惯性元件的失准角分离技术研究

李 巍, 任顺清, 赵洪波

(哈尔滨工业大学 空间控制与惯性技术研究中心, 150001 哈尔滨, leenwei901@163.com)

摘 要: 针对陀螺仪和加速度计存在失准角的问题,采取误差分离技术,设计了简单、高精度测试失准角的方法. 对失准角进行了定义,利用方向余弦阵的基本性质,从小角度的原理推导了惯性元件失准角的二维分解表达式,在测量陀螺仪的失准角时,对安装误差、夹具误差和失准角误差进行了误差分离. 针对加速度计失准角的测试,设计了简易的测试方法,有效分离了加速度计的失准角以及夹具体的安装误差. 对一个半球谐振陀螺仪和一个石英加速度计的失准角进行了实测,标定精度达到角秒级,验证了采用误差分离技术的测试方案的正确性,提高了失准角测试精度.

关键词: 失准角;陀螺仪;加速度计;误差分离技术

中图分类号: U666.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 0367-6234(2012)01-0043-04

Error separating technology for misalignment angle measurement of inertial component

LI Wei, REN Shun-qing, ZHAO Hong-bo

(Space Control and Inertial Technology Research Center, Harbin Institute of Technology, 150001 Harbin, China, leenwei901@163.com)

Abstract: Aiming at the misalignment angle of gyro and misalignment angle, an easy and high accuracy measurement method of misalignment angle is designed using error separating technology. A definition of misalignment angle is given, and 2-D expression of misalignment angle of inertial component angle is deduced by direction cosine matrix and the characteristics of small angle. The installing error, errors of fixture and the misalignment angle are separated from each other. A simple measurement method of misalignment angle of accelerometer is designed, which can separat the installation error of fixture and misalignment angle of accelerometer. In the measurement of a Hemispherical Resonator Gyro and a misalignment angle of quartz accelerometer, calibration accuracy reached arc seconds level. The correctness of test using separating technology is verified and the measurement accuracy is raised.

Key words: misalignment angle; gyro; accelerometer; error separating technology

惯性仪表失准角是指其输入轴和输入基准轴之间的夹角,是惯性仪表的1个重要参数[1-3]. 陀螺仪和加速度计是惯性制导系统的重要装置,是舰船、飞机、导弹和航天飞行器惯性控制系统的核心器件,由于自身失准角的存在使惯性器件的测量存在误差,从而影响惯导系统的精度. 失准角的测量是其正常工作的重要保障,因此为提高惯导系统的精度,对陀螺仪和加速度计的失准角进行标定,并将其控制在一定指标之内尤为重要[4-7]. 本文将误差分离技术应用到陀螺仪和加速度计单表的失准角测量上,可以提高失准角的测量精度.

收稿日期: 2010-11-15.
基金项目: 总装十一五预研项目资助(51309050601).
作者简介: 李 巍(1982—),男,博士研究生;
任顺清(1967—),男,教授,博士生导师.

1 失准角的定义与分解

陀螺仪和加速度计均有1个敏感轴,当将其安装在惯性组合的壳体上时,自身均有1个安装基准面. 理想情况下,敏感轴和安装基准面是垂直的,然而绝对垂直是很难做到的,定义敏感轴与其安装基准面的法线之间的夹角为失准角.

在图1中,设一坐标系 $OXYZ$,OXY 为加速度计安装基准面,OZ 为基准面法线,理想情况下加速度计的敏感轴与法线平行,实际情况下输入轴 I 与 OZ 夹角为 $\Delta\alpha$,这个角就是加速度计的失准角,失准角

可以进行二维分解,设 I 轴在 OXY 平面上投影为 OM,OM 与 OX 夹角为 β,则输入轴上的单位向量为 $[\sin\Delta\alpha\cos\beta \quad \sin\Delta\alpha\sin\beta \quad \cos\Delta\alpha]^{\mathrm{T}}$,由于失准角 $\Delta\alpha\to 0$,则 $\sin\Delta\alpha\approx\Delta\alpha$,$\cos\Delta\alpha\approx 1$. 此单位向量近似为 $[\Delta\alpha\cos\beta \quad \Delta\alpha\sin\beta \quad 1]^{\mathrm{T}}$,它可以等效为绕 ON(ON 与 OZ、OM 分别垂直)轴旋转 $\Delta\alpha$ 形成的,ON 的单位向量 $\boldsymbol{n}$ 为 $[-\sin\beta \quad \cos\beta \quad 0]^{\mathrm{T}}$.

