平板间方柱绕流的格子 Boltzmann 方法模拟

周超英，葛 家，ISLAM Shams Ul

（哈尔滨工业大学 深圳研究生院，广东 深圳 518055，cyzhou@hit.edu.cn）

摘 要：为研究平板间方柱绕流上下平板对置于其中的方柱绕流所产生的影响，采用格子 Boltzmann 方法对二维平板间低雷诺数（Re = 100）方柱绕流问题进行了数值模拟研究. 分析了 3 种不同阻塞比下，平板边壁对方柱的升、阻力系数、Strouhal 数和尾涡流场的影响. 结果表明：平板对方柱绕流特性有明显的影响，随着阻塞比的增加，阻力系数和 Strouhal 数均增大，与无边壁相比阻力系数可增加达 30%，而升力系数却随之减小. 计算结果与相关实验数据相吻合，验证了格子 Boltzmann 方法对钝体绕流非定常问题模拟的有效性.

关键词：格子 Boltzmann 方法；方柱绕流；壁面效应；阻塞比

中图分类号：O357.1 **文献标志码**：A **文章编号**：0367－6234(2010)11－1753－05

Numerical simulation of confined flow around a square cylinder in a channel with lattice Boltzmann method

ZHOU Chao-ying, GE Jia, ISLAM Shams Ul

(Shenzhen Graduate School, Harbin Institute of Technology, Shenzhen 518055, China, cyzhou@hit.edu.cn)

Abstract: The flow around a square cylinder confined in a two-dimensional channel is investigated for Re = 100 using the lattice Boltzmann method (LBM). Three blockage ratios are considered. The effects of channel walls on drag and lift coefficients of cylinder, Strouhal number and vortex structures in the wake of the cylinder are examined. The variations of the coefficients and the Strouhal number with the blockage ratio are presented. It is found that both the drag coefficient and the Strouhal number increase with the blockage ratio while the lift coefficient decreases. The drag coefficient increases as much as 30% compared to that for an unconfined square cylinder. The results are compared with related experimental data in literature and a good agreement is achieved. The comparison also shows that the LBM has capability in simulating bluff body flows.

Key words: lattice Boltzmann method; square cylinder; wall effect; blockage ratio

柱形结构广泛地用于工程实际，因而柱形结构绕流问题一直倍受国内外学者的关注. 在工程实际中也常遇到受边壁限制的柱体绕流问题，如燃烧室内的钝体绕流，加热或冷却系统中的钝体绕流，涡街流量计探杆在管内的钝体绕流等. 由于受到边壁影响，钝体受到的升力、阻力，钝体后的涡脱落频率以及流场的能量输运和混合都会产生变化. 近些年来，对平行板间钝体绕流问题的研究表明：两平行壁面的出现，使柱体尾涡的发展受到边壁的限制以及柱体后尾流与壁面边界层相互作用而发生改变，因而钝体所受的阻力、升力和柱体后的涡脱落频率发生变化，这些变化随着壁面越来越近（阻塞比越来越大）变得越来越明显. 低雷诺下此类问题的研究对分析这些变化产生的机理有着重要意义，不少学者对该问题进行了研究，Davis 等[1]、Suzuki 等[2]、Mukhopadhyay 等[3]、Breuer 等[4]、Turki 等[5]和郭卫斌等[6]完成了一些实验和计算研究；Breuer 等[4]采用 Lattice Boltzmann Automata 和有限体积法进行了数值研究；Turki 等[5]和郭卫斌等[6]分别采用有限体积法和不可压缩非均匀格子 BGK 数值方法，对该问题进行了研究. 上述研究对于完全了解受限钝体绕流问题的一些特性还是不够的，因此有必要进行细

收稿日期：2009－06－01.
基金项目：国家自然科学基金重大研究计划重点项目(90715031).
作者简介：周超英(1959—)，女，教授，博士生导师.

致的研究.

