证了基于像素－角度映射的摄像机标定算法的系数不需要重新标定，仍具有良好的准确性和鲁棒性，可推广到工程应用领域.

关键词：摄像机标定；像素－角度映射；镜像坐标系；非线性模型

中图分类号：TP391；U121 **文献标志码**：A **文章编号**：0367－6234(2012)08－0130－06

Camera calibration based on pixel-angel reflection model

JIANG Sheng, QU Zhao-wei, HU Hong-yu, LI Zhi-hui

(College of Transportation, Jilin University, 130022 Changchun, China)

Abstract: According to the fact that the linear imaging model cannot explain the lens distortion, and to overcome the problem that the ordinary calibration methods are not suit for the change of height and angle, based on the pin-hole model and the previous distortion correction, this paper builds up a mirror coordinates system to study the reflection relation of pixel and angle. By using trigonometric functions and distortion coefficient, the height parameter and angle parameter are introduced into the model, and then the non-linear model is obtained. Finally, under different kinds of situation, comparing with Tsai's method, the algorithm validity is verified. After changing the camera angle and height, the algorithm, which does not require re-calibration, is still with good accuracy and robustness. Thus, the algorithm can be applied to the engineering field.

Key words: camera calibration; pixel-angle reflection; mirror coordinates system; non-linear model

视频检测是智能交通系统(Intelligent transport system, ITS)的关键技术之一，其检测的精度受到摄像机标定的影响，因此需要一种能够快速有效地检测交通流参数、获取交通信息的摄像机标定算法来帮助分析交通事件. 传统标定算法和自标定算法是摄像机标定算法的两大类. 传统标定算法通常可以获得较高的精度，但标定过程繁琐复杂. 如 Tsai 的方法[1－2]需要大量的对应点来进行标定，标定过程费时复杂，且一旦改变高度或角度等参数后，其系数就需重新标定，适用范围有限. 韩龙的基于几何约束的高精度特征点检测和相机标定算法[3]精度较高，但未引入摄像机角度和高度参数，使其应用范围受到了影响. 而自标定方法由 Faugeraus 和 Manybank 于 1992 年提出[4]. 该类方法灵活性强，但参数标定过程复杂，鲁棒性差，精度不高. 其中 Dron 方法[5]需要摄像机作单纯的平移运动，参数标定过程复杂；曲昭伟的单模板二维场景重建方法[6]需要对不同场景中的参照物进行多次对比标定，由于特殊的限制条件导致该方法复杂且操作要求较高；舒远利用空间正交约束实现相机自标定和三维重建[7]，其标定过

收稿日期：2010－08－16.

基金项目：国家高技术研究发展计划项目(2009AA11Z210)；
国家自然科学基金项目(50808092)；
吉林省科技发展计划项目.

作者简介：江 晟(1985—)，男，博士研究生；
曲昭伟(1962—)，男，教授，博士生导师.

通信作者：曲昭伟，quzhw@163.com.cn.

程繁琐，精度也受到了影响；此外，谢文寒等人利用一种新的基于灭点的相机标定方法[8]，对线性模型进行了改进并取得了一定的效果，但其适用范围仍较为有限. 本文基于上述研究成果针对以往标定方法无法适应摄像机高度或倾角变化的问题，提出基于像素－角度映射的摄像机标定算法，在考虑了像素和角度的非线性映射前提下，利用镜像坐标系将角度映射函数引入到线性变换的小孔模型中，实验证明，算法提高了检测精度，扩展了方法的适用范围，求解过程简单，鲁棒性好，具有较好的工程实用价值.

1　算　法

在交通场景中，通过摄像机得到交通信息，需在世界坐标和成像平面坐标间建立一个成像模型，通过对模型进行标定，使图像上的点与实际道路平面上的点对应起来，即 $W(X,Y,Z)\Rightarrow I(x,y)$. 传统标定方法中，理想的成像几何模型为小孔模型，属于线形模型，即通过直线变换建立空间某点与其图像投影点的对应关系. 图 1 为不同层次坐标系在小孔模型中的关系. 其中，$W(X_W, Y_W, Z_W)$ 为世界坐标系，$C(x,y,z)$ 为摄像机坐标系，$F(X_F, Y_F)$ 为理想状态下图像坐标系，$I(x, y)$ 为真实图像坐标系.

