基于仿射投影算法的 AR 模型参数估计方法

彭秀艳,门志国,刘长德

(哈尔滨工程大学 自动化学院,150001 哈尔滨, pengxiuyan@hrbeu.edu.cn)

摘 要: 为取得更有效的预报效果,在深入分析传统 LMS(Least mean square)算法的基础上,提出利用仿射投影算法对 AR 模型参数进行自适应估计,利用实测的动态数据结合 AIC(Akaike information criterion)准则建立自适应 AR(Autoregressive)预报模型,并将该模型应用于船舶运动预报中,实例仿真比较分析表明:相对于 LMS 算法、LMS-Newton 法和 NLMS(归一化 LMS)算法,基于仿射投影算法得到的 AR 预报模型,预报精度更高、预报时间更长,且在自适应 AR 模型参数估计中具有更快的收敛速度,能为实时在线预报提供理论依据.

关键词: LMS 算法;AR 模型;仿射投影算法;船舶运动预报

中图分类号: TP29 **文献标志码:** A **文章编号:** 0367-6234(2011)06-0136-05

The AR model parameters estimation approach based on affine projection algorithm

PENG Xiu-yan, MEN Zhi-guo, LIU Chang-de

(College of Automation, Harbin Engineering University, 150001 Harbin, China, pengxiuyan@hrbeu.edu.cn)

Abstract: To obtain more effective prediction effects, based on study of LMS algorithm, affine projection algorithm is proposed in this paper which is apply to estimating AR model parameters. The adaptive AR predicted model is built by using measured dynamic data combining with AIC criterion and the model is applied in the ship motion prediction. After comparative analysis of the simulation results, the predicted model based on Affine projection algorithm can get more precise prediction and the prediction time is more longer. The convergence rate of adaptive estimation of parameters about AR model is faster compared with LMS algorithm, LMS-Newton algorithm and NLMS algorithm. So the method provides theoretical basis for real time on-line prediction of ship motion.

Key words: LMS algorithm; AR Model; affine projection algorithm; ship motion prediction

目前,国内外对船舶运动姿态建模预报都非常重视并展开了许多研究. 其中利用时间序列分析法[1]对船舶运动姿态进行极短期预报越来越受到重视,这种方法的最大优点是无需知道海浪的任何先验信息和船舶航行姿态的状态方程,仅仅利用历史数据寻求规律进行预报. 此方法假设船舶在海浪中的运动姿态为一平稳的窄带随机过程,从而利用线性 AR 模型[2]拟合这一过程. 其中关键问题是模型的参数估计,由于 LMS 算法的计算简单性,在自适应模型参数辨识中得到了广泛应用[3-4]. LMS 的主要特征包括低计算复杂度、在平稳环境中的收敛性、其均值无偏地收敛到维纳解,以及有限精度算法实现时的稳定性等. 为了进一步降低复杂度或减少收敛时间,基于 LMS 的相关算法被相继提出,例如,针对当输入信号相关性很高时,LMS 算法收敛速度慢的问题,提出了 LMS-Newton 算法[5],该算法收敛速度的提高是以增加计算复杂度为代价而得到的. 文献[6]提出的 NLMS 算法,由于是在瞬时输出误差最小化时,采用了可变收敛因子,因此其收敛速度比传统 LMS 算法更快,同时避免了计算输入信号相关阵

收稿日期: 2010-09-17.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60804009).
作者简介: 彭秀艳(1962—),女,教授,博士生导师.

的估计值,但增加了失调. 文献[7]提出的仿射投影算法是当输入信号高度相关时,通过重复利用过去的数据,获得更快的收敛速度,这样可以得到一类在计算复杂度和收敛速度之间获得折中的算法. 本文在综合分析已有文献算法的基础上,结合船舶运动姿态预报的数据,提出利用仿射投影算法对 AR 模型参数进行自适应估计,利用实测的动态数据结合 AIC 准则[8]建立自适应 AR 预报模型,并将该模型应用于实时船舶运动预报中.

