柔性太阳帆航天器动力学建模与姿态控制

崔乃刚，刘家夫，荣思远

（哈尔滨工业大学 航天工程系，150001 哈尔滨，liujiafuericking@163.com）

摘　要：对基于控制叶片的太阳帆航天器，推导考虑弹性振动的太阳帆姿态动力学方程和振动方程，利用非约束模态的概念给出了太阳帆航天器动力学方程的求解方法. 结合超地球同步转移轨道太阳帆航天器偏航轴对地定向问题，设计了太阳帆俯仰轴的考虑 Bang-Bang 控制策略的 PD 控制器，数值仿真结果表明，所设计的基于控制叶片的控制器可以较快、较精确地实现偏航轴对地定向任务.

关键词：太阳帆航天器；姿态动力学方程；振动方程；控制叶片；姿态控制

中图分类号：V412.4　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：0367－6234(2011)07－0001－05

Study on dynamics modeling and attitude control of flexible solar sail spacecraft

CUI Nai-gang, LIU Jia-fu, RONG Si-yuan

(Dept. of Aerospace Engineering, Harbin Institute of Technology, 150001 Harbin, China, liujiafuericking@163.com)

Abstract: For solar sail spacecraft with control vanes, solar sail attitude dynamics equations considering elastic vibration and vibration equations were deduced. The solutions of solar sail spacecraft dynamics equations were achieved by utilizing the concepts of unconstraint modes. The PD controller with Bang-Bang control strategies was designed considering the problems of yaw axis earth-pointing of solar sail on super-synchronous transfer orbit. Numerical simulation shows that the designed controller based on control vanes is capable of controlling the yaw axis earth-pointing fast and accurately.

Key words: solar sail spacecraft; attitude dynamics equations; vibration equations; control vanes; attitude co-ntrol

太阳帆航天器依靠面积巨大但质量很轻的帆面反射太阳光获得源源不断的动力，是唯一不依靠反作用推进实现飞行控制的飞行器[1]，因而近些年来成为航天领域内的研究热点之一. 在轨运行的太阳帆尺寸巨大、转动惯量很大，且执行任务飞行时间长，干扰力矩多，利用传统的姿态控制方法会大大降低太阳帆的飞行性能，已不适用于太阳帆的姿态控制，国内外学者提出了多种针对太阳帆的新型姿态控制技术.

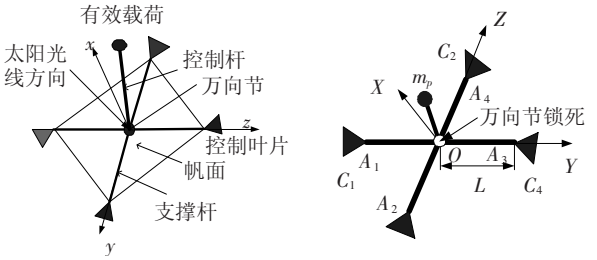
骆军红等[2]对基于控制叶片的太阳帆，利用欧拉动力学原理建立其姿态动力学模型，通过数值仿真研究了太阳帆对日定向的性能，这种被动姿态控制方法无需消耗自身工质，适合于任务期限长，姿控精度要求低的行星际探测等任务. Edward Mettler 等[3]对带有 M 个控制叶片（每个叶片的自由度数为 1）的太阳帆进行了动力学建模，并给出了一种非线性鲁棒控制算法. 使用位于 4 个支撑杆顶端的控制叶片也可实现太阳帆三轴姿态控制[4-6]，Bong Wie 对采用这种姿态控制机构的太阳帆进行三轴姿态动力学建模，模型中转动惯量的大小和控制叶片的相对矢量都是万向节转角的函数. 尽管上述文献对太阳帆姿态动力学建模与控制进行了大量的研究，但均对太阳帆航天器结构做了刚体假设，未考虑太阳帆柔性因素.

本文研究的太阳帆构型如图 1(a)所示，采用方形构型，4 个支撑杆顶端有 4 个控制叶片，有效载荷通过带有万向节的控制杆与太阳帆帆面连接. 当控

收稿日期：2010－01－31.
基金项目：国家自然科学基金资助项目(10772057).
作者简介：崔乃刚(1965—)，男，教授，博士生导师.