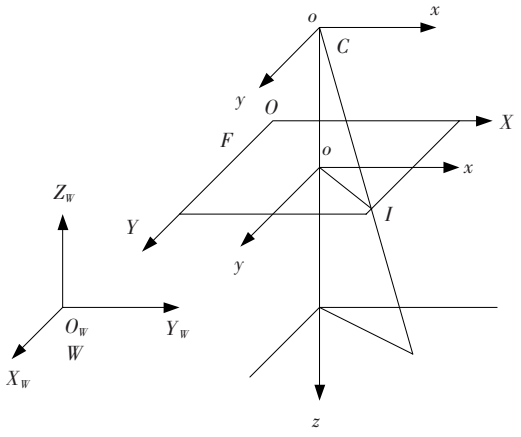


图 1　标定系统的坐标系

由于传统的小孔模型只考虑了光的直线传播特性，直接利用线性模型从世界坐标系 W 通过共线关系映射到真实图像坐标系 I；而实际中，镜头受到图像成像和镜头畸变的影响，该部分模型应为非线性模型. 因此本文考虑这两部分非线性变化，将传统的小孔模型分为两步：求解世界坐标系 W 和理想图像坐标系 F 的对应关系，以及理想图像坐标系 F 通过畸变后与真实图像 I 的映射关系. 而摄像机的畸变只与它自身属性有关，因此畸变系数只需要进行畸变标定后即可广泛使用；同时考虑角度、高度对图像成像的影响，本文引入镜像坐标系分析世界坐标系 W 到理想图像坐标系 F 的变换关系.

1.1　图像像素与像素角的映射关系

在小孔成像原理中，世界空间坐标系 W 通过共线原理和相似三角形等关系映射出图像坐标系 $I(x, y)$，如图 2 所示.

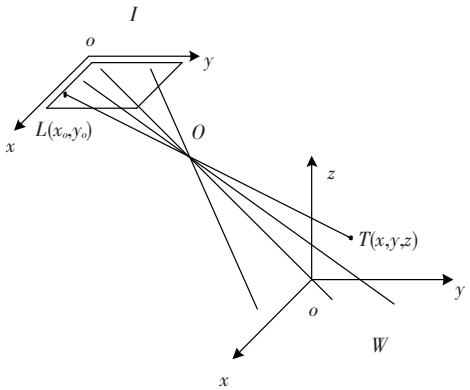


图 2　小孔模型变换坐标系

图 2 中，W 为实际物体的世界坐标系；I 为二维像素级的图像坐标系；T 为世界坐标系坐标 W 上的物点；L 为在图像坐标系 I 上的像点. 由此世界空间中任意一点的成像位置都可以使用小孔模型表示，而物点 $T[X_T,Y_T,Z_T]$、小孔 O 以及像点 $L[x_o,y_o]$，应该在同一条直线上，即共线条件. 共线条件作为小孔模型变换基础，是后续研究的理论依据.

根据小孔模型和共线原理，本文算法首先求解世界坐标系 W 与理想图像坐标系 F 的关系. 在建系时，将道路平面定为 $Z_W = 0$ 的平面，这样世界空间坐标 W 就根据共线原理映射到了 $Z_W = 0$ 的 $W*$ 平面坐标系上，从求解三维世界坐标系 W 与二维图像坐标系 F 的对应关系，简化到求解实际路面的坐标系 $W*$ 的坐标与真实图像坐标系 F 的对应关系.

为了便于分析，将垂直通过小孔的纵向平面设为 X 方向，得到坐标系纵切面如图 3 所示. 考虑到截面中两个坐标系上的点不在一个三角形内，为便于分析，利用小孔成像的三角形相似关系，建立一个镜像坐标系 $F*$，即把原来求 $W*$ 到 F 的成像过程，转化为求解 $W*$ 到 $F*$ 的坐标对应关系.