1　基于仿射投影算法的时变 AR 模型的参数估计

仿射投影算法是在 LMS 算法的基础上,通过重复利用过去的数据信号,以提高自适应滤波算法收敛速度的一种方法. 数据重用算法[8]是在输入信号具有相关性情况下的另一种提高 LMS 算法收敛速度的方法. 数据重用所付出的代价是增加了算法的失调,并且和传统 LMS 算法一样,需要引入步长来实现最终的失调和收敛速度之间的平衡.

假设可将 $L+1$ 个输入信号向量写为如下矩阵 $\boldsymbol{X}_a(t)$ 形式,定义 $y_a(t)$,$d_a(t)$,$e_a(t)$ 为第 t 次迭代过程中的自适应滤波器输出、期望信号以及误差向量,则

$$\boldsymbol{X}_a(t)=\begin{bmatrix} x(t) & x(t-1) & \cdots & x(t-L+1) & x(t-L) \\ x(t-1) & x(t-2) & \cdots & x(t-L) & x(t-L-1) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x(t-n+1) & x(t-n) & \cdots & x(t-L-n+2) & x(t-L-n+1) \end{bmatrix}=$$

$$[\boldsymbol{X}(t)\quad \boldsymbol{X}(t-1)\quad \cdots\quad \boldsymbol{X}(t-L)],$$

$$\boldsymbol{y}_a(t)=\boldsymbol{X}_a^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{w}(t)=\begin{bmatrix} y^0(t) \\ y^1(t) \\ \cdots \\ y^L(t) \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{d}_a(t)=\begin{bmatrix} d(t) \\ d(t-1) \\ \cdots \\ d(t-L) \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{e}_a(t)=\begin{bmatrix} \mathrm{e}^0(t) \\ \mathrm{e}^1(t) \\ \cdots \\ \mathrm{e}^L(t) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} d(t)-y^0(t) \\ d(t-1)-y^1(t) \\ \cdots \\ d(t-L)-y^L(t) \end{bmatrix}=\boldsymbol{d}_a(t)-\boldsymbol{y}_a(t).$$

仿射投影算法的目标是使 $\min \frac{1}{2}\|\boldsymbol{w}(t+1)-\boldsymbol{w}(t)\|^2$ 最小化,其中,约束条件为

$$\boldsymbol{d}_{\mathrm{a}}(t)-\boldsymbol{X}_a^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{w}(t+1)=0. \tag{1}$$

从约束条件可以看出,仿射投影算法是使下一个系数向量 $\boldsymbol{w}(t+1)$ 尽可能的与 $\boldsymbol{w}(t)$ 保持接近,而强迫后验误差等于零.

利用拉格郎日乘子算法将约束条件转化为无约束最优化问题,最小化的无约束函数为

$$F[\boldsymbol{w}(t+1)]=\frac{1}{2}\|\boldsymbol{w}(t+1)-\boldsymbol{w}(t)\|^2+\boldsymbol{\lambda}_a^{\mathrm{T}}(t)[\boldsymbol{d}(t)-\boldsymbol{X}_a^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{w}(t+1)]. \tag{2}$$

式中:$\boldsymbol{\lambda}_a(t)$ 是1个$(L+1)\times 1$维的拉格郎日乘子向量. 令 $F[\boldsymbol{w}(t+1)]$ 相对于 $\boldsymbol{w}(t+1)$ 的梯度为零,得

$$\boldsymbol{w}(t+1)=\boldsymbol{w}(t)+\boldsymbol{X}_a(t)\boldsymbol{\lambda}_a(t). \tag{3}$$

将式(3)带入式(1)的关系式中,可得

$$\boldsymbol{X}_a^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{X}_a(t)\boldsymbol{\lambda}_a(t)=\boldsymbol{d}_a(t)-\boldsymbol{X}_a^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{w}(t)=\boldsymbol{e}_a(t). \tag{4}$$