制杆轴向与帆面法向方向一致时,锁死万向节.

本文首先将根据矢量力学基本原理推导如图1(b)所示的太阳帆姿态动力学模型,然后对其进行标量化处理,得到基于控制叶片的三轴姿态动力学方程,再联立太阳帆支撑杆振动模型,由非约束模态基本定义出发进行太阳帆动力学方程的求解. 最后将针对运行于超级地球同步转移轨道上的太阳帆偏航轴对地定向问题,给出其俯仰轴姿态控制方法.



(a) 太阳帆构型 (b)太阳帆姿态动力学模型

图1 太阳帆航天器构型及姿态动力学模型

1 太阳帆航天器刚柔耦合动力学建模

1.1 相关假定与坐标系定义

不计控制叶片和控制杆质量;忽略帆面与支撑杆动力学作用,将帆面质量均匀等效到4个支撑杆上,视支撑杆为欧拉-伯努利悬臂梁模型,不计纵向变形. 太阳帆简化后的构型如图1(b),相关坐标系定义如下:

地心惯性系 $\boldsymbol{EX}_I\boldsymbol{Y}_I\boldsymbol{Z}_I$: $\boldsymbol{E}$ 为地心,$\boldsymbol{EX}_I$ 指向春分点,$\boldsymbol{EZ}_I$ 沿地球自转轴指向北,$\boldsymbol{EY}_I$ 与前两者呈右手正交系;太阳帆轨道系 $\boldsymbol{OX}_o\boldsymbol{Y}_o\boldsymbol{Z}_o$:$O$ 为帆面几何中心,$\boldsymbol{OX}_o$ 指向太阳帆前进方向,$\boldsymbol{OZ}_o$ 指向地心,$\boldsymbol{OY}_o$ 与前两者呈右手正交系;太阳帆体系:O 为帆面几何中心,$\boldsymbol{Ox}$(旋转轴)垂直帆面指向有效载荷一侧,$\boldsymbol{Oz}$(偏航轴)沿支撑杆轴向,$\boldsymbol{Oy}$ 与前两者呈右手正交系.

1.2 太阳帆姿态动力学建模

使用矢量力学基本原理推导如图1(b)所示的考虑弹性振动的太阳帆姿态动力学方程,运用动量距定理,对 O 点而言有[7-9]

$$\dot{\boldsymbol{h}}_o + m\boldsymbol{r}_c \times \boldsymbol{a}_o = \boldsymbol{M}_o. \tag{1}$$

其中:$\boldsymbol{h}_o$ 为太阳帆系统对 O 点的相对角动量;$\boldsymbol{r}_c$ 为复合质心相对体系原点的位置矢量;$\boldsymbol{a}_o$ 为 O 点惯性加速度;$\boldsymbol{M}_o$ 为绕着 O 点的外部力矩矢量.

$$\boldsymbol{h}_o = \boldsymbol{h}_{op} + \sum_{i=1}^{4}\boldsymbol{h}_{oi} = m_p\boldsymbol{l}\times(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{l}) + \sum_{i=1}^{4}\int_{A_i}(\boldsymbol{\rho}_{i0}+\boldsymbol{u}_i)\times[\boldsymbol{\omega}\times(\boldsymbol{\rho}_{i0}+\boldsymbol{u}_i)+\mathring{\boldsymbol{u}}_i]\mathrm{d}m, \tag{2}$$

$$\boldsymbol{r}_c = \frac{m_p}{m_s+m_p}\boldsymbol{l} = \frac{m_p}{m}\boldsymbol{l} = \varepsilon_p\boldsymbol{l}, \tag{3}$$

$$\boldsymbol{a}_o = \boldsymbol{a}_c - \ddot{\boldsymbol{r}}_c = m^{-1}\Big[F_s\cos^2\alpha\boldsymbol{n} + \sum_{j=1}^{4}F_c(\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{n}_j)^2\boldsymbol{n}_j\Big] - m_p\ddot{\boldsymbol{l}}/m, \tag{4}$$

$$\boldsymbol{M}_o = \boldsymbol{L}_1\times F_c(\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{n}_1)^2\boldsymbol{n}_1 + \boldsymbol{L}_2\times F_c(\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{n}_3)^2\boldsymbol{n}_3 + \boldsymbol{L}_3\times F_c(\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{n}_4)^2\boldsymbol{n}_4 + \boldsymbol{L}_4\times F_c(\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{n}_2)^2\boldsymbol{n}_2. \tag{5}$$