考虑到图像像素点所对应的像素角只受摄像机本身参数影响，不会因为摄像头的高度和倾斜角度而发生变化，因此只要进行像素与像素角标定后，其对应关系就会具有良好的鲁棒性. 基于此思想，本文通过角度映射来实现摄像机标定，即把

过去世界坐标系 W 与理想图像坐标系 F 的点与点的对映关系,扩展为理想图像坐标系像素点与像素角的非线性映射模型及像素角与世界坐标系的线性映射模型两部分. 根据上述原理,可将图 3 中切面图进行简化,如图 4 所示.

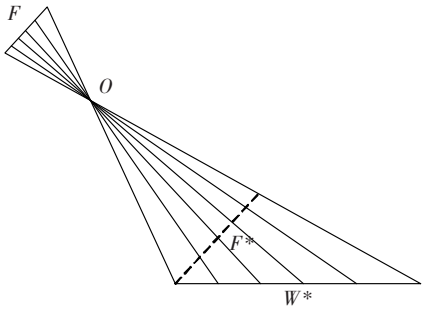


图 3 坐标系纵切面图

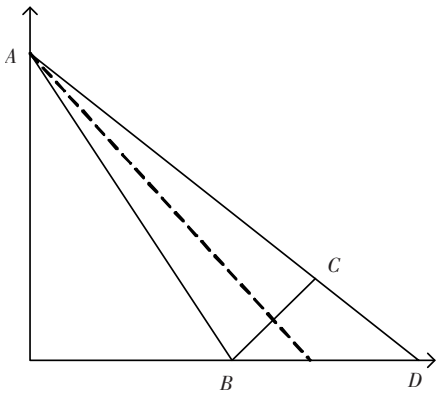


图 4 坐标系纵切面简化图

分析图4中 ABC(即由摄像机可视范围组成的三角形),由成像的对称性可知 ABC 为等腰三角形,如图5所示,其中 β 为三角形顶角,又称可视角,是计算的尺度因子(查阅相关说明书可得),为了简化公式引入 γ,γ 为 β 的二倍角;β_n 为像素 n 对应的顶角;l_0 为像素 0 对应的直线;l_n 为像素 n 对应直线;α 为三角形的底角,且 $\alpha = \pi/2 - \beta$,再利用正弦定理可得像素与角度映射的关系为

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}. \tag{1}$$

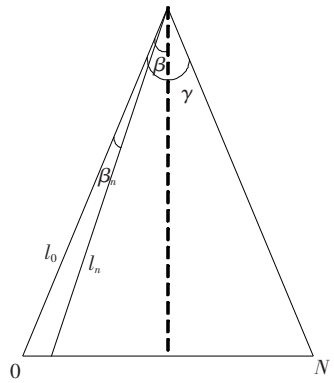


图 5 像素与角度映射关系

镜像坐标系中 $a = l_0$, $b = (2l_0 \cdot \sin\beta \cdot n)/N$, $A = \pi - \alpha - \beta_n$, $B = \beta_n$, n 为 X 方向上对应的第 n 像素;N 为 X 方向总的像素. 代入式(1)中可得

$$\frac{l_0}{\sin(\pi - a - \beta_n)} = \frac{2l_0 \cdot \sin\beta \cdot n}{N \cdot \sin\beta_n}. \tag{2}$$

式中:$\sin(\pi - \alpha - \beta_n) = \cos(\beta - \beta_n)$,替换可得

$$N \cdot \sin\beta_n = \sin 2\beta \cdot \cos\beta_n \cdot n + 2n \cdot \sin^2\beta \cdot \sin\beta_n. \tag{3}$$

整理该函数可得像素与角度映射的对应模型为

$$\beta_n = a\tan\left(\frac{n \cdot \sin\gamma}{N - n + n \cdot \cos\gamma}\right). \tag{4}$$

Y 方向标定与 X 方向求解类似,如图 6 所示. 截面底边长度可以通过高度和角度的映射关系求出.