由式(3)、(4)得仿射投影算法的更新方程为

$$\boldsymbol{w}(t+1)=\boldsymbol{w}(t)+\boldsymbol{X}_a(t)(\boldsymbol{X}_a^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{X}_a(t))^{-1}\boldsymbol{e}_a(t). \tag{5}$$

以上是对应于具有单步长的传统仿射投影算法. 通过引入步长 μ,可以取得最终失调与收敛速度之间的折中,即

$$\boldsymbol{w}(t+1)=\boldsymbol{w}(t)+\mu\boldsymbol{X}_a(t)(\boldsymbol{X}_a^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{X}_a(t))^{-1}\boldsymbol{e}_a(t). \tag{6}$$

式中:μ 为收敛因子,$0<\mu<\frac{1}{\lambda_{\max}}$,$\lambda_{\max}$ 为输入向量自相关阵 $\boldsymbol{R}$ 的最大特征值.

采用收敛因子后,后验误差不再等于零. 实际上,当存在环境测量噪声时,使后验误差等于零并不是理想的方法,因为这将迫使自适应滤波器对与自适应滤波器输入信号不相关的噪声信号的影响进行补偿. 当收敛因子等于 1 时,得到的结果存在很大的失调. 求逆矩阵的阶数取决于重复利用数据向量的个数. 在文献[10]中,通过考虑有离散角度方向组成的输入信号向量的简化模型以及独立性假设,可以导出仿射投影算法的失调表达式,即

$$M=\frac{\mu}{2-\mu}E\left[\frac{1}{\|\boldsymbol{X}(t)\|^2}\right]\mathrm{tr}\boldsymbol{R}. \tag{7}$$

式(7)与 L 是独立的[11].

2 基于自适应 AR 模型的多步预报

根据 LMS 算法与 AR 模型之间的关系,以及在 LMS 算法基础上提出的仿射投影算法[3-4],基于仿射投影算法的自适应 AR 模型在船舶运动姿态预报中的具体步骤如下:

1)当时间序列为 $\{x(t),t=1,2,\cdots,N\}$ 时,对应的输入向量为 $\boldsymbol{X}_a(t)$,对应的期望输出为 $\boldsymbol{X}(t+1)$.

2)选取适当的收敛因子 μ,设最大阶数为 M,一般取 $M=N/3$,依次令 $n=1,2,\cdots,M$,计算 $t=1,\cdots,N-1$ 时刻的输出误差向量 $\boldsymbol{e}_a(t)=\boldsymbol{X}(t+1)-\hat{\boldsymbol{w}}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{X}_a(t)$ 和参数向量更新方程 $\hat{\boldsymbol{w}}^{\mathrm{T}}(t+1)=\mu\boldsymbol{X}_a(t)(\boldsymbol{X}_a^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{X}_a(t))^{-1}\boldsymbol{e}_a(t)+\hat{\boldsymbol{w}}^{\mathrm{T}}(t)$.

3)利用 AIC 准则得出 AR 模型的阶数 n,并求出阶数为 n 时的系数向量. 设 $S_n(N)$ 为时变 AR 模型的残差平方和,令 $\boldsymbol{X}_1(i)=(x(i),x(i-1),x(i-n+1))$. 其中,$i=n,\cdots,N-1$;$n=1,2,\cdots,M$.

固定 n 时,利用仿射投影算法得到的参数估计向量为 $\hat{\boldsymbol{w}}(t)$ 的 AR 模型的残差平方和为 $S_n(N)=\sum_{i=n}^{N}(x(i+1)-\boldsymbol{X}_1^{\mathrm{T}}(i)\boldsymbol{w}(i))(x(i+1)-\boldsymbol{X}_1^{\mathrm{T}}(i)\boldsymbol{w}(i))^{\mathrm{T}}$,$I(n)=\ln(S_n(N)/N)+2n/N$.