将式(2)~(5)代入式(1),经整理可得太阳帆姿态动力学方程为

$$\begin{aligned}
&m_p\boldsymbol{l}\times(\mathring{\boldsymbol{\omega}}\times\boldsymbol{l}) + \sigma\int_{-L}^{0}[\boldsymbol{\rho}_{10}\times(\mathring{\boldsymbol{\omega}}\times\boldsymbol{\rho}_{10}) + \boldsymbol{\rho}_{10}\times\boldsymbol{u}_1]\mathrm{d}y + \\
&\sigma\int_{-L}^{0}[\boldsymbol{\rho}_{20}\times(\mathring{\boldsymbol{\omega}}\times\boldsymbol{\rho}_{20}) + \boldsymbol{\rho}_{20}\times\boldsymbol{u}_2]\mathrm{d}z + \\
&\sigma\int_{0}^{L}[\boldsymbol{\rho}_{30}\times(\mathring{\boldsymbol{\omega}}\times\boldsymbol{\rho}_{30}) + \boldsymbol{\rho}_{30}\times\boldsymbol{u}_3]\mathrm{d}y + \\
&\sigma\int_{0}^{L}[\boldsymbol{\rho}_{40}\times(\mathring{\boldsymbol{\omega}}\times\boldsymbol{\rho}_{40}) + \boldsymbol{\rho}_{40}\times\boldsymbol{u}_4]\mathrm{d}z + \\
&\frac{m_p}{m}\boldsymbol{l}\times\Big\{\Big[F_s\cos^2\alpha\boldsymbol{n} + \sum_{j=1}^{4}F_c(\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{n}_j)^2\boldsymbol{n}_j\Big] - m_p\ddot{\boldsymbol{l}}\Big\} = \\
&\boldsymbol{L}_1\times F_c(\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{n}_1)^2\boldsymbol{n}_1 + \boldsymbol{L}_2\times F_c(\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{n}_3)^2\boldsymbol{n}_3 + \\
&\boldsymbol{L}_3\times F_c(\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{n}_4)^2\boldsymbol{n}_4 + \boldsymbol{L}_4\times F_c(\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{n}_2)^2\boldsymbol{n}_2.
\end{aligned} \tag{6}$$

式(1)~(6)中,$\boldsymbol{h}_{op}$、$\sum_{i=1}^{4}\boldsymbol{h}_{oi}$ 分别为有效载荷、支撑杆对 O 点的相对角动量,i 为支撑杆标号,下同;$\boldsymbol{l}$ 是有效载荷 p 相对 O 点的位置矢量,在体系下为常矢量;$\boldsymbol{\omega}$ 是体系绝对角速度;$\boldsymbol{\rho}_{i0}$ 是支撑杆 $\mathrm{d}m$ 微元相对 O 点的位置矢量;$\boldsymbol{u}_i$ 是支撑杆 $\mathrm{d}m$ 微元段弹性振动位移;$\mathring{\boldsymbol{u}}_i$ 为 $\boldsymbol{u}_i$ 相对 $Oxyz$ 求导结果;ε_p、ε_s 为有效载荷、帆面系统质量百分数,p、s分别代表有效载荷、帆面系统,下同;F_s 是帆面最大推力,$F_s = \eta PA_s$,η 为推力系数,$\eta_{\max} = 2$,$P = 4.563\times10^{-6}\ \mathrm{N/m^2}$,$A_s$ 为帆面面积;F_c 是控制叶片最大推力;α 是帆面太阳角,为 $\boldsymbol{Ox}$ 与 $\boldsymbol{S}$(太阳光线矢量)夹角;$\alpha_j(j=1,2,3,4)$ 为控制叶片太阳角;$\boldsymbol{n}$ 是帆面法向矢量,$\boldsymbol{n} = -i$,与 $\boldsymbol{Ox}$ 反向;$\boldsymbol{n}_j(j=1\sim4)$ 是叶片法向矢量;$\boldsymbol{L}_i$ 是 A_i 支撑杆自由端在体系下的位置矢量;σ 为考虑帆面均布于支撑杆后的支撑杆线密度.