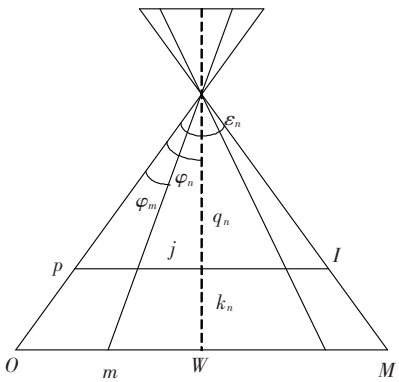


图 6 Y 方向映射关系

同 X 方向,可求得 Y 方向图像像素与角度映射为

$$\varphi_m = a\tan\frac{m \cdot \sin\varepsilon_n}{M - m + m \cdot \cos\varepsilon_n}. \tag{5}$$

式中:m 为图像像素 Y 方向坐标;M 为 Y 方向的总像素;φ_m 为 Y 方向原点到第 m 像素对应的夹角;ε_n 为该截面的可视角,它是 X 方向图像像素 n 的函数.

1.2 世界坐标与像素角的映射关系

通过式(4)、(5)得到像素与像素角间的映射关系. 再引入高度和倾角参数建立像素角与世界坐标的关系,如图 7 所示.

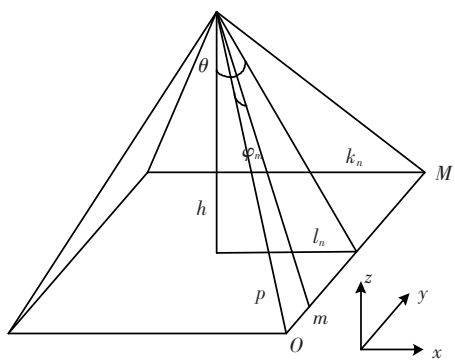


图 7 世界坐标系与角度映射关系

由图 7 中几何关系，可得

$$X_W = h \cdot \tan\theta. \tag{6}$$

式中：h 为摄像机小孔与地面的高度；θ 为该方向上第 n 像素与道路平面物点的连线同垂直方向的夹角，在实际计算中它是由摄像机与垂直方向夹角 δ 以及像素角 β_n 组成. 代入替换可得

$$X_W = h \cdot \tan\left[\delta + a\tan\left(\frac{x \cdot \sin\gamma}{N - x + x \cdot \cos\gamma}\right)\right]. \tag{7}$$

通过计算两点的差即可得到图像两点在世界坐标系中的 X 方向距离为

$$\Delta X_W = X_{W(a)} - X_{W(b)}. \tag{8}$$

研究 Y 方向上世界坐标系与像素角的映射关系，如图 7 所示，由正弦定理得到

$$\frac{Y_{W(m)}}{\sin\varphi_m} = \frac{p}{\sin(\pi - \eta - \varphi_m)}. \tag{9}$$

式中：$Y_{W(m)}$ 为 m 像素对应世界坐标；η 为三角形底角，$\eta = \pi/2 - \varphi_n$；p 为三角形腰长，代入可得

$$Y_{W(m)} = \frac{p \cdot \sin\varphi_m}{\cos(\varphi_m - \varphi_n)}. \tag{10}$$

同理通过图 7 可得

$$p = \frac{k_n}{\cos\varphi_n}. \tag{11}$$

式中：k_n 为 Y 截面三角形的中线，$k_n = \sqrt{l_n^2 + h^2}$，其中 l_n 为 X 方向上对应的像素 n 与原点的距离，引入 X 方向上的公式可得

$$l_n = h \cdot \tan(\beta_n + \delta). \tag{12}$$

将求得的 l_n 代入，可求得截面中线 k_n 长为 $k_n = h \cdot \sqrt{1 + \tan^2(\beta_n + \delta)}$，代入可得

$$Y_{W(m)} = \frac{2k_n\tan\varphi_m}{\cos\varepsilon_n + 1 + \sin\varepsilon_n}. \tag{13}$$

因此求得物体 Y 方向上的实际长度为

$$\Delta Y_W = Y_{W(a)} - Y_{W(b)}. \tag{14}$$

可以看出通过镜像坐标系和角度映射函数，本文将图像坐标与世界坐标的线性模型拓展到了非线性的角度映射模型，同时考虑了高度和倾角对成像的影响，使其能够得到拓展.