依次计算 AR 模型阶数 $n=1,2,\cdots,M$ 时的 $S_1(N),S_2(N),\cdots,S_M(N)$ 和 $I(1),I(2),\cdots,I(M)$. 如果当 $n=n_0$ 时,$I(n_0)=\min\{I(n)\}(n=1,2,\cdots,M)$. 则 n_0 为所建立的时变 AR 预报模型的阶数. 对应最佳阶数 n_0 的 $\hat{\boldsymbol{w}}(N)$ 即为 AR 模型的参数估计.

4)利用 3)中所得结果对船舶运动姿态进行多步预报. 设 $\hat{\boldsymbol{w}}(N)=(\hat{w}_1,\hat{w}_2,\cdots,\hat{w}_n)$ 为利用 N 个数据建模所得的时变 AR 模型的参数估计. 其中 n_0 为由 AIC 准则确定的时变 AR 模型的最优阶数. 则未来 l 步的预报值为[2]

$$\hat{\boldsymbol{x}}(t+l)=\sum_{i=1}^{n_0}\hat{\boldsymbol{w}}_i x(t+l-i),l=1; \quad (8)$$

$$\hat{\boldsymbol{x}}(t+l)=\sum_{i=1}^{l-1}\hat{\boldsymbol{w}}_i\hat{x}(t+l-i)+\sum_{i=l}^{n_0}\hat{\boldsymbol{w}}_i x(t+l-i),1<l\leqslant n_0; \quad (9)$$

$$\hat{\boldsymbol{x}}(t+l)=\sum_{i=1}^{n_0}\hat{\boldsymbol{w}}_i\hat{x}(t+l-i),l>n_0. \quad (10)$$

其中:$l=1,2,\cdots$,为预报步数. 当阶数 n 确定,$\hat{\boldsymbol{w}}(t)$ 已知时,利用式(8)~(10)可以对船舶运动姿态进行多步预报.

3 仿真实验结果与分析

利用以上给出的基于仿射投影算法的 AR 模型对船舶运动姿态进行多步预报时,需要预先做好以下两步:

1)数据进行归一化处理,目的是使时间序列变为零均值平稳序列,具体公式为

$$y(t)=(x(t)-\bar{x})/(\max\{x(t)\}-\min\{x(t)\}).$$

其中:$\bar{x}$ 为样本时间序列$\{x(t)\}(t=1,2,\cdots,N)$的均值.

2)样本数据个数的确定. 在利用自适应滤波算法对 AR 模型参数进行估计时,样本数据个数的选取并没有统一的规范,样本数据选的过少,则不能体现信息的完整性,势必会降低预报精度,反之,样本数据选的太多,预报精度并不会得到提高,反而会在定阶和参数估计过程中增加计算量,为了取得好的预报效果,同时避免不必要的计算,本文采用根据算法收敛的迭代次数来确定数据样本个数.

由于参数各分量趋于平稳时,参数向量的范数 $\|\boldsymbol{w}(t)\|_2$ 也达到平稳状态,所以本文利用 AR 模型参数向量的范数 $\|\boldsymbol{w}(t)\|_2$ 来说明仿射投影算法的收敛速度,预报性能指标用均方根误差 E_{RMSE} 和预测精度 E_{PA} 表示[12],具体公式为

$$E_{\mathrm{RMSE}}=\left\{\frac{1}{n-1}\sum_{t=1}^{n}(\hat{x}(t)-x(t))^2\right\}^{1/2},$$

$$E_{\mathrm{PA}}=\frac{\sum_{t=1}^{n}\{[\hat{x}(t)-\hat{x}_m(t)][x(t)-x_m(t)]\}}{(n-1)\sigma_{\hat{x}}\sigma_x}.$$

其中:n 为预报的数据个数,$n=\{10,20,30,40\}$,$x(t)$、$\hat{x}(t)$ 分别为 t 时刻的真实值与预报值,$\hat{x}_m(t)$、$x_m(t)$ 分别为 n 个预报值和真实值的平均期望;$\sigma_{\hat{x}}$、σ_x 分别代表预报序列和期望序列的标准差. E_{RMSE} 反映了预报值对观测值的平均偏离. 而 E_{PA} 反映了预报值与观测值在其均值附近偏离之间的相关性. 取值在 +1 ~ −1 之间. $E_{\mathrm{PA}}=1$ 表明预报曲线与观测曲线分别对其自身的均值和标准差归一化结果是一样的;同时还反映了预报曲线与观测曲线之间的形状相似程度.