1.3 太阳帆支撑杆振动方程

图1(b)所示支撑杆(悬臂梁),振动形式相同,以 A_2 悬臂梁振动建模为例,其振动位移 $\boldsymbol{u}_2(z,t)$ 可分解为 Oxz 面内的振动位移 $\boldsymbol{u}_{2x}(z,t)$ 与 Oyz 面内的振动位移 $\boldsymbol{u}_{2y}(z,t)$ 之和,即

$$\boldsymbol{u}_2(z,t) = \boldsymbol{u}_{2x}(z,t) + \boldsymbol{u}_{2y}(z,t).$$

A_2 在 Oxz、Oyz 面内的振动方程为

$$\begin{cases} EJ\dfrac{\partial^4 u_{2x}}{\partial z^4}+\sigma\left[\dfrac{\partial^2 u_{2x}}{\partial t^2}+z\dfrac{\mathrm{d}^2\theta_y}{\mathrm{d}t^2}\right]=0, \\ EJ\dfrac{\partial^4 u_{2y}}{\partial z^4}+\sigma\left[\dfrac{\partial^2 u_{2y}}{\partial t^2}+z\dfrac{\mathrm{d}^2\theta_x}{\mathrm{d}t^2}\right]=0. \end{cases} \tag{7}$$

其中：θ_y、θ_x 分别为太阳帆绕 $\boldsymbol{Oy}$、$\boldsymbol{Ox}$ 轴转角.

2　太阳帆航天器动力学方程求解

2.1　带有控制叶片的太阳帆姿态动力学方程

对式(6)进行标量化处理，经整理最终可得基于控制叶片的太阳帆三轴姿态动力学模型如下：

$$J_x^*\dot{\omega}_x+\sigma\int_{-L}^{0}y\ddot{u}_{1z}\mathrm{d}y-\sigma\int_{-L}^{0}z\ddot{u}_{2y}\,\mathrm{d}z+\sigma\int_{0}^{L}y\ddot{u}_{3z}\mathrm{d}y+\sigma\int_{0}^{L}z\ddot{u}_{4y}\mathrm{d}z=F_cL\cos^2\alpha_1\sin\delta_1-F_cL\cos^2\alpha_4\sin\delta_4,$$

$$J_y^*\dot{\omega}_y+\sigma\int_{-L}^{0}z\ddot{u}_{2x}\mathrm{d}z+\sigma\int_{0}^{L}z\ddot{u}_{4x}\mathrm{d}z-\varepsilon_p l(F_c\cos^2\alpha_1\sin\delta_1+F_c\cos^2\alpha_2\sin\delta_2+F_c\cos^2\alpha_3\sin\delta_3-F_c\cos^2\alpha_4\sin\delta_4+m_p\dot{\omega}_y l)=F_cL\cos^2\alpha_3\cos\delta_3-F_cL\cos^2\alpha_2\cos\delta_2,$$

$$J_z^*\dot{\omega}_z-\sigma\int_{-L}^{0}y\ddot{u}_{1x}\mathrm{d}y-\sigma\int_{-L}^{0}y\ddot{u}_{3x}\mathrm{d}y-\frac{m_p^2l^2}{m}\dot{\omega}_z=-F_cL\cos^2\alpha_1\cos\delta_1+F_cL\cos^2\alpha_4\cos\delta_4.$$