本文旨在采用格子 Boltzmann 方法,对雷诺数 $Re = 100$ 时 3 种不同阻塞比下的两平板间方柱绕流问题进行细致的数值模拟研究. 欲通过对流场涡量图、流线图和柱体受力的时程图的分析,得到升、阻力系数以及 Strouhal 数与阻塞比之间的关系,并与开放的自由来流方柱绕流问题进行比较,从而研究两平板间受限方柱绕流的边壁阻塞效应.

1 数值方法

格子 Boltzmann 方法(即 LBM——Lattice Boltzmann Method)是一种新近发展起来的流体力学数值计算方法[7]. LBM 的基本思想是将流体运动用大量的粒子运动进行表述. 在这个粒子系统中,粒子间通过碰撞和迁移产生相互作用,通过对系统中这些粒子相互作用的描述构造其动力学模型,再通过统计平均,得到如密度、速度等宏观物理量. 由于 LBM 基于这种离散微观粒子间相互作用的基本思想,因而具有其他宏观数值方法所没有的优势,如算法可高度并行化,不同流体组分间相互作用极易计及等,LBM 已得到了越来越多研究者的青睐,近年来取得了显著的进步.

1.1 控制方程

LBM 采用 Boltzmann 方程的特殊离散形式,其动力学演化方程为[8]

$$f_i(x + \vec{c}_i\Delta t, t + \Delta t) = f_i(x,t) + \Omega_i.$$

其中:i 表示离散速度方向,$f_i(x,t)$ 为第 i 个离散速度方向上的粒子分布函数,Δt 为时间步长. $\vec{c}_i$ 为 i 方向上的粒子速度,Ω_i 为碰撞算子,表示由于碰撞而引起的粒子分布函数的变化率. 采用 BGK (Bhatnager-Gross-Krook)模型,其碰撞算子为[9]

$$\Omega_i = (-1/\tau)[f_i(x,t) - f_i^{\mathrm{eq}}(x,t)].$$

其中:$f_i^{\mathrm{eq}}(x,t)$ 为 i 方向上的平衡态分布函数,τ 为松弛时间. BGK 模型碰撞算子的物理意义是,每次碰撞引起的分布函数的变化量与它偏离局部平衡态的分量成正比,因此,$(1/\tau)$ 也称为碰撞频率. 碰撞函数 Ω_i 满足局部质量、动量守恒:

$$\sum_i \Omega_i = 0, \quad \sum_i \Omega_i \vec{c}_i = 0.$$

1.2 离散速度模型

本文选取了最常用的二维 9 速度模型 D2Q9 (见图 1)[10]. 其演化方程为

$$f_i(x + \vec{c}_i\Delta t, t + \Delta t) = f_i(x,t) - \frac{f_i(x,t) - f_i^{\mathrm{eq}}(x,t)}{\tau}.$$

其中 9 个运动方向的离散速度构成了粒子运动速度向量集 $\vec{c}_i$:

$$\begin{cases} \vec{c}_i = (0,0), & i = 0; \\ \vec{c}_i = \left(\cos\dfrac{i-1}{2}\pi, \sin\dfrac{i-1}{2}\pi\right)c, & i = 1,2,3,4; \\ \vec{c}_i = \sqrt{2}\left(\cos\left(\dfrac{i-5}{2}\pi + \dfrac{\pi}{4}\right), \sin\left(\dfrac{i-5}{2}\pi + \dfrac{\pi}{4}\right)\right)c, & i = 5,6,7,8. \end{cases}$$

其中:$c = \Delta x/\Delta t$ 为粒子迁移速率. 平衡态分布函数 f_i^{eq} 为

$$f_i^{\mathrm{eq}} = \rho\omega_i\left[1 + \frac{\vec{c}_i \cdot \vec{u}}{c_s^2} + \frac{(\vec{c}_i \cdot \vec{u})^2}{2c_s^4} - \frac{\vec{u}^2}{2c_s^2}\right].$$

其中:ρ 为宏观密度,$\vec{u}$ 为宏观速度,ω_i 为权系数,其数值分别为:$\omega_0 = 4/9$,$\omega_i = 1/9 (i = 1,2,3,4)$ 和 $\omega_i = 1/36 (i = 5,6,7,8)$;$c_s = c/\sqrt{3}$ 为声速. 粘性系数 $\nu = (2\tau - 1)/6$,压力 $p = c_s^2\rho$.