1.3　畸变标定

求得理想图像坐标系与世界坐标系的对应关系后，还需考虑真实图像坐标系与理想图像坐标系间的畸变影响，本文通过畸变标定的方法进行求解. 查阅相关说明书可得理想条件下 X 方向可视角 β 和 Y 方向可视角 ε，而在真实坐标系中，β 和 ε 受到畸变因子的干扰会发生改变. 为求解真实图像坐标中的 β' 和 ε'，需要对摄像头进行畸变标定，如图 8 所示.

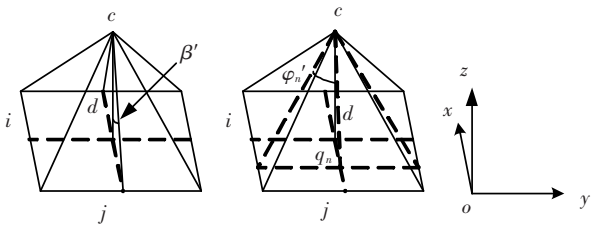


图 8　摄像机畸变

c 为摄像机所在位置；d 为摄像机与垂直平面距离；i 为真实摄相机能拍到的图像宽度；j 为摄像机能拍到的长度；$W'[x,o,y]$ 为与摄像头垂直的截面，即

$$\tan\beta' = \frac{i}{d}. \tag{15}$$

通过变换可得

$$\beta' = \arctan\frac{i}{d}. \tag{16}$$

同理在 Y 方向上有

$$\tan\varphi_n' = \frac{j}{2q_n}. \tag{17}$$

式中：j 为通过测量求出的初始标定宽度；q_n 为 n 像素对应截面的中线长度，利用 X 方向镜像坐标系可得

$$q_n = \frac{d}{\cos|\beta_n' - \beta'|}. \tag{18}$$

式中：β_n' 为像素 n 对应的 X 方向上的角度. 将式(18) 代入式(17) 中可得

$$\varphi_n' = a\tan\frac{j \cdot \cos|\beta_n' - \beta'|}{2q_n}. \tag{19}$$

式中：φ_n' 为 n 截面尺度因子，即可得 $\varepsilon_n' = 2\varphi_n'$.

2　数据获取

为了获取镜头的畸变系数，本文根据算法中畸变算法，设计了镜头畸变标定方法. 通过获取摄像机与平面的距离，以及真实的平面的大小，按式(16)和式(19)计算出畸变系数. 在获取畸变系数基础上，本文使用 Sony SR68E 摄像机，进行了不同高度和角度的多组照片和视频拍摄，如图 9 所示.



(a)场景 1　　(b)场景 2

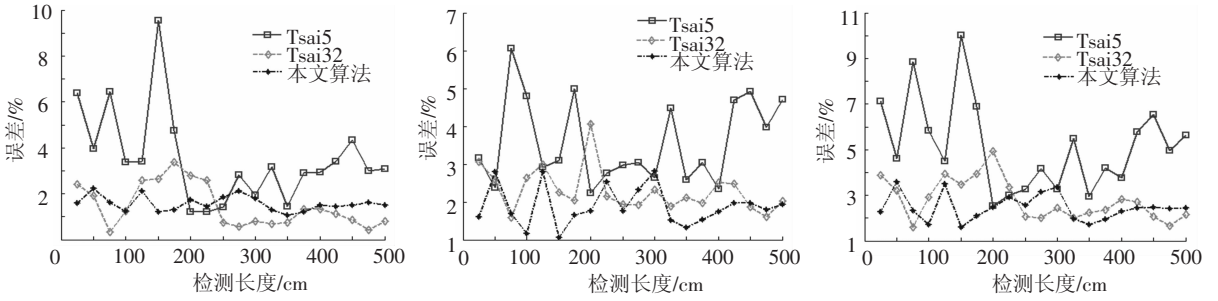
图 9　实际场景的数据获取

其中在场景 1 进行了镜头高度分别为 975、1 335、1 695、2 055、2 415 cm，倾角分别为 30°、

45°、60°的 X 方向和 Y 方向的长度标定实验，范围从 25 cm 到 500 cm（每隔 25 cm 取 1 个数据），共 5 类 3 组实验，每组 20 个数据. 在实际场景 2 进行了镜头高度为 845 cm，倾角分别为 30°、45°、60°的3 组实验，获取了 10 组实际车辆的长度.