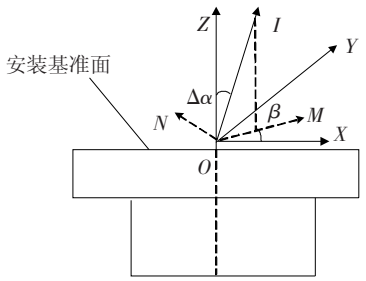


图1 加速度计失准角示意

I 轴认为是 OZ 轴绕向量 $\boldsymbol{n}$ 旋转 $\Delta\alpha$ 而成,绕单位量 $\boldsymbol{n}$ 旋转 $\Delta\alpha$ 的方向余弦阵为

$$\mathrm{Rot}(\boldsymbol{n},\Delta\alpha)=\boldsymbol{n}\boldsymbol{n}^{\mathrm{T}}(1-\cos\Delta\alpha)+\boldsymbol{I}\cos\Delta\alpha+\tilde{\boldsymbol{n}}\sin\Delta\alpha=$$

$$\boldsymbol{I}+\tilde{\boldsymbol{n}}\Delta\alpha=\begin{bmatrix}1 & 0 & \Delta\alpha\cos\beta\\ 0 & 1 & \Delta\alpha\sin\beta\\ -\Delta\alpha\cos\beta & -\Delta\alpha\sin\beta & 1\end{bmatrix}=$$

$$\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & \Delta\alpha\sin\beta\\ 0 & -\Delta\alpha\sin\beta & 1\end{bmatrix}\cdot$$

$$\begin{bmatrix}1 & 0 & \Delta\alpha\cos\beta\\ 0 & 1 & 0\\ -\Delta\alpha\cos\beta & 0 & 1\end{bmatrix}=$$

$$\mathrm{Rot}(x,-\Delta\alpha\sin\beta)\cdot\mathrm{Rot}(y,\Delta\alpha\cos\beta)=$$

$$\mathrm{Rot}(x,-\Delta\alpha_x)\cdot\mathrm{Rot}(y,\Delta\alpha_y).\tag{1}$$

其中 $\tilde{\boldsymbol{n}}$ 为单位向量 $\boldsymbol{n}$ 的反对称矩阵,且

$$\Delta\alpha_x=-\Delta\alpha\sin\beta,\Delta\alpha_y=\Delta\alpha\cos\beta,$$

$$\Delta\alpha=\sqrt{(\Delta\alpha\sin\beta)^2+(\Delta\alpha\cos\beta)^2}.$$

所以失准角 $\Delta\alpha$ 可以等效为绕安装面上两个正交的 X、Y 轴旋转而成,即绕 X 轴旋转 $\Delta\alpha_x=-\Delta\alpha\sin\beta$ 角,再绕 Y 轴旋转 $\Delta\alpha_y=\Delta\alpha\cos\beta$ 角,β 为输入轴在安装面投影与 X 轴夹角. 测试出 $\Delta\alpha_x$、$\Delta\alpha_y$ 这两个角,就可以综合出失准角 $\Delta\alpha$ 以及方位角 β. 同样陀螺仪的失准角也可以进行二维分解.

2 陀螺仪失准角的标定

将陀螺仪连同夹具体安装在单轴转台上,使陀螺仪的敏感轴方向水平,陀螺仪安装图如图2所示.

根据陀螺仪安装具体情况,此时误差模型可设为

$$V=V_0+k_I\omega_I+k_{II}\omega_I^2+k_{Io}\omega_I\omega_o+k_{Is}\omega_I\omega_s+k_{os}\omega_o\omega_s+\varepsilon.\tag{2}$$