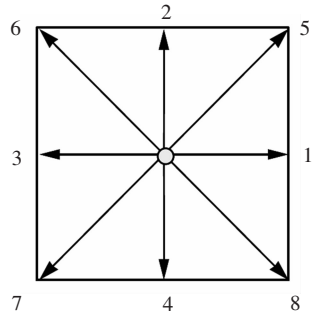


图 1 二维 9 速度模型即 D2Q9 模型

此外,D2Q9 模型定义密度 ρ 和动量 $\rho\vec{u}$ 与 f_i 或 f_i^{eq} 的关系为

$$\rho = \sum_i f_i = \sum_i f_i^{\mathrm{eq}}, \quad \rho\vec{u} = \sum_i f_i\vec{c}_i = \sum_i f_i^{\mathrm{eq}}\vec{c}_i. \quad (7)$$

可以通过粒子分布函数和平衡态分布函数求出宏观的物理量 ρ 和 $\vec{u}$.

2 物理模型及边界条件

平板间方柱绕流物理模型及流场计算区域如图 2 所示. 方柱边长为 D,平板间距为 H. 为了将计算区域上、下游边界条件对流场计算结果的影响降到最低,将计算区域的长度取为 $L = 50D$. 方柱前缘距上游边界的距离为 $15D$. 上游入口处用 Poiseuille 速度分布 $u(y) = (4U_m/H^2)(yH - y^2)$ 为边界条件,其中 U_m 为最大来流速度;下游出口处采用相同速度边界条件;上下壁及方柱表面为固壁无滑移边界条件:$u = v = 0$.

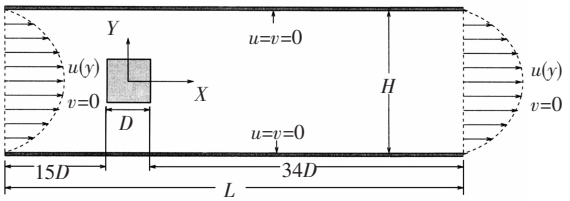


图 2　平板间方柱绕流的计算区域及边界条件

雷诺数定义为

$$Re = U_m D/\nu,$$

Strouhal 数定义为

$$St = fD/U_m.$$

其中，f 为涡脱落频率. 阻塞比定义为

$$B = D/H.$$

计算中设定了 3 种平板间距，即 $8D$、$6D$、$4D$，其相应的阻塞比分别为：0.125，0.167，0.250；雷诺数取为 $Re = 100$.

阻力系数 C_D 与升力系数 C_L 分别定义为

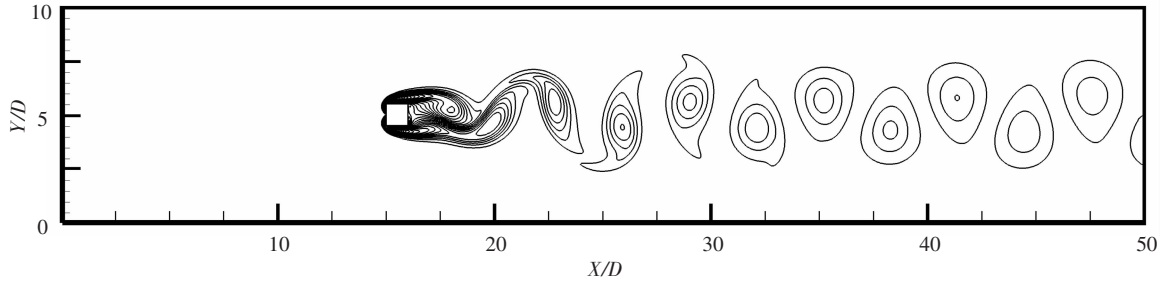
$$C_D = \frac{2F_D}{\rho U_m^2 D}, \quad C_L = \frac{2F_L}{\rho U_m^2 D}.$$

其中，F_D 和 F_L 分别为流体作用在方柱上的阻力和升力.