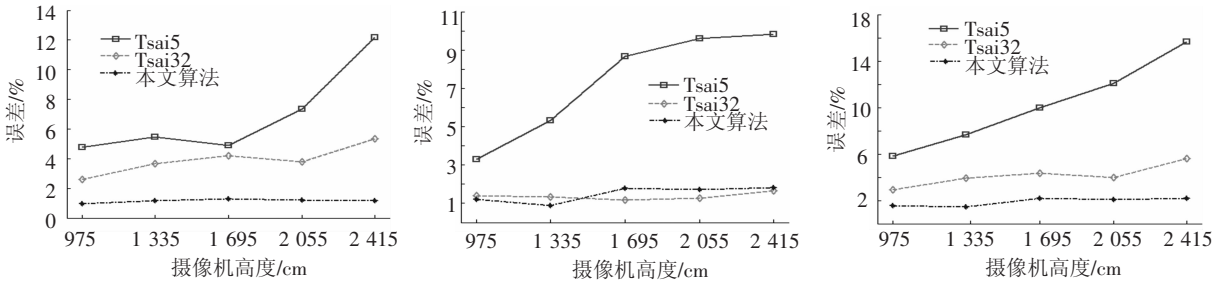
3 试验结果与分析

在摄像机高度为 975 cm，倾角为 45°的条件下将本文算法与 Tsai 平面标定算法进行了多组对比实验. 其中 Tsai 标定算法至少需要 5 个点，但仅用 5 个点标定实验结果精度低，所以本文又采用了 Tsai34 点标定法进行实验对比，结果如图 10 所示. 由图可知，在相同条件下，本文算法精度不会因为检测物体的长度变化而受到影响，且精度明显优于 Tsai5 点法. 本文又在不同的拍摄高度下对相同的长度（100 cm）进行标定，试验结果如图 11 所示. 从图可以看出，由于本文方法引入高度参数，高度改变时仅需代入相应参数即可. 而 Tsai 的方法在摄像机高度发生改变时需重新标定，且明显看出 Tsai5 的精度受高度影响使标定误差增大. 同时为了分析不同高度对本文标定的影响，进行了多种高度下的实验，并对误差进行了对比，结果如图 12 所示. 图 12 表明拍摄高度对整体的误差影响不大，由于引入了高度参数，本文算法可以适应任意高度，具有良好的精度. 之后，本文针对不同拍摄角度对标定的影响，又进行了多组对比实验，如图 13 所示. 分析可得，角度对本文算法误差有较小影响，倾角较小时误差较低.