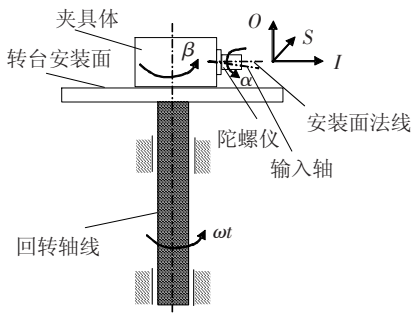


图2 陀螺仪安装示意

陀螺仪输入量为地球自转角速率 ω_{e} 以及转台角速率 ω 在输入轴上的分量,纬度角为 φ,零偏 V_0 以及标度因子 k_I 可以通过陀螺仪敏感轴竖直放置时实验测出. 此处需要考虑的误差源有转台安装面与回转轴线的垂直度 $\Delta\theta_{x0}$、$\Delta\theta_{y0}$;夹具体上陀螺仪安装面与底面的二维垂直度 $\Delta\theta_{y1}$、$\Delta\theta_{z1}$;陀螺仪的输入轴对于安装基面的二维失准角为 $\Delta\theta_{y2}$、$\Delta\theta_{z2}$;根据以上分析,当转台以匀角速率 ω 转动角速率时,夹具体绕台面旋转 β 角,陀螺仪绕安装台面转动角度为 α 时,可得到陀螺仪3个轴上的角速率输入量为

$$\begin{bmatrix}\omega_I\\ \omega_s\\ \omega_o\end{bmatrix}=[Rot(z,\gamma)Rot(x,\Delta\theta_{x0})Rot(y,\Delta\theta_{y0}) \quad Rot(z,\beta)Rot(y,\Delta\theta_{y1})Rot(z,\Delta\theta_{z1}) \quad Rot(x,\alpha)Rot(y,\Delta\theta_{y2})Rot(z,\Delta\theta_{z2})]^{\mathrm{T}}\cdot$$

$$[0 \quad \omega_{\mathrm{e}}\cos\varphi \quad \omega+\omega_{\mathrm{e}}\sin\varphi]^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix}1 & \Delta\theta_{z2} & -\Delta\theta_{y2}\\ -\Delta\theta_{z2} & 1 & 0\\ \Delta\theta_{y2} & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha\\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha\end{bmatrix}\times$$

$$\begin{bmatrix}1 & \Delta\theta_{z1} & -\Delta\theta_{y1}\\ -\Delta\theta_{z1} & 1 & 0\\ \Delta\theta_{y1} & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\cos\beta & \sin\beta & 0\\ -\sin\beta & \cos\beta & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}1 & 0 & -\Delta\theta_{y0}\\ 0 & 1 & \Delta\theta_{x0}\\ \Delta\theta_{y0} & -\Delta\theta_{x0} & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\cos\gamma & \sin\gamma & 0\\ -\sin\gamma & \cos\gamma & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\times$$

$$\begin{bmatrix}0\\ \omega_{\mathrm{e}}\cos\varphi\\ \omega+\omega_{\mathrm{e}}\sin\varphi\end{bmatrix}.$$

把各个安装误差角、失准角以及地球自转角速率均当作小量并忽略二阶以上小量，通过计算得出

$$\begin{cases}\omega_I = \omega_e\cos\varphi\sin(\omega t)\cos\beta - \Delta\theta_{y0}\omega\cos\beta + \\ \qquad \omega_e\cos\varphi\cos(\omega t)\sin\beta + \Delta\theta_{x0}\omega\sin\beta - \\ \qquad \Delta\theta_{y1}\omega + \Delta\theta_{z2}\omega\sin\alpha - \Delta\theta_{y2}\omega\cos\alpha, \\ \omega_s = \omega\sin\alpha, \\ \omega_o = \omega\cos\alpha. \end{cases} \tag{3}$$

根据陀螺仪的误差模型，将公式(3)代入公式(2)中，则陀螺仪的输出

$$V = V_0 + k_I\omega_e\cos\varphi\sin\gamma\cos\beta - k_I\Delta\theta_{y0}\omega\cos\beta + k_I\omega_e\cos\varphi\cos\gamma\sin\beta + k_I\Delta\theta_{x0}\omega\sin\beta - k_I\Delta\theta_{y1}\omega + k_I\Delta\theta_{z2}\omega\sin\alpha - k_I\Delta\theta_{y2}\omega\cos\alpha. \tag{4}$$

可以通过改变夹具体以及陀螺仪的安装位置，从而达到调整 α、β、γ 角度的目的. 根据式(4)，设计转台转速 ω 正反转，将夹具体旋转至 0°、90°、180°，陀螺仪绕安装面法线旋转至 0°、90°、180° 位置，可以将 $\Delta\theta_{y0}$、$\Delta\theta_{y1}$、$\Delta\theta_{x2}$、$\Delta\theta_{y2}$ 有效地分离出来. 当 $\alpha = 0, \beta = 0, \gamma = \pm\omega t$ 时，

$$V = V_0 + k_I\omega_e\cos\varphi\sin(\omega t) - k_I\Delta\theta_{y0}\omega - k_I\Delta\theta_{y1}\omega - k_I\Delta\theta_{y2}\omega.$$