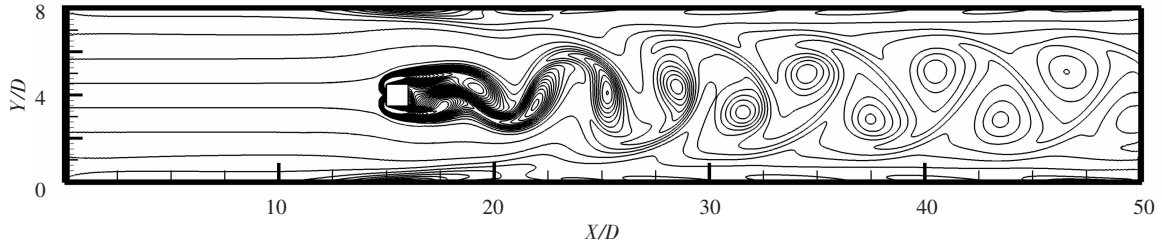
为了验证计算程序，同时也为了对比，首先对 $Re = 100$ 时无边壁限制的方柱绕流进行了模拟. 这时计算区域的入口及出口处均设为均匀来流 U_m；上下边界为自由滑移边界条件，滑移速度为 U_m，方柱表面为固壁无滑移边界条件 $u = v = 0$.

3　结果分析与讨论

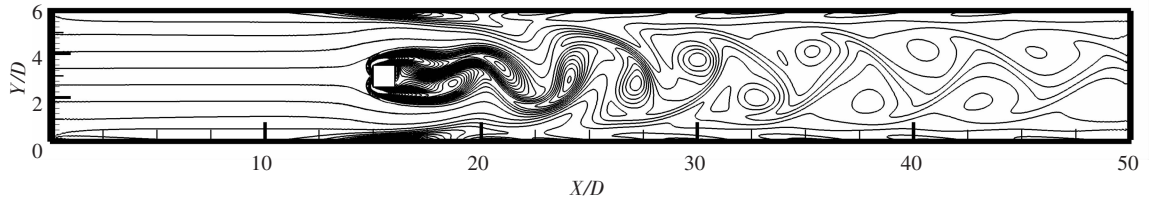
图 3 给出了无限制即自由流场方柱绕流（图 3(a)）和 3 种不同阻塞比下的方柱绕流的涡量图. 由图 3 可见，与自由流场内方柱绕流尾迹相比，平行板间方柱绕流的尾迹由于受到边壁影响变得复杂. 当阻塞比较小时，如当 $B = 0.125$ 时（图 3(b)），方柱后卡门涡街清楚、规则，此时壁面效应对涡脱落所产生的影响比较小，但已显现. 流体粘性在上下壁面附近出现小涡，这些小涡与方柱后面产生的大涡相混合，一同向下游运动；这种现象随阻塞比的增加变得越发明显（图 3(c)），涡核间的横向距离有所减小；随着 B 进一步增加（图3(d)），在柱体后形成一很长的回流区，