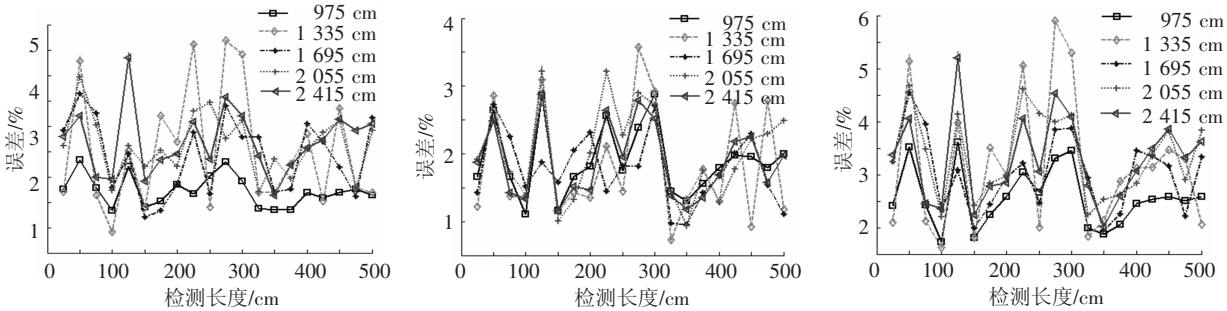
（a）X 方向误差对比　（b）Y 方向误差对比　（c）综合误差对比

图 10　相同条件下多种标定算法误差对比



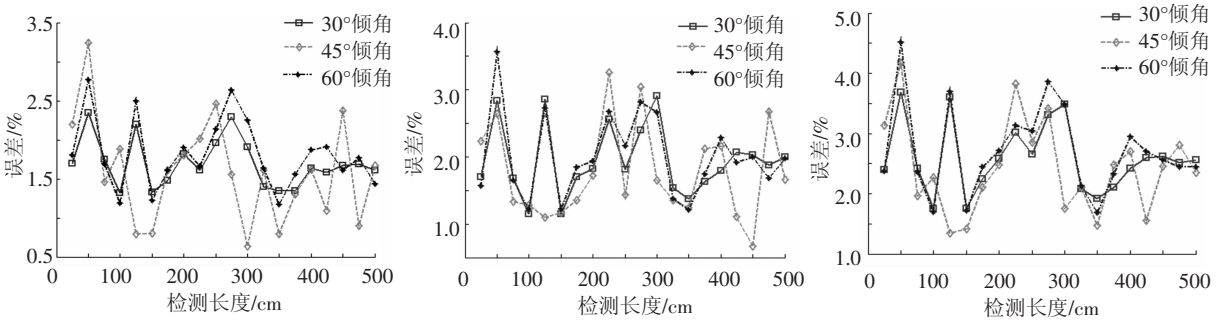
（a）X 方向误差对比　（b）Y 方向误差对比　（c）综合误差对比

图 11　摄像机高度对多种标定算法的误差影响



（a）X 方向误差对比　（b）Y 方向误差对比　（c）综合误差对比

图 12　摄像机高度对本文算法的误差影响



(a) X 方向误差对比　　(b) Y 方向误差对比　　(c)综合误差对比

图 13　拍摄角度对本文算法的误差影响

4　结　论

1)通过在小孔线性模型基础上引入像素与像素角的对应关系,建立了像素与角度的非线性映射函数,可克服线性模型无法解释镜头畸变等问题.

2)通过在标定模型中引入高度、角度等参数,可使得本文算法的标定精度较好,计算简便,整体优于其他算法.

3) 基于像素－角度映射的摄像机标定算法适用范围广,可适应于不同的拍摄条件(高度和倾角);且当拍摄条件发生改变后,不需要重新标定,只需重新代入参数后,即可使用,从而较好地适应复杂多变的实际情况,可推广到工程应用领域,为准确获取交通信息提供帮助.

参考文献:

[1] TSAI R Y. An efficient and accurate camera calibration technique for 3D machine vision[C]//A Proc of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Washington: IEEE Computer Society, 1986: 364 – 374.

[2] TSAI R Y. A versatile camera calibration technique for high accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses[J]. IEEE Journal of Robotics and Automation, 1987, 3(4): 323 – 344.

[3] 韩龙,汪增福. 基于几何约束的高精度特征点检测和相机标定[J]. 中国科学技术大学学报, 2008, 38(10): 1211 – 1217.

[4] MAYBANK S J, FAUGERAS O D. A theory of self-calibration of a moving camera[J]. IJCV, 1992, 8(2): 123 – 151.

[5] DRON L. Dynamic camera self-calibration from controlled motion sequences[C]//A Proc of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. New York: IEEE Computer Society, 1993: 501 – 506.

[6] 曲昭伟,陈红艳,李志慧,等. 基于单模板的二维场景重建方法[J]. 吉林大学学报:工学版, 2007, 37(5): 1159 – 1163.

[7] 舒远,谈正,丁礼儒. 利用空间正交约束的相机自标定和三维重建[J]. 西安交通大学学报, 2005, 39(2): 138 – 141.

[8] 谢文寒, 张祖勋, 张剑清. 一种新的基于灭点的相机标定方法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2003, 35(11): 1384 – 1387.

(**编辑**　魏希柱)