通过整周期采样，三角函数项在整周平均值为 0，采取正反角速率输入，得到

$$\begin{cases}V_1(\omega_+) = V_0 - k_I\Delta\theta_{y0}\omega - k_I\Delta\theta_{y1}\omega - k_I\Delta\theta_{y2}\omega; \\ V_1(\omega_-) = V_0 + k_I\Delta\theta_{y0}\omega + k_I\Delta\theta_{y1}\omega + k_I\Delta\theta_{y2}\omega. \end{cases} \tag{5}$$

同理 $\alpha = 0, \beta = 180°, \gamma = \pm\omega t$ 时，

$$\begin{cases}V_2(\omega_+) = V_0 + k_I\Delta\theta_{y0}\omega - k_I\Delta\theta_{y1}\omega - k_I\Delta\theta_{y2}\omega; \\ V_2(\omega_-) = V_0 - k_I\Delta\theta_{y0}\omega + k_I\Delta\theta_{y1}\omega + k_I\Delta\theta_{y2}\omega. \end{cases} \tag{6}$$

当 $\alpha = 180°, \beta = 180°, \gamma = \pm\omega t$ 时，

$$\begin{cases}V_3(\omega_+) = V_0 + k_I\Delta\theta_{y0}\omega - k_I\Delta\theta_{y1}\omega + k_I\Delta\theta_{y2}\omega; \\ V_3(\omega_-) = V_0 - k_I\Delta\theta_{y0}\omega + k_I\Delta\theta_{y1}\omega - k_I\Delta\theta_{y2}\omega. \end{cases} \tag{7}$$

当 $\alpha = 90°, \beta = 180°, \gamma = \pm\omega t$ 时，可以得到

$$\begin{cases}V_4(\omega_+) = V_0 + k_I\Delta\theta_{y0}\omega - k_I\Delta\theta_{y1}\omega + k_I\Delta\theta_{z2}\omega; \\ V_4(\omega_-) = V_0 - k_I\Delta\theta_{y0}\omega + k_I\Delta\theta_{y1}\omega - k_I\Delta\theta_{z2}\omega. \end{cases} \tag{8}$$

当 $\alpha = 0, \beta = 90°, \gamma = \pm\omega t$ 时，可以得到

$$\begin{cases}V_5(\omega_+) = V_0 - k_I\Delta\theta_{y1}\omega - k_I\Delta\theta_{y2}\omega + k_I\Delta\theta_{xo}\omega; \\ V_5(\omega_-) = V_0 + k_I\Delta\theta_{y1}\omega + k_I\Delta\theta_{y2}\omega - k_I\Delta\theta_{xo}\omega. \end{cases} \tag{9}$$

由式(5)～(9)得到下列关系：

$$\Delta\theta_{y0} = [V_2(\omega_+) - V_2(\omega_-) - V_1(\omega_+) + V_1(\omega_-)]/4k_I\omega,$$

$$\Delta\theta_{x0} = [2V_5(\omega_+) - 2V_5(\omega_-) - V_2(\omega_+) + V_2(\omega_-) - V_1(\omega_+) + V_1(\omega_-)]/4k_I\omega,$$

$$\Delta\theta_{y1} = [V_1(\omega_-) - V_1(\omega_+) - V_3(\omega_+) + V_3(\omega_-)]/4k_I\omega,$$

$$\Delta\theta_{y2} = [V_3(\omega_+) - V_3(\omega_-) - V_2(\omega_+) + V_2(\omega_-)]/4k_I\omega,$$

$$\Delta\theta_{z2} = [2V_4(\omega_+) - 2V_4(\omega_-) - V_3(\omega_+) + V_3(\omega_-) - V_2(\omega_+) + V_2(\omega_-)]/4k_I\omega.$$

根据以上分析可以分离出陀螺仪的失准角以及安装误差角，在 k_I 已标定的情况下，$k_I = -2.922\ 2\ \mathrm{V/((°)\cdot s^{-1})}$，可以标定出陀螺仪的二维失准角 $\Delta\theta_{y2}$、$\Delta\theta_{z2}$. 陀螺仪输入轴失准角 γ 定义为

$$\gamma = \sqrt{\Delta\theta_{y2}^2 + \Delta\theta_{z2}^2}.$$

实验结果见表 1.