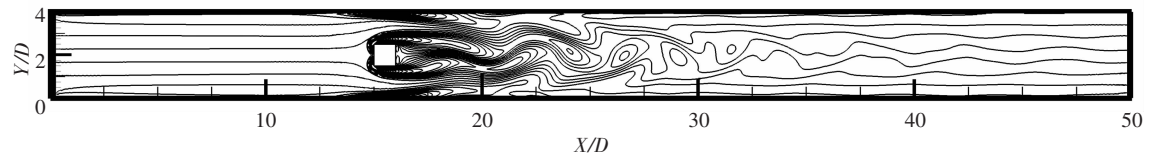
(a) 自由来流下的方柱绕流



(b) 平板间方柱绕流 $B = 0.125$



(c) 平板间方柱绕流 $B = 0.167$

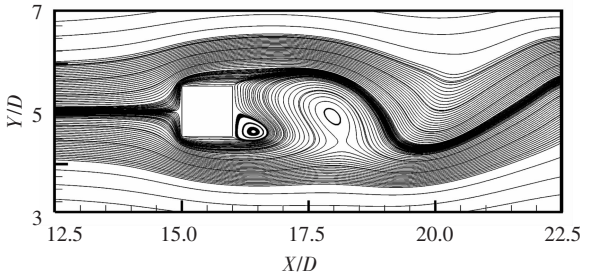


(d) 平板间方柱绕流 $B = 0.250$

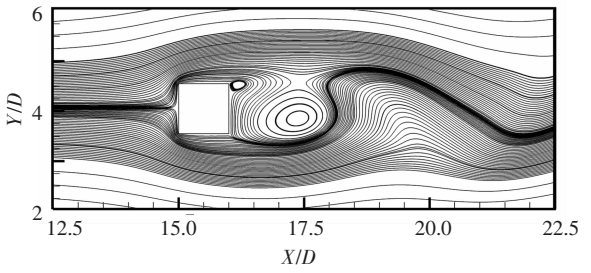
图 3　方柱绕流涡量图

涡脱落变得不再规则,刚刚脱落的大涡会立刻与壁面附近的小涡混合,尾迹里见不到明显的卡门涡街.

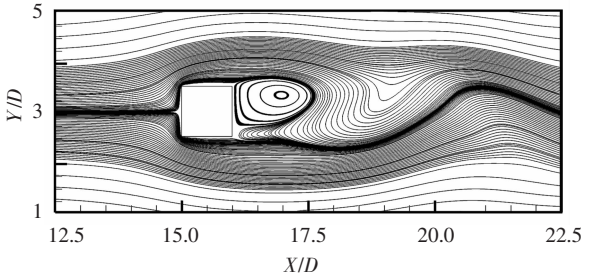
由图 4 给出的方柱近尾流区流线图可见,受平板的限制,方柱后回流区不像自由流场中的那样圆润饱满,而是随阻塞比增大而变得狭长,流线变得更平坦,尾迹远处的流线波动也变得越来越小. 方柱上下表面边界层在前缘分离后,在后表面附着并再次分离(见图 4(d)).