仿真所用数据为某型号舰船在 135°横浪航行姿态下的横摇角度时间序列数据,给定实船数据的采样周期为 0.5 s,并对未来 15 s 进行预报,即 $t=30$ 步.

图 1 给出基于仿射投影算法的自适应 AR 模型对对船舶运动时间序列数据进行预报的结果.

利用仿射投影算法对某型号舰船在 135°横

浪下的横摇角度时间序列数据进行预报,其中输入信号向量个数 L 与该算法收敛速度的关系如图 2 所示,由图 2 可以看出随着 L 的增加收敛速度也相应的增加,但当增加到一定程度时,收敛速度几乎不再发生变化.

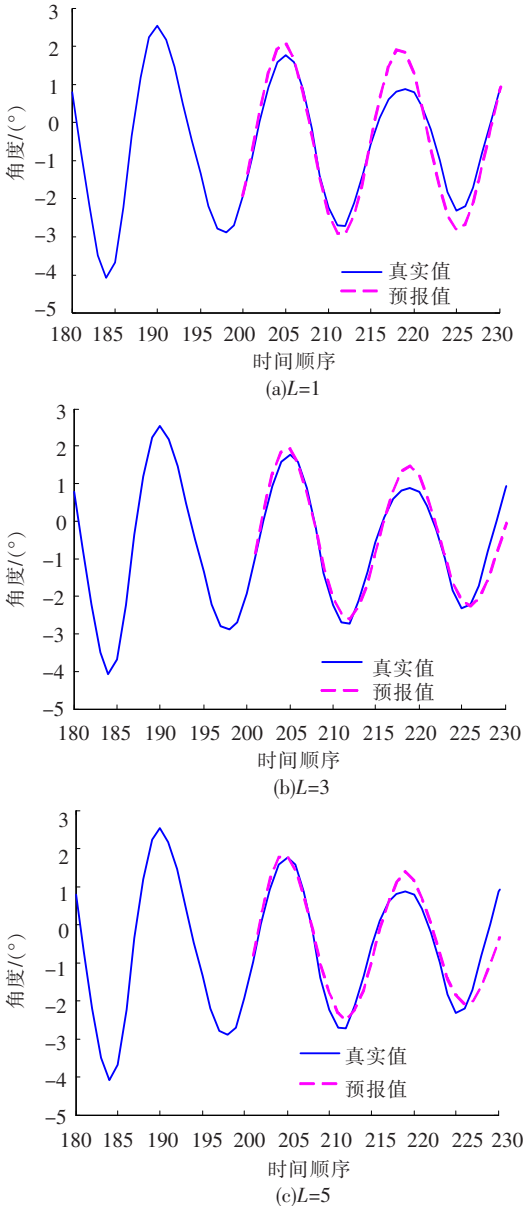


图 1　基于仿射投影算法的真实曲线与预报曲线

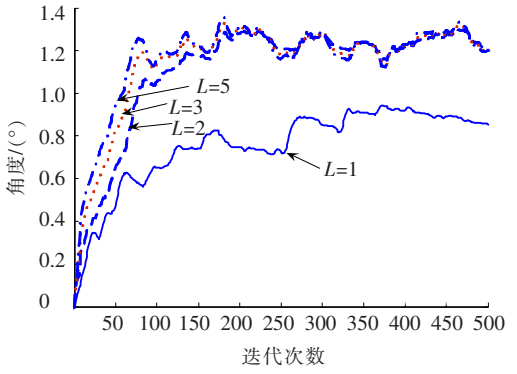


图 2　仿射投影算法的收敛曲线

为了作定量分析,表 1 给出了预报结果的均方根误差 E_{RMSE} 比较,表 2 给出了预报精度 E_{PA} 比较.