表 1　陀螺仪输出结果

转台转速/((°)·s⁻¹)		V_1/V	V_2/V	V_3/V	V_4/V	V_5/V	$\Delta\theta_{y0}$/(″)	$\Delta\theta_{x0}$/(″)	$\Delta\theta_{y1}$/(″)	$\Delta\theta_{y2}$/(″)	$\Delta\theta_{z2}$/(″)	γ/(″)
ω = 20	正转	−0.061 4	−0.057 6	0.035 0	−0.029 0	−0.060 0	−7.6	2.3	−54.0	−162.2	55.4	171.4
	反转	0.065 4	0.060 6	−0.030 6	0.028 7	0.063 8						
ω = 30	正转	−0.092 9	−0.086 9	0.051 7	−0.043 3	−0.090 8	−7.4	2.4	−53.7	−162.2	55.8	171.5
	反转	0.096 9	0.090 3	−0.046 8	0.043 5	0.094 7						
ω = 40	正转	−0.124 6	−0.116 4	0.067 9	−0.058 0	−0.121 7	−7.5	2.4	−53.8	−162.0	56.3	171.5
	反转	0.128 4	0.119 7	−0.063 2	0.058 3	0.125 6						

根据测试结果，将不同转速下计算出的结果取均值得到：$\Delta\theta_{y0} = 7.5''$，$\Delta\theta_{x0} = 2.4''$，$\Delta\theta_{y1} = -54''$，$\Delta\theta_{y2} = 162.2''$，$\Delta\theta_{z2} = -55.8''$，$\gamma = 171.5''$. 如果 $\Delta\theta_{y0}$、$\Delta\theta_{y1}$ 小于 5″ 时，可以忽略不计，采用正反旋转，即可测出失准角的大小，如果 $\Delta\theta_{x0}$、$\Delta\theta_{y0}$、$\Delta\theta_{y1}$ 已精确测出，再测试其它陀螺仪时，仅需要将陀螺仪转至 0°、90°，加以正反转转台即可精确测量出失准角.

3　加速度计失准角的测试

考虑高精度转台的使用成本，为了能在相对简易的条件下测试加速度计失准角，本文设计了在一铅垂基准面上测试加速度计失准角的方案. 加速度计输入轴水平放置在水平面上，安装图如图 3 所示.

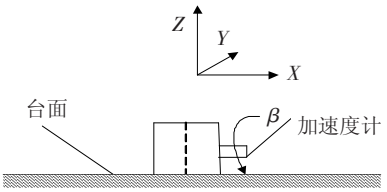


图3　加速度计安装示意

设加速度计的误差模型为

$$V = V_0 + k_I a_I + \varepsilon.$$

此时输入只有重力加速度,比力输入的标称值为$[0 \quad 0 \quad 1]^{\mathrm{T}}$(单位:$g$).

标度因子k_I可以通过加速度计敏感轴竖直放置时实验测出,$k_I = 1.299$ V/g. 这里需要考虑铅垂面的铅垂度误差角$\Delta\theta_{y0}$;加速度计的输入轴对于安装基面的二维失准角为$\Delta\theta_{x2}$、$\Delta\theta_{y2}$;根据以上分析,可得到加速度计的输入量为

$$[a_I \quad a_p \quad a_o]^{\mathrm{T}} = [\mathrm{Rot}(y,\Delta\theta_{y0}) \quad \mathrm{Rot}(x,\beta)\,\mathrm{Rot}(y,\Delta\theta_{y2}) \quad \mathrm{Rot}(z,\Delta\theta_{z2})]^{\mathrm{T}} \cdot [0 \quad 0 \quad 1]^{\mathrm{T}}.$$

把各个安装误差角以及失准角均当作小量并忽略二阶以上小量,通过计算得出

$$a_I = \Delta\theta_{y0} + \Delta\theta_{z2}\sin\beta - \Delta\theta_{y2}\cos\beta.$$

则加速度计输出为

$$V = V_0 + k_I(-\Delta\theta_{y0} - \Delta\theta_{y1} + \Delta\theta_{z2}\sin\beta - \Delta\theta_{y2}\cos\beta).$$