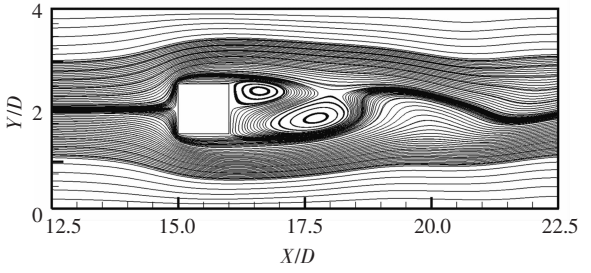
(a) 自由来流



(b) B = 0.125



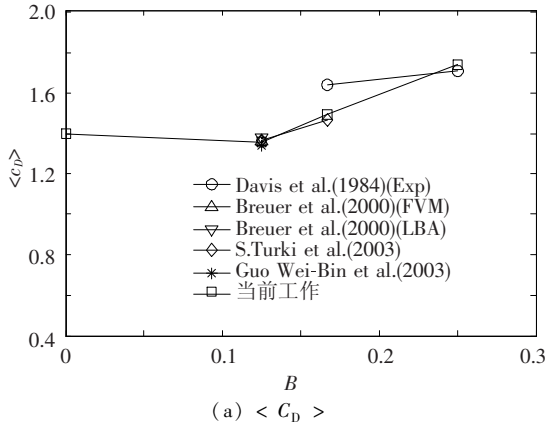
(c) B = 0.167



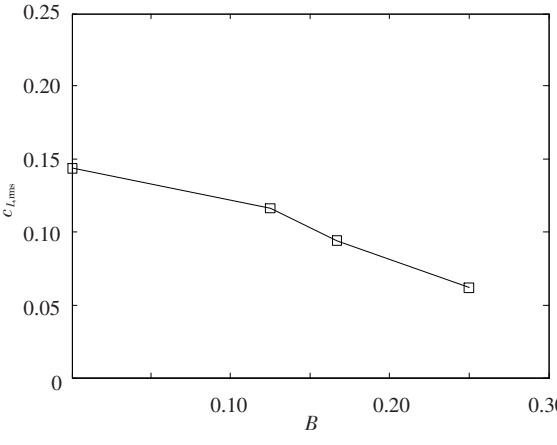
(d) B = 0.250

图 4 方柱绕流流线图

图 5 给出了方柱阻力系数的时均值 $< C_D >$ (图 5(a))和升力系数均方根值 $C_{L,rms}$ (图 5(b))随阻塞比的变化曲线,图中还给出了文献中相关计算结果和实验数据的比较, B = 0 为自由来流方柱绕流的情况. 由图可见,阻力系数均值随阻塞比增大逐渐增加,而升力系数均方根值却是下降的. 当阻塞比较小时,如 B = 0.125,边壁效应较小,与 B = 0 的结果非常相近;当阻塞比增大时,升阻力系数与自由来流方柱绕流相比,差别很大;当阻塞比从 0.167 增大到 0.250 时,阻力系数均值从 1.455 急增到 1.743,这时的阻力系数与无边壁时的阻力系数值 1.355 相比增加了近 30%. 阻塞比 B = 0.167 时计算结果与文献中的其他计算结果相比符合得很好,但均低于实验结果,其主要原因是计算中均假设流场是二维的,而平板的出现在这个阻塞比下有可能使得流场三维性提早在雷诺数 < 180 出现;而当阻塞比更高时平板的出现使流场更趋于二维化,在阻塞比为 0.25 时二维计算与实验数据符合得较好.



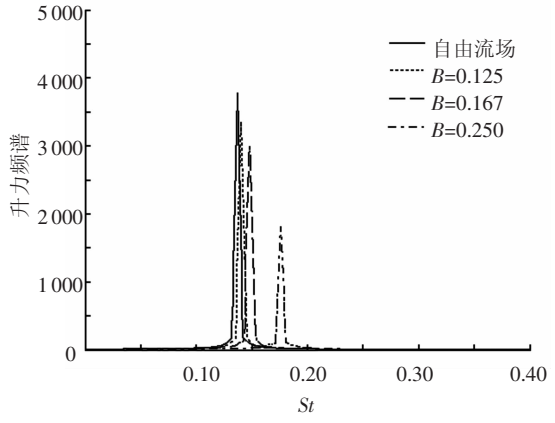
(a) $< C_D >$



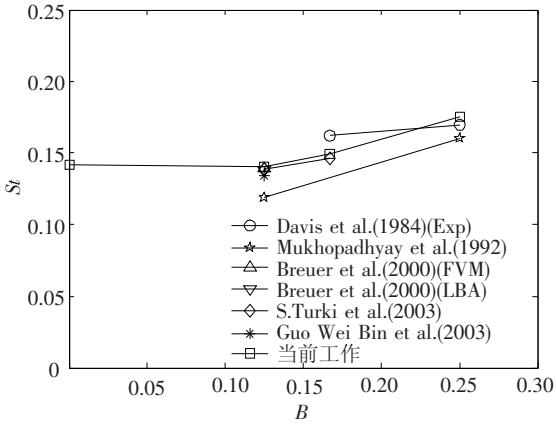
(b) $C_{L,rms}$

图 5 升阻力系数随阻塞比的变化曲线

利用快速傅里叶变换(FFT)对方柱升力系数的时程值进行频域分析,得出了时程值中的主频也就是表征涡脱落频率的 St, 如图 6(a)所示;由此分析所得的 St 随阻塞比的变化曲线如图 6(b)所示. 可见,随 B 的增加,St 逐渐增大. 本文计算结果与文献中的计算结果(除 Mukhopadhyay 等[3]的结果外)都符合得很好;和实验数据相比较,在 B = 0.167 时计算结果均低于实验数据,而在 B = 0.250 时符合得很好.