本文研究太阳帆俯仰轴动力学方程求解问题，另两轴求解方法类似可得. 令 δ_1 和 δ_4 为零，可得太阳帆俯仰轴姿态模型如下：

$$J_y\ddot{\theta}_y+2\sigma\int_{-L}^{0}z\ddot{u}_{2x}\mathrm{d}z=T_c. \tag{8}$$

其中，$J_y=(J_y^*-\varepsilon_p m_p l^2)$，$J_y^*$ 为系统相对 Oy 轴转动惯量，$\delta_j(j=1\sim4)$ 是叶片摆角.

$$T_c=(\varepsilon_p l\sin\delta_2-L\cos\delta_2)F_c\cos^2\alpha_2+(\varepsilon_p l\sin\delta_3+L\cos\delta_3)F_c\cos^2\alpha_3.$$

2.2　太阳帆姿态动力学方程求解

联立式(7)、(8)，利用非约束模态求解方法，取太阳帆支撑杆悬臂梁前两阶振动模态，做变量替换[10-15]，如下：

$$\begin{cases} u_{2x}(z,t)=\varphi_{2x1}(z)\eta_1(t)+\varphi_{2x2}(z)\eta_2(t), \\ \theta_y(t)=\Theta(t)+\theta_1\eta_1(t)+\theta_2\eta_2(t). \end{cases} \tag{9}$$

式中，$\varphi_{2xi}(z)$、$\eta_i(t)(i=1,2)$ 分别为 A_2 悬臂梁振型、模态坐标；$\Theta(t)$ 为 A_2 刚化后的转角；$\theta_i=-(2\sigma/J_y)\int_{-L}^{0}z\varphi_{2xi}\mathrm{d}z(i=1,2)$. 将式(9)代入式(7)和式(8)，经整理得变量替换后的太阳帆动力学方程，如下：

$$\begin{cases} J_y\ddot{\Theta}=T_c, \\ \ddot{\eta}_1(t)+m_1^2\cdot\eta_1(t)=-\sigma C_{01}J_y^{-1}T_c, \\ \ddot{\eta}_2(t)+m_2^2\cdot\eta_2(t)=-\sigma C_{02}J_y^{-1}T_c. \end{cases} \tag{10}$$

其中：$m_i^2=EJ\int_{-L}^{0}\varphi''_{2xi}\varphi''_{2xi}\mathrm{d}z$，$C_{0i}=\int_{-L}^{0}z\varphi_{2xi}\mathrm{d}z(i=1,2)$.

式(10)是 3 个常系数、线性、非齐次二阶微分方程，是太阳帆姿态控制的动力学模型.

3　太阳帆航天器俯仰轴姿态控制

3.1　太阳帆姿态控制概述

图 2 是运行于超级地球同步转移轨道上的太阳帆，轨道参数见文献[4]. $\boldsymbol{Oxyz}$ 与 $\boldsymbol{OX}_o\boldsymbol{Y}_o\boldsymbol{Z}_o$ 重合是本文控制目的，设另两轴姿态控制目的已实现，只研究太阳帆俯仰轴姿态控制问题.

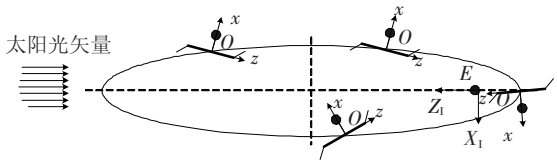


图 2　运行于超级地球同步转移轨道之上的太阳帆航天器

3.2　太阳帆俯仰轴姿态控制器设计

在初步研究太阳帆俯仰轴姿态控制律时，可忽略太阳帆支撑杆弹性振动影响，而在最终设定控制系统参数时，计及弹性振动影响，则太阳帆航天器姿态动力学方程为

$$\ddot{\theta}_y=T_c/J_y,$$

$$\dot{\boldsymbol{X}}=\begin{bmatrix}\dot{\theta}_y\\ \ddot{\theta}_y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&1\\0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\theta_y\\ \dot{\theta}_y\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ T_c/J_y\end{bmatrix}.$$

式中：T_c 是控制力矩，J_y 是常值，为了方便，令 $u=T_c/J_y$ 为控制变量. 采用 PD 控制策略，构造 u 的形式为

$$u=-\begin{bmatrix}K_p & K_d\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\theta_y-\theta_e\\ \dot{\theta}_y-\dot{\theta}_e\end{bmatrix}. \tag{11}$$

式中：θ_e 是真近点角，θ_y 为太阳帆姿态角. $\dot{\theta}_y$ 是太阳帆角速度，$\dot{\theta}_e$ 是轨道角速度. K_p 为比例系数，K_d 为微分系数.