表 1　不同时间预报结果的均方根误差 E_{RMSE} 比较

算法	均方根误差			
	5 s	10 s	15 s	20 s
LMS	0.404 3	0.424 6	0.558 6	0.715 8
LMS-Newton	0.387 2	0.388 9	0.555 9	0.624 9
NLMS	0.397 8	0.556 3	0.723 3	0.667 2
仿射投影(L =1)	0.198 9	0.220 8	0.276 0	0.432 7
仿射投影(L =2)	0.252 4	0.267 3	0.361 8	0.629 9
仿射投影(L =3)	0.139 0	0.233 3	0.248 4	0.508 8
仿射投影(L =4)	0.222 8	0.284 0	0.435 1	0.722 4
仿射投影(L =5)	0.233 4	0.288 2	0.446 7	0.727 8

表 2　基于 LMS 算法的预报精度 E_{PA} 比较

算法	预报精度			
	5 s	10 s	15 s	20 s
LMS	0.985 3	0.975 3	0.933 7	0.853 6
LMS-Newton	0.985 5	0.976 6	0.894 2	0.844 3
NLMS	0.955 6	0.928 2	0.855 9	0.841 2
仿射投影(L =1)	0.995 6	0.984 1	0.954 9	0.848 0
仿射投影(L =2)	0.985 9	0.986 3	0.965 1	0.884 2
仿射投影(L =3)	0.997 1	0.990 8	0.983 9	0.929 9
仿射投影(L =4)	0.994 2	0.984 1	0.950 6	0.851 7
仿射投影(L =5)	0.994 0	0.983 1	0.947 3	0.847 7

通过仿真实验比较分析可以看出,由于 LMS-Newton 算法降低了求 $\boldsymbol{R}$ 估计值逆矩阵的计算量,且其性能独立于输入信号相关阵的特征值扩展,所以收敛速度要好于传统 LMS 算法. NLMS 算法由于采用可变收敛因子,因此收敛速度也明显好于传统 LMS 算法,但其相应地增加了算法的失调性. 还可以看出,LMS-Newton 算法和 NLMS 算法在预报精度方面相对于传统 LMS 算法并没有明显提高. 而仿射投影算法在收敛速度和预报精度上要都好于 LMS 算法、LMS-Newton 算法和 NLMS 算法.

同时由表 1 和表 2 可以看出,仿射投影算法随着 L 的增加,其预报结果的性能指标改善并不明显. 因此,通过对该算法在收敛速度和计算复杂度之间,以及预报性能误差方面进行权衡可以得出 L =3,其预报精度相对于 LMS-Newton 算法和 NLMS 算法有明显提高,预报时间更长.

4　结　论

1)基于仿射投影算法的时变 AR 模型的参数

估计计算复杂度与重复利用的数据向量的个数有关,最终决定了求逆矩阵的阶数与计算量,因此通过对该算法在收敛速度和计算复杂度,以及预报性能误差方面进行权衡来求取输入数据向量个数,这样既减少了算法的计算复杂性,同时又不至于降低预报精度.

2)通过引入收敛因子降低了算法的失调性,从而减少了测量噪声对预报精度的影响. 基于仿射投影算法建立的自适应 AR 预报模型预报精度更高,预报时间更长,且收敛速度要快于 LMS 算法、LMS-Mewton 算法和 NLMS 算法. 同时收敛速度快,也弥补了该算法复杂和计算量大这一缺点.

参考文献:

[1] 杨叔子,吴雅,轩建平,等. 时间序列分析的工程应用[M]. 武汉:华中科技大学出版社,2007.