(a) 频域分析



(b) *St*

图 6　*St* 随阻塞比的变化曲线

4　结　论

采用格子 Boltzmann 方法对低雷诺数（Re = 100）下不同阻塞比的平板间方柱绕流问题进行了详细的数值模拟研究. 通过对 3 种阻塞比即 B = 0.125，0.167，0.250 时方柱绕流流场的涡量图、流线图和方柱上的升、阻力系数以及 *St* 的分析，研究了平板间方柱绕流问题中平板边壁和阻塞比的影响.

2）当阻塞比小时，如 B = 0.125 时，流场各参数与无边壁自由流场情形非常接近；随着阻塞比的增加，方柱的阻力系数不断增大、升力系数逐渐减小，方柱后的涡脱落频率也不断加快；当 B = 0.250 时，方柱的阻力系数和涡脱落频率与无边壁自由流场情形相比均增加了近 30%；随着边壁的靠近，方柱后尾涡流场变得狭长，方柱上边界层分离和再附发生了很大变化，方柱上脱落的大涡与边壁附近的小涡相互作用使尾涡流场变得复杂不规则，从而引起各参数的变化.

3）计算结果与文献中现有的计算结果和试验数据进行了比较，得到了一致性结果. 研究结果揭示了受边壁限制钝体绕流问题的边壁影响，同时也验证了 LBM 方法对钝体绕流非定常问题模拟的有效性.

4）LBM 算法简单，边界条件处理容易，并有高效并行的潜在优势，因此有着广阔的发展前景.

参考文献：

[1] DAVIS R W, MOORE E F, PURTELL L P. A numerical-experimental study of confined flow around rectangular cylinders[J]. Phys Fluids, 1984, 27(1): 46 – 59.

[2] SUZUKI H, INOUE Y, NISHIMURA T, FUKUTANI F, *et al.* Unsteady flow in a channel obstructed by a square rod(crisscross motion of vortex)[J]. Heat Fluid Flow, 1993, 14(1): 2 – 9.

[3] MUKHOPADHYAY A, BISWAS G, SUNDARARAJAN T. Numerical investigation of confined wakes behind a square cylinder in a channel[J]. Meth Fluids, 1992, 14(12): 1473 – 1484.

[4] BREUER M, BERNSDORF J, ZEISER T, *et al.* Accurate computations of the laminar flow past square cylinder based on two different methods: Lattice-Boltzmann and finite volume[J]. Heat Fluid Flow, 2000, 21(2): 186 – 196.

[5] TURKI S, ABBASSI H, NASRALLAH S B. Effect of the blockage ratio on the flow in a channel with a built – in square cylinder[J]. Comp Mech, 2003, 33(1): 22 – 29.

[6] GUO W B, WANG N C, SHI B C, *et al.* Lattice-BGK simulation of a two-dimensional channel flow around a square cylinder[J]. Chinese Phys, 2003, 12(1): 67 – 74.

[7] CHEN S, DOOLEN G D. Lattice Boltzmann methods for fluid flows[J]. Annu Rev Fluid Mech, 1998, 30: 229 – 364.

[8] CHEN H, CHEN S, MATTHAEUS W H. Recovery of the Navier-Stokes equations using a Lattice Boltzmann method[J]. Phys Rev A, 1992, 45(8): 5339 – 5342.

[9] QIAN Y H, D' HUMIERES D, LALLEMAND P. Lattice BGK models for the Navier-Stokes Equation[J]. Europhys. Lett, 1992, 17(6): 479 – 484.

[10] 郭照立，郑楚光，李青，等. 流体动力学的格子 Boltzmann 方法[M]. 武汉：湖北科学技术出版社，2002.

（**编辑**　杨　波）