控制目的是使 θ_y、$\dot{\theta}_y$ 分别跟踪 θ_e、$\dot{\theta}_e$，故 u 是时变参量，采取如下控制策略，在式(11)基础上得

$$u_\theta=\mathrm{sgn}\left[-\begin{bmatrix}K_p & K_d\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\theta_y-\theta_e\\ \dot{\theta}_y-\dot{\theta}_e\end{bmatrix}\right]. \tag{12}$$

令

$$x=-\begin{bmatrix}K_p & K_d\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\theta_y-\theta_e\\ \dot{\theta}_y-\dot{\theta}_e\end{bmatrix},$$

有

$$\mathrm{sgn}(x)=\begin{cases}1, & x>0;\\ 0, & x=0;\\ -1, & x<0.\end{cases}$$

取 $K_p=1$，$K_d=5$. 当式(12)中 $u_\theta=1$ 时，求解 δ_2、δ_3 使得 T_c 正向最大；$u_\theta=-1$ 时，求解 δ_2、δ_3 使得 T_c 负向最小. T_c 为太阳帆所受的外力矩，它是真

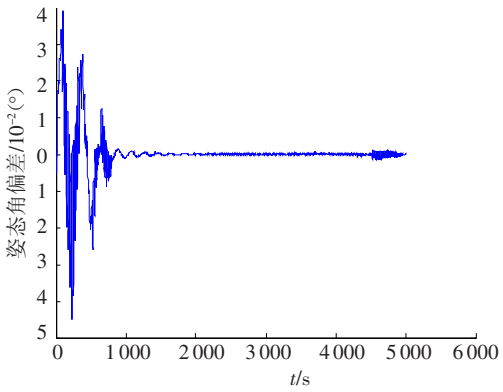
近点角的函数.

表 1 是太阳帆几何、结构参数信息. 模态坐标及其导数的初值均为 0;太阳帆入轨点初始位置:(8.193 9e +006,2.147 6e +006,4.564 8e +005)m,速度为(-2 039.6,8 815.9,1 873.9)m/s,初始姿态角、角速度分为(5/57.3)°、0((°)/s). 仿真结果及分析如图 3 ~6 所示.

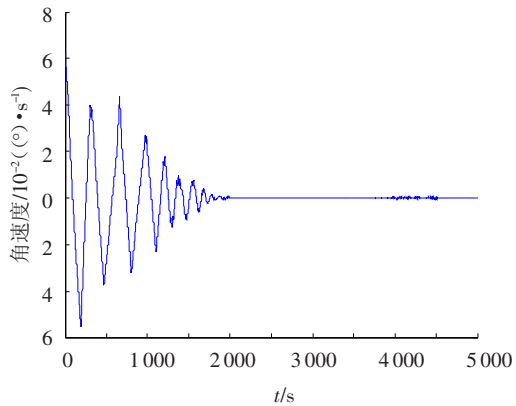
表 1　方形太阳帆结构与几何参数

太阳帆结构与几何参数	方形太阳帆的尺寸(边长)/m	太阳帆面积/m^2	太阳帆帆面帆布质量/kg	支撑杆悬臂梁长度/m	4 根支撑杆悬臂梁质量总和/kg	太阳帆帆面系统总质量/kg	支撑杆悬臂梁等效线密度/(kg·m^{-1})
参数值	100	10 000	1.95	70.710 7	28.28	1.95 +28.28	(1.95 +28.28)/4 *L*

太阳帆结构与几何参数	太阳帆有效载荷质量/kg	控制叶片(正三角形)边长/m	太阳帆效率	悬臂梁弹性模量/MPa	控制杆长度/m	支撑杆悬臂梁横截面惯性矩/m^4	悬臂梁的抗弯刚度/(N·m^{-2})
参数值	60	28.284 3	2.0	124 000	10	2.145e -8	2 660