[2] 彭秀艳,赵希人,高奇峰. 船舶姿态运动实时预报算法研究[J]. 系统仿真学报,2007, 19(2):267 – 269.

[3] KWONG R H, JOHNSTON E W. A variable step size LMS algorithm [J]. Signal Processing, 1992, 40(7):1636 – 1642.

[4] 孙恩昌,李于衡,张冬英,等. 自适应变步长 LMS 滤波算法及分析[J]. 系统仿真学报,2007,19(14):3172 – 3174.

[5] 于蕾,杨莘元. 快速的 ZP-OFDM 系统中的盲信道估计算法[J]. 现代电子技术,2008,9:4 – 6.

[6] 冯成燕,吴援明. 基于 NLMS 的 LFM 信号自适应校正研究[J]. 电子与信息学报,2006,28(12):2249 – 2251.

[7] WERNER S, DINIZ P S R, Set-member ship affine projection algorithm[J]. IEEE Signal Processing Letters,2001, 8:231 – 235.

[8] 杨位钦,顾岚编. 时间序列分析与动态数据建模[M]. 修订版. 北京:北京理工大学出版社,1988:417 – 438.

[9] ROY S, SHYNK J J. Analysis of the data-reusing LMS algorithm[C]//Midwest Symposium on Circuits and Systems. Urbana:IL, 1989:1127 – 1130.

[10] APOLINARIO J A, DE CAMPOS M L R, DINIZ P S R. The binor-malized data-reusing LMS algorithm [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2000, 48, 3235 – 3242.

[11] DINIZ P S R. 自适应滤波算法与实现[M]. 2 版. 刘郁林,景晓军,谭刚兵,等译. 北京:电子工业出版社. 2004:96 – 107.

[12] 韩敏. 混沌时间序列预测理论与方法[M]. 北京:中国水利水电出版社,2007:239 – 241.

(编辑 魏希柱)

(上接第 85 页)

和磁链为变量建立状态方程,通过电流观测误差构建滑模平面建立滑模观测器,来预估转子位置.

2)定量分析电感、电阻参数变化对角度预估的影响,构造 Lyapunov 函数辨识电机定子电阻和交轴电感,该方法解决电机参数变化对预估角度的影响,提高位置估算精度.

3)基于 TMS320C2808 IPMSM 无位置矢量控制系统的数字化实现证明了该算法的正确性和可行性.

参考文献:

[1] CHANHEE C, JULKI S. Compensation of zero-current clamping effects in high frequency signal injection based sensorless PM motor drives[J]. IEEE Transactions on Industrial Application, 2007, 43(5):1258 – 1265.

[2] YOON-SEOK H, JUNG-SOO C, YOUNG-SEOK K. Sensorless PMSM drive with a sliding mode control based adaptive speed and stator resistance estimator [J]. IEEE Transactions Magnetics, 2000, 36(5): 3588 – 3591.

[3] MORIMOTO S, KAWAMOTO K, SANADA M, *et al.* Sensorless control strategy for salient-pole PMSM based on extended EMF in rotating reference frame [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2002, 38(4):1054 – 1061.

[4] CHAN T F, WANG W, BORSJE P, *et al.* Sensorless permanent-magnet synchronous motor drive using a reduced-order rotor flux observer[J]. IET Electric Power Applications, 2008, 2(2):88 – 98.

[5] HASEGAWA M, MATSUI K. Position sensorless control for interior permanent magnet synchronous motor using adaptive flux observer with inductance identification[J]. IET Electric Power Applications, 2009, 3(3):209 – 217.

[6] CHEN Zhiqian, TOMITA M, DOKI S, *et al.* New adaptive sliding observers for position and velocity – sensorless controls of brushless DC motors[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2000, 47(3): 582 – 591.

[7] 刘家曦, 杨贵杰, 苏健勇. 基于线性磁链的 IPMSM 位置检测技术[J]. 电工技术学报, 2010, 25(12): 67 – 71.

(编辑 赵丽莹)