试验中可通过改变加速度计的安装位置达到调整β角的目的. 当$\beta = 0°$时,可得到

$$V(0) = V_0 + k_I(-\Delta\theta_{y0} - \Delta\theta_{y1} - \Delta\theta_{y2}). \quad (10)$$

当$\beta = 180°$时,可以得到

$$V(\pi) = V_0 + k_I(-\Delta\theta_{y0} - \Delta\theta_{y1} + \Delta\theta_{y2}). \quad (11)$$

当$\beta = 90°$时,可以得到

$$V(\pi/2) = V_0 + k_I(-\Delta\theta_{y0} - \Delta\theta_{y1} + \Delta\theta_{z2}). \quad (12)$$

当$\beta = 270°$,时,可以得到

$$V(3\pi/2) = V_0 + k_I(-\Delta\theta_{y0} - \Delta\theta_{y1} - \Delta\theta_{z2}). \quad (13)$$

由以上式(10)~(13)得到

$$\Delta\theta_{y2} = (V(\pi) - V(0))/2k_I;$$

$$\Delta\theta_{z2} = (V(0.5\pi) - V(1.5\pi))/2k_I.$$

实验测得加速度计输出见表2. 当$k_I = 1.299$ V/g,根据以上分析可以分离出加速度计的失准角$\Delta\theta_{z2}$、$\Delta\theta_{y2}$. 将3组计算得的结果取平均值得到$\Delta\theta_{y2} = -5.3''$,$\Delta\theta_{z2} = 20.5''$,$\gamma = 21.5''$.

表2　加速度计在4个位置测试结果

测试次数	$V_1(0)$/V	$V(\pi)$/V	$V(0.5\pi)$/V	$V_4(1.5\pi)$/V	$\Delta\theta_{y2}$/(″)	$\Delta\theta_{z2}$/(″)	γ/(″)
第一次	-0.001 845	-0.001 911	-0.001 912	-0.002 175	-5.2	20.9	21.5
第二次	-0.001 846	-0.001 914	-0.001 921	-0.002 177	-5.4	20.3	21.0
第三次	-0.001 845	-0.001 912	-0.001 921	-0.002 176	-5.3	20.2	20.9

4　结　论

本文给出了敏感惯性器件的失准角的定义,推导了失准角的二维分解表达式,应用误差分离技术,对惯性器件的失准角进行了高测试精度的标定. 所设计测试方法在工程上具有较高的可行性,同时还可用于安装误差角等参数的分离标定.

1) 设计了陀螺仪失准角的测试与分离方法,并针对陀螺仪的失准角进行测试,有效的分离了转台安装面与回转轴线的垂直度,以及夹具体上陀螺仪安装面与底面的二维垂直度等误差,并且对陀螺仪的失准角进行了标定.

2) 在重力场中给出了加速度计失准角的简易翻滚测试方法,经过4次测量,标定了失准角. 采用的测试方法具有操作简便,对设备要求不高,测试精度高等优点.

参考文献:

[1] 林玉荣,邓正隆. 激光陀螺捷联惯导系统中惯性器件误差的系统级标定[J]. 哈尔滨工业大学大学学报,2001,33(1):113-115.

[2] 肖正林,钱培贤. 惯导平台加速度计安装误差自标定方法研究[J]. 弹箭与制导学报,2005:25(4):759-762.

[3] 胡溟,董景新,吴黎明,等. 微机械加速度计失准角的精确测量[J],中国惯性技术学报,2007,15(12):233-236.

[4] 张海鹏,房建成. 陀螺标度因数与输入轴失准角解耦测试研究[J]. 宇航学报,2007,26(5):1161-1166.

[5] 胡佩达,高钟毓,吴秋平,等. 壳体翻滚失准角模型最小二乘辨识方法[J]. 中国惯性技术学报,2009,17(4):393-396.

[6] DE FREITAS J M, WOOLER J P F, NASH P J. Measurement of sensor axis misalignment in fibre-optic accelerometers[J]. Measurement Science and Technology, 2006,7(17):1819-1825.

[7] LI Suilao, JIA Jichao, LONG Rui, *et al*. Calibration of Misalignment Angles of FOG Unit[C]//2009 Chinese Control and Decision Conference (CCDC 2009). Taiyuan: [s. n.], 2009:5129-5132.

(**编辑**　张　宏)