(a) 对地定向姿态角偏差



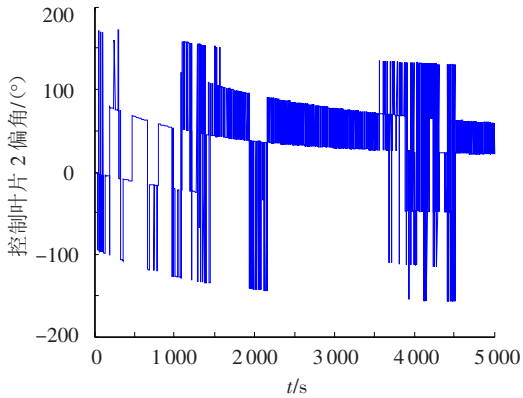
(b) 对地定向姿态角速度偏差

图 3　太阳帆偏航轴对地定向姿态角、角速度偏差

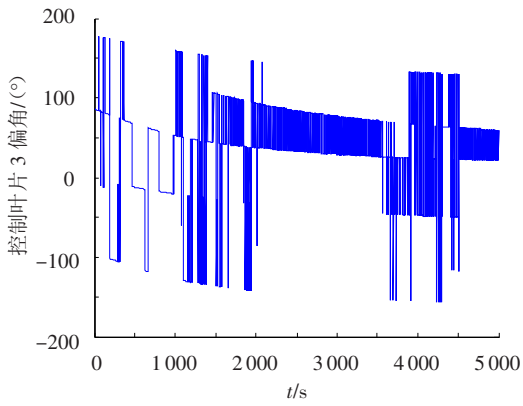
经过约 1 500 s 调整后,太阳帆实现了偏航轴对地定向任务,俯仰轴姿态运动趋于稳定. 由于控制叶片所能产生的力矩较小,故调整时间稍长. 姿态运动稳定后,姿态角、角速度偏差均较小.

控制叶片 2、3 转角绝对值在 180°之内,摆动不是很频繁. 在约 2 200 ~3 500 s、4 500 ~5 000 s 之间,控制叶片难以提供较大的控制力矩幅值,控制叶片摆动较为频繁,容易激起结构振动.

在约 2 200 ~3 500 s、4 500 ~5 000 s 时段内,控制力矩变化频率较大,幅值较小. 这两时段内,可考虑联合使用其他姿态控制机构进行控制.



(a) 控制叶片 2 转角



(b)控制叶片 3 转角

图 4　太阳帆控制叶片转角

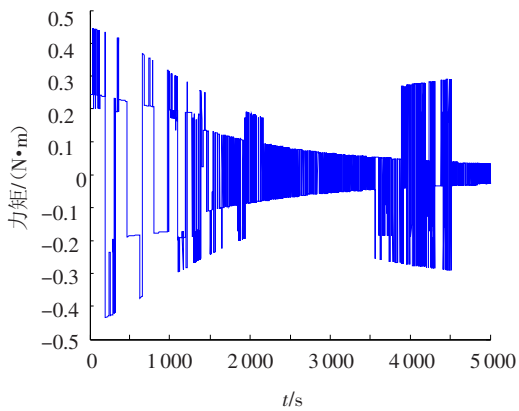
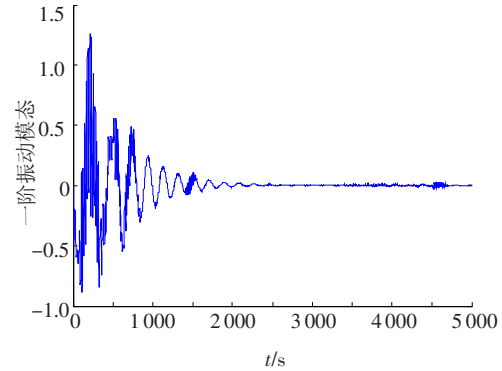
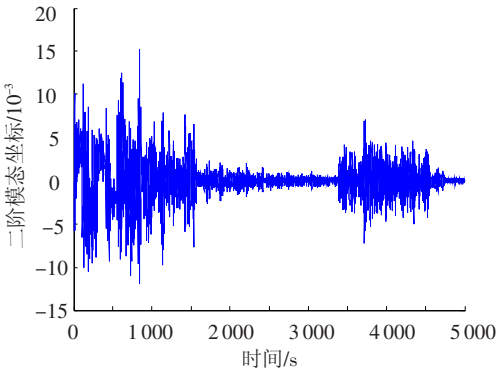


图 5　太阳帆控制叶片所产生的光压力矩



（a）一阶振动模态坐标



（b）二阶振动模态坐标

图 6　基于控制叶片太阳帆模态坐标

控制叶片绕 Oy 轴往复摆动，对太阳帆支撑杆悬臂梁所产生的激励恰好使得其一阶振动得以抑制，这可由一阶振动模态坐标曲线看出，二阶振动幅值也较小.

4　结　论

1）本文在相关假设与简化的基础之上，主要研究了太阳帆航天器刚柔耦合动力学建模、求解与俯仰轴姿态控制问题. 通过采用太阳帆悬臂梁非约束模态，给出了太阳帆俯仰轴刚柔耦合动力学方程的求解方法，它是太阳帆姿态控制的基础；

2）对运行于超级地球同步转移轨道上的太阳帆，对基于控制叶片姿态控制执行机构，设计考虑 Bang-Bang 控制策略的 PD 控制器，可较精确、快速地实现偏航轴对地定向任务，同时对支撑杆的弹性振动有一定的抑制作用.

参考文献：

[1] MCLNNES C. Solar sailing: technology, dynamics, and mission applications[M]. New York: Springer-Praxis, 1999.

[2] 骆军红，李晓东，冯军华. 太阳帆航天器被动姿态控制研究[J]. 飞行力学，2008，26(5):47 - 50.

[3] METTLER E, ACIKMESE A B, PLOEN S R. Attitude dynamics and control of solar sails with articulated vanes [C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit. San Francisco:[s. n.], 2005.

[4] WIE B. Solar sail attitude control and dynamics: Part 2 [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2004, 27(4):536 - 544.

[5] WIE B. Dynamic modeling and attitude control of solar sail spacecraft: Part I[C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit. Monterey: [s. n.], 2002.

[6] METTLER E,PLOEN S R. Solar sail dynamics and control using a boom mounted bus articulated by a bi-state two-axis gimbal and reaction wheels[C]//AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit. Monterey:[s. n.], 2002.

[7] WIE B. Dynamic modeling and attitude control of solar sail Spacecraft: Part II[C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit. Monterey: [s. n.], 2002.

[8] WIE B, MURPHY D, PALUSZEK M, *et al.* Robust attitude control systems design for solar sails: Part 1 [C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit. Providence, Rhode Island:[s. n.], 2004.

[9] WIE B, MURPHY D. Solar-sail attitude control design for a sail flight validation mission[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2007, 4(44),:809 - 821.

[10] 刘暾，赵钧. 空间飞行器动力学[M]. 哈尔滨：哈尔滨工业大学出版社，2003：240 - 252.

[11] 刘暾，杨大明. 挠性卫星动力学及姿态控制模型的建立[J]. 哈尔滨工业大学学报，1985，17(A8)：1 - 17.

[12] 陕晋军，刘暾，齐乃明，等. 再谈一类挠性结构的约束及非约束模态解法[J]. 中国空间科学技术，2001，21(6)：13 - 19.

[13] 刘暾，杨大明. 柔性空间机械臂动力学模型[J]. 航天控制，1990，8(2),36 - 43.

[14] 陕晋军. 挠性空间飞行器的分力合成主动振动抑制[D]. 哈尔滨，哈尔滨工业大学,2002：40 - 46.

[15] 陕晋军,关英姿,王凤鸣,等. 挠性结构的约束模态及非约束模态解法[J]. 上海航天,2000，17(5):19 - 22.

（编辑　张